



# ブレーキ鳴き低減を目指した ディスクブレーキの構想設計法\*

—First Order Analysis の考え方に基づく簡易解析モデルを用いた設計評価尺度の構築—

松 島 徹\*\* 泉 井 一 浩\*\*\* 西 脇 眞 二\*\*\*

A Conceptual Design Method of Disc Brake Systems for Reducing Brake Squeal  
- Construction of a Design Criterion Using Simplified Analysis Model Based on the Concept of First Order Analysis -

Toru MATSUSHIMA, Kazuhiro IZUI and Shinji NISHIWAKI

Minimizing brake squeal is one of the most important issues in the development of high performance braking systems. Recent advances in numerical analysis such as finite element analysis have enabled sophisticated analysis of brake squeal phenomena, but current design methods based on such numerical analysis still fall short in terms of providing performance measures for minimizing brake squeal, of high performance design drafts at the conceptual design phase. This paper proposes a conceptual design method for disc brake systems that aims to reduce brake squeal by tailoring the shapes of the brake system components based on the concept of First Order Analysis (FOA). First, the relationships between brake squeal performance and the geometry and characteristics of various components is clarified using a simplified analysis model. Next, a design performance measure is proposed for evaluating brake squeal, and a method for deploying component designs based on this measure is discussed. Finally, a practical design example is provided to confirm that the proposed method can yield useful designs for high performance braking systems.

**Key words:** conceptual design, design criterion, CAE, numerical analysis, disc brake, minimizing brake squeal

## 1. 緒 言

現在の機械製品の開発において、CAE (Computer Aided Engineering) は必要不可欠となっている。コンピュータ技術の飛躍的な発展に伴い、CAEは試作品を作成することなく、製品の性能を定量的に評価し、必要な場合には最適設計技術により性能改善を行うことができる。これにより、CAEは、製品開発の大幅な期間短縮、開発費削減を実現している。しかしながら、CAEは、試作・実験の評価の代替手法にとどまり、構想設計段階において、製品の基本的な性能に起因する形態・形状を明確化したり、抜本的な性能向上を狙った代替案を得ることが難しい。このような問題を解決し、製品の構想設計を充実する基本的な考え方として、First Order Analysis (FOA)<sup>1)</sup>が提案され、実際の自動車部品の設計・開発に広く適用されつつある。FOAは、設計者に設計要因と性能を、力学的に筋道を立てて理解可能な物理量を提供し、構想設計段階における意思決定を支援することを目的とする。さらに、FOAは、要素の機能が力学的に明確で、構造的意味や設計指針が得やすい簡易力学モデルによる評価と、単なる現象解明結果ではなく、設計指針を与える設計評価尺度の構築を基本とする。

本研究では、自動車に多用されているディスクブレーキの設計を対象に、構造的意味や設計指針を得る簡易力学モデルを構築するというFOAの考え方に基づき、ブレーキの基本性能の一つであるブレーキ鳴き<sup>2)~9)</sup>の低減を目的に構想設計法を構築する。ここで、ディスクブレーキは、車軸とともに回転する円板形状のディスクの両側に、摩擦材を装着したパッドを押し付け

ることにより制動力を発生させる装置であり、制動性能は、構想設計段階に大きく依存する。一方で、制動時に発生するノイズ、その中でも1500Hzから15000Hz程度の比較的広い範囲の高周波域で発生するノイズがブレーキ鳴きである。

ブレーキ鳴きは、ブレーキディスク (以下、ディスクと略す) とパッドに間に生じる摩擦力が、ある臨界値を越えた状態において発生すると考えられ、ディスクとパッド間の摩擦係数の変化に着目した多くの現象解明がされている<sup>10)~13)</sup>。しかし、これらは、現象の解明だけに留まっている。

これに対して、Millner<sup>14)</sup>は、自励振動現象の観点から、固有値に基づく安定判別により、ブレーキ鳴きの発生有無を判別する方法を提案している。このMillnerの考え方に基づき、理論解析<sup>15)16)</sup>や有限要素解析<sup>17)~19)</sup>によりブレーキ鳴きの現象解明と性能評価を可能とする方法が幾つか提案されている。特に、有限要素法に基づく方法は、構成部品の詳細設計案の評価を可能とし、詳細設計段階のブレーキシステムの性能評価に多用されている。しかし、この方法は、構成部品の詳細表現が可能な有限要素モデルを必要とするうえ、モデル自体の自由度が過度に多いため、性能の本質的な理解を行うことが難しく、構想設計段階における基本性能の評価には利用できない。

他方、Millnerの考え方に基づき簡易な力学モデルによる力学解析も多く行われている<sup>20)21)</sup>。これらの研究では、ブレーキ鳴き性能は、ブレーキ鳴きの起振力に関与する摩擦面の接触剛性または摩擦係数のどちらか一方をパラメータに複素固有値を解析し、固有値の実部の最大値、または、正值となる領域の大きさで評価している。しかしながら、実際は、摩擦面の接触剛性と摩擦係数は、摩擦材の温度、パッドの押し付け力により、同時に変化するため、接触剛性または摩擦係数のどちらか一方をパラメータとした解析では、ブレーキ鳴きの現象解明と低減法の

\* 原稿受付 平成 21 年 11 月 10 日

\*\* 正 会 員 トヨタ自動車 (株) (静岡県裾野市御宿 1200)

\*\*\* 正 会 員 京都大学大学院 (京都府京都市左京区吉田本町)

指針は提案できても、設計諸元の決定は試行錯誤的な作業となり、力学的見地に基づき合理的に構想設計案を得ることは難しい。このような問題を解決するためには、接触剛性と摩擦係数の両方を考慮した新しい設計評価尺度の構築と、その設計評価尺度に基づいたブレーキの構想設計法の構築が必要となる。

そこで、本研究では、このような課題を克服する方法として、FOA の概念に基づき、ブレーキ鳴きの現象解明を簡易モデルについて行いながら、新しい設計評価尺度を構築することにより、ブレーキシステムの性能と個々の部品の性能との関連性を明確化し、それにより構成部品の形状設計に展開可能な新しい構想設計法を構築する。なお、前述のように、ブレーキ鳴きが発生する振動数の範囲は広く、さらにブレーキ鳴きを発生させるブレーキシステムの振動モードは、ブレーキ鳴きの振動数により異なる<sup>9)</sup>。

ここでは、4600Hz 付近において、ディスクが面外振動し、パッドが剛体運動を行いながら連成する振動モードより生じる比較的低い振動数で生じるブレーキ鳴き(低周波鳴き)を対象に、ブレーキ鳴きの簡易解析モデルを構築する。

以下、2章では、まず実験解析結果に基づき、ブレーキ鳴き現象を解明可能な簡易モデルを作成する。さらにその簡易解析モデルにより、自励振動に起因するブレーキ鳴きのメカニズムを解明し、その解明結果から本研究で提案する新しい設計評価尺度を説明する。3章では、その設計評価尺度に基づき、システムの性能と個々の部品の性能との関連性を明確化する方法を開発するとともに、その結果から構成部品の形状設計に展開する方法を構築する。最後に、簡単なブレーキシステムの設計例を用いて、本研究で提案する方法論の妥当性を検証する。

## 2. ブレーキ鳴き解析法

### 2.1 ブレーキ鳴き発生時の現象解析

最初に、ブレーキ鳴きの現象を解明し、さらにそのブレーキ鳴きに起因する現象を表現可能な簡易解析モデルを作成する際に考慮すべき解析自由度、設計パラメータおよび振動モード等を明確化するために、実験解析を行った結果を示す。

実験には、図1に示す装置を用い、パッドの温度およびキャリパに負荷する油圧を調整することで4600Hz 付近においてブレーキ鳴きを発生させ、その際のディスクの面外方向の振動モードを ESPI (Electric Speckle Pattern Interferometry, ETTEMEYER) で、パッドとキャリパの面外およびディスク回転方向の剛体モードに起因する振動モードを図2に示す位置に取り付けた加速度計 (NEC, 9G208S) 8 個を用い、データレ

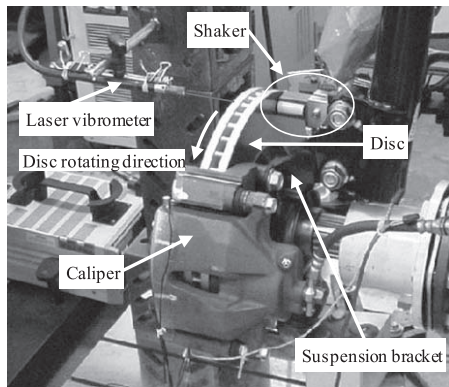


Fig. 1 Experimental system to analyze vibration mode of disc, caliper and pad during squeal occurring

コード (TEAC, RD145T) で8点同時に計測した。なお、図1に示したシェイカー (日本自動車部品総合研究所, 特注品) とレーザー振動計 (Polytec, OFV-551) は2・5節の実験検証に用いている。また、加速度計では、パッドとキャリパの弾性変形による振動モードは計測できないが、パッドがキャリパで支持される制動状態では、この振動モードの振動数は、ここで解析するブレーキ鳴きの振動数と比較して高く、ブレーキ鳴きの振動モードへの影響が小さいため、加速度計での計測で十分と考え、計測を行った。

図3と図4に、ブレーキ鳴き発生時のディスクとパッドの振動モードをそれぞれ示す。図3に示すように、ブレーキ鳴き発生時のディスクの振動モードは、半径方向に節を持つ4次の曲げモードである。また、図4に示すようにパッドの振動モードは、主に面外方向の剛体回転モードである。また、パッドの最大振幅点を基準とした伝達関数の計算結果より、キャリパの最大振幅は1/5~1/6、サスペンションブラケットのキャリパ支持位置の振幅は1/10以下であった。

### 2.2 ブレーキ鳴き解析簡易モデル

以上の現象解析に基づき、ブレーキ鳴き解析簡易モデルを作成する。図5に、解析モデルを示す。同図に示したように、簡易モデルは、ディスク、アウターパッド、インナーパッド、マウンティングブラケットで構成される。なお、キャリパ、マウンティングブラケットを支持するサスペンションブラケットについては、ブレーキ鳴き発生時の振幅が、パッドの振幅と比較し十分小さいことから、このモデルでは考慮していない。

ディスクは、モデルの簡易化のため一様厚さの弾性体の円板とし、ディスクとアウターパッド、インナーパッド間の面接触は分布ばねで表現する。また、車両外側に配置されるアウターパッドは点  $P_{11}$  で並進および回転方向の剛性を二つのばね要素  $Sp_{11}$ ,  $Sp_{21}$  で表現したマウンティングブラケットで支持される。同様に、車両内側に配置されるインナーパッドは点  $P_{12}$  で、並進および回転方向の剛性を二つのばね要素  $Sp_{12}$ ,  $Sp_{22}$  で表現したマウンティングブラケットで支持される。そして、アウターパ

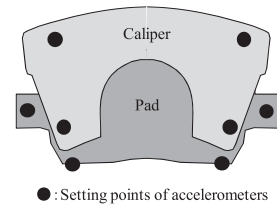


Fig. 2 Setting points of accelerometers in brake pad and caliper

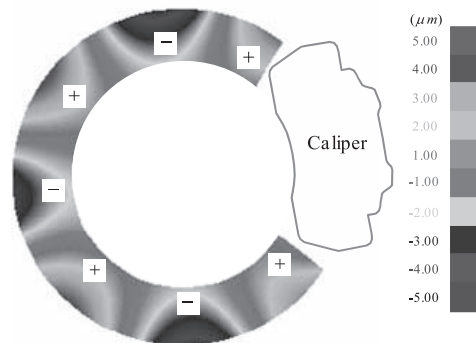


Fig. 3 Vibration mode of disc in the out of plane direction during squeal occurring

ッドとインナーパッドとも、それぞれの支持点を中心に、 $z$  方向に並進、 $\theta$  方向に回転する剛体運動をするものとする。

さらに、アウターパッドとインナーパッドは、キャリパと接触している状況を表現するため、アウターパッドとキャリパとの接触剛性を示すばね要素  $Sp_{31}$ ,  $Sp_{41}$ , インナーパッドとキャリパの接触剛性を示すばね要素  $Sp_{32}$ ,  $Sp_{42}$  で、それぞれ双方を連結する。以上のモデル構成に基づき、以下に簡易モデルの運動方程式を定式化する。

### 2.3 簡易モデルの運動方程式

2.1 節で述べた現象解析結果から、本研究で対象としているブレーキ鳴き発生の原因となるディスクの振動は、面外振動であるから、ここでは、面外振動のみを対象とする。

図 6 に示すように、ディスクの中心を原点とし、半径方向を  $r$ ,

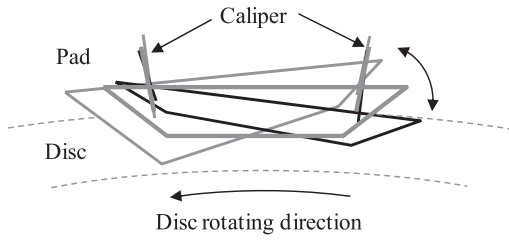


Fig. 4 Vibration mode of pad during squeal occurring

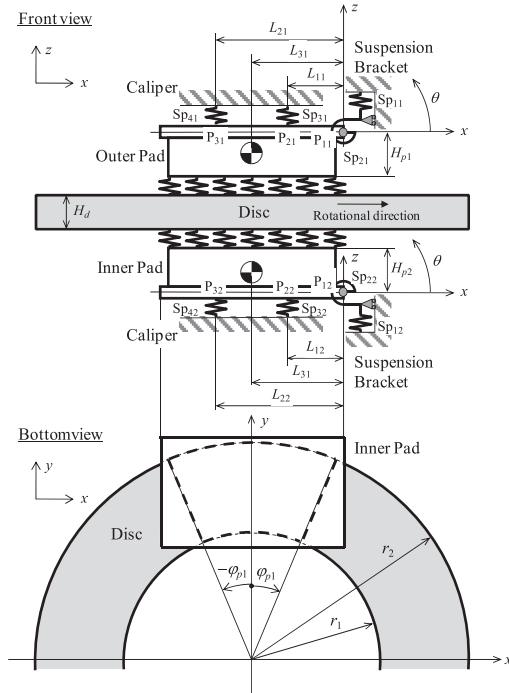


Fig. 5 Simplified brake analysis model

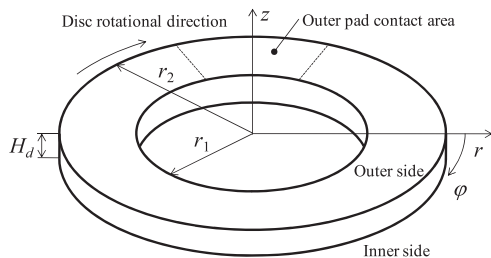


Fig. 6 Coordinate system and disc dimensions

円周方向を  $\varphi$ , 面外方向を  $z$  とした座標系を設定する。ディスクの内径は  $r_1$ , 外径を  $r_2$  とし、内径上の境界を完全固定する。ディスクの厚さを  $H_d$ , 質量密度を  $\rho$ , ヤング率を  $E$ , ポアソン比を  $\nu$ , 面外方向の変位を  $w_d$  とし、ディスクの運動エネルギー  $T_d$  と、ポテンシャルエネルギー  $V_d$  を求めれば、それぞれ次式となる。

$$T_d = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \rho H_d \dot{w}_d^2 r dr d\varphi \quad (1)$$

$$V_d = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} D \left[ (\nabla^2 w_d) - 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w_d}{\partial r^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w_d}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_d}{\partial \varphi^2} \right) + 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w_d}{\partial \varphi} \right) \right\}^2 \right] r dr d\varphi \quad (2)$$

ここで、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (3)$$

で、 $D$  はディスクの曲げ剛性で、次式で求められる。

$$D = \frac{EH_d^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4)$$

今、変位  $w_d$  を次式のように、半径方向  $r$ , 円周方向  $\varphi$ , 時間  $t$  に関して変数分離する。

$$w_d(r, \varphi, t) = w_{dr}(r) w_{d\varphi}(\varphi) q_d(t) \quad (5)$$

なお、円周方向の成分  $w_{d\varphi}(\varphi)$  に関しては、次式が成り立つとする。

$$w_{d\varphi}(\varphi) = \cos(N\varphi + \beta) \quad (6)$$

ここで、 $N$  は対象としている振動モードにおける節直径の数、 $\beta$  は節の入る位置で定まる位相角である。上式を式(1)、式(2)に代入すれば、次式となる。

$$T_d = \frac{1}{2} \rho H_d \left( \int_{r_1}^{r_2} r (w_{dr}(r))^2 dr \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}(\varphi))^2 d\varphi \right) (\dot{q}_d(t))^2 \quad (7)$$

$$V_d = \frac{1}{2} D \left\{ \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} \left( (w_{dr}'(r))^2 + 2\nu r w_{dr}'(r) w_{dr}''(r) + r^2 (w_{dr}''(r))^2 \right) dr \right. \\ \times \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}(\varphi))^2 d\varphi + 2(1-\nu) \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^3} (w_{dr}(r) - r w_{dr}'(r))^2 dr \\ \times \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}'(\varphi))^2 d\varphi + \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^3} (w_{dr}(r))^2 dr \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}''(\varphi))^2 d\varphi \\ \left. + \int_{r_1}^{r_2} \frac{2}{r^2} w_{dr}(r) (w_{dr}'(r) + \nu r w_{dr}''(r)) dr \times \int_0^{2\pi} w_{d\varphi}(\varphi) w_{d\varphi}''(\varphi) d\varphi \right\} (q_d(t))^2 \quad (8)$$

次に、アウターパッドの運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを定式化する。アウターパッドの質量を  $m_{p1}$ , 慣性モーメントを  $I_{p1}$  とし、図 5 に示したように、 $z$  と  $\theta$  方向の変位を  $w_{p1}$ ,  $\theta_{p1}$  とする。さらに、ばね要素  $Sp_{11}$ ,  $Sp_{21}$ ,  $Sp_{31}$ ,  $Sp_{41}$  のばね定数を  $k_{b11}$ ,  $k_{b21}$ ,  $k_{c11}$ ,  $k_{c21}$  とすると、アウターパッドの運動およびポテンシャルエネルギー  $T_{p1}$ ,  $V_{p1}$  は、次式となる。

$$T_{p1} = \frac{1}{2} m_{p1} \dot{w}_{p1}^2 + \frac{1}{2} (m_{p1} L_{31}^2 + I_{p1}) \dot{\theta}_{p1}^2 \quad (9)$$

$$V_{p1} = \frac{1}{2} D_{op1} w_{p1}^2 - D_{op2} w_{p1} \theta_{p1} + \frac{1}{2} D_{op3} \theta_{p1}^2 \quad (10)$$

ここで、

$$D_{op1} = k_{b11} + k_{c11} + k_{c21} \quad (11)$$

$$D_{op2} = k_{c11} L_{11} + k_{c21} L_{21} \quad (12)$$

$$D_{op3} = k_{b21} + k_{c11} L_{11}^2 + k_{c21} L_{21}^2 \quad (13)$$

同様に、インナーパッドの  $z$  と  $\theta$  方向の変位を  $w_{p2}$ ,  $\theta_{p2}$ , 質量を  $m_{p2}$ , 慣性モーメントを  $I_{p2}$ , ばね要素  $\text{Sp}_{12}$ ,  $\text{Sp}_{22}$ ,  $\text{Sp}_{32}$ ,  $\text{Sp}_{42}$  のばね定数を  $k_{b12}$ ,  $k_{b22}$ ,  $k_{c12}$ ,  $k_{c22}$  とすると、インナーパッドの運動およびポテンシャルエネルギー  $T_{p2}$ ,  $V_{p2}$  は、次式となる。

$$T_{p2} = \frac{1}{2} m_{p2} \dot{w}_{p2}^2 + \frac{1}{2} (m_{p2} L_{32}^2 + I_{p2}) \dot{\theta}_{p2}^2 \quad (14)$$

$$V_{p2} = \frac{1}{2} D_{ip1} w_{p2}^2 - D_{ip2} w_{p2} \theta_{p2} + \frac{1}{2} D_{ip3} \theta_{p2}^2 \quad (15)$$

ここで、

$$D_{ip1} = k_{b12} + k_{c12} + k_{c22} \quad (16)$$

$$D_{ip2} = k_{c12} L_{12} + k_{c22} L_{22} \quad (17)$$

$$D_{ip3} = k_{b22} + k_{c12} L_{12}^2 + k_{c22} L_{22}^2 \quad (18)$$

次に、ブレーキ鳴きの発生要因となるディスクとパッド間の摩擦係数変化を表現する式を導く。今、ディスクとアウターパッド、インナーパッド間の単位面積当たりの接触剛性を、それぞれ  $k_{p1}$ ,  $k_{p2}$  とする。このとき、アウターパッド、インナーパッドとディスクの摩擦面間の垂直方向の相対変位によって生ずる面圧変化  $\bar{F}_{sp1}$ ,  $\bar{F}_{sp2}$  は、次式となる。

$$\bar{F}_{sp1} = -k_{p1} (s_1 - w_d) \quad (19)$$

$$\bar{F}_{sp2} = -k_{p2} (s_3 - w_d) \quad (20)$$

ここで、

$$s_1 = w_{p1} - (L_{31} - r \sin \varphi) \theta_{p1} \quad (21)$$

$$s_3 = w_{p2} - (L_{32} - r \sin \varphi) \theta_{p2} \quad (22)$$

この面圧変化により摩擦力の変化が生じ、これにより、アウターパッド、インナーパッドに摩擦力モーメント  $\bar{M}_{\theta p1}$ ,  $\bar{M}_{\theta p2}$  が作用する。いま、ディスクとアウターパッド、インナーパッド間の摩擦係数を、それぞれ  $\mu_{p1}$ ,  $\mu_{p2}$  とすると、 $\bar{M}_{\theta p1}$ ,  $\bar{M}_{\theta p2}$  は次式となる。

$$\bar{M}_{\theta p1} = -H_{p1} \mu_{p1} \bar{F}_{sp1} \cos \varphi \quad (23)$$

$$\bar{M}_{\theta p2} = -H_{p2} \mu_{p2} \bar{F}_{sp2} \cos \varphi \quad (24)$$

したがって、簡易モデルにおける自由度  $w_{p1}$ ,  $\theta_{p1}$ ,  $w_{p2}$ ,  $\theta_{p2}$ ,  $w_d$  に関する一般化力  $Q_{1nc}$ ,  $Q_{2nc}$ ,  $Q_{3nc}$ ,  $Q_{4nc}$ ,  $Q_{5nc}$  は、それぞれ次式となる。

$$Q_{1nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left( \bar{F}_{sp1} \frac{\partial s_1}{\partial w_{p1}} \right) r d\varphi dr \quad (25)$$

$$Q_{2nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left( \bar{F}_{sp1} \frac{\partial s_1}{\partial \theta_{p1}} + \bar{M}_{\theta p1} \right) r d\varphi dr \quad (26)$$

$$Q_{3nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left( \bar{F}_{sp2} \frac{\partial s_3}{\partial w_{p2}} \right) r d\varphi dr \quad (27)$$

$$Q_{4nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left( \bar{F}_{sp2} \frac{\partial s_3}{\partial \theta_{p2}} + \bar{M}_{\theta p2} \right) r d\varphi dr \quad (28)$$

$$Q_{5nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left( \bar{F}_{zd} \right) r d\varphi dr \quad (29)$$

式(5)～式(10), 式(15)～(19)より、次式に示すラグランジュアン  $L$  を得る。

$$L = T_d + T_{p1} + T_{p2} - V_d - V_{p1} - V_{p2} \quad (30)$$

これに、次式に示すラグランジュの運動方程式に代入して整理すれば、次式の運動方程式を得る。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_p) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (31)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  はシステムの変位ベクトル、 $\mathbf{M}$  は質量マトリクス、 $\mathbf{K}_s$ ,  $\mathbf{K}_p$  は剛性マトリクス、 $\mathbf{f}$  は起振力ベクトルである。なお、簡易モデルの自由度は、ディスク変位  $w_d$  を式(5)に示すように変数分離し、定式化したことから全5自由度となり、 $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}_s$ ,  $\mathbf{K}_p$  は下式となる。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} K_{s11} & K_{s12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{s21} & K_{s22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{s33} & K_{s34} & 0 \\ 0 & 0 & K_{s34} & K_{s44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{s55} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} K_{p11} & K_{p12} & 0 & 0 & K_{p15} \\ K_{p21} & K_{p22} & 0 & 0 & K_{p25} \\ 0 & 0 & K_{p33} & K_{p34} & K_{p35} \\ 0 & 0 & K_{p43} & K_{p44} & K_{p45} \\ K_{p51} & K_{p52} & K_{p53} & K_{p54} & K_{p55} \end{bmatrix} \quad (34)$$

ここで、 $K_{j/k}$  ( $j, k=1, 2, \dots, 5$ ) は、 $L_{1i}$  ( $i=1, 2$ ),  $L_{2i}$ ,  $k_{b1i}$ ,  $k_{b2i}$ ,  $k_{c1i}$ ,  $k_{c2i}$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $H_d$ ,  $N$  によって、 $K_{pjk}$  ( $j, k=1, 2, \dots, 5$ ) は、 $L_{3i}$  ( $i=1, 2$ ),  $\varphi_{pi}$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $N$ ,  $\beta$ ,  $k_{pi}$  によって決定される。また、ブレーキ鳴きの発生原因である起振力ベクトル  $\mathbf{f}$  は次式となる。

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{f21} & K_{f22} & 0 & 0 & K_{f25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{f43} & K_{f44} & K_{f45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{p1} \\ \theta_{p1} \\ w_{p2} \\ \theta_{p2} \\ q_d \end{Bmatrix} \quad (35)$$

ここで、

$$K_{f21} = -H_{p1} \mu_{p1} k_{p1} (r_2^2 - r_1^2) \sin \varphi_{p1} \quad (36)$$

$$K_{f22} = H_{p1} \mu_{p1} k_{p1} (r_2^2 - r_1^2) \sin \varphi_{p1} L_{31} \quad (37)$$

Table 1 Design parameter values

Design parameter	Value	Design parameter	Value
$L_{11}, L_{21}$	0.03 m	$I_{p1}, I_{p2}$	$2.26 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
$L_{21}, L_{22}$	0.09 m	$k_{b11}, k_{b12}$	$3.33 \times 10^7 \text{ N/m}$
$L_{31}, L_{32}$	0.06 m	$k_{b21}, k_{b22}$	$1.53 \times 10^4 \text{ N m/rad}$
$H_{p1}, H_{p2}$	0.017 m	$k_{c11}, k_{c12}$	$2.42 \times 10^7 \text{ N/m}$
$\varphi_{p1}, \varphi_{p2}$	26 deg	$k_{c21}, k_{c22}$	$2.42 \times 10^7 \text{ N/m}$
$m_{p1}, m_{p2}$	0.28 kg		
$r_1$	0.08 m	$E$	$1.60 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
$r_2$	0.13 m	$\rho$	$7.80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
$H_d$	0.017 m	$\nu$	0.3
$N$	4	$\beta$	8.1 deg

$$K_{f25} = H_{p1} \mu_{p1} k_{p1} D_f (r_2^3 - r_1^3) \quad (38)$$

$$K_{f43} = -H_{p2} \mu_{p2} k_{p2} (r_2^2 - r_1^2) \sin \varphi_{p2} \quad (39)$$

$$K_{f44} = H_{p2} \mu_{p2} k_{p2} (r_2^2 - r_1^2) \sin \varphi_{p2} L_{32} \quad (40)$$

$$K_{f45} = H_{p2} \mu_{p2} k_{p2} D_f (r_2^3 - r_1^3) \quad (41)$$

$$D_{f-} = \frac{((-1+N)\sin(\varphi_{p1}(1+N)) - (1+N)\sin(\varphi_{p1}(1-N)))\cos(\beta)}{3(-1+N^2)} \quad (42)$$

式(31)の固有値  $\lambda$  を求める。ここで、固有値  $\lambda$  が複素数となり、その  $\alpha$  を  $\lambda$  の実部、 $\omega$  を虚部とし、 $\lambda = \alpha + i\omega$  とする。さらに、 $\lambda$  の実部  $\alpha$  が正となる場合、ブレーキシステムにおいて、角振動数  $\omega$  とする自励振動、すなわちブレーキ鳴きが発生することになる。次節では、この固有値の値の変化により、ブレーキシステムのブレーキ鳴きの評価を行う。

#### 2.4 ブレーキ鳴き解析結果

ここでは、前節で構築した簡易モデルにより、ブレーキ鳴きの解析を行った結果を示す。なお、実際のブレーキ鳴きの発生状況は、ブレーキの使用条件等で変化する。特に、アウターパッド、インナーパッドとディスク間の摩擦係数  $\mu_{pi}$  ( $i=1,2$ ) と、接触剛性を表わす単位面積当たりのばね定数  $k_{pi}$  ( $i=1,2$ ) は、パッドの温度または摩耗により変化し、これがブレーキ鳴きの発生状況に大きく影響を及ぼす。このことから、以下に示す解析では、パッドの温度または摩耗の変化に対して、 $\mu_{pi}$  ( $i=1,2$ ) と  $k_{pi}$  ( $i=1,2$ ) の変化しうる値に対して、ブレーキ鳴きの有無を評価する。数値解析に必要な設計パラメータの値は、表1に示した。

最初に、アウターパッド、インナーパッドとディスク間の摩擦係数  $k_{pi}$  の両方の値を  $3.8 \times 10^{11} \text{ N/m}$  の一定値にし、摩擦係数  $\mu_{pi}$  を変化させた場合の複素固有値  $\lambda_j$  ( $j=1,2,\dots,5$ ) の変化を検討する。なお、この簡易モデルを用いて固有値解析を行うと、5つの固有値が得られるが、ここでは、固有値の虚部  $\omega_j$  の小さい順に固有値の順番付けをすることにする。図7と図8に、 $\mu_{p1} = \mu_{p2}$  としながら、摩擦係数  $\mu_{pi}$  を変化させた場合の  $\lambda_j$  の実部  $\alpha_j$  と虚部  $\omega_j$  の変化を、それぞれ示す。

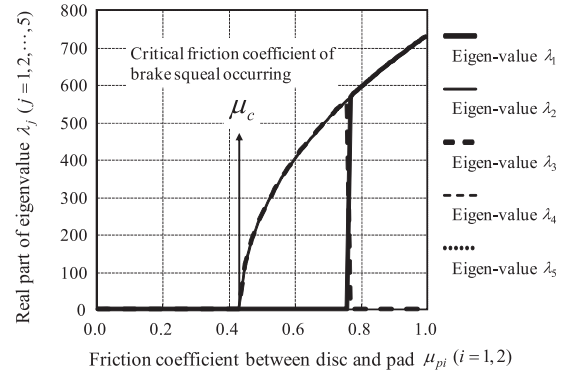


Fig. 7 Numerical result of real part of complex eigenvalue

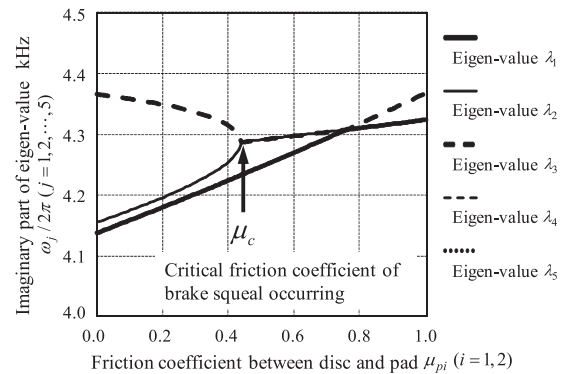


Fig. 8 Numerical result of imaginary part of complex eigenvalue

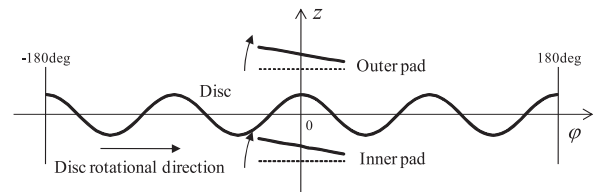


Fig. 9 Disc and pads vibration modes when the brake squeal occurs

図7から、5つの固有値  $\lambda_j$  の実部  $\alpha_j$  は、摩擦係数が小さいときはゼロで、 $\mu_{pi}$  が 0.43 を超えたときに正となっている。ここでは、この正となる臨界の摩擦係数を臨界摩擦係数  $\mu_c$  で表わす。この結果から、摩擦係数が臨界摩擦係数を超えた段階で自励振動が生じ、ブレーキ鳴きが発生すると考えられる。さらに、図8から、摩擦係数  $\mu_{pi}$  が臨界摩擦係数  $\mu_c$  に近づくにつれて、 $\lambda_2$  の虚部  $\omega_2$  の値は増加し、 $\lambda_3$  の虚部  $\omega_3$  の値は減少することにより、 $\omega_2$  と  $\omega_3$  の値は近づき、 $\mu_{pi}$  が臨界摩擦係数  $\mu_c$  を超えたとき、 $\omega_2 = \omega_3$  となっている。

図9に  $\omega_2 = \omega_3$  となる摩擦係数  $\mu_{pi}$  が 0.6 のときの  $\lambda_2$  および  $\lambda_3$  の振動モードの実部を示す。これより、振動モードは、ディスクの4次曲げとアウターおよびインナーパッドの剛体回転モードが主であり、図3と図4に示した実機のブレーキ鳴き発生時のディスク、パッドの振動モードの特徴と一致していることがわかる。

以上より、摩擦係数については、臨界摩擦係数  $\mu_c$  を超えると、ブレーキ鳴きに起因する2つの振動モードの角振動数は一致し、かつ自励振動が発生することにより、ブレーキ鳴きが発生することがわかった。

次に、アウターパッド、インナーパッドとディスク間の

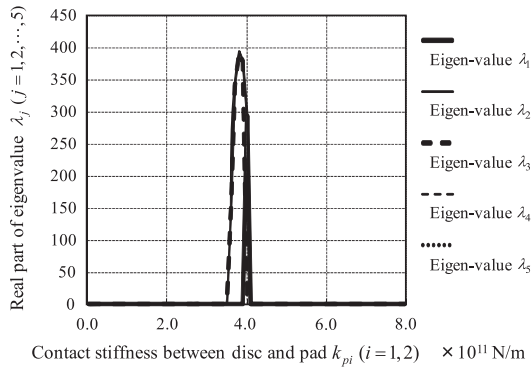


Fig. 10 Numerical result of real part of complex eigenvalue

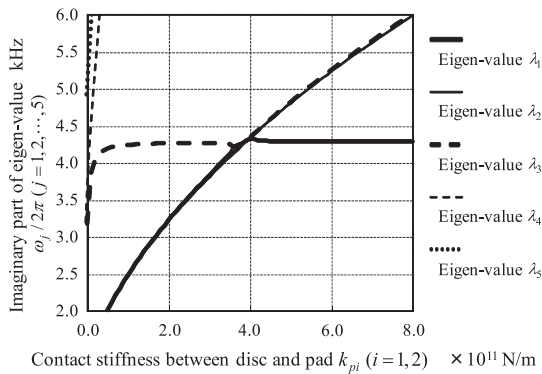


Fig. 11 Numerical result of imaginary part of complex eigenvalue

摩擦係数  $\mu_{pi}$  の両方の値を 0.6 の一定値にし、接触剛性  $k_{pi}$  を変化させた場合の複素固有値  $\lambda_j$  ( $j=1,2,\dots,5$ ) の変化を検討する。

図 10 と図 11 に、 $k_{p1}=k_{p2}$  としながら、接触剛性  $k_{pi}$  を変化させた場合の  $\lambda_j$  の実部  $\alpha_j$  と虚部  $\omega_j$  の変化をそれぞれ示す。図 10 から  $\lambda_j$  の実部  $\alpha_j$  ( $j=1,2,\dots,5$ ) は、 $k_{pi}$  が  $3.5 \times 10^{11} \text{ N/m} \sim 4.1 \times 10^{11} \text{ N/m}$  の範囲で正となることわかる。さらに、図 11 から  $\lambda_j$  の虚部  $\omega_j$  ( $j=1,2,\dots,5$ ) は、 $\alpha_j$  が正となる範囲において  $\omega_2 = \omega_3$  または  $\omega_1 = \omega_2$  となり、このとき自励振動を起し、それらの振動モードは、図 9 と同じであった。以上から、接触剛性については、 $3.5 \times 10^{11} \text{ N/m} \sim 4.1 \times 10^{11} \text{ N/m}$  の範囲内においてのみブレーキ鳴きが発生することがわかる。以上の結果から、3 章で示す新しいブレーキ鳴き低減設計の評価指標を提案する。

### 2.5 実験検証

次に、前述のブレーキ鳴きの発生メカニズムの妥当性を実験検証した結果を示す。

図 1 に実験装置を示したように、ディスクとキャリパで構成されるブレーキシステムを、実験装置に固定されたサスペンション部品に取り付ける。ディスクをモーターに連結したシャフトにより、毎分 5 回転ほどで回転させながら、キャリパに 2.5MPa まで油圧を負荷する。そして、シェイカーでディスクに、500Hz から 10000Hz までの正弦波の起振力をスイープさせながら与えることにより振動させ、レーザーバイプロメーターによりそのディスクの振動変位を、加速度計によりパッドとキャリパの加速度を測定する。なお、ブレーキトルクと熱による摩擦係数  $\mu_{pi}$  の変化による固有振動数のばらつきが生じないように、パッドに埋め込ん

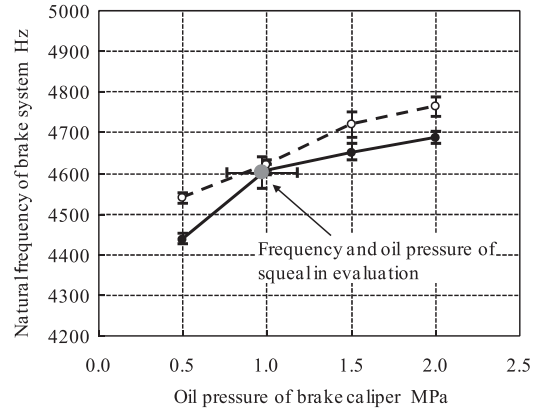


Fig. 12 Experimental result to verify numerical analysis

だ熱電対で測定される温度とブレーキトルクを管理し、実験検証を行った。

図 8 と図 11 に示したように、ブレーキシステムの固有振動数は、パッドとディスク間の摩擦係数  $\mu_{pi}$  と接触剛性  $k_{pi}$  により変化する。しかし、図 8 で示した数値解析の実験検証で必要となる摩擦係数  $\mu_{pi}$  の変化 (0.0~1.0) を設定することは難しいが、接触剛性  $k_{pi}$  はパッドをディスクに押し付ける荷重を調整することにより、取り得る値を特定の範囲に収まるように設定させることができる。よって本実験では、図 11 で示した数値解析結果について実験検証を行う。

図 12 に、キャリパに負荷した油圧値と、ブレーキ鳴き発生時の振動数、すなわち 4600Hz にもっとも近いディスクが半径方向に節を持つ 4 次の曲げモードで振動するブレーキシステムの 2 つの固有振動数との関係を示す。なお、ブレーキシステムの固有振動数は、起振力を 500Hz から 10000Hz までスイープさせながら、ディスクの面外方向に与え、レーザーバイプロメーターにより測定したディスク面外方向の振動変位およびパッド面外方向の振動加速度の起振力に対する伝達関数を FFT で計算し、その結果から共振周波数を解析することにより求めた。図からわかるように、ブレーキシステムの 2 つの固有振動数は、キャリパに負荷した油圧を上げると上昇しながら近接し、油圧が 1.0MPa で最も近づく。さらに油圧を上げると、2 つの固有振動数は上昇しながら離れていく。また、ブレーキ鳴きの振動数と発生油圧は、ブレーキシステムの 2 つの固有振動数が最も近づく振動数および油圧と一致する。したがって、図 10 と図 11 で示した計算解析結果と実験結果とは、ディスクの 4 次曲げモードの振動数が計算解析の方が 4% 低い場合、ブレーキ鳴きの振動数は計算解析結果の方が 7% 低い。ブレーキシステムの固有振動数とブレーキ鳴きの振動数の関係は整合し、上で述べたブレーキ鳴きの発生メカニズムは妥当であることがわかった。

## 3. ブレーキ低減設計

### 3.1 設計評価尺度

前述のように、ブレーキ鳴きの発生条件は、パッドとディスク間の摩擦係数  $\mu_{pi}$  と接触剛性  $k_{pi}$  の影響を受ける。さらに、ブレーキ鳴きは、複素固有値の実部  $\alpha_j$  が正になることで発生するので、ブレーキ鳴きを阻止するように設計するためには、 $\alpha_j$  が正になる領域内に存在しないようにブレーキシステムの設計諸元を決定する必要がある。

実際のブレーキ鳴き低減のための設計では、ブレーキの

制動性能より決定された摩擦係数  $\mu_{pi}$  でブレーキ鳴き低減を可能とする設計諸元を検討する必要がある。また、ブレーキ鳴き発生に大きく影響を及ぼす、もう一つの要因である接触剛性  $k_{pi}$  は、パッドの押し付け力やディスクとの接触面積などのような設計諸元により、取り得る値を特定の範囲に収まるように設定することができる。そこで、本研究では摩擦係数  $\mu_{pi}$  と接触剛性  $k_{pi}$  の両方に着目してブレーキ鳴き発生との関連性を明確化し、それに基づき新しい設計指標を構築する。

ブレーキシステムの構想設計段階では、ブレーキの制動性能から、摩擦係数  $\mu_{pi}$  の設定可能な範囲が決定される。これに対して、接触剛性  $k_{pi}$  は、パッドの押し付け力で変化し、その押し付け力の設定によって、設定可能な範囲が決定される。したがって、摩擦係数  $\mu_{pi}$  と接触剛性  $k_{pi}$  の設定可能な範囲は、図 13 に示した摩擦係数  $\mu_{pi}$  と接触剛性  $k_{pi}$  の図では、矩形領域 Rp となる。他方、ブレーキ鳴きの発生領域は、前述の考察結果から図 13 に示した半紡錘形領域 Rs となる。ここで、ブレーキ鳴きが完全に発生しないように設計するには、この 2 つの領域が重ならないようにすればよい。また、領域が重なったとしても、その面積ができるだけ小さく設計できれば、ブレーキ鳴きの発生頻度は少なくできると考えられる。したがって、ブレーキ低減のための設計評価尺度は、領域 Rp と領域 Rs が重なる領域の測度  $Meas(Rp \cap Rs)$  で表すことができる。この評価尺度により、ブレーキ鳴きを低減するには、領域 Rp と領域 Rs が重なる面積を 0 にするという明確な目標を示すことができるとともに、重なった面積によりブレーキ鳴きが発生する可能性の割合を定量的に示すことができる。次には、この評価尺度を用いてブレーキ鳴きの低減設計を行うための方法論について説明する。

### 3.2 構成部品設計への展開法

パッドとディスク間の摩擦係数  $\mu_{pi}$  と接触剛性  $k_{pi}$  の設定領域 Rp とブレーキ鳴き発生領域 Rs とが重なる面積を 0 にするには、

(A) 領域 Rp の移動または縮小

(B) 領域 Rs の移動または縮小

の 2 つの方法がある。(A) を行うには  $\mu_{pi}$  の設定範囲を臨界摩擦係数  $\mu_c$  より小さくすることにより、領域 Rp と領域 Rs が重なる面積を 0 にすればよい。しかしながら、パッドとディスク間の摩擦係数  $\mu_{pi}$  を減少させるとブレーキの基本機能である制動性能を悪化させることになり、ブレーキ性能の向上と両立できないので、この方法は得策とはいえない

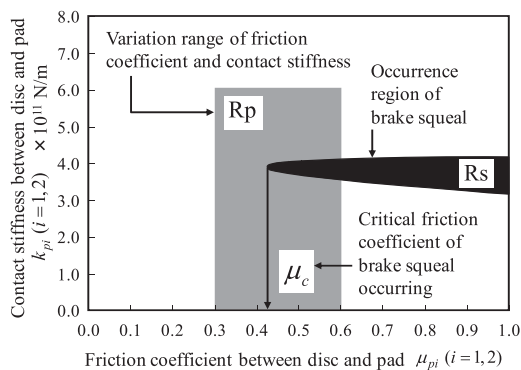


Fig. 13 Performance measure of brake squeal

い。これに対して (B) の方法は、Rs が全ての接触剛性を含むブレーキシステムの設計諸元により決定されることから、システムの設計諸元の変更のみで、ブレーキ性能を悪化させることなく、ブレーキ鳴きの低減ができる。

そこで、ここでは、パッドの支持に関する設計諸元を変更することで、図 13 に示す臨界摩擦係数  $\mu_c$  を高くし、Rs を右方へ移動させることによりブレーキ鳴きを低減する方法を検討する。

2章で説明した簡易解析モデルを用いて解析を行い、臨界摩擦係数  $\mu_c$  と支持剛性の関係を調べた。その結果、パッドを支持する剛性  $k_{b11}$ ,  $k_{b12}$ ,  $k_{b21}$ ,  $k_{b22}$ ,  $k_{c11}$ ,  $k_{c12}$ ,  $k_{c21}$ ,  $k_{c22}$  のそれぞれを増加させると、臨界摩擦係数  $\mu_c$  が上昇することがわかった。なお、この結果は、実際のブレーキ鳴き低減方法と合致している。そして、これらを増加するように構成部品を設計するには、以下の 2 つの方法が考えられる。

- ① パッドを支持するマウンティングブラケットの高剛性化、すなわち  $k_{b11}$ ,  $k_{b12}$ ,  $k_{b21}$ ,  $k_{b22}$  の増加
- ② キャリパとパッドの接触面積の増大、すなわち  $k_{c11}$ ,  $k_{c12}$ ,  $k_{c21}$ ,  $k_{c22}$  の増加

以上のように、本研究で提案する評価尺度を用いれば、従来までに提案された方法<sup>12)~17)</sup>では不可能であったブレーキ鳴きの要因と設計諸元との関係が明確化され、構成部品設計の展開が合理的かつ的確に行うことができる。

### 3.3 設計例

ここでは、上で述べた①の方法でブレーキ鳴きを低減した設計例を示す。なお、実際の製品設計への適用を対象としたため、ここでブレーキ鳴き低減を検討するブレーキシステムは、2章で用いたブレーキシステムの諸元とは異なり、ディスク半径は 20mm 大きくなっている。そのため、今回対象としているブレーキ鳴きの発生に起因するディスクの固有振動数が 18% 低下し、その結果、2章で解析を行った振動モードに相応するブレーキ鳴きの振動数は、3.3kHz 程度に下がると予想される。図 14 に、ブレーキ鳴き低減設計を行う前の実験によるブレーキ鳴き評価結果を示す。評価実験では、まずディスクの回転数が 180rpm で一定回転させ、その後制動させた際に、ブレーキ鳴き発生時の音を周波数分析し、ブレーキ鳴きの振動数と最大音圧の関係を調べた。

なお、ブレーキ鳴き評価は、制動前のパッド温度を 40°C から 200°C 間で 11 水準、制動時にキャリパに負荷する油圧を 0.2MPa から 2.5MPa 間で 10 水準とし、その組合せからなる 110 条件に関して実験を行った。これより 3~3.5kHz

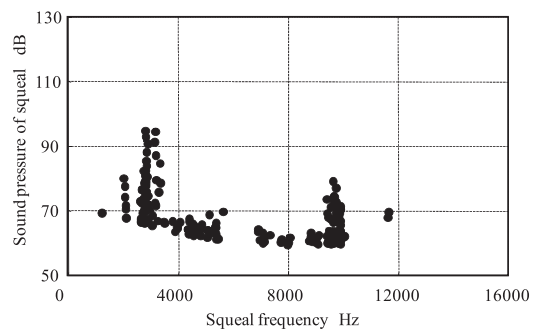


Fig. 14 Squeal evaluating result of original design shape

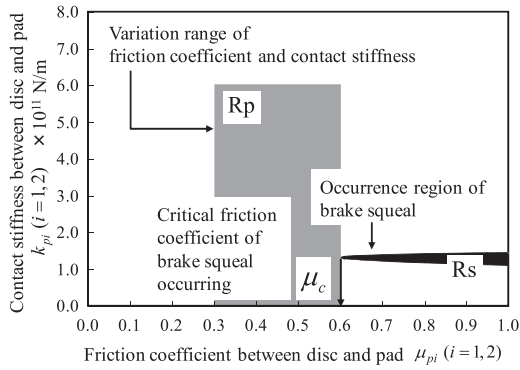


Fig. 15 Performance measure of brake squeal

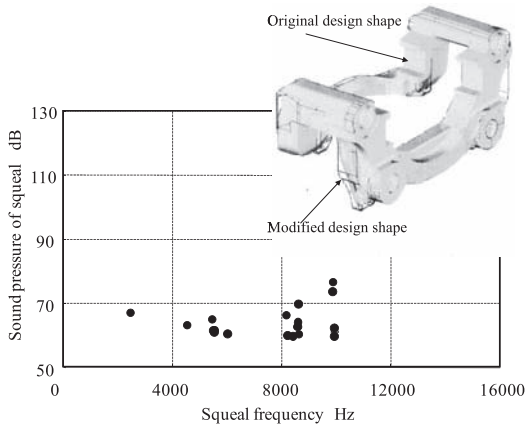


Fig. 16 Squeal evaluation result of modified design shape

と 9.5~10kHz の振動数で音圧の高いブレーキ鳴きが発生している。そのなかで、2章で解析を行った振動モードに対応することを実験で確認した 3kHz のブレーキ鳴きの低減を行ってみる。

本研究で提案する方法により、 $\mu_{pi}$  と  $k_{pi}$  の設定領域 Rp とブレーキ鳴き発生領域 Rs の重なる面積が 0 となるようにするには、パッドを支持するマウンティングブラケットの剛性を示すばね定数である  $k_{b21}$ 、 $k_{b22}$  をそれぞれ現状の値に対して、今回の検討では 28% 増加させればよいことがわかった。その剛性値でブレーキ鳴き発生領域 Rs を計算した結果を図 15 に示す。

$\mu_c$  は 0.6 に向上し、 $Meas(Rp \cap Rs) = 0$  となっていることがわかる。この結果に基づきパッドを支持する部品であるマウンティングブラケットの形状変更を行い、図 14 の評価結果を求めた同様の実験により、ブレーキ鳴きを評価した結果を図 16 に示す。ブラケットの形状変更により、3kHz のブレーキ鳴きが発生する回数が減り、さらに発生時の音圧も下がっていることから、3kHz のブレーキ鳴き低減が可能となったことがわかる。

以上のことから、本研究で提案した設計法の妥当性と有効性が確認できた。

#### 4. 結 言

本研究では、FOA の考え方に基づき、ディスクブレーキ鳴き低減を目指した構想設計法について、その簡易モデルにより解析方法と設計評価尺度を構築した。得られた結果を以下に示す。

- (1) 構想設計段階で検討すべき諸元および特性とブレーキ鳴きの発生メカニズムを関連付ける簡易モデルを構築した。
- (2) 構築した簡易モデルが、対象としているブレーキ鳴きの現象と発生メカニズムを明確にできることを確認した。さらに、実験検証により、簡易モデルの妥当性を検証した。
- (3) 簡易モデルによる解析から、構想設計段階におけるブレーキ鳴き性能と設計諸元の関係が明確化可能で、設計指針を提供することができる、新しい設計評価尺度を構築した。
- (4) 本研究で構築した設計法を、実際のブレーキ鳴き低減設計に適用し、その有効性を検証した。

#### 参 考 文 献

- 1) H. Nishigaki et al.: First Order Analysis for Automotive Body Structure Design, Proceedings of DECT'00 ASME2000 Design Engineering Technical Conference and Computer and Information in Engineering Conference, DECT2000/DAC-14533, (2000) 1.
- 2) N. M. Kinkaid, O. M. O'Reilly and P. Papadopoulos: Review Automotive Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration, **267**, 1(2003) 105.
- 3) H. Okamura and M. Nishiwaki: Study on Brake Noise : 1st Report, On Drum Brake Squeal, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **54**, 497, (1988-1) 166 (in Japanese).
- 4) H. Harada et al.: Study of Brake Noise : 2nd Report, On Disc Brake Squeal, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **55**, 512 (1989-4) 932 (in Japanese).
- 5) M. Nishiwaki: Study of Brake Noise : 5th Report, Generalized Theory of Brake Noise, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **56**, 527 (1990-7) 138 (in Japanese).
- 6) A. Sueoka et al.: Squeal of a Disk Brake Floating Type for Cars : 1st Report, Relationship between Occurrence of Squeal and Contact Region between Rotor and Pads in Experiment, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **67**, 658 (2001-6) 1719 (in Japanese).
- 7) A. Sueoka, T. Ryu and K. Shirozu: Squeal of a Disk Brake Floating Type for Car : 2nd Report, Analytical Results, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **67**, 658 (2001-6) 1727 (in Japanese).
- 8) A. Sueoka and T. Ryu: Noise and Vibration in Disk Brake for Automotive, Journal of the Japanese Society of Tribologists, **48**, 1(2003) 36 (in Japanese).
- 9) Y. Nakano, T. Ryu and A. Sueoka: Squeal of Rigid Type Disk Brake for Car, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **70**, 700 (2004-12) 3398 (in Japanese).
- 10) H. Blok: Fundamental mechanical aspects of boundary lubrication, SAE Journal, **46**, (1940) 54.
- 11) A. Watari and T. Sugimoto: Vibrations Caused by Dry Friction, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, **29**, 200, (1963-4) 769 (in Japanese).
- 12) GX. Chen et al.: Experimental investigation into squeal under reciprocating sliding, Tribology International, **36**, 12(2003) 961.
- 13) GX. Chen and Z. R. Zhou: Experimental observation of the initiation process of friction-induced vibration under reciprocating sliding condition, Wear, **259**, 1-6(2005) 277.
- 14) N. Millner: An Analysis of Disk Brake Squeal, SAE , **780332**, (1978) 1.
- 15) K. Ohta et al.: Study on the Disk Brake Squeal : Simulation Using Modal Analysis Technique and Experiments, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **50**, 457, (1984-6) 1585.
- 16) U. Wagner, D. Hochlenert and P. Hagedorn: Minimal Models for Disk Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration, **302**, 3(2007) 527.
- 17) G. D. Liles: Analysis of Disk Brake Squeal Using Finite Element Methods, SAE, **891150**, (1989) 1.
- 18) I. Kido, T. Kurahachi and M. Asai: A Study on Low-Frequency Brake Squeal Noise, SAE , **960993**, (1996) 1.
- 19) C. Chung et al.: A New Analysis Method for Brake Squeal Part1: Theory for Modal Domain Formulation and Stability Analysis, SAE , **2001-01-1600**, (2001) 1.