

# メタマテリアルとは何か\*

## An introduction to metamaterials

北野正雄

京都大学大学院工学研究科電子工学専攻

CREST 科学技術振興機構

Department of Electronic Science and Engineering, Kyoto University

CREST, Japan Science and Technology Agency

e-mail: kitano@kuee.kyoto-u.ac.jp

金属や誘電体でできた波長以下のサイズの構造体の集成であるメタマテリアルの導入によって、既存の材料では実現困難な新奇な機能をもった電磁波媒質を実現できるようになった。本稿では、メタマテリアルによって可能となった負屈折率、無反射現象などの特異な電磁波の振舞を記述するための波動伝搬理論を述べるとともに、メタマテリアルを利用した完全レンズ、透明マント、ハイパーレンズといった新しい素子の例を紹介する。

Keywords: metamaterials, negative refraction, wave impedance, perfect lens, Brewster effect, transformation medium, invisibility cloak, hyperlens

### 1 はじめに

メタマテリアルは棒状やコイル状の金属や誘電体でできた構造体を空間に分散させたものである。電磁波の波長が構造体のサイズや配置の間隔に比べて十分大きい場合、その集合体は電磁的な連続媒質と見なすことができる。従来の媒質における原子や分子の役割を担う人工的な構造体である「メタ原子」の設計の自由度を利用することで、新しいタイプの媒質を合成することが可能となる。また、ラジオ波と呼ばれる低い周波数から、マイクロ波、テラヘルツ波、さらには可視域の光波に至るまでの広い周波数範囲において共通の指針で媒質設計ができることも興味深い点である。(さらに、音波や超音波への応用も行われている [1].)

メタマテリアルの最も顕著な有効性は従来、誘電率のみの制御で達成されていた光学や高周波技術に透磁率という新たな自由度が導入できることにある。Pendry は分割リング共振器 (split-ring resonator, SRR) という構造体の集合を用いると、マイクロ波のような高い周波数の電磁波に対して比透磁率を真空の値である 1 から大きく変化させることを示した [2]。また、金属の棒や網目構造により比誘電率も操作可能であることを示した [3]。特に興味深い

応用として、比誘電率、比透磁率を同時に負とすることによって、Veselago [4] によって以前に提案されていた負屈折媒質が実現できることを提案した。負屈折現象は Smith らによって実験的に確かめられた [5]。

構造の異なる複数の種類のメタ原子を混合することによって、動作帯域を広げたり、複数の媒質定数を自由に設定できることもメタマテリアルの特徴である。一般の媒質では誘電率を変化させると、屈折率と同時に (波動) インピーダンスも必ず変化してしまう。しかし、誘電率と透磁率を両方変化させることができれば、屈折率とインピーダンスを独立に変化できるようになる。媒質のインピーダンスは波の反射を支配する重要な量であり、この制御が可能になることのメリットは大きい。また、大きな異方性、電場・磁場の結合、能動性、非相反性など、従来の方法では困難とされてきた媒質を実現できる可能性もある。

ここでは、メタマテリアルに関する基礎的な問題のいくつかに触れ、さらに応用として、完全レンズ [6, 7]、ブルースタ現象 [8-11]、透明マント [12-14]、ハイパーレンズ [15-17] など、新奇な素子の例を紹介する。

透磁率の制御が自由にできるようになると、電気と磁気の双対性を生かした工夫が可能となる。本稿で紹介する、磁性媒質における s 波 (TE 波) に対するブルースタ現象は、通常の誘電媒質の p 波 (TM 波) に対する無反射現象の

\*応用物理 78 号, 6 巻, 503-510 ページ (2009) に掲載された解説記事の著者最終稿である。著作権は応用物理学会に帰属する。

磁気双対を実現したものである [8–10]. さらに旋光性 (カイラル) 媒質における無反射現象についても紹介する. 特に, 一方の円偏光に対して, 入射角に依らず無反射, 無屈折となる媒質が実現できること示す [11].

空間の尺度 (計量) と媒質定数には深い関係がある. 例えば, 誘電率  $\varepsilon = 1 \text{ F/m} = 0.01 \text{ F/cm}$  のように, 空間の尺度を変化させると, それに応じて数値が変化することが端的な例である. 透磁率  $\mu$  についても同じことがいえる. 真空中のマクスウェル方程式に, 空間に対する一般的な変換を施すと, 計量の変化の効果をすべて誘電率と透磁率 (の大きさと異方性) に繰り込むことができる. この事実を逆向きに利用すると, 誘電率と透磁率の空間変化を適切に設定することによって, 空間の仮想的な曲がりを実現できる. その結果, 光線はこの曲がりに従って伝搬するようになる. この「座標変換媒質 (transformation medium)」の考えを用いて, 透明マント (隠れ蓑, invisible cloak) が設計されている [12].

メタマテリアルについて, さらに詳しく知りたい読者は, 日本語のハンドブック [18] や負屈折媒質中の波動伝搬 [7], 光領域におけるメタマテリアルの構造 [19], 座標変換媒質 [20] に関するレビューなどを参考にされたい.

## 2 メタマテリアル中の電磁波伝搬

### 2.1 媒質の構成方程式

メタマテリアルで実現されるような一般的な媒質は, 通常用いられている公式の適用範囲を超える場合があるので注意を要する. また, 分野ごとの固有の流儀や暗黙の仮定が理解を妨げている場合も多い. したがって, 必要に応じて原理に立ち返って考え直す必要がある. ここではいくつかの注意点に留意しながら, 電磁波の伝搬の復習をしておこう.

メタマテリアルは有限の大きさをもつメタ原子の集合体であるが, 電磁波の波長のスケールでは連続的な一様媒質と見なせるように作られる. したがって, 個々のメタ原子の応答を求めた後に, 空間平均操作 (粗視化) を行い巨視的な媒質としての特性を求める必要がある. (これは従来の媒質でも同じことであるが, メタマテリアルにおいては, より明示的に行われる.)

媒質の巨視的構成方程式は

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mu_0^{-1} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (1)$$

で与えられる.  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$  は分極と磁化,  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  は真空の誘電率と透磁率である.  $\mathbf{M}$  は  $\mathbf{H}$  と同じ次元をもち, 単位は  $\text{A/m}$  である (Sommerfeld 流).  $\mathbf{M}_K = \mu_0 \mathbf{M}$  を磁化という場合もあるが (Kennelly 流), その場合, 次元は  $\mathbf{B}$  と同じ, 単位は  $\text{V} \cdot \text{s/m}^2$  である [21, 22]. ここでは, 物理的に自然な前者の流儀を用いる.

線形な誘電媒質では分極  $\mathbf{P}$  は電場  $\mathbf{E}$  に比例するが, それは, しばしば不注意に用いられる時刻ごとの比例関係  $\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}(t)$  が成り立つという意味ではない. 正しくは,  $\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\chi}_e(t') \mathbf{E}(t-t') dt'$  のように畳込み積分の形で表されるべきである. この式を簡単化するために, 場の量を複素振幅で表す. 例えば, 角周波数  $\omega (> 0)$  で時間変化する電場を

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}) e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad (2)$$

のように複素振幅  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x})$  で表す. c.c. は複素共役項である. 複素振幅間には  $\tilde{\mathbf{P}} = \varepsilon_0 \chi_e(\omega) \tilde{\mathbf{E}}$  のように簡単な比例関係が成り立つ.  $\chi_e(\omega)$  は  $\hat{\chi}_e(t)$  のフーリエ変換であり, (複素) 誘電感受率とよばれる. 磁場に対しては,  $\tilde{\mathbf{M}} = \mu_0^{-1} \chi_m(\omega) \tilde{\mathbf{B}}$  という比例関係を用いることができる.

複素振幅に対するマクスウェル方程式 (の波動に関係する部分) は

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = -i\omega \tilde{\mathbf{D}}, \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = i\omega \tilde{\mathbf{B}} \quad (3)$$

である. ここで, 媒質の構成方程式

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{D}} &= \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \tilde{\mathbf{E}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \tilde{\mathbf{E}} = \varepsilon \tilde{\mathbf{E}} \\ \tilde{\mathbf{H}} &= \mu_0^{-1} (1 - \chi_m) \tilde{\mathbf{B}} = \mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \tilde{\mathbf{B}} = \mu^{-1} \tilde{\mathbf{B}} \end{aligned} \quad (4)$$

が式 (3) の両辺を関係づけている. Kennelly 流では, 感受率  $\chi_{m,K}$  は  $\tilde{\mathbf{M}}_K = \mu_0 \chi_{m,K} \tilde{\mathbf{H}}$  で定義される.  $\mu_r = (1 - \chi_m)^{-1} = 1 + \chi_{m,K}$  であることに注意する.

### 2.2 SRR の応答

「メタ原子」の代表である SRR の磁気応答を単純化したモデルで求めておく [23]. (電気双極子に対するローレンツモデルに相当するものである. SRR の具体的な形状は図 3 の写真のようなものである.) リングの面積を  $S$  とすると, 起電力は  $\tilde{V} = i\omega \tilde{B} S$  である. リングに流れる電流は, SRR のインダクタンス  $L$ , キャパシタンス  $C$ , 抵抗  $R$  を用いて  $\tilde{I} = \tilde{V} / [-i\omega L + 1/(-i\omega C) + R]$  と書ける. SRR の 1 個あたりの磁気モーメントが  $\tilde{m} = \tilde{I} S$  であることから数密度が  $N$  の媒質の磁化は  $\tilde{\mathbf{M}} = N \tilde{m}$  で与えられる. これらを

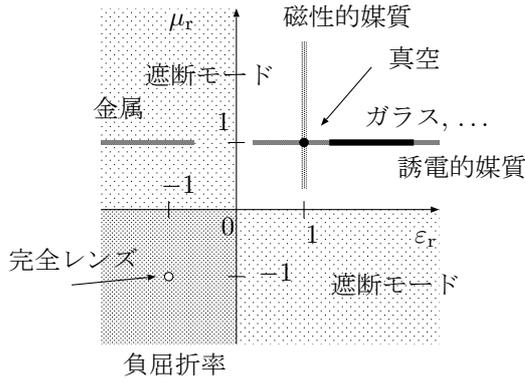


図 1: 誘電率-透磁率平面

組み合わせると,  $\chi_m(\omega) = \mu_0 \tilde{M} / \tilde{B} \sim -\omega_p(\omega - \omega_0 + i\gamma)^{-1}$  が得られる. ただし,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ,  $\omega_p = \mu_0 \omega_0 N S^2 / (2L)$ ,  $\gamma = R/2L$  である.  $\chi_m(\omega)$  の虚部 (損失) はローレンツ曲線で表され, 共振周波数  $\omega_0$  で最大になる. 実部は分散曲線にしたがって変化し, 共振周波数で符号を変える. 特に,  $\omega_p$  が  $\gamma$  に比べて十分大きければ,  $\chi_m$  の実部が 1 より大きくなり, 比透磁率が負になる周波数領域ができる.

誘電率に関しても適当な構造によって, 比誘電率を負にすることができる [3, 24]. この例に見られるように, メタマテリアルの設計においては, まず個々の素子の集中定数回路としての特性を定め, それを空間的に分散させ, それらの平均的な振舞によって, 分布定数系としての特性を実現するのである.

### 2.3 誘電率-透磁率 ( $\epsilon, \mu$ ) 平面と負屈折

図 1 のような誘電率-透磁率平面 [4] を導入する. 損失が十分小さく,  $\epsilon_r, \mu_r$  が実数で表せるとする. 一般に透明な媒質は,  $\epsilon_r$  も  $\mu_r$  も正であり, 第 1 象限の点で表される. 特に  $\mu_r$  は高い周波数に対しては, ほとんど 1 と見なせる. しかし, すでに示したように SRR などを用いると, これらの量は負になりうる.  $\epsilon_r, \mu_r$  のどちらか一方が負になると, 屈折率は純虚数になる (第 2, 4 象限). すると波数も虚数になり, 波動の振幅は損失がない場合でも指数的に減衰 (あるいは増大) する. すなわち, 波は伝搬しない.

メタマテリアルによって, すべての象限の媒質を実現することができる. 特に興味深いのは第 3 象限である.  $\epsilon_r, \mu_r$  が同時に負となる場合の電磁波伝搬を調べておこう. 空間的に一様な媒質に対しては,  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{E}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  の形で解を

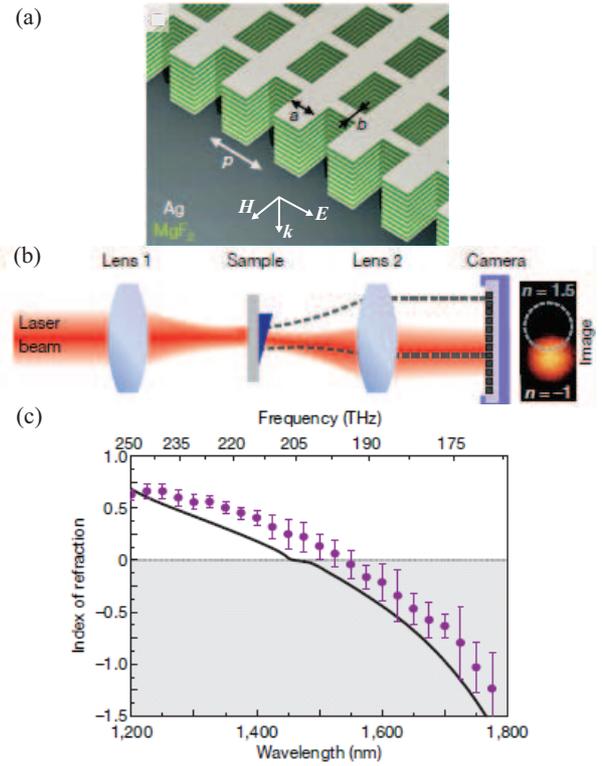


図 2: (a) 負屈折率 ( $\lambda \sim 1.5 \mu\text{m}$ ) のための網目構造.  $a = 565 \text{ nm}$ ,  $b = 265 \text{ nm}$ ,  $p = 860 \text{ nm}$ , (b) 実験系, (c) 屈折率の測定値と厳密結合波理論による計算値 (実線).

表すことができ, 方程式 (3) は

$$\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{H}} = -\omega \epsilon \tilde{\mathbf{E}}, \quad \mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}} = \omega \mu \tilde{\mathbf{H}}, \quad (5)$$

となる.  $\mathbf{k} = k \mathbf{e}_z$  とおくと, この式は  $k$  を固有値とする固有値問題に帰着される. 簡単のために,  $\epsilon, \mu$  が実数であるとすると,  $k$  が実数となるためには,  $\epsilon \mu \geq 0$  (第 1, 3 象限) でなければならないことは簡単に分かる. 伝搬方向 (正負) と偏光 ( $x, y$ ) の組み合わせで 4 つの解が存在するが, その中の 1 つに注目すれば十分である:  $\tilde{\mathbf{E}} = E_0 \mathbf{e}_x$ ,  $\tilde{\mathbf{H}} = (E_0/Z) \mathbf{e}_y$ ,  $k = \omega n/c$ . ただし,

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}, \quad n = c \sqrt{\mu} \sqrt{\epsilon} = \sqrt{\mu_r} \sqrt{\epsilon_r}. \quad (6)$$

はインピーダンスと屈折率である.  $n$  の式における 2 つの根号は, 計算を注意深く行えば, 自然に現れる. (損失, すなわち  $\epsilon, \mu$  の虚部を考慮すると,  $n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$  でもよい. 利得がある場合には,  $Z$  の実部の符号も考慮しなければならない.) この解に対する複素ポインティングベクトル  $\tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{E}}^* \times \tilde{\mathbf{H}} = (|E_0|^2/Z) \mathbf{e}_z$  は正の方向を向いている. つ

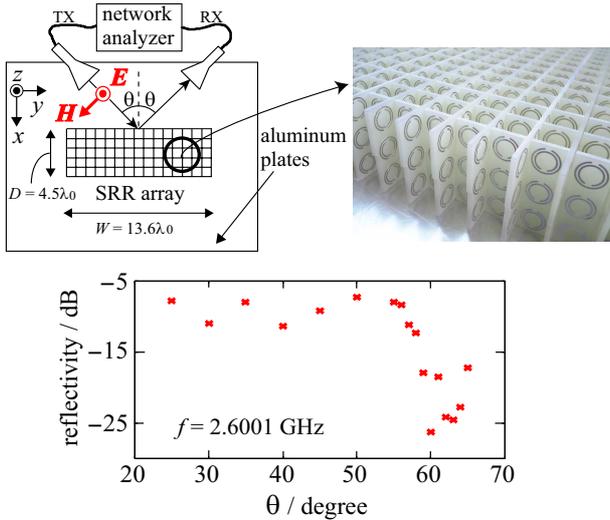


図 3: マイクロ波領域における s 波ブルースタ現象の実験.

まり、エネルギーは  $z$  の正方向に流れている。  $\epsilon > 0, \mu > 0$  ( $\epsilon < 0, \mu < 0$ ) の場合、屈折率  $n$  は正(負)になるので、波数ベクトル  $\mathbf{k}$ 、すなわち位相速度  $\mathbf{v}_{ph} = (\omega/k)\mathbf{e}_z$  は正(負)の方向を向く。このように、第 3 象限の媒質は屈折率が負の値をとるので、負屈折媒質と呼ばれる。また、通常媒質とは逆に、 $(\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{k})$  が左手系をなすので、左手系(left-handed)媒質とも呼ばれる [4]。負屈折媒質であっても、一般に群速度  $\mathbf{v}_g$  は  $\mathbf{S}$  と同じ方向を向く。しかし、分散関係の勾配を操作して  $\mathbf{v}_g$  も  $\mathbf{S}$  に対して逆に向けることは可能である [25]。

負屈折率媒質の応用で最も期待されているものは完全レンズである [6]。  $\mu_r = \epsilon_r = -1$ 、すなわち  $n = -1$  の媒質に、真空から光線が入射すると、スネルの法則から、“く”の字に屈折することが分かる。これを利用すると、厚さ  $d$  の平板が焦点距離  $d/2$  のレンズの働きをする (Veselago レンズ)。インピーダンスは整合しているので境界面での反射はない。さらに驚くべきことは、対象物付近の非伝搬性の近接場を含めて像側に再生できるため、回折限界の制約を受けない結像ができるということである。つまり、波長以上の空間分解能が実現できるということである。完全レンズはマイクロ波領域では動作が確かめられている [26]。

## 2.4 光領域における負屈折現象

光領域での完全レンズの実現に向けて多くのグループが研究を進めている。ここでは、Valentine らによる赤外領域 ( $\lambda \sim 1.5 \mu\text{m}$ ) における負屈折率媒質を用いた負屈折現

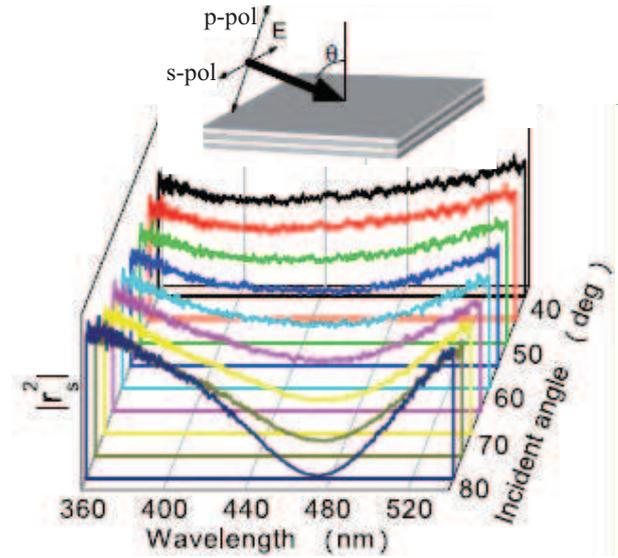


図 4: 光領域における s 波ブルースタ現象の観測結果.

象の実証について紹介する [27]。

負の屈折率、すなわち負の誘電率と負の透磁率を実現する構造として図 2(a) のような網目 (fishnet) 構造 [28] が用いられている。これは網目状の金属と誘電体を交互に積み重ねたものである。電場と平行に配置した金属により負の誘電率を実現し、磁場と平行な向かい合う金属により負の透磁率を実現する。彼らは、電子蒸着により厚さ  $30 \mu\text{m}$  の Ag 層と厚さ  $50 \mu\text{m}$  の  $\text{MgF}_2$  層を交互に積層し、収束イオンビームを用いてミリングを行うことにより網目構造メタマテリアルを作製している。

光領域における負屈折現象は図 2(b) のような実験系を用いて実証されている。レーザー光を網目構造メタマテリアルのプリズムに入射し、透過光を CCD カメラで検出している。CCD カメラでの透過光の検出位置から屈折角  $\alpha$  を求めることにより屈折率  $n = \sin \alpha / \sin \beta$  を測定している ( $\beta$  は入射角)。  $\lambda = 1.2 \mu\text{m} \sim 1.8 \mu\text{m}$  に対して屈折率を測定した結果を図 2(c) に示す。  $\lambda > 1.5 \mu\text{m}$  において負の屈折率が実現されていることがわかる。

## 3 ブルースタ無反射現象

ブルースタ条件は p 波に対してのみ存在すると考えられてきた。これは、マイクロ波以上の高周波領域では、通常、媒質の磁氣的応答が無視できるので、媒質の比透磁率を  $\mu_r = 1$  とおくことが常識だったためである。しかし、メ

表 1:  $(\varepsilon, \mu, \xi)$  空間におけるブルースタ条件.  $c_2, c_3, c_u, c_\varphi$  は媒質定数と入射角に依存する量である [11].

旋光性	無 ( $\xi = 0$ )		有 ( $\xi \neq 0$ )	
インピーダンス	—		$Z_c \neq Z_0$	$Z_c = Z_0$
波数, 入射角	$c_u = c_3$	$c_u = -c_3$	$c_u = \pm c_\varphi$	$k_0 = k_\pm$
無反射になる偏光	p 波	s 波	楕円偏光	円偏光
無反射角	$\exists \theta$	$\exists \theta$	$\exists \theta$	$\forall \theta$
屈折	有	有	有	無

タマテリアルを用いると媒質の  $\varepsilon$  や  $\mu$ , さらに旋光性 (カイラリティ) パラメータ  $\xi$ , 非相反性パラメータ  $\chi$  も自由に制御できる [23]. したがって, ブルースタ条件をこれらのパラメータを含んだ一般的な形に拡張する必要がある. この節では,  $(\varepsilon, \mu, \xi)$  空間に拡張したブルースタ条件について述べる.

### 3.1 $(\varepsilon, \mu, \xi)$ 空間におけるブルースタ条件

パラメータ  $(\varepsilon, \mu, \xi)$  で表される媒質, すなわち (等方的な) 旋光性媒質を考える. 旋光性媒質中 ( $\xi \neq 0$ ) では電磁波伝搬の固有偏光は円偏光であり, また, 電場が磁気モーメントを誘起し, 磁場が電気双極子モーメントを誘起するという電場と磁場の結合が生じている. 自然界に存在する媒質では, 空間反転対称性の破れた分子である糖類やアミノ酸などが旋光性を示す. 旋光性を示すメタマテリアルとしては, らせん構造 [29], 円構造 [30] などがあり, これらを用いると, 自然界の媒質よりも大きな旋光性を得られることが報告されている.

等方性旋光性媒質の構成方程式には 2 通りの表現方法がある. 1 つは Post 表現:

$$\tilde{\mathbf{D}} = \varepsilon_p \tilde{\mathbf{E}} - i\xi_p \tilde{\mathbf{B}}, \quad \mathbf{H} = \mu_p^{-1} \tilde{\mathbf{B}} - i\xi_p \tilde{\mathbf{E}}, \quad (7)$$

であり, もう 1 つは Tellegen 表現:

$$\tilde{\mathbf{D}} = \varepsilon_t \tilde{\mathbf{E}} - i\kappa_t \tilde{\mathbf{H}}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \mu_t \tilde{\mathbf{H}} + i\kappa_t \tilde{\mathbf{E}}, \quad (8)$$

である. これら 2 つの表現は  $\varepsilon_t = \varepsilon_p + \mu_p \xi_p^2$ ,  $\mu_t = \mu_p$ ,  $\kappa_t = \mu_p \xi_p$  を用いることにより, 互いに変換できる [31]. 本稿では一貫して Post 表現を用いることにする. また簡単のため添字 p を省略する. 構成方程式とマクスウェル方程式から, 旋光性媒質における左円偏光, 右円偏光の波数は  $k_\pm = \omega(\sqrt{\varepsilon\mu + \mu^2\xi^2} \pm \mu\xi)$ , インピーダンスは  $Z_c = \sqrt{\mu/(\varepsilon + \mu\xi^2)}$  となることがわかる.

電磁波が真空から旋光性媒質に入射角  $\theta$  で入射するときのブルースタ条件について考える. 表 1 は媒質定数と無反射になる偏光との関係を表したものである [11]. 非旋光性媒質の場合 ( $\xi = 0$ ), 与えられた媒質定数に対して適当なブルースタ角  $\theta_B$  が, たかだか 1 つ存在する. 誘電性 (磁性) が卓越した媒質に対しては, p 波 (s 波) が無反射となる. 旋光性媒質 ( $\xi \neq 0$ ) についても, 同様に  $\theta_B$  が存在するが, 旋光性の影響で, 楕円偏光が無反射となる.

### 3.2 s 波ブルースタ現象の実証

媒質の自由度を  $(\varepsilon, \mu, \xi)$  空間へ拡張すると, p 波だけでなく, s 波, 楕円偏光に対してもブルースタ条件が存在することを述べた. このうち, s 波ブルースタ条件 ( $\varepsilon_r \simeq 1, \mu_r \neq 1$ ) については共鳴構造メタマテリアルを用いた実証がマイクロ波領域 [9], 理論的提案が光領域 [8] において行われている. また, 周期構造メタマテリアルを用いた実証が光領域 [10] において行われている.

マイクロ波領域 ( $\lambda \sim 10$  cm) における s 波ブルースタ現象の実証は図 3 のような SRR 構造 [2] のメタマテリアルを用いて行われている. マイクロ波領域では, プリント基板で SRR 構造を作製することができる. 実験では SRR を 2 次元的に配置し, 磁場に対して等方的な応答を示すようにしている. グラフに示すように, 特定の入射角に対して反射率が減少する効果を観測している.

光領域 ( $\lambda \sim 450$  nm) における実証は金属誘電体多層膜構造 [32] を用いて行われている. 試料の作製は, RF マグネトロンスパッタリング法を用いて, 厚さ 30 nm の Ag 層を厚さ 60 nm の  $\text{Al}_2\text{O}_3$  層で挟んだ構造を単位セルとして, サファイア基板上に積層することにより行われている. 図 4 に s 波に対する反射係数の測定結果を示す. 図より, 確かに s 波に対して反射波が消失する入射角が存在することがわかる.

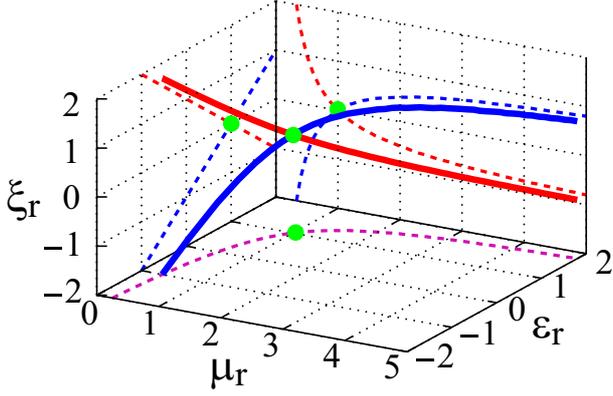


図 5: 円偏光に対する無反射条件を満たす  $(\epsilon_r, \mu_r, \xi_r)$  の関係。赤(青)の実線は左(右)円偏光に対する無反射条件であり、破線は無反射条件を各平面に射影したものである。緑の丸印は真空に対応する。

### 3.3 円偏光に対する無反射現象

我々は、旋光性媒質においては、円偏光に対する特異な無反射現象が存在することを見出した [11]。媒質パラメータ  $(\epsilon, \mu, \xi)$  がある条件を満足すると、一方の円偏光が入射角に依らず、無反射、無屈折で媒質内に伝搬できるというものである。円偏光に対する無反射条件を与える  $\epsilon, \mu, \xi$  の具体的な関係は、 $Z_c = Z_0, k_+ = k_0 (k_- = k_0)$  より

$$\epsilon_r = 2 - \frac{1}{\mu_r}, \quad \xi_r = \mp \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right), \quad (9)$$

のように求まる ( $\xi_r = Z_0 \epsilon$ )。負(正)の符号は左(右)円偏光に対応する。図 5 は  $(\epsilon_r, \mu_r, \xi_r)$  空間において円偏光に対する無反射条件を表したものである。無反射現象は媒質定数  $(\epsilon_r, \mu_r, \xi_r)$  を真空の値  $(1, 1, 0)$  から少し変化させるだけで実現できることがわかる。

円偏光に対する無反射条件の物理的意味は媒質の分極  $\tilde{\mathbf{P}}$ 、磁化  $\tilde{\mathbf{M}}$  に着目すると理解できる。これらの量はそれぞれ  $\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}_E + \tilde{\mathbf{P}}_B, \tilde{\mathbf{M}} = \tilde{\mathbf{M}}_B + \tilde{\mathbf{M}}_E$  と表される。ここで、 $\tilde{\mathbf{P}}_E$  は電場が誘起する分極、 $\tilde{\mathbf{P}}_B$  は磁束密度が誘起する分極である。 $\tilde{\mathbf{M}}_B, \tilde{\mathbf{M}}_E$  についても同様に定義する。円偏光に対する無反射条件が満たされているとき、対応する円偏光に対しては  $\tilde{\mathbf{P}}_E = -\tilde{\mathbf{P}}_B, \tilde{\mathbf{M}}_B = -\tilde{\mathbf{M}}_E$  が成り立ち、 $\tilde{\mathbf{P}} = 0, \tilde{\mathbf{M}} = 0$  となる。つまり、電気的な応答と磁気的な応答が打ち消し合い、分極や磁化が誘起されなくなる(図 6 参照)。すなわち、対応する円偏光に対しては旋光性媒質は真空と等価になる。そのため、円偏光は反射や屈折なしに旋光性媒質を透過する。

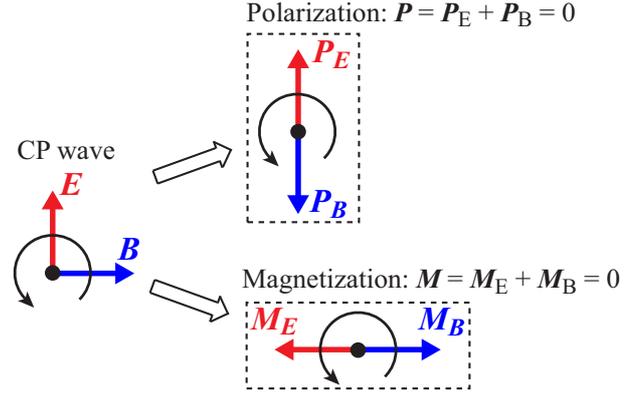


図 6: 円偏光に対する無反射条件の物理的意味。

旋光性媒質における円偏光に対する無反射現象を利用すると、例えば、一方の円偏光は無反射で透過し、他方の円偏光は全反射するといった状況を作り出せる。すなわち、円偏光ビームスプリッターが実現できる。図 7 に円偏光ビームスプリッターの FDTD 法によるシミュレーション結果を示す。左円偏光はあらゆる入射角に対して無反射で直進するのに対し、右円偏光は臨界角以上の入射角では全反射しており、臨界角以上の入射角において円偏光ビームスプリッターとして動作することが確認できる。

## 4 座標変換媒質

電磁波は(回折を無視した場合)真空中で直進するが、比誘電率や比透磁率が 1 ではない媒質が存在するとき、その進路は曲げられる。これは、適当に媒質パラメータ  $(\epsilon, \mu)$  を空間中に割り当てることで電磁波の進路を制御できる可能性を示唆している。近年、マクスウェル方程式の一般座標変換に対する不変性を利用して電磁波の伝搬を制御することが注目されている。この原理に基づき設計された媒質のことを座標変換媒質 [33] と呼ぶ。

図 8 に示すような、系  $S_V$  から別の系  $S_T$  への写像  $f: \mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}'(\mathbf{x})$  を考える。元の系  $S_V$  における座標を表す図 8(a) のメッシュは、 $S_T$  においては、同図 (b) のように歪んだ形になる。このとき、真空中のマクスウェル方程式は写像後の系  $S_T$  において、次のような形をとる:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}}' = -i\omega\epsilon_0[\epsilon_r']\tilde{\mathbf{E}}', \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}' = i\omega\mu_0[\mu_r']\tilde{\mathbf{H}}'. \quad (10)$$

ただし、変換後の電場  $\tilde{\mathbf{E}}'(\mathbf{x}')$  と磁場  $\tilde{\mathbf{H}}'(\mathbf{x}')$  は、写像  $f$  が

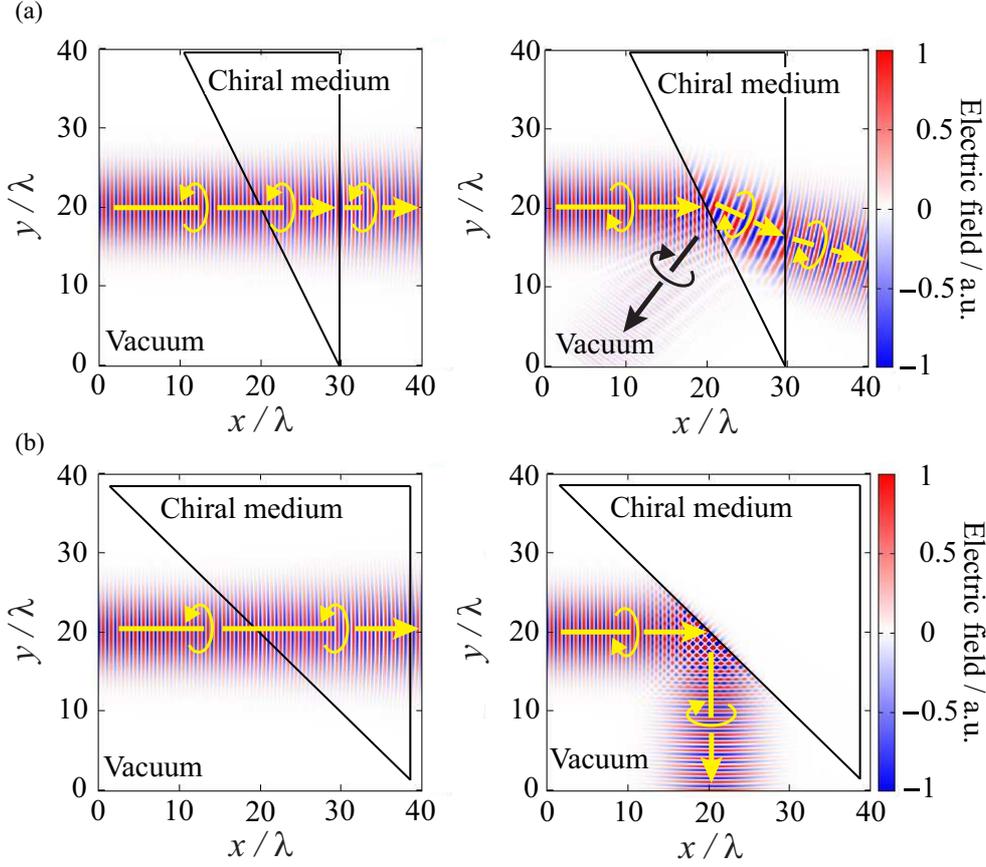


図 7: 円偏光無反射現象を利用した円偏光ビームスプリッター. (a) 入射角 < 臨界角, (b) 入射角 > 臨界角のときの左円偏光, 右円偏光の伝搬.

ら導かれる行列  $A$

$$A_{ij} \equiv \frac{\partial x'_i}{\partial x_j} \quad (11)$$

を用いて,

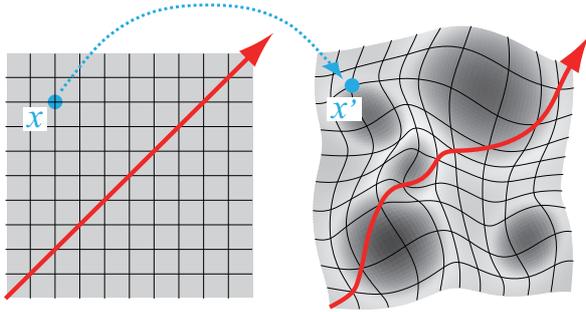
$$\tilde{\mathbf{E}}'(\mathbf{x}') = A^T \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}), \quad \tilde{\mathbf{H}}'(\mathbf{x}') = A^T \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) \quad (12)$$

のように変換される [12, 33, 34]. 写像の効果によって, 比誘電率と比透磁率はテンソル

$$[\epsilon'_r] = [\mu'_r] = \frac{AA^T}{\det A} \quad (13)$$

で表されるようになる. この比誘電率と比透磁率をもつ媒質を  $S_T$  系に実際に配置することで, 写像  $f$  に従って変換された電磁波伝搬が再現される. つまり, 系  $S_V$  においては, 電磁波は図 8(a) のように直進するが, 変換後の系  $S_T$  では,  $[\epsilon'_r]$  および  $[\mu'_r]$  の影響を受けて, 図 8(b) のように曲線を描きながら伝搬する.

比誘電率テンソル, 比透磁率テンソルの固有値の積である  $\det[\epsilon_r]$ ,  $\det[\mu_r]$  は式 (13) より,  $\det[\epsilon_r] = \det[\mu_r] = 1/\det A$  で与えられる. ここで, 写像  $f$  による体積要素の変化が  $dV' = dV/\det A$  であることを考えると, 体積が増えた領域では, 平均的な誘電率や透磁率が増加していることが分かる. 模式的に示すと図 8(b) のように, 光線はこの誘電率や透磁率が大きい領域 (灰色の領域) を避けるように伝搬する. これは, 幾何光学におけるフェルマーの原理に相当する. しかし, 座標変換媒質はマクスウェル方程式の不変性にもとづいて設計されているので, 幾何光学では扱えないような広がった波の伝搬も扱うことができる. ここでは, 誘電率と透磁率がスカラーではなく式 (13) のようにテンソルであることが重要な役割を果たしている. この広い自由度を利用した様々な電磁波伝搬制御への応用が考えられている.



(a) 変換前:  $S_V$  系 ( $\epsilon_0, \mu_0$ ) (b) 変換後:  $S_T$  系 ( $[\epsilon'], [\mu']$ )

図 8: 座標変換媒質. (a) 元の系  $S_V$  (b) 写像後の系  $S_T$ . 誘電率, 透磁率の高い部分を模式的に灰色で示している.

#### 4.1 透明マント

座標変換媒質の技術は, 物体を電磁波から隠す「透明マント」に応用可能であることから注目を集めている [12, 13]. ここで, 図 9(a) のような円筒座標系 ( $r, \theta, z$ ) において, 次式で与えられる写像を考える:

$$\theta' = \theta, \quad z' = z, \quad r' = \begin{cases} r(b-a)/b+a & (r' < b) \\ r & (r' \geq b). \end{cases} \quad (14)$$

この写像は, 図 9(a) における  $0 < r < b$  (灰色) の領域を同図 (b) における  $a < r' < b$  (濃い灰色) の領域に圧縮する. 式 (13) で与えられる  $[\epsilon], [\mu]$  をもつ媒質を配置することにより, 電磁場を  $r' = a$  の円筒の外側へ追い出すことができる. 図 9(c) に平面波を入射した場合のシミュレーション結果 (有限要素法解析ソフト COMSOL Multiphysics を使用) を示した. 平面波が入射して, 平面波が出力されていることから, 位相も乱すことなく電磁波が通過していくことが分かる. 円筒の外側では, 元の系も, 写像後の系も同一であるため, 円筒の外側から観測しても, 振幅, 位相共に電磁波の伝搬に違いはなく, この媒質の影響を検知することはできない. そして, 円筒の内側 ( $r' < a$ ) に物質を置いても, 外側からの電磁波は到達できないために, 物質による散乱や吸収は当然なく, 検知されることはない. また, 式 (13) にあるように,  $[\epsilon], [\mu]$  は空間的に同じように変化するの, インピーダンス整合条件はどこでも満たされている. その結果, 透磁率と誘電率が不連続的に変化する  $r' = b$  の円筒の表面でさえ反射はない.

透明マントに関して, 様々な媒質パラメータによる計算機シミュレーションが行われている [35, 36]. さらにマイ

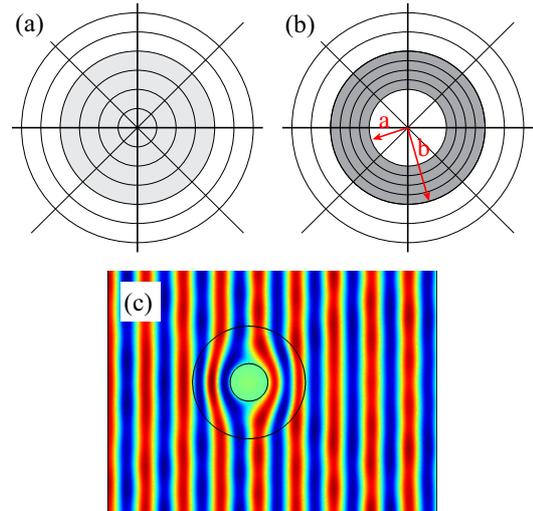


図 9: 透明マントの原理. (a) 元の系. (b) 写像後の系. (c) シミュレーション結果.

クロ波領域における実験も行われている [14]. 実験では, SRR の構造を動径方向に変化させながら配置することにより, 非等方かつ場所に依存した誘電率および透磁率を実現している. また, 透明マントに類似したものは, 金属板の上に置かれたものに被せることで, その対象物を隠す透明カーペットの提案もされている [37]. この透明カーペットは, 等方的な誘電率をもつ媒質のみで実現できるという利点がある. また, これらの研究以外にも, 電磁波を横方向にシフトもしくは分離する媒質の提案もされている [38]. さらに, この考え方をトポロジーを変化させる座標変換にまで拡張し, ワームホールを座標変換媒質でシミュレーションするという研究もなされている [39].

#### 4.2 ハイパーレンズ

完全レンズは, 対象物の近接場を負屈折媒質付近で再び近接場として再生するものであり, 遠方で像を結ぶことには利用できない. これに対して, 波長以下の物質から散乱する光のエバネセント成分の波長を徐々に増大し, 伝搬できる波として外部に送り出す方法が考え出され, ハイパーレンズ (hyperlens) と名付けられた [15]. ハイパーレンズを用いて外に取り出された光は, エバネセント成分を含まない伝搬波だけであるので, 通常のレンズを用いて結像することができる [16, 17].

ハイパーレンズの最初の提案では, 双曲線型の分散関係をもつ媒質中において, 非常に大きい波数でも伝搬モード

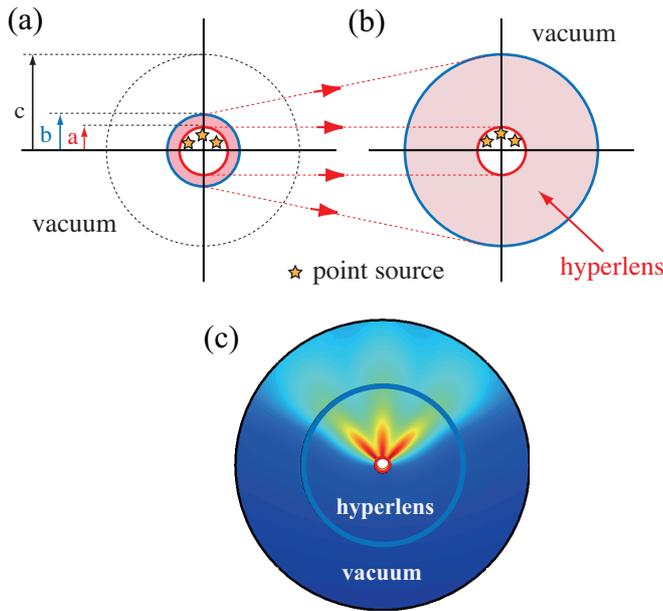


図 10: ハイパーレンズを実現する写像. (a) 元の系. (b) 写像後の系. (c) シミュレーション結果.

が存在することを利用している [15]. ここでは、その後提案されたもう一つの方法である、座標変換媒質の技術を用いたハイパーレンズの実現法について説明する [40]. 元の系、図 10(a) は全体で真空として、内径  $a$ 、外径  $b$  の薄いリング (赤い領域) を考える。リングの内側  $r = a$  の近傍に波長  $\lambda$  の点光源 (星印) が波長より短い間隔で複数 (図では 3 個) 配置されているとする。このとき、リングの厚さが薄く  $\lambda$  より小さいときには、リングの外側  $r = b$  でも電磁波の分布は光源の数だけピークをもつが、波長より十分離れた位置、例えば図 10(a) の点線で示した円  $r = c (\gg \lambda)$  では、エバネセント成分が減衰してしまっているため、電磁波は完全に重なってしまい、ピークを分解できない。そこで、図 10(b) に示すように、このリングを写像 ( $r \rightarrow r'$ ) によって、内径  $a$  を保存したまま、外径  $b$  を  $r' = c$  にまで拡大する。このとき、媒質定数も変化し、この部分がハイパーレンズを形成する。この写像において、図 10(a) のリングの外周は図 10(b) のハイパーレンズの外周に対応するので、ハイパーレンズ外周での電磁波分布は、元の系での  $r = b$  の電磁波分布を、写像後の系における  $r' = c$  に引き延ばされたものとなっているはずである。

図 10(c) にこの原理に基づいたハイパーレンズのシミュレーション (電界分布) 結果を示す。ここでも COMSOL Multiphysics を用いた。  $a = \lambda/2$ ,  $b = a + \lambda/20$ ,  $c = 3\lambda$  と

し、3つの光源を  $0.16\lambda$  の間隔でハイパーレンズの内側に配置した。ハイパーレンズの外側まで、3つの電場ピークを保ったまま伝搬していることが分かる。ハイパーレンズの外側ではこれらピークは波長より十分離れているので、その後は自由空間中でもピークの位置を分解した状態で外へ伝搬することができる。この点が、完全レンズの場合と大きく異なる。したがって、レンズなどの通常の光学系で結像することができ、その位置分解能は波長よりも小さい。しかも、この方法で設計したハイパーレンズは、透明マントの場合と同じようにインピーダンスは真空中と変わらないためにリング内部での電磁波の散乱がないという利点をもつ。また、座標変換を工夫し、リングの外側のように曲がった空間ではなく、平面に電磁波を導く方法も提案されている [41].

## 5 おわりに

21 世紀冒頭に誕生したメタマテリアルの研究は 10 年足らずの期間に急速な展開を見せている。完全レンズ、ハイパーレンズ、透明マントなどの目を引く概念が次々と提案され、原理的な検証実験も行われている。実際上は、動作帯域幅の狭さ、大きい損失、短波長化への困難など、多くの課題を抱えている。一方、メタマテリアルの考え方を生かして、従来の技術を上回る性能の素子や機器を実現する試みも着実に進められている。特に注目すべきことは、プラズモニクス、フォトニック結晶、近接場光学、マイクロ波、テラヘルツ波、回路理論などの周辺分野との相互交流が盛んに行われていることである。それぞれの分野では既知の技術であっても、他の分野との相互作用によって、新しい次元への展開が図られる場合も少なくない。また、理論的には十分成熟していると考えられている古典電磁気学や古典光学の範疇であるにも拘らず、従来見過ごされてきた概念や現象が数多く見出されており、これらの基礎分野の再構築も進むものと思われる。

**謝辞** 本稿を作成するにあたって、多大な助力をいただいた、中西俊博氏、玉山泰宏氏に感謝します。また、平素より有益な議論をしていただいている石原照也氏、萩行正憲氏をはじめとするメタマテリアル研究会のメンバー各位に感謝します。

## 参考文献

- [1] L. Fok, M. Ambati, and X. Zhang: MBS Bulletin **33**, 931 (2008).
- [2] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart: IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **47**, 2075 (1999).
- [3] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs: Phys. Rev. Lett **76**, 4773 (1996).
- [4] V.G. Veselago: Sov. Phys. Usp. **10**, 509 (1968).
- [5] R.A. Shelby, D.R. Smith, and S. Schultz: Science **292**, 77 (2001).
- [6] J. B. Pendry: Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000).
- [7] S. A. Ramakrishna: Rep. Prog. Phys. **68**, 449 (2005).
- [8] T. Tanaka, A. Ishikawa, and S. Kawata: Phys. Rev. B **73**, 125423 (2006).
- [9] Y. Tamayama, T. Nakanishi, K. Sugiyama, and M. Kitano: Phys. Rev. B **73**, 193104 (2006).
- [10] R. Watanabe, M. Iwanaga, and T. Ishihara: Phys. Stat. Sol. (b) **245**, 2696 (2008).
- [11] Y. Tamayama, T. Nakanishi, K. Sugiyama, and M. Kitano: Opt. Express **16**, 20869 (2008).
- [12] J. B. Pendry: Science **312**, 1780 (2006).
- [13] U. Leonhardt: Science **312**, 1777 (2006).
- [14] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr and D. R. Smith: Science **314**, 977 (2006).
- [15] Z. Jacob, L. V. Alekseyev and E. Narimanov: Optics Express **14**, 8247 (2006).
- [16] Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun and X. Zhang: Science **315**, 1686 (2007).
- [17] I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung and C. C. Davis: Science **315**, 1699 (2007).
- [18] 石原照也 監修: メタマテリアルハンドブック (シーエムシー出版, 2007).
- [19] V. M. Shalaev: Nature Photon. **1**, 41 (2007).
- [20] A. Alù, and N. Engheta: J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **10**, 093002 (2008).
- [21] J. Crangle and M. Gibbs: Physics World (November 1994) p. 31.
- [22] 北野正雄: 新版マクスウェル方程式 (サイエンス社, 2009).
- [23] A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov, and A. Sihvola: *Electromagnetics of Bi-anisotropic Materials: Theory and Applications* (Gordon and Breach Science Publishers, 2001).
- [24] D. Schurig, J. J. Mock, and D. R. Smith: Appl. Phys. Lett **88**, 041109 (2006).
- [25] G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden: Science **312**, 892 (2006).
- [26] A. N. Lagarkov, and V. N. Kissel: Phys. Rev. Lett. **92**, 077401 (2004).
- [27] J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avila, D. A. Genov, G. Bartal, and X. Zhang: Nature **455**, 376 (2008).
- [28] S. Zhang, W. Fan, K. J. Malloy, S. R. J. Brueck, N. C. Panou, and R. M. Osgood: Opt. Express **13**, 4922 (2005).
- [29] C. Rockstuhl, C. Menzel, T. Paul, and F. Lederer: Phys. Rev. B **79**, 035321 (2009).
- [30] M. Kuwata-Gonokami, N. Saito, Y. Ino, M. Kauranen, K. Jefimovs, T. Vallius, J. Turunen, and Y. Svirko: Phys. Rev. Lett. **95**, 227401 (2005).
- [31] A. Lakhtakia: Optik (Stuttgart) **90**, 184 (1992).
- [32] M. Iwanaga: Opt. Lett. **32**, 1314 (2007).
- [33] U. Leonhardt and T. G. Philbin: New J. Phys. **8**, 247 (2006).
- [34] G. W. Milton, M. Briane and J. R. Willis: New J. Phys. **8**, 248 (2006).
- [35] M. Yan, Z. Ruan and M. Qiu: Phys. Rev. Lett. **99**, 4 (2007).
- [36] L. Zhang, M. Yan and M. Qiu: Journal of Optics A: Pure and Applied Optics **10**, 095001 (2008).
- [37] J. Li and J. B. Pendry: Phys. Rev. Lett. **101**, 4 (2008).
- [38] M. Rahm, S. A. Cummer, D. Schurig, J. B. Pendry and D. R. Smith: Phys. Rev. Lett. **100**, 4 (2008).
- [39] A. Greenleaf, M. Lassas and G. Uhlmann: Phys. Rev. Lett. **99**, 4 (2007).
- [40] A. V. Kildishev and E. E. Narimanov: Opt. Lett. **32**, 3432 (2007).
- [41] A. V. Kildishev and V. M. Shalaev: Opt. Lett. **33**, 43 (2008).

きたの まさお  
北野 正雄

1977年 京都大学大学院工学研究科電子工学専攻修了, 工学博士。同年京都大学工学部助手, 講師, 助教授を経て, 99年より現職。84~86年プリンストン大学物理学科研究員。専門は量子エレクトロニクス, 電磁波工学などの研究に従事。07年第11回松尾学術賞。

Electromagnetic metamaterials are artificial materials comprised of sub-wavelength elements made of metals or other materials. They enable us to synthesize qualitatively new media which cannot be realized with conventional materials. The basic theory of wave propagation in metamaterials is presented in order to understand extraordinary phenomena such as negative refractivity and non-reflection propagation. As examples of metamaterial devices, we describe the principles of operations of perfect lenses, invisibility cloaks, and hyperlenses.