Spatial Distribution of Egg Galleries of *Cryphalus fulvus* Niijima and *Ips tosaensis* Murayama on Dead Pine Branches. Studies on the Control of Forest Pests. I. Sumio NAGASAWA, Shoji ASANO, Michiyo SHIBA and Shizue FUSHIMI (Ihara Agricultural Chemicals Institute, Shimizu) Received April 25, 1968. *Botyu-Kagaku*, 33, 46, 1968.

8. 枯れたマツの樹枝にのこされたキイロコキクイムシと，トサキクイムシの母孔の分布.

林業害虫の防除に関する研究 第1報. 長沢純夫・浅野昌司・柴 三千代・伏見静枝(イハラ農薬研究所)
43. 4. 25 受理

枯れたマツの樹枝にのこされた，キイロコキクイムシと，トサキクイムシの母孔の数の分布型を，10cmの長さを調査単位として検討した．トサキクイムシの母孔は，ポアソン分布に近似したが，キイロコキクイムシのそれは，過大分散で，検討した8資料はいづれも負の二項分布型にあてはめることができた．この場合，集中度をしめす母数 k の計算は，Bliss and Fisher[4] の最尤法によってきめた．さらに共通の k_c の算定をおこなったが，8資料のうち3資料を除外することによってその算定が可能であった．

多くのひとしい空間，あるいは時間の中にあらわれる動物や植物，またはそれらのしめす事象の数の分布にかんしては，はやくからたくさんの研究がなされ，これらを記載するにふさわしいいくつかの数学的モデルが統計学者によって提唱され，そのあてはめは，とくに生態学を専攻する人々によって，種々こころみられてきている．そしてあてはめることのできたその分布型の意義については，生態学の見地からいろいろ説明がくわえられているが，こうした研究は一方，殺虫剤の生物試験論の分野において，その有効度を評価する上の，有力な背景をなし，分布型の決定は，以後の試験設計と統計解析に対する方向づけを可能ならしめている．

筆者らは，ここ数年来マツの樹皮下に潜入して加害する昆虫類の駆除を目的に調製された薬剤の有効度を，できるだけ自然の棲息環境にちかい条件下で評価する実験をおこなっているが，今回ここにしるそうとする事項は，以後の報告で用いられるであろう計算の手法を記しておくことを主目的に，枯損したマツの樹枝部におけるキイロコキクイムシと，トサキクイムシの母孔の分布様式を検討した結果である．

実験材料および方法

マツの樹皮下に潜入して食害する，いわゆるマツクイムシと俗称されるマツの穿孔性害虫の種類は，かなりの数にのぼっているが，今回の実験で，その母孔の数の分布を調査したのは，キクイムシ科のキイロコキクイムシ *Cryphalus fulvus* Niijima，トサキクイムシ *Ips tosaensis* Murayama，の2種類である．そして調査の対象となったマツ材は，静岡県清水市日本平に自生していた30年乃至40年生のクロマツの，枯死して 1～2 年をへた樹枝部である．調査にあたっては，これを長さ 10cm に切断し，樹皮をはいでその母孔の数を，調査記録した．樹枝の太さは考慮せず，すべて長さ 10cm をひとつの調査単位とした．因みに樹枝の太さは直径 2cm から 6cm の間にあった．なお，ここで断っておかなければならないことは，われわれの今回おこなった仕事は，鳥居[12]のいうような，同種個体の単一種集団の空間的分散の状況を明らかにする，いわゆる pattern の研究ではなく，これらの害虫によってのこされたある時点における食痕の，単なる度数分布の型を検討したものである．

ところで昆虫個体数のような，整数だけからなる，いわゆる離散量が，ランダムに分布した場合の統計的モデルには，二項分布およびその極限確率定理としてのポアソン分布があり，この分布型をもってしめされた調査事例も，今日までにすでにたくさん発表されている．このポアソン分布は，平均値と分散がひとしいという，大変便利な性質をもっているが，自然の棲息環境における個体数調査では，観察された分散はその平均値を有意に上まわる，いわゆる過大分散の事例もきわめて多く，これをしめす統計的モデルのひとつとしてあげられる負の二項分布が，より一般性をもつことも経験的にあきらかにされている．幸いにこれらの分布型の計算については，相互の関連性をのべながら，日本語によるきわめて平易な解説が伊藤[8]によってなされており，その成因についても生態学的な見地から，適切な説明がなされていて，われわれはこれにあてはめて調査の結果を解析していくならば，容易に結論をえることが可能なまでになっている．筆者らの計算もおおむねそれにより，たらないところはさらにその解説の根拠となっている Bliss and Fisher[4] の論著にならっておこなった．なお，他のより複雑な分布型の生成機構とその計算法については，鳥居[12]の論著に詳

細にのべられている．

実験結果と考察

キイロコキクイムシ

1. 加害の状況：キイロコキクイムシは，一般に1年に3世代をくりかえしたのち，4世代で越冬するものが多く，発生は不斉一で，常時あらゆる発育虫態がみられ，樹皮下にのこされている食痕すなわち母孔とこれにつらなる20本内外の子孔の分布は，かならずしもある一時期における母虫の飛来穿入によってできたものでない．このことはその新旧母孔の混在によって容易にうなづかれる．もし，あらゆる樹枝の部分に，成虫がランダムに飛来穿入し，産卵をおこなう場合は，母孔の数は，その平均値と分散とがひとしい，ポアソン分布をしめしてよいはずである．しかし実際の単位樹枝あたりの数の頻度分布をみると，以下項をおってしるすように平均値に対して分散がはるかに大きい負の二項分布型をしめしていることがわかる．その成因についていろいろ考えられるが，まず第一に樹皮の状態が樹枝の部分によって相当にことなり，ある状態の樹皮がとくに穿入に適していて，そうした部分に成虫が集る傾向があるということがあげられる．それからJacobson[9]は多くの論著を総説した結論としてその著書の中に，樹皮から揮散する化学物質は，キクイムシ類を誘引すること，穿入食害の結果出される木屑，糞などにそうした誘引性の物質が多量にふくまれていること，また昆虫自体，相互に集合をうながす性的な誘引物質を生産するということなどをしるしているが，こうしたことが樹枝上に集中的な分布型を形成する原因になっているとも思われる．昆虫のもつ伝搬性もまたその原因となろう．なおまたある一時期に飛来し，穿入産卵されたためにできた母孔だけをとりあげれば，ポアソン分布するものが，幾重にも重なっているため，これをこみにして考察しているためこうした分布型がえられたとも考えられる．最後の生成機構をとくに考えなければならないのは，調査材料を採集したマツの生育場所，またその樹令生育状態が大幅にことなっていること，発生が1年数世代におよびしかもその発育段階が整一でないことなど，そうした分布のかさなりあいがおこる可能性を多く内蔵しているからである．事実新旧の母孔が同じ調査単位内に混在していることは，この想像を裏がきするものであるが，過大分散の他の統計的モデルとしてあげられる，Thomasの複ポアソン分布，Neyman の伝搬分布，あるいは Polya 型の分布など，より複雑な分布型をあてはめてする詳しい考察，あるいはその実験証明は，生態学者にゆだねることとして，ここでは殺虫剤の有効度を評価するための，ひとつの手段をもとめることを目的に，負の二項分布およびポアソン分布型のあてはめを主題にして，考察をすすめることとする．

2. 負の二項分布

負の二項分布とは，

$$(q-p)^{-k}$$

の一般式をもってあらわされる分布型である．ここで $p=m/k$ (m は母平均値)，$q=1+p$ で，k は集中度をしめす母数である．この0の項の確率は

$$P_0=(1+m/k)^{-k}=q^{-k}$$

で，また個体数 r に対応する確率

$$P_r=\frac{k+r-1}{r}\cdot\frac{p}{q}P(r-1)$$

をもちいて逐次計算が可能である．

一区画にあらわれる個体数を x として，その実測頻度数を f とすると，普通の個体数調査では，第1表の第1,2欄にしめすようなデーターを得る．このデーターはわれわれがCと標識したクロマツの樹枝部についで，長さ 10cm あたりの樹枝にみいだされた母孔の数をしらべた結果である．ここで $S(f)=N=262$ は標本数で，この場合は 10cm の長さに切った樹枝の数である．

Table 1. Fitting the negative binominal to counts of mines (egg galleries) of *Cryphalus fulvus* Niijima on pine twigs (Tree C)

No. of mines per twig x	No. of twigs observed f	Expected frequencies ϕ	$\frac{(f-\phi)^2}{\phi}$
0	147	146.45	0.002
1	44	44.34	0.003
2	23	23.87	0.032
3	13	14.73	0.201
4	10	9.66	0.012
5	7	6.57	0.028
6	4	4.57	
7	4	3.23	
8	3	2.31	
9	2	1.67	0.160
10	3	1.21	
11	1	0.89	
12	1	0.65	
13	0	+1.85	
Total	262=N	262.00	$0.438=\chi^2$

$S(fx)=351$, $S(fx^2)=1847$, $S(fx^3)=13383$
$\bar{x}=1.33969$, $s^2=5.27498$

$S(fx)=351$ は，観察することのできた母孔の合計となる．これから標本平均値

$$\bar{x}=S(fx)/N=1.33969$$

と，その分散

$$s^2=\frac{S(fx^2)-S^2(fx)/N}{N-1}=5.27498$$

が容易にもとめられる．平均値と分散がひとしい，すなわち $s^2/\bar{x}=1$ となった場合は，ポアソン分布にあて

はめて考えられるが，$s^2/\bar{x}>1$ となった場合は，統計学上過大分散とよばれる集中分布をなすもので，この統計的モデルのひとつとして，負の二項分布がもっとも一般性をもつものとされていることは，さきにしるしたとおりである．この場合 $s^2/\bar{x}=5.27498/1.33969=3.9374$ となり，分散は平均値の4倍に達しており，あきらかに過大分散である．自由度 $(N-1)=261$ をもつ，χ^2検定をつぎのごとくおこなってみると，

$$\chi^2=(N-1)s^2/\bar{x}=261\times5.27498/1.33969$$
$$=1027.68$$

P_r の値は＜0.001となり，ポアソン分布であるとは到底考えられない．

3. 負の二項分布の計算

負の二項分布は，ふたつのパラメーター，すなわち算術平均mと，集中度をしめす母数，すなわち positive exponent k とによって完全に定義することができる．実際の計算は m と k を統計量 $\bar{x}$ と $\hat{k}$ におきかえておこなえばよい．$\bar{x}$ はさきにもとめたとおりであるが，$\hat{k}$ の計算には三つの方法がしめされている．もっとも普通におこなわれるのは，

$$\hat{k}_1=\bar{x}^2/(s^2-\bar{x})$$

の式によって推定する簡単な方法である．しかし90%またはそれ以上の効率において，この式によって $\hat{k}_1$ の推定ができるのは，$k/m>6$ のとき m の小さい値に対し，$k>13$ のとき m の大きい値に対し，および $(k+m)(k+2)/m\geq15$ のとき，その中間の m の値に対してである (Bliss and Fisher)[4]．

第1表にしめした結果について計算した $\hat{k}_1$ の値は，

$$(1.33969)^2/(5.27498-1.33969)=0.45607$$

となる．この $\hat{k}_1$ の値が90%またはそれ以上の効率において，正しくみとめられるためには $(0.45607+1.33969)/(0.45607+2)\geq15$ とならなければならないが，計算の結果は $0.73>15$，となり第1表の結果にたいするこの方法による $\hat{k}_1$ の推定は適当であるとはいえない．

第2の方法は

$$\hat{k}_2\log(1+\bar{x}/\hat{k}_2)=\log(N/f_0)$$

の式の左側の $\hat{k}_2$ にいろいろの値を代入し，右側の値にひとしくなるような $\hat{k}_2$ の値を，試行的にもとめる行き方である．ここで f_0 は，個体数0の実測頻度であり，Nは全標本数であるから，右側の数値はおのづからきまってくるはづである．この $\log(N/f_0)$ よりもわづか大きい数値と，小さい数値のえられるような k' の値を左側の $\hat{k}_2$ に代入し，えられたふたつの $\log(N/f_0)$ の値から interpolation により，まづ最初の $\hat{k}_2$の推定をおこない，こうした計算をくりかえしてもっとも $\log(N/f_0)$ にちかい値のえられる $\hat{k}_2$ の値をもとめるのである．この方法によって 90% またはそれ以上の効率をもって $\hat{k}_2$ の推定ができるのは，少なくとも0の項が全体の⅓以上あることが必要である．しかし平均が10より小である場合は，$(m+0.17)(P_0-0.32)>0.20$ を満足させるために0の項がもっと多いことが必要である．計算にあたっては，$m=\bar{x}$，$P_0=f_0/N$ とおきかえておこなえばよい．

第1表における $x=0$ の項はかなり大きい．また

$$(\bar{x}+0.17)(f_0/N-0.32)=(1.33969+0.17)$$
$$(147/262-0.32)=0.36394$$

となったから，第1の方法よりも効率のよい推定ができるかもしれない．そこで

$$k'\log(1+\bar{x}/k')=\log(262/147)$$
$$=\log1.78231=0.250981$$

となるように k' の値をいろいろいれて，試行的に $\hat{k}_2$ をきめてみよう．まづ第1の方法でもとめた0.456にちかい0.4を k_1' として計算をおこなってみると，その結果はつぎの第2行目にしめしたように0.254792となった．

k'	$1+\bar{x}/k'$	$k'\log(1+\bar{x}k')$
0.4	4.33492	0.254792
0.38	4.52550	0.249155
0.3806	4.51971	0.249313

これは0.250981よりも若干大きい．そこで $k_2'=0.38$ とおきかえて計算すると 0.249155 となり，今度は少し小さくなった．そこで interpolation により，

$$k_3'=0.38+0.02(0.250981-0.249155)/$$
$$(0.254792-0.249155)=0.3806$$

をもとめ，これをもちいて新しく計算した値が第4行目の0.2491313がえられ，なお若干小さい．そこでこの k_3' と k_1' との interpolation をおこない $\hat{k}_2=0.3865$ をきめることができた．しかし多くの調査結果をみると，第1あるいは第2の方法では，充分な効率をもってkの値をきめることはできない場合が多い．第3の方法は，Bliss and Fisher[4]によって提案された最尤法で，x の最大が20，または30位までのときは，実際的な速やかな方法であるとされているが，伊藤[8]の解説にはこの部分は省略されている．それは

$$z_i=\mathrm{S}\left(\frac{A_x}{k_i'+x}\right)-N\mathrm{In}\left(1+\frac{\bar{x}}{k'_i}\right)$$

の式で z_i が0になるように計算をくりかえして $\hat{k}_3$ の値を推定する方法である．ここで In は自然対数をしめす．

第1表の例によって計算例をしめそう．上の式の右側の最初の項の計算のために，まづ累積頻度 A_x をもとめる．これはたとえば $x=0$ に対しては $A_x=262-147=115$，$x=1$ に対しては $A_x=115-44=71$ という

ようにしてもとめていく．つぎにしめす第4欄の数値がそれである．最初の試みとして $k_1'=0.38$ をもちいて計算をすすめてみよう．第1欄はひとつの調査単位としてとりあつかわれた．長さ10cmの樹枝にみられる母孔の数，第2欄がこの x と k_i とを順次くわえた数値で，第3欄はその逆数である．この $1/(x+k_1')$ はバーローの表をひいてかきいれて行けばよい．この場合，小数点以下7ケタまたはそれ以上をもとめておくことがのぞましい．それとさきにもとめた第4欄の A_x とをかけてこれを合計する．その答が $S\{A_x/(k'+x)\}=398.6170667$ となる．

x	$k_1'+x$	$1/(k_1'+x)$	A_x
0	0.38	2.6315789	115
1	1.38	0.7246377	71
2	2.38	0.4201681	48
3	3.38	0.2958580	35
4	4.38	0.2283105	25
5	5.38	0.1858736	18
6	6.38	0.1567398	14
7	7.38	0.1355014	10
8	8.38	0.1193317	7
9	9.38	0.1066098	5
10	10.38	0.0963391	2
11	11.38	0.0878735	1

$$S\{A_x/(k_1'+x)\}=398.6170667$$
$$-N\ln(1+\bar{x}/k)=-395.5487737$$
$$z_1=3.0682930$$

つぎの項の $N\ln(1+\bar{x}/k_i')$ であるが，これはこの場合は

$$262\times2.302585\times\log(1+1.33969/k')$$

となり，k に最初の数値 $k_1'=0.38$ を入れて計算すると395.5487737となる．さきの項でもとめた数との差 $z_1=3.0682930$ をえる．この値は0よりも大きいから，つぎに k_2' の値を k_1' よりも大きくとって，同様の計算をくりかえす．その結果は0.3224484となり，まだわずかに0より大きい．k_1' と k_2' と interpolation によって k_3' の値をきめてもよいが，ここではもう一度試行的に k_3' の値を k_2' より，なお若干大きくとって0.3925とし，同様の計算をくりかえしてみるとその結果は -0.3868601 となった．そこで $Z=0$ がえられるような k_4' の値を，interpolation によってつぎのごとくもとめた．

$$k_4'=0.39+(0.3224484\times0.0025)/(0.3224484+0.3868601)=0.3911$$

この値をもちいて同様の計算を行なった結果は，$z_4=0.0084727$ となり，$z=0$ にちかい値がえられた．k_1' から k_4' までの数値を入れて計算した結果を要約してしめすと，下段のようになる．z_3 と z_4 との interpolation により，最終的に $\hat{k}$ の値を0.39113とみつもることができた．

4. $\bar{x}$ および $\hat{k}$ の variance

まず平均値の variance は

$$V(\bar{x})=\left(m+\frac{m^2}{k}\right)/N$$

の式によってもとめる．$m=\bar{x}$ とおき k の値には最後の最尤法でもとめた値をもちいて計算すると，

$$V(\bar{x})=(1.33969+1.339692/0.39113)/262=0.02263$$

をえる．これから標準誤差 $s_{\bar{x}}=\sqrt{0.02263}=0.1504$ をえる．$\hat{k}$ の variance は上にのべた三つのもとめ方によって，それぞれその計算法が異なる．一般に $\hat{k}$ の variance は，k が大きいときより小さいときの方が少なくなるのが普通である．もし k が第1の方法によって s^2 からもとめられた場合は，

$$V(\hat{k}_1)=2k(k+1)/NR^2$$

によって計算される．ここで $R=\bar{x}/(\hat{k}+\bar{x})$ である．$k_1=0.45607$ に対して $R=1.33969/(0.45607+1.33969)=0.74603$ となり，$V(\hat{k}_1)=1.3281/195.46=0.0068$ がえられる．ゆえにこの標準誤差は $\sqrt{0.0068}=0.082$ となる．

第2の方法によって $\hat{k}$ がもとめられた場合は，

$$V(\hat{k}_2)=\frac{(1-R)^{-k}-1-kR}{N[-\ln(1-R)-R]^2}$$

の式によってその variance を計算する．ここで R は上とおなじ式によってもとめる．すなわちこの場合 $\hat{k}_2=0.3865$ であったから，$R=1.33969/(0.3865+1.33969)=0.77610$ となる．ln は自然対数である．計算の結果は

$$V(\hat{k}_2)=0.48324/437.1103=0.00111$$

となった．ゆえにこの標準誤差は0.0333となる．$\hat{k}_2$ は $\hat{k}_1$ の約½にあたる．k が第3番目の最尤法によってもとめられた場合は，0の上下に位する z_i の値をえらび，それに対応する k_i' とから，つぎの式によってもとめる．この場合0の上下に位する z_i では，z_2 と z_3 であったから，つぎのようにして計算する．

$$V(\hat{k})=(k_2'-k_3')/(z_3-z_2)$$

ゆえに $\hat{k}=0.39113$ の variance は，

	$k_1'=0.38$	$k_2'=0.39$	$k_3'=0.3925$	$k_4'=0.3911$
$S\{A_x/(k'+x)\}$	398.6170667	390.5845825	388.5795550	389.6993635
$-N\ln(1+\bar{x}/k')$	-395.5487737	390.2621341	388.9664151	389.6908908
z_i	3.0682930	0.3224484	-0.3868601	0.0084727

$$V(\hat{k})=(0.3925-0.3911)/(0.0084727+0.3868601)$$
$$=0.00354$$

となり，その標準誤差は $s_{\hat{k}}=0.0595$ となった．

5. 負の二項分布のあてはめ

前節でのべたような方法で，positive exponent k をもとめることができたから，さきの算術平均 $m=\bar{x}=1.33969$ と，第3の最尤法でもとめた $k=0.39113$ とから p, q の値を計算すると，

$$p=m/k=1.33969/0.39113=3.42518,$$
$$q=1+p=4.42518$$

となる．

$$R=p/q=3.42518/4.42518=0.774020$$

とから，$x=0$ に対応する理論値は，

$$\phi_0=N/q^k$$

で，$x=1, 2, 3..$ に対する理論値は，

$$\phi_x=\frac{(k+x-1)R}{x}\phi_{x-1}$$

の式によって順次もとめていくことができる．まづ $x=0$ に対応する理論値を7ケタの対数表をもちいて計算すると，

$$\log(262)-0.39113\log(4.42518)=2.1656583$$

の逆対数値146.4495をえる．この $x=0$ に対応する理論146.4495をもちいて $x=1$ に対応する理論値を，さらにそれをもちいて $x=2$ に対応する理論値をもとめると，

$$\phi_1=0.39113\times0.774020\times146.4495=44.3365$$
$$\phi_2=1.39113\times0.774020\times44.3365/2=23.8699$$

となる．同様にして以後の x に対する理論値を，順次にもとめることができるが，第1表第3欄にかかげた数値はこうしてもとめられたもので，小数点以下1あるいは2位までしるせば充分であるが，計算をおこなう場合はまるめの誤差をさけるために，R の数値は6ケタまでもとめて計算に使用することが大切である．最後の $x=13$ に対する数値は，その前までの理論値の合計と，$N=262$ との差をかきいれておく．もっとも ϕ が1以下の数値がでてきた場合は，それ以下はまとめて，それまでの理論値の合計と $N=262$ との差をかきいれておけばよい．つぎの項でしるすように，頻度分布あてはめの χ^2 検定にあたっては理論値は，普通5以下はまとめて検定にかけるからおなじである．

6. 適合性の検定

観測値と理論値の適合性の検定は，第1表第5欄にしめすように，つぎの式によって χ^2 検定をおこなえばよい．

$$\chi^2=S\left\{\frac{(f-\phi)^2}{\phi}\right\}$$

自由度は $f-\phi$ の関係をもとめた数から3を減じた数である．なお $\phi=5$ より小さい項はこれをまとめて観測値との差をもとめるのが普通である．第1表第5欄にしめすように，$n=7-3=4$ で $\chi^2=0.438$ となり，$P_r=0.976$ できわめてよく負の二項分布型に一致したことをしめしている．このようにとくに $\bar{x}, \hat{k}$ の推定が充分正しくおこなわれていて，理論値と観測値とがよく一致した場合は，他のあてはめはもはや必要ない．なお往々頻度分布のある部分に，個体の数が異常に多かったり少なかったりしていると，χ^2 試験の値がきわめて大きくなり，負の二項分布を否定しなければならない場合が生ずる．Anscombe[2] によって記されたふたつの moment tests が，このような場合役立つことを Bliss and Fisher[4] はのべている．そのひとつは，

$$T=\frac{[x^3]}{N}-s^2\left\{\frac{2s^2}{\bar{x}}-1\right\}$$

によってもとめられる T の値の有意性を，その variance と比較することによってきめる．ここで

$$[x^3]=S\{f(x-\bar{x})^3\}=S(fx)^3-3\bar{x}S(fx)^2+2\bar{x}^2S(fx)$$

である．T の variance は，

$$V(T)=2m(k+1)p^2q^2[2(3+5p)+3kq]/N$$

によって計算する．

他のひとつの検定法は，

$$U=s^2-(\bar{x}+\bar{x}^2/\hat{k}_2)$$

によってもとめられる U の値の有意性を，同様にその variance と比較しておこなう方法である．U の variance は，

$$V(U)=2m(k+1)pq^2\left(1-\frac{R^2}{-\mathrm{In}(1-R)-R}\right)/N$$
$$+p^4V(\hat{k}_2)$$

の式によってもとめる．

上にのべた最尤推定法によって $\hat{k}$ の値をきめ，えられた8つのデーターに負の二項分布のあてはめをこころみた結果が第2表である．いずれも高い適合性をもってこの分布型に近似させることができた．

7. 共通の k の計算

いろいろな場所で，おなじ昆虫の分布調査をおこなった場合，その平均値 m はことなっても，k は大体おなじ値をしめすことがわかり，たくさんの調査結果から共通の k を試行的にもとめる方法が Anscombe[1,2], Beall[3], Bliss and Fisher[4], Bliss[5], Bliss and Owen[6], Kleczkowski[10] らによって発表されている．Bliss and Fisher[4] ののべた第3の最尤推定法によって，共通の k をもとめる方法は計算がかなりめんどうで，時間がかかることから，後に Bliss[5] および Bliss and Owen[6] は，これよりはるかに簡単な方法で，共通の k をもとめる計算法を発表した．最後の方法については，別の資料の解析をしるすときにのべることとして，ここではさきに個々の k が最尤推定法によってもとめられているから，これを応用した方法で共通の k をも

Table 2. Observed mine (egg gallery) distributions (f) and their negative binominal distributions (ϕ) of *Cryphalus fulvus* Niijima on pine tree.

Mines per twig	A		B		C		D		E		F		G		H	
x	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ	Obs. f	Bin. ϕ
0	44	43.81	25	24.60	147	146.44	221	221.19	55	54.71	53	51.25	47	41.09	71	73.40
1	32	32.21	10	10.70	44	44.33	51	48.63	28	30.49	44	47.16	44	54.12	65	56.52
2	18	19.68	5	5.57	23	23.87	20	15.03	20	16.74	33	33.31	47	48.41	33	40.74
3	13	11.21	3	3.06	13	14.72	11	8.20	11	9.14	24	21.15	41	36.48	28	28.67
4	7	6.16	2	1.72	10	9.67	7	4.80	3	4.98	7	12.69	23	24.91	21	19.96
5	4	3.30	2	0.99	7	6.58	5	2.92	1	2.71	14	7.33	18	15.96	13	13.78
6	1	1.74	1	0.59	4	4.59	3	1.81	2	1.48	3	4.13	13	9.76	14	9.47
7	0	0.91	0	+0.78	4	3.25	4	1.17	1	0.81	3	2.29	8	5.78	8	6.50
8	0	0.47			3	2.33	0	0.75	0	0.44	0	1.26	1	3.34	5	4.44
9	0	0.24			2	1.68	1	0.49	0	0.24	0	0.67	0	1.88	1	3.02
10	0	0.12			3	1.23	0	0.32	0	0.13	0	0.36	0	1.05	0	2.05
11	1	0.06			1	0.89	1	0.23	1	0.07	1	0.20	1	0.59	1	1.39
12	0	+0.09			1	+2.42	0	+18.46	0	+0.06	0	+0.20	1	0.32	0	0.95
13													0	+0.31	0	0.63
14															0	0.42
15															1	0.29
16															0	0.18
17															1	0.13
18															0	0.08
19															0	0.05
20															1	0.03
21															0	+0.28
N	120		48		262		324		122		182		244		263	
χ^2	0.690		0.220		0.433		5.885		2.000		7.768		8.740		6.558	
n	3		1		4		2		2		4		6		6	
$\bar{x}$	1.43333 ±0.1526		1.10417 ±0.2414		1.33969 ±0.1504		0.75000 ±0.0889		1.21311 ±0.1471		1.81319 ±0.1401		2.49180 ±0.1390		2.34221 ±0.1646	
k	1.5095 ±0.1987		0.7171 ±0.1237		0.3911 ±0.0595		0.3112 ±0.0507		1.0310 ±0.3003		1.8685 ±0.1446		2.7950 ±0.5962		1.1474 ±0.1477	

Table 3. Calculation of a combined $\hat{k}_c$ by maximum likelihood from the five distributions of *Cryphalus fulvus* Niijima in Table 2.

Tree	Term	Calculation of score with equation $z_i=S\{A_x/(k_i'+x)\}-N\ \mathrm{In}(1+\bar{x}/k_i')$ for $k_1'=1.25$	$k_2'=1.27$	$k_3'=1.274$	$\dfrac{0.004z_2^2}{z_2-z_3}$
A	$S\{A_x/(k'+x)\}$	93.4309	92.2313	91.9954	
	$N\ \mathrm{In}(1+\bar{x}/k)$	91.6718	90.6558	90.4583	
	z_i	1.7591	1.5755	1.5371	0.2586
B	$S\{A_x/(k'+x)\}$	28.5472	28.1833	28.1117	
	$N\ \mathrm{In}(1+\bar{x}/k)$	30.3852	30.0296	29.9603	
	z_i	−1.8380	−1.8463	−1.8486	5.9283
E	$S\{A_x/(k'+x)\}$	80.9459	79.8972	79.6910	
	$N\ \mathrm{In}(1+\bar{x}/k)$	82.7510	81.8001	81.6127	
	z_i	−1.8051	−1.9029	−1.9217	0.7704
F	$S\{A_x/(k'+x)\}$	169.6535	167.5456	167.1311	
	$N\ \mathrm{In}(1+\bar{x}/k)$	163.1326	161.4239	161.0862	
	z_i	6.5209	6.1217	6.0449	1.9518
H	$S\{A_x/(k'+x)\}$	274.4433	271.2145	270.5793	
	$N\ \mathrm{In}(1+\bar{x}/k)$	277.6320	274.9184	274.3815	
	z_i	−3.1887	−3.7039	−3.8022	0.5583
Total	Ratios $S(z_i)$	1.4482	0.2441	0.0095	9.4674 0.0010

$\chi^2=9.4664$

とめてみよう．それはもしこうして共通のkがえられれば，それを基礎にしてなされる，ちく次抽出や0項の頻度だけをもちいて，個体数を推定することも可能であるし，殺虫試験結果の解析にあたっては，薬剤処理後の反応個体数だけの調査から，妥当な中央有効薬量を算出することも可能で，共通のkの算定をえて，はじめて害虫個体数の分布をしらべ，これに負の二項分布型をあてはめたことの大きな意義も，見出されるものといっても過言でなかろう．

しかし第2表の結果をみると，個体のkの値はかなりことなり，とくにCとDのそれは他にくらべてかなり小さく，またGのそれは非常に大きい．繁殖率と一定の関係をもつこのkは，同じ種であれば平均値がことなる調査資料であっても，ほぼ同一の値をとることが当然期待されてよいはずである．事実はこのように異なり，今ここで調査した8つの資料に対して，共通のkを計算してみても，その信頼性はかなりとぼしいようにおもわれる．こうした異質のkの値がえられたことに対しては，またいろいろ生態学的な見地から説明があたえられるであろう．そこでここでは，さきの3調査資料はこれを除外して，残る5つの資料について共通のkの算定をこころみてみたい．

その計算方法は個々の頻度分布におなじk'の値をいれてみて，さきにしめした$\hat{k}_3$をもとめる式によって，個々の score を計算し，その合計$S(z)$が0になるように，幾度かk'の値をかえて計算をくりかえし，$S(z)=0$となったときのk'の値を$\hat{k}_c$とする方法で，その適合性はχ^2検定によって判定する．まずはじめのこころみとして，$k_1=1.25$とおき，これをもちいてそれぞれの分布資料について，第3表第3欄にしめすような順序でz_1を計算し，これを合計する．その結果が第3欄の最後の行の$S(z_1)=1.4482$である．この値は$S(z)=0$の値よりかなり大きいが，そこでk_1'より大きいk_2'を1.27とえらび，同様の計算をおこなった結果，第4欄にしめすように，今度は$S(z_2)=0.2441$となった．そこで$S(z)=0$がえられるような値をk_1'とk_2'の間の interpolation によってもとめると，$k_3'=1.274$となるが，これによってえられた$S(z_3)$は0.0095となり，ほとんど0とみなすことが可能である．もう一度k_2'とk_3'の間に interpolation をおこなうことによって，$\hat{k}_c=1.27416$ときめることができた．

$$z_2^2(k_3'-k_2')/(z_2-z_3)$$

の関係をもとめたのが第6欄の数値で，その合計は9.4674となった．

第3表最下欄$S(z)$の合計について，同様の計算をおこなった結果が0.0010で，両者の差9.4664がχ^2の値で，自由度は調査資料の数から1をひいた値で，この場合は$n=5-1=4$である．これから$\hat{k}_c=1.27416$は$P_r=0.05$においてかろうじて満足しうる数値である．$\hat{k}_c$の variance は，さきにしめした式により

$$V(\hat{k}_c)=(k_3'-k_2')/(z_2-z_3)=0.017050$$

の値がえられた．これから上の5つの調査資料に対する positive exponent kは，単一な数値$\hat{k}_c=1.27416\pm0.1306$をもってしめしえられると結論することが可能である．

トサキクイムシ

トサキクイムシのマツに対する加害は，穿孔害虫のうちでもとくに軽度で，これによってマツが枯損することはほとんどないもののようで，応用昆虫学上あまり重要視されていない．今回筆者らが調査した本虫の加害樹枝も，穿孔加害をはじめて幾何もたたない時期のもので，樹枝上に残された母孔の分布はきわめてまばらで，新旧の重なり合いもみられず，縦走する母孔の状態はかなり整一なもであった．加害の状態がきわめて軽度であったことから，母孔の数の分布型は，おそらくポアソン分布にしたがうものと推定されたが，事実あてはめをこころみた結果も，高い適合度をもってこれに近似させることができた．

さきにもしるしたように，ポアソン分布はその平均値mと分散s^2とがひとしく，ただひとつのパラメーターmだけでこれをきめることができる．一連の期待値は

$$Ne^{-m}\left\{1,\ m,\ \frac{m^2}{2!},\ \frac{m^3}{3!},\cdots\cdots\right\}$$

であらわされるが，ここで$e=2.7183$で，自然対数の根であり，Nは全調査標本数である．計算にあたっては，幸いにポアソン分布表という便利な表ができているから，この表の平均値に対応する各項の確率をもとめ，それにNをかけて行けば，それらがそのまま期待値となる．

えられたA，Bふたつの調査記録のうちAについて計算例をしめそう．第4表第1,2欄が調査の結果であるが，$Sf=N=125$が調査標本数で，$S(fx)=156$が記録できた母孔の数となる．これから平均値と分散がそれぞれ

$$\hat{m}=\bar{x}=S(fx)/N=1.248,$$

$$s^2=\{S(fx^2)-S^2(fx)/N\}/(N-1)=1.22026$$

と計算される．$s^2/\bar{x}=0.97772$となり，平均値と分散はほとんどひとしくポアソン分布型が期待される．ポアソン分布表から$\hat{m}=1.2$と1.3に対応する各項の確率をひいてかきいれたのが，第3,4欄である．linear interpolation によって$m=1.248$に対する期待値m_i'をもとめるために，factor $(1-0.48)125=65$, $0.48\times125=60$をもとめる．第3,4欄の最下欄にかき入れた

Table 4. Observed mine (egg gallery) distributions of *Ips tosaensis* Murayama on pine twigs. Estimation of expected Poisson frequencies (m'_i) by interpolation and their comparison with observed frequencies (f_i) by χ^2.

Mines per. twig	A					B		
	Observed frequency	Proportionate frequency ($\hat{m}_i$) for		Expected frequency $\hat{m}'_i$ for	$\frac{(f_i-m'_i)^2}{m'_i}$			$\frac{(f_i-m'_i)^2}{m'_i}$
x	f_i	$\hat{m}=1.2$	$\hat{m}=1.3$	$\hat{m}=1.248$		f_i	m'	
0	34	0.3012	0.2725	35.93	0.184	128	128.15	0.000
1	47	0.3614	0.3543	44.75	0.113	47	44.78	0.110
2	29	0.2169	0.2303	27.92	0.042	6	7.98	0.491
3	11	0.0867	0.0998	11.62	0.033	0	0.97	
4	3	0.0260	0.0324	3.63		0	0.09	0.007
5	0	0.0062	0.0084	0.91	0.010	1	0.02	
6	1	0.0012	0.0018	0.19		0	0.01	
7+	0	000004	0.0005	0.05				
Factor		65	60					
Total	125			125.00	$0.302=\chi^2$	182	182	$0.609=\chi^2$

数値がそれである．これから $x=0$ に対応する期待値は $m_0'=65\times0.3012+60\times0.2725=35.93$, $x=1$ のそれは $m_1'=65\times0.3614+60\times0.3543=44.75$ 以下同様にして計算される．

適合度は前節でのべたと同じ χ^2 検定の方法によっておこなえばよい．ポアソン分布の場合の自由度は，n＝階級数－1－母数 (1) である．この場合は $n=5-2=3$ で非常によく一致していると結論することが可能である．平均値の標準誤差は$s_{\bar{x}}=\sqrt{\bar{x}/N}=\sqrt{1.248/125}=\sqrt{0.009989}=\pm0.0999$ となる．もうひとつの調査結果Bも，第 7～9 欄にしめすように，同様高い適合性 ($n=2, \chi^2=0.609$) をもってポアソン分布にあてはめることができた．

摘　　要

枯れたマツの樹枝部に残された，キイロコキクイムシと，トサキクイムシの母孔の数の分布を長さ 10cm を調査単位として記録した．8本の木からえられたキイロコキクイムシの母孔の数は過大分散をなし，いずれも負の二項分布に良く適合した．この場合二項分布の集中度をしめす母数 k の計算は，Bliss and Fisher によってしめされた最尤法によった．資料8つのうち，3資料を除外することによって，共通の k_c を算定することができた．トサキクイムシについてえられた2資料はポアソン分布に近似させることができた．

引 用 文 献

1) Anscombe, F. J.: The statistical analysis of insect counts based on the negative binominal distributions. *Biometrics*, 5, 165～73 (1949).

2) Anscombe, F. J.: Sampling theory of the negative binominal and logarithmic series distributions. *Biometrika*, 37, 358～82 (1950).

3) Beall, Geoffrey: The transformation of data from entomological field experiments so that the analysis of variance becomes applicable. *Biometrika*, 32, 243～62 (1942).

4) Bliss, C. I. and Fisher, R. A.: Fitting the negative binominal distribution to biological data. *Biometrics* 9, 176～200 (1953).

5) Bliss, C. I.: The analysis of insect counts as negative binominal distributions *Proc. 10th Intern. Congr. Entomol.* 2, 1015～32 (1958).

6) Bliss, C. I. and Owen, A. R. C.: Negative binominal distributions with a common k. *Biometrika*, 45, 37～58 (1958).

7) Evans, D. A.: Experimental evidence concerning contagious distributions in ecology. *Biometrika*, 40, 186～211 (1953).

8) 伊藤嘉昭：負の二項分布の計算法．農業技術 17, 440～443, 555～557 (1962).

9) Jacobson, M.: Insect sex attractants. Interscience Publishers, New York. 154pp. (1965).

10) Kleczkowski, A.: The transformation of local lesion counts for statistical analysis. *Ann. Appl. Biol.* 36, 139～52 (1949).

11) 統計科学研究会：新編統計数値表．東京河出書房 214pp (1952).

12) 鳥居酉蔵：昆虫集団の Pattern とその見わけ方.

新編生態学汎論. 東京養賢堂. 375～435 (1960).

Summary

The number of egg galleries of *Cryphalus fulvus* Niijima per unit of 10cm on dead pine branches showed over dispersion. The spatial distribution of gallery counts could be well fitted to the binominal. The index of dispersion k was estimated by the simplified maximum likelihood method described by Bliss and Fisher. Fitting a single k_c was possible to five series of eight negative binominal distributions. On the other hand, the two distribution data of egg galleries of *Ips tosaensis* Murayama followed the Poisson series.

Spatial Distribution of adults of *Cryphalus fulvus* Niijima emerged from Dead Pine Branches. Studies on the Control of Forest Pests. II. Shoji Asano, Sumio Nagasawa and Shizue Fushimi (Ihara Agricultural Chemicals Institute, Shimizu) Received April 25, 1968. *Botyu-Kagaku*, 33, 54, 1968.

9. 枯れたマツの樹枝から羽化脱出するキイロコキクイムシの成虫の分布. 林業害虫の防除に関する研究 第2報.

浅野昌司・長沢純夫・伏見静枝（イハラ農薬研究所）43. 4. 25 受理

枯れたマツの樹枝部から羽化脱出するキイロコキクイムシの成虫の数の分布型を，10cm の長さを調査単位として，7日ごとに調べた．その分布は過大分散で，14本の木からえられた 92 個の資料のいずれも負の二項分布型によく適合した．同一供試木における調査日別の，負の二項分布の共通の k が計算できたのは14本中の 5 本であった．

キイロコキクイムシ *Cryphalus fulvus* Niijima は，松を侵喰する主要な害虫のひとつで，わが国の太平洋岸の松林の致命的な枯損は，主にこの侵害にはじまるものと考えられている．このキイロコキクイムシをはじめとして，立木乃至倒壊木の皮材質部に棲息して喰害をつづける，いわゆる"松くい虫"とよばれる，マツの穿孔虫類の駆除を目的とする薬剤の有効度の評価は，従来から野外試験においては無論のこと，室内試験においても薬剤処理木を剝皮して，樹皮下に棲息する穿孔虫の生死数を調べることによってなされてきている．これはこの種の昆虫が樹皮下を加害するという特性をもっているために，薬剤の有効度の評価は単なる直接の殺虫効果以外の，たとえば樹枝の水分含量，樹皮の厚薄，樹脂の多寡など，物理的な条件をも含めてなされなければならないことが，このような方法のとられてきた理由でもある．しかしこれには樹皮を剝離することに多大の労力を要し，生死虫数の判定に関する個人差，検出虫数の見落しなどのこともあって，必ずしも適正な有効度の評価がなされていないうらみがないでもない．筆者らはより簡便で再現性のある有効度の評価法をみいだすことを目的に，まずその前駆の過程である，本虫の加害をうけて枯損した樹枝部から，羽化脱出する成虫の分布型の判定をおこなった．その結果をここに報告する．本文に入るにさきだち，供試木の採取に御協力戴いた，静岡県保安林巡視員鈴木時策氏に感謝の意を表する．

実験材料および方法

清水市日本平にある天然の松林内で，松くい虫によって加害をうけたために，枯損してまもない50～80年生のクロマツ14本を選び，その樹枝部を1966年12月から1967年1月にかけて伐採した．そのうち直径が 2～6cm のものをえらび，これを 10cm の長さに丸切したものを供試材料とした．供試木の切口は乾燥を防ぐためにパラフィンで封じた．供試木は各1本づつ二重のポリエチレンの袋に封入し，温度 25°C，関係湿度 60% の恒温恒湿実験室に置いた．調査は成虫の脱出がみられはじめてから，1週間おきにその数を記録し，脱出成虫が終息するまで最高7週間目までつづけた．

結 果 と 考 察

先報[9]においてしるしたように，分布型の判定は，一般にまず標本の分散と平均値の比を目やすとしてなされる．すなわち標本の分散を s^2，標本の平均値を $\bar{x}$ とすると，$s^2/\bar{x}<1$ のとき過少分散，$s^2/\bar{x}=1$ のときポアソン分布，$s^2/\bar{x}>1$ のとき過大分散で，この過大分散をしめす統計的モデルのひとつとして，負の二項分布が最もよくあてはまることがあきらかにされている．供試木14本からえられた資料92個について，$\bar{x}$，s^2 および $s^2/\bar{x}$ を求めた結果は第1表のごとくで，いずれも $s^2/\bar{x}$ は1より大きく，脱出成虫の分布がほとんどの場合，過大分散に属するであろうことが推察される．