

トポロジー最適化を用いた 熱光起電力フィルタの設計手法

TOPOLOGY OPTIMIZATION FOR A THERMOPHOTOVOLTAIC FILTER

川井一平¹⁾, 内田直孝¹⁾, 泉井一浩¹⁾, 西脇眞二¹⁾, 吉村允孝¹⁾, 野村壮史²⁾
 Ippei KAWAI, Naotaka UCHIDA, Kazuhiro IZUI, Shinji NISHIWAKI,
 Masataka YOSHIMURA and Tsuyoshi NOMURA

¹⁾京都市立大学 工学研究科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

²⁾株式会社豊田中央研究所 (〒 480-1192 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道 41 番地の 1)

In this paper, we propose a topology optimization method for a Thermophotovoltaic filter which has Frequency Selective Surfaces inside. First, we formulate a multi-objective function using S parameter in order to get the design proposal of TPV filter having desired high pass characteristics. Secondly, we propose a new method to get rid of gray scale, adding a penalty function concerning material density to objective function. In the end, numerical examples are presented to make sure the usefulness of our proposed method.

Key Words : *Topology optimization, Thermophotovoltaic filter, Frequency Selective Surfaces*

1. 緒言

近年、光電変換技術の進歩に伴い、熱光起電力 (Thermophotovoltaic 以下 TPV) 発電システムが注目されている。TPV 発電システム中に用いられる光電変換 (Photovoltaic 以下 PV) セルは、一定波長以下の入射光しか電力に変換することができず、電力に変換できない波長域の光を入射させると発電効率が低下することが知られており、高効率な発電システムを実現するために、ハイパスフィルタの利用が考えられる。以下、特に TPV 発電システムで使用することを想定したハイパスフィルタを TPV フィルタと記述する。ハイパスフィルタの設計にあたっては、周波数選択板 (Frequency Selective Surface 以下 FSS)[1] の利用が考えられる。FSS とは特定の周波数帯の電磁波のみを透過または反射させることができる特徴を有する非常に薄い構造体であり、その特性を利用することにより TPV フィルタを設計することも可能である。

しかしながら、TPV フィルタのような電磁波デバイスの設計は、通常設計者の勘と経験に基づいて行われており、この方法では常に所望の性能を有する構造物を設計することは難しく、システムチックに設計する方法が望まれている。そのような方法のひとつとして、トポロジー最適化があげられる。

トポロジー最適化 [2] とは、形状設計問題を材料分布問題に置き換えを行うことにより、外形形状だけでなく、トポロジーをも変更できる最も自由度の高い構造最適化方法である。これまでも機械製品の構造設計などに広く利用されており、設計対象物の抜本的な性能改善が行えるとして注目を集めている。近年ではトポロジー最適化の電磁波伝搬問題への適用も広く研究されるようになってきている。[3] 本論文では、トポロジー最適化を用いて、周波数選択板 (Frequency Selective

Surface 以下 FSS) を含む TPV フィルタを設計するための構造最適化問題の新しい定式化を行う。さらに、この定式化において材料密度についてのペナルティ関数を導入することで、グレースケール問題を解消する手法を提案し、最後に数値例を示すことにより、本研究の有用性について検証する。

2. 定式化

(1) TPV フィルタ

Fig.1 に示すように、TPV 発電システムは、熱源、エミッタ、TPV フィルタ、PV セルの 4 つの要素から構成され、熱源から発生するふく射光をフィルタリングした後、PV セルに入射させ、光起電力効果により起電力を得るシステムであり、太陽光発電システムと比較すると、時間や場所によらず安定した発電が可能であり、発光部分と受光部分の位置関係を自由に決めることができるといったメリットを持つ。本研究では、偏向状態の影響を受けにくいという特徴を持つ、正方形開口型の FSS を 2 層並べ、周囲の誘電体分布を変化させることにより、所望のハイパス特性を有する TPV フィルタを得ることを考える。

(2) トポロジー最適化

トポロジー最適化における基本的な考え方は、最適構造を含む固定設計領域と、材料の存在をあらゆる特性関数を導入することにある。この特性関数および固定設計領域の導入により、トポロジー最適化における最適設計問題は、固定設計領域における材料分布問題に置き換えられる。しかし、この特性関数は、固定設計領域内で、不連続な特性を持つことになる。本研究では、電磁波伝播問題の代表物理テンソルである比誘電率 ϵ_r を、密度法を用いて以下のように連続近似する。

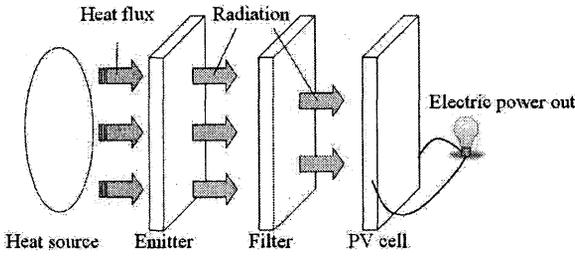


Fig.1 TPV generation of electricity

$$\epsilon_r(\rho(\mathbf{x})) = \epsilon_r^{\text{air}} + (\epsilon_r^{\text{solid}} - \epsilon_r^{\text{air}})\rho(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ここで、 $\rho(\mathbf{x})$ は正規化された体積密度、 ϵ_r^{air} は空気の比誘電率、 $\epsilon_r^{\text{solid}}$ は、使用する誘電体材料の比誘電率であり、等方性材料を仮定し、比誘電率は実数であるとした。

(3) 電磁波伝搬問題の支配方程式

電磁波伝搬問題は、マクスウェル方程式により支配される。周波数領域に着目すると、マクスウェル方程式は、以下のように記述される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mathbf{B} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\mathbf{D} + \mathbf{J} \quad (3)$$

ここで、 ϵ, μ はそれぞれ、誘電率、透磁率、であり、 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{J}$ はそれぞれ、電場、電束密度、磁場、磁束密度、電流密度、 ω は、角周波数である。本研究では電場を未知数とするため、式(2)、式(3)から磁場を消去した次のヘルムホルツ方程式が支配方程式となる。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) - \omega^2 \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (4)$$

(4) 最適化問題の定式化

本研究では、電磁波の透過率の評価に S パラメータを用いる。この節では、まず S パラメータについて説明した後、目的関数を定式化する。

高周波デバイスの性能は、各ポート間の信号の伝達特性を表す S パラメータによって記述することができる。 S パラメータ $|S_{ij}|$ は、ポート j からの入力信号に対するポート i への出力信号の振幅比と位相差を与える複素数であり、

$$S_{ij} = \frac{\int_{\Gamma_i} (\mathbf{n}_i \times \Phi_j) \cdot (\mathbf{n}_i \times \mathbf{e}_i) d\Gamma}{\int_{\Gamma_j} (\mathbf{n}_j \times \Phi_j^{\text{inc}}) \cdot (\mathbf{n}_j \times \mathbf{e}_j) d\Gamma} - \delta_{ij} \quad (5)$$

と記述できる。ここで、 Γ_i, Γ_j はポート i, j の定義される面、 Φ_j は、ポート j からの入力による電磁界、 $\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j$ はそれぞれ Γ_i, Γ_j における法線ベクトル場、 Φ_j^{inc}

はポート j の入射電磁界、 $\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j$ はポート i, j での規格化されたモードを表す実数のベクトル場、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表す。

次に、目的関数の設定を行う。前述のように、入力信号に対する出力信号の振幅比は S パラメータの絶対値で与えられる。本研究では、いくつかの異なる波長の入射電磁波に対して $|S_{ij}|$ を求め、以下のように多目的目的関数を定義することにより、ハイパスフィルタの設計を行った。

$$\text{minimize } \sum_k w_k |S_{ij}^{\lambda_k}| \quad w_k = \begin{cases} -1 & \text{if } \lambda_k \leq \lambda_b \\ 1 & \text{if } \lambda_k > \lambda_b \end{cases} \quad (6)$$

subject to

$$V = \int_D \rho(\mathbf{x}) d\Omega \leq V^U \quad (7)$$

$$\epsilon_r(\rho(\mathbf{x})) = \epsilon_r^{\text{air}} + (\epsilon_r^{\text{dielectric}} - \epsilon_r^{\text{air}})\rho(\mathbf{x}) \quad (8)$$

$$0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1 \quad (9)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) - \omega^2 \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (10)$$

ここで、 $|S_{ij}^{\lambda_k}|$ は、波長 λ_k の入射電磁波に対する $|S_{ij}|$ であり、 λ_b は、目的とするフィルタの通過域と減衰域の境目となる波長である。また、 V は、誘電体の総体積、 V^U は、誘電体の体積制約の上限値である。

しかしながら、後に示すが、式(6)を目的関数として最適化を行うと、最適構造として設計変数が1と0の中間値を持つ構造がえられる。これは、グレイスケールと呼ばれ、構造力学分野においてもみられる現象であるが、トポロジー最適化においては最適解として設計変数が0か1の解のみを前提としており、そのような解は、現実的な解とは言えない。本研究では、目的関数に次式のようなペナルティを与える項を加えることにより、この問題の克服を試みる。

$$p_{\cos} = \frac{1}{2} [1 - \cos\{2\pi\rho(\mathbf{x})\}] \quad (11)$$

$$p_{\sin} = \sin\{\pi\rho(\mathbf{x})\} \quad (12)$$

式(12)、式(11)の設計領域 D における積分値を目的関数に加えて、新たな目的関数は次のように定義できる。ただし、 p は、 p_{\cos} または p_{\sin} をあらわし、制約条件は変わらない。

$$\text{minimize } \frac{\sum_k w_k |S_{ij}^{\lambda_k}|}{(\sum_k w_k |S_{ij}^{\lambda_k}|)_{\text{initial configuration}}} + \alpha \int_D p d\Omega \quad (13)$$

$$w_k = \begin{cases} -1 & \text{if } \lambda_k \leq \lambda_b \\ 1 & \text{if } \lambda_k > \lambda_b \end{cases}$$

ここで、 α は重み係数であり、この値を適当に設定することにより、目的関数および目的関数の設計変数に対する感度のスケールを調整することができる。

3. 数値実装法

(1) 最適化の手順

最適化のフローチャートを Fig.2 に示す. 本研究においては, 設計モデルの作成及び有限要素解析には COMSOL Multiphysics(以下 COMSOL)[4] を利用し, その他の処理については Matlab を利用した. COMSOL は, COMSOL 社により開発されたマルチフィジクスシミュレーションソフトウェアであり, 複雑な形状や制約条件をもつモデルや, 連成問題を容易に解析でき, Matlab により制御可能であるといった特徴をもち, 内田ら [5] によりトポロジー最適化での利用が提案されている.

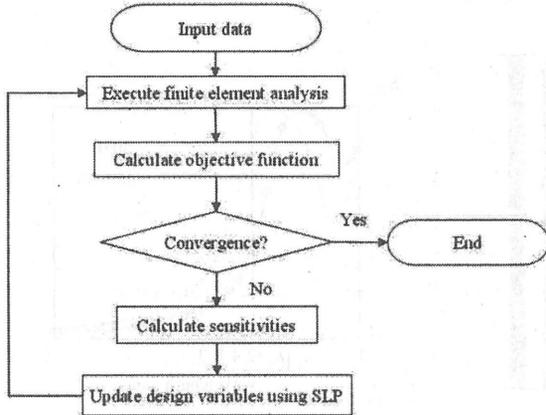


Fig.2 Flowchart of optimization procedure

(2) 感度解析の方法

先に述べたように, 設計変数更新のためには, 目的関数の設計変数に関する設計感度を算出する必要がある. しかし, 一般に状態変数は設計変数の陰関数であるから, 設計感度を直接求めることができない. そこで, 随伴変数法という方法が広く使われている. 本研究では, 感度解析に Self-Adjoint S-parameter Sensitivity という Nikolova ら [6] が提案している計算手法を利用している. この手法は, 随伴変数法の一つとみなすことができ, Sパラメータを目的関数とする問題に対して広くかつ容易に適用可能である.

この手法によると, 入力ポートと出力ポート (仮にポート 1, ポート 2 とする) を 1 つずつ持つモデルの場合, ポート 1 からの入力による S_{21} の感度解析に必要な随伴場は, ポート 2 からの入力による電場に複素係数 κ_{21} をかけたものであてられる. これは, 一般に, m 個のポートを持つ系についても適用することができ, Sパラメータに対する感度は次式により求めることができる.

$$\frac{\partial S_{kj}}{\partial p_i} = -\kappa_{kj}(\Phi_k)^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p_i} \Phi_j \quad (14)$$

$$j, k = 1, 2, \dots, m$$

ここで, p_i は i 番目の設計変数, κ_{kj} はポート k , j に依存して決定される複素係数, Φ_k , Φ_j は, それぞ

れポート k , j からの入力による電場, \mathbf{A} は, 系を離散化した際に得られるシステムマトリクスである.

なお, κ_{kj} は, ポートの形状, 強度, 位相, 励振モードに依存する複素係数であり, 次式であてえられる.

$$\kappa_{kj} = \frac{1}{2\gamma_k \phi_{0k} \int_{\Gamma_j} (\mathbf{n} \times \Phi_j^{inc}) \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{e}_j) d\Gamma} \quad (15)$$

ここで, γ_k はポート k の伝播定数, ϕ_{0k} はポート k の励振強度を増幅するための係数, Γ_j はポート j 面, \mathbf{n} はポート j 面の法線ベクトル, Φ_j^{inc} はポート j の入射電場, \mathbf{e}_j はポート j での規格化されたモードを表す実数の場である.

4. 数値例

(1) 設計条件の設定

いくつかの数値例を用いて, 本研究で提案する手法の妥当性および有効性について検証した. 使用する材料は, 比誘電率 $\epsilon_r^{dielectric} = 4.8$, モデルは Fig.3 に示す. このうち, 中央部が設計領域であり, 入力ポート (ポート 1) からの入力信号に対する出力ポート (ポート 2) への出力信号の振幅比を与える $|S_{21}|$ により透過率の評価を行う. 設計領域は 59×299 の四角形有限要素に分割, それぞれの節点に設計変数を配置したので, 設計変数は 18000 個である. 式 (7) で与えられる体積制約の上限値については $V^U = 0.6$ に設定し, 密度の初期値は, 設計領域中のすべての点において 0.6 とした. また, 前述のとおり, FSS を 2 層配置し, より良いハイパス性能を得るために, それぞれの層で FSS の大きさを若干変えている. なお, 本研究のモデルでは, 垂直入射, TE 波 (Transverse Electric Wave) を仮定し, $1(\mu\text{m})$ から $5(\mu\text{m})$ まで $0.1(\mu\text{m})$ きざみで計 41 種類の波長の電磁波を入射させ, $\lambda_b = 2.4(\mu\text{m})$ とした. 上面と下面には, 境界条件として次式で与えられる完全磁気導体 (Perfect Magnetic Conductor) を適用した.

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0 \quad (16)$$

ここで, \mathbf{n} は, 境界条件を適用する面の法線ベクトルである. この境界条件により, 垂直入射の平面波を仮定することができ, FSS が無限に配列された状況を再現することができる.

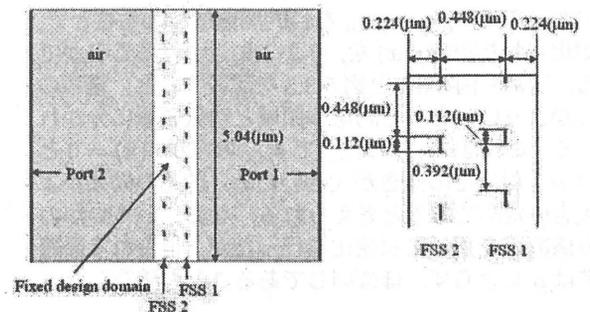


Fig.3 Analysis model (left) and enlarged design domain (right)

(2) 目的関数にペナルティ項を加えない場合

前節の設計条件のもと、最適化を行った結果得られた最適構造と最適化を始める前の構造、および最適化後の構造での周波数応答を Fig. 4 に示す。なお、黒色の領域が体積密度 1 に対応する誘電体領域（比誘電率 4.8）、白色の領域が体積密度 0 に対応する空気領域を表す。また、破線は、誘電体が体積密度 0.6 で一様に分布した初期構造における応答を表し、赤色の実線は最適化後の構造における応答を表す。最適化前に比べ、最適化後の応答ではより良いハイパス性能を示していることが見て取れる。しかしながら、最適構造において、誘電体でも空気でもない領域、すなわちグレースケールが存在していることがわかる。

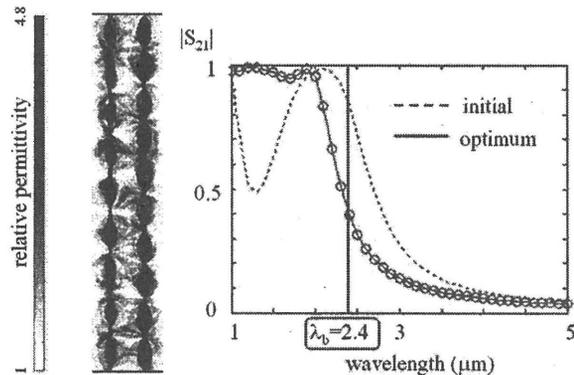


Fig.4 Numerical result 1

(3) 目的関数にペナルティ項を加える場合

式(11), (12)で表される p_{cos} , p_{sin} を加えて最適化を行った結果を、それぞれ Fig. 5, Fig.6 に示す。なお、重み係数 α は、0.14 とした。まず、周波数応答を比較すると、目的関数にペナルティ項を加えずに最適化した方が、より良いハイパス特性を示すことが分かる。しかしながら、誘電体分布図を比較すると、ペナルティ項を加えることにより、グレースケールは大幅に減少していることが分かる。 p_{cos} , p_{sin} を目的関数に加えることによる効果を考察すると、どちらの関数も、 $\rho(x) = 0$ と $\rho(x) = 1$ で最小値 0, $\rho(x) = 0.5$ で最大値 1 をとる。ゆえに、目的関数を最小化する本研究においては、 p_{cos} , p_{sin} を目的関数に加えることで、正規化された密度 $\rho(x)$ を、0 か 1 に近づけることができる。次に、図 5.3.1 と図 5.3.3 を比較すると、後者のほうがよりはっきりと誘電体領域と空気領域に分かれている。これは、 p_{cos} に比べて p_{sin} の方が $\rho(x) = 0$ と $\rho(x) = 1$ 付近での傾きが大きいため、前述の効果がより大きいためであると考えられる。なお、いくつかの重み係数 α を用いて最適化を行ったが、得られる最適構造は α によらず、ほぼ同じであることも確認した。

5. 結言

本研究では、より良いハイパス特性をもつ TPV フィルタの設計手法として、トポロジー最適設計手法に着目し、その厳密な取り扱いについて記述した。また、グ

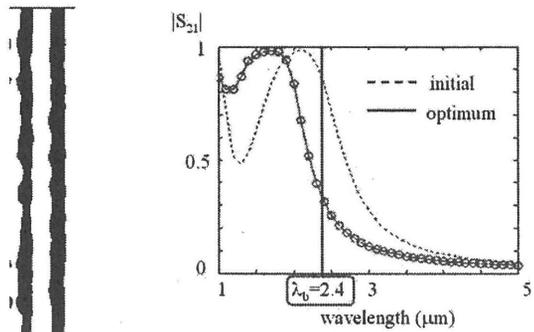


Fig.5 Numerical result 2

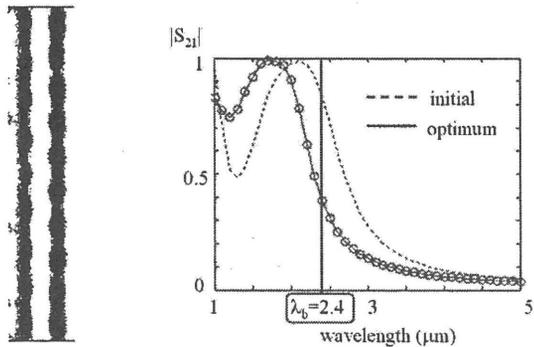


Fig.6 Numerical result 3

レースケール問題を回避する手法を提案し、数値例を用いてその有効性を確認した。

参考文献

- 1) Munk, B. A. :Frequency selective surfaces theory and design ,Wiley-Interscience , 2000.
- 2) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N. :Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method , *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.71 ,pp.197-224 ,1988.
- 3) Kiziltas, G. et al. :Design of a frequency selective structure with inhomogeneous substrates as a thermophotovoltaic filter , *IEEE transactions on antennas and propagation*, Vol.53 ,pp.2282-2289 ,2005.
- 4) COMSOL :COMSOL Multiphysics ,<http://www.comsol.com/>
- 5) 内田直孝 他 :汎用解析ソフト COMSOL を用いたトポロジー最適化, 日本機械学会年次大会講演論文集 ,Vol.6 ,pp319-320 ,2007.
- 6) Nikolova, N. K. et al. :Sensitivity analysis of network parameters with electromagnetic frequency-domain simulators , *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, Vol.54 ,pp.670-681 ,2006.