算数の文章題解決に関する

認知心理学的研究

ー解決過程・関連する知識・教育的介入の観点からー

坂　本　美　紀

正誤表

坂本美紀

28頁7行目　＜序章の要約＞

(誤)　情報処理アプローチをについて

(正)　情報処理アプローチについて

57頁9行目　＜2章第１節第２項＞

(誤)　関係文章題の理解

(正)　関係文の理解

127頁15行目　＜４章第１節第２項２＞

(誤)　Willis & Fuson,1988; 1989

(正)　Fuson & Willis,1989; Willis & Fuson,1988

158頁　＜４章研究10第２項＞

(誤)　Fig.4.8　つまずき診断の画面：「情報の統合」の小問の画面

(正)　Fig.4.8　演算選択訓練の画面

目次

序章　問題の背景と本研究の意義　1

第1節　問題の出発点－算数教育におけるつまずき　2

第2節　児童期の認知発達の特徴Ⅰ － Piaget 理論　3

　第1項　理論の概要　3

　第2項　本論文のテーマとの関連　5

　第3項　新ピアジェ派　6

第3節　認知心理学と情報処理アプローチ　6

　第1項　認知心理学とは何か　6

　第2項　認知心理学の方法：情報処理アプローチの概要　7

　第3項　情報処理アプローチによる認知発達研究　8

第4節　児童期の認知発達の特徴Ⅱ－情報処理アプローチによる研究　9

　第1項　Case 理論　9

　第2項　Siegler の理論　16

第5節　本論文の問題設定と構成　22

　第1項　問題の設定　22

　第2項　対象の位置づけ　23

　第3項　本論文の構成　25

序章の要約　28

1章　文章題解決におけるつまずきの検討　29

第1節　文章題を難しくする要因　30

　第1項　問題の構造　30

　第2項　数値のタイプ　32

第2節　問題の設定　34

研究1　整数文章題：過剰情報や単位変換を含む文章題　37

　目的　37

　方法　37

　結果　39

　考察　41

研究2　分数文章題　42

　目的　42

方 法 42
結 果 43
考 察 45

研究３　小数文章題：割合文章題 47
目 的 47
方 法 47
結 果・考 察 47
第３節　結び 48

１章の要約 50

２章　解決過程におけるつまずき 51

第１節　情報処理アプローチによる文章題解決過程の研究 52
第１項　文章題の解決過程 52
第２項　解決過程におけるつまずき 54
第３項　シミュレーション（コンピュータ・モデル） 61

第２節　問題の設定 63

研究４　整数文章題：過剰情報 65
目 的 65
方 法 66
結 果 67
考 察 70
研究５　小数文章題：割合の用法と数のタイプ 72
目 的 72
方 法 73
結 果 75
考 察 77

第３節　結び 78

２章の要約 80

３章　文章題解決に関連する要因 81

第１節　問題解決に関連する要因 82
第１項　記憶容量の要因 82
第２項　知識の要因 83

第２節　関連を調べた先行研究 87

第３節　問題の設定 87

研究６　分数文章題　89
目 的　89
方 法　91
結 果　95
考 察　99
研究７　整数文章題：演算２回の文章題　104
目 的　104
方 法　107
結 果　109
考 察　114
研究８　小数文章題：割合文章題　118
目 的　118
方 法　118
結 果　119
考 察　120
第４節　結び　122
３章の要約　123

４章　文章題への教育的介入　124

第１節　教育的介入を扱った認知心理学的研究　125
第１項　アナロジーによる文章題解決（類題の解法の利用）　125
第２項　問題の構造を理解させる訓練　127
第２節　問題の設定　135
研究９　小数文章題：正誤判断と問題理解の調査　137
目 的　137
方 法　139
結 果　145
考 察　149
研究10　小数文章題：つまずき診断と指導　153
第１項　目標の設定とソフトウェアの構想　153
第２項　ソフトウェアの詳細　154
第３項　ソフトウェアの効果の検討　158
方 法　158
結 果　159
考 察　160
構想　ANIMATE 小学生版　162

4章の要約 168

終章　結論と問題提起 169

第1節　研究結果の総括 170
第1項　何が文章題を難しくしているのか 170
第2項　文章題解決の成績に関連する要因について明らかになったこと 171
第3項　文章題の指導法について明らかになったこと 172

第2節　研究の発展の方向に関して 173
第1項　メタ認知 173
第2項　学習に対する態度・感情 174
第3項　エキスパートと初心者の比較 174

第3節　結びにかえて 175

引用文献 178

あとがき 187

序章　問題の背景と本研究の意義

第１節　問題の出発点－算数教育におけるつまずき

第２節　児童期の認知発達の特徴Ｉ － Piaget 理論

第１項　理論の概要

第２項　本論文のテーマとの関連

第３項　新ピアジェ派

第３節　認知心理学と情報処理アプローチ

第１項　認知心理学とは何か

第２項　認知心理学の方法：情報処理アプローチの概要

第３項　情報処理アプローチによる認知発達研究

第４節　児童期の認知発達の特徴II
－情報処理アプローチによる研究

第１項　Case 理論

１．Piaget 理論との相違点

２．理論の概要

３．発達段階の詳細

４．発達のメカニズムについての主張

５．本論文のテーマとの関連

第２項　Siegler の理論

１．研究の流れ

２．方略についての諸研究

３．本論文のテーマとの関連

第５節　本論文の問題設定と構成

第１項　問題の設定

第２項　対象の位置づけ

１．課題について

２．対象年齢の設定

第３項　本論文の構成

１．章の構成

２．研究課題

序章の要約

第１節　問題の出発点－算数教育におけるつまずき

児童期における認知の発達の重要な特徴は，論理的思考の成長である(Piaget & Inhelder,1966/1969)。1989年の学習指導要領によれば，この時期に，学校での算数の学習は，次のように進む。１年生で加減算を，２年生で乗算を，３年生で除算を学習する。４年生で小数と分数が導入され，以降の学年ではそれらを使った四則演算を順次学習する。また，２量を関係づける割合の概念が導入され，５年で百分率などの「率」を，６年で「比」を学習する。

では，児童はこれらの内容を，よく理解しているのであろうか。沢田(1990)は，国際教育到達度評価学会が1980年度に中学生(13歳児)に対して実施した国際数学教育調査の結果を引用し，小学校で学習済みの問題の中でも，文章題の問題は正答率が低いことを示した。また，前回の調査(1964年度)の結果との比較を行い，計算題の成績の向上が目立つ反面，文章題の成績が一般に低下していることを明らかにした。Mayer,Tajika,& Stanley(1991)による日米比較でも，同様の傾向が明らかになっている。この研究では，計算問題からなる算数の達成テストと文章題解決テストとを小学５年生に課し，た。達成テストの成績のレベルをそろえて，文章題解決テストの成績を比較したところ，ほとんどのレベルで，アメリカの小学生の成績が日本の小学生の成績を上回っていたのである。日本の児童・生徒の数学の成績は，他の国と比較して優れているとされる。しかし，基本的な計算技能の達成はともかく，問題の内容を十分理解しないと解答できない文章題のような問題となると，成績はあまり良くないのである。もちろん，文章題が難しいのは日本の児童・生徒にとってだけではない。アメリカでの調査においても，文章題の成績が対応する計算問題の成績よりも低下すること，そして筋道を立てて考えることが必要となる演算２回で解く文章題ではさらに成績が悪いことが示されている(Carpenter,Corbitt,Kopner, Lindquist,& Reys,1980; Kouba,Brown, Carpenter,Lindquist,Silver,& Swanson,1988)。

計算問題は解けるのに文章題になると解けない，という事態はなぜ起こる

のであろうか。文章題には，計算問題とは違う独自の難しさの原因が存在するためである。本論文の目的は，文章題解決におけるつまずきとその原因について，主に認知心理学的に考察し，文章題の指導について提言を行うことである。

文章題におけるつまずきは，教科教育だけでなく，認知心理学においても，検討の対象となっている。文章題解決を扱った認知心理学的研究では，後で詳しく述べるように，加減算のみを対象とした研究が進んでおり，乗除算を扱ったものはそう多くない。しかし，算数教育で児童のつまずきがより問題になってくるのは，一般に乗除算導入後である。さらに，乗除算の文章題では，単なる成績の低下にとどまらず，基本原理が理解されていない可能性が指摘されている。例えば「4こ入りのガムを8こ買いました。ぜんぶで何円でしょう」などというナンセンスな問題に対して，小学5年生でも多くの子どもたちが8×4で計算してしまうのである(佐伯ら,1989)。また，式から文章題を生成する作問を課すと，乗除法の作問は5年生でも困難であることが報告されている(高山,1991)。これより，学習済みであっても，乗除法の意味理解がなされていないことがうかがえる。また，分数，小数，比例などの抽象性の高い概念が入ってくると，算数の授業が分からなくなり，算数嫌いになる子どもが急に多くなることも指摘されている(子安,1990)。従って，本論文では，乗除算導入以降の文章題を対象として，つまずきの検討を行うこととする。

このような，文章題および算数領域におけるつまずきについて，これまでの認知発達理論では，どのようなことが明らかになっているのだろうか。次節ではまず，認知発達における代表的な研究者であるPiagetの理論にもとづいて，児童期の認知発達の特徴をまとめる。

第2節　児童期の認知発達の特徴Ⅰ－Piaget理論

第1項　理論の概要

認知発達研究の創始者は，Piaget,J.(1896－1980)だと言えよう。基本的に

Piagetは，学習するということは，自分がすでに持っている知識構造を通して外界を観察したり外界に働きかけながら，新しい知識構造を構成することだと考えていた。この，外界と関わるための枠組みである知識構造を，Piagetは「シェマ」と命名した。また，外界に対する行為が頭の中で行われるようになったものを「操作」と呼んだ。そしてPiagetは，どんな水準の操作が可能であるかを基準にして，認知の発達を４つの段階に分けた。彼の発達段階によれば，児童期とは，様々な論理操作が可能になる時期なのである。彼は，７～８歳頃から具体的操作の論理が，そして11～12歳頃から形式的操作の論理が現れるとした。ある事柄を考える時，問題の材料の具体的な内容にこだわって考えるのが具体的操作の思考であり，材料の内容に関係なく，いつでもある一定の思考形式に従って考えられるのが形式的操作の思考である。

具体的操作期について，Piagetは７，８歳頃に群性体(Piaget,1952/1967)と呼ばれる全体的認知構造が形成されるとした。これは，合成性（２つの異なるクラスＡとＡ'を合成してこの両方を含むクラスＢを作ることが出来る，Ａ＋Ａ'＝Ｂ）・可逆性（Ｂ－Ａ＝Ａ'）・結合性（２つ以上の操作があるとき，そのうちどちらを先にしてもよい，(Ａ＋Ａ')＋Ｂ＝Ａ＋(Ａ'＋Ｂ)）・一般同一性（ある操作は逆方向の操作と結合すると０になる，Ａ－Ａ＝０）・特殊同一性（あるクラスＡに同じクラスＡを加えてもＡというクラスしかできない，Ａ＋Ａ＝Ａ）の５つの属性を備えた操作体系である。群性体が構造化されているため，この時期の子どもは系列化・保存・クラスの包摂関係などを理解することが出来る。

またPiagetは１１，１２歳以降を形式的操作期とし，仮説演繹的思考が可能になるとした。もし命題Ａが真なら命題Ｂも真であるといった命題間の形式的・二次的操作はこの時期に可能になる。具体的操作期の子どもは，命題Ａが事実であるか否かといった内容にこだわって，Ａ→Ｂと形式的に推論することができない。この段階では，命題の組み合わせ（連言や選言を含む複雑な命題の組み合わせを理解し，構成する），関連する要因の発見（ある現象に対して作用していると考えられる諸要因から，真に関連する要因を実験的に発見する），比（相似，測度，確率，天秤における重さと竿の長さと

の諸関係）といった操作が獲得される(Piaget & Inhelder,1966/1969)。

第２項　本論文のテーマとの関連

Piagetは，上に挙げた論理的思考の発達の様子を，様々な課題での取り組みを分析することで明らかにした。特に形式的操作の思考を測定するために，理科・数学的課題を多く用いた。しかしながら，算数・数学の文章題に対応するものは，課題として取り扱われていない。加減乗除の概念の理解については，加法的操作と乗法的操作の発達が明らかにされ(Piaget & Szeminska, 1941/1962)，小学校６年生で学習する「比」の内容が，形式的操作期に出現する概念として天秤課題などへの取り組みを通して検討されている
(Inhelder & Piaget,1955/1958)程度である。加法的操作と乗法的操作は，２＋２＝４などのような既成の加法九九や乗法九九から引き出された公式が使えるというレベルの理解ではない。加法操作つまり部分を全体の中に加法的に合成する操作の場合で言えば，例えば６のような和を，２と４のような加えるべき数を部分として含む全体としてみなすことができ，しかも，そのあらゆる組み合わせを，加法的合成の群の中で位置づけることができて初めて，理解されたことになる。つまり，加法一般と減法一般を理解するためには，４＋４が７＋１と等しいこと，さらに部分集合の一方が４から７へ増加したぶん，他方の部分集合が減少していること，すなわち
（４＋３）＋（４－３）＝８　であることを把握していなければならないとPiagetは主張している。このような加法についての「群」の形成をもって，加法や減法の操作が確立されたとみなすのだ。

また，本論文で取り上げる乗除算の理解に関してPiagetは，５，６歳児が１対多の対応のような，乗算についての初歩的な考えを扱えることを示した(Piaget & Szeminska,1941/1962)。最初に，子どもは１対１対応とその推移的合成を理解する。数についてＡ＝ＢかつＣ＝ＢならばＡ＝Ｃであることを理解した５，６歳児は，Ａ＝２ＢかつＡ＝ＣならばＣ＝２Ｂであることを理解できるようになる。そして「２対１」の関係を理解し始めると，それを「３対１」「４対１」などに一般化していけるとPiagetは述べた。このような１対多の対応のシェマを，Piagetは乗算の概念の源泉だと考えたので

ある。

しかしながら，Piaget が挙げた例は1対多の対応の概念のごく初期のものでしかないし，このような操作で乗法的関係が全て理解できるわけではない。さらに，本論文のテーマに立ち返って言えば，加法的操作や乗法的操作によって，文章題解決を説明するには限界がある。式から答えを導くプロセスはともかく，問題文を読んでそれを理解するプロセスや，理解した問題文の内容に基づいて演算を選択するプロセスなどについては，これらの操作の獲得という観点だけでは説明しきれない。また，「比」の理解と関連づけられた形式的操作の獲得という視点でも，文章題解決全体を解明することはできない。従って，文章題はなぜ難しいのか，文章題が解ける児童と解けない児童はどこが違うのか，文章題を解けるようにするにはどうしたらいいのか，などの疑問は未解決のままである。

第3項　新ピアジェ派

その後，Piaget 理論に対しては，批判や応用に加えて，彼の理論を出発点にして新たな理論を打ち立てるなど，様々な取り組みがなされてきた。Piaget 理論をもとにしたこれらの研究の流れは，「新ピアジェ派(Neo-Piagetian)」と呼ばれている。特に，Piaget 理論の踏襲と改訂を行っている新ピアジェ派の理論では，Piaget 理論を出発点とし，情報処理アプローチ (information processing approach) の理論や方法を取り入れたものが主流になっている。新ピアジェ派の理論を紹介するに先立って，認知発達研究における情報処理アプローチの特徴を簡単に見ておこう。

第3節　認知心理学と情報処理アプローチ

第1項　認知心理学とは何か

認知心理学は，記憶や思考のような精神作用を，情報処理アプローチによって科学的に分析し，人間の行動を理解しようとする学問である。情報処理アプローチとは，人間の知的機能を，情報処理システムとしてモデル化して研究するものである。そのシステムのモデルとしては，同じく情報処理シス

テムであるコンピュータが有効であると考えられている。従って，このアプローチの最たるものは，認知課題の遂行やその発達をコンピュータでシミュレーションしようとする研究になる。

第２項　認知心理学の方法：情報処理アプローチの概要

認知心理学の特徴は，その研究方法にある。人間が情報を処理する過程を検討する手段の豊富さは，「情報処理アプローチの魅力の一つ」(Siegler, 1986/1992) となっている。ここでは，認知心理学の研究方法を，簡単に紹介する。

まず第１に，認知心理学では，人間の認知活動を，コンピュータの情報処理プロセスからの類推によって論じることが多い。また，人間の認知活動を記述する際に，コンピュータ関連の用語が用いられることも多い。

このような，**一般的な情報処理システムの分析**に加えて，認知心理学では，人が課題に取り組む時に頭の中で何が起こっているのか，つまり，課題を解く際の**認知過程の分析**が行われている。そのためにはまず，認知過程の構成部分を分析する必要があるが，それには，プログラムやフローチャート (flow chart) などの方法が有用である。プログラムでは，何をなすべきかがリストされており，上から１度に１つずつステップを進めるのである。この方法の極にあるのが，コンピュータ言語を用いて認知活動をシミュレートすることである。一方，フローチャートは，箱と矢で描かれ，課題を解く際の手続きに含まれる過程と決定とを記述するものである。このような方法を用いて，ある課題での認知過程を表現する過程モデルを作り，そのモデルを検証するかたちで研究が進められている。

さらに，認知心理学は，人が知識を貯蔵するやり方や課題を遂行する際に貯蔵した知識の利用の仕方，すなわち**認知構造の分析**を行っている。

第４の方法は，**方略の分析**である。認知心理学では，人がどのような方略を使用するかをいろいろな手段で明らかにしようとしてきた。例えば，問題を解かせて思考過程や使用する方略を言語化させたり，方略モデルを実際の遂行と対比して検証したりするかたちで研究が進められている。

第３項　情報処理アプローチによる認知発達研究

情報処理アプローチの理論上の仮定や方法は，現在，多くの認知発達研究で利用されている。ここでは，認知発達への情報処理アプローチの特徴という視点で Klahr(1989) がまとめたところに従って，このアプローチの特徴についてさらに述べる。

まず，理論的な仮定として， Klahr(1989) は次の３点を挙げた。①子どもの心的活動は記号 (symbol) と記号構造を操作する過程によって記述できること，②こうした記号過程は，同定可能な特性・制約・帰結を備えた情報処理システム内で働くこと，③情報処理システムの自己修正によって認知発達が起こることである。

このうち，注目すべきは③の仮定である。これは発達のメカニズムについて言及している。 Klahr(1989) のいうシステムの自己修正を中心に据えた研究はそう多くない (例えば，後で述べる Siegler の方略選択モデル) が，認知の発達が何の発達によるのかという問題に対して，このアプローチは，情報処理の観点からいくつかの答えを出している。主要なものは，「処理容量 (processing capacity) 」である。具体的には，年齢に伴って，情報を一時的に操作したり処理したりする作動記憶 (working memory) の容量が大きくなる (Pascual–Leone,1978)， 情報の処理が自動化することによって作動記憶に余裕が生じる (Case,1985) といった変化が，認知発達を引き起こしているのだという考え方である。この他に，システムに入ってくる情報の「符号化 (encoding) 」の過程が挙げられている。これは，課題を解く際にどのような情報を符号化するかが発達的な差異をもたらすという考え方で， Siegler が「ルール評価アプローチ」において主張していたものである。彼らの理論の詳細については，次節以降で述べる。

また，情報処理アプローチの方法論上の特徴として， Klahr(1989) は，④動きのある複雑なシステムを，形式的な記号表現を使って表現すること，⑤比較的短時間の認知処理の時間経過をモデル化すること：時間計測分析 (chronometric analysis)， ⑥誤りのパターンやプロトコル (protocol) から得られるデータを用いて，複雑なモデルを帰納的に推論すること，⑦子どもが取り組む課題の環境を詳細に分析すること，以上４点を挙げている。

特徴④については，様々な表現方法が採られている。コンピュータ言語を用いて認知活動をシミュレートすることは，情報処理アプローチの真髄である。シミュレーションの精神のみを受け継いだ多くの研究では，フローチャートを用いて処理の時間経過を表現したり，プロダクション・システム (production system) によって記号操作の活動を詳しく記述したり，スキーマ (schema) という概念で認知活動を表現したりしている。

⑤と⑥に挙げられた方法上の特徴は，課題に取り組む過程，つまり情報処理過程を検討する手段についてのものである。時間計測分析は，反応時間 (種々の課題をこなすのに必要な時間) を計って，種々の情報処理の実行に必要な時間を測定する。プロトコル分析は，思考過程で経験しつつある事柄を随時被験者に詳細に報告させて得た資料を，思考過程を解明するための重要な手がかりとしようというものである。プロトコルは，被験者による経過状態の言語化だけでなく，凝視点を記録した眼球運動によっても得られる。誤りのパターンの分析は，正答だけでなく誤答も考慮した反応のプロフィールを調べ，被験者が持つ概念の理解，推論や問題解決の方略を明らかにするものである。

⑦の課題分析は，子どもが取り組む課題の性質を明らかにするもので，課題を解く際の基本的な情報処理が詳細に分析される。課題分析は，他の分析の出発点であり，基礎であると Klahr(1989) は述べている。

情報処理アプローチによって，子どもの思考の仕方についての興味深い発見が多くなされた (Siegler,1986/1992)。では，児童期の認知活動および認知発達については，どのようなことが分かったのだろうか。新ピアジェ派の代表的な研究者である Case,R. と Siegler,R.S. の理論を検討する。

第４節　児童期の認知発達の特徴Ⅱ
　　　　－情報処理アプローチによる研究

第１項　Case理論

１．Piaget理論との相違点

Caseは，基本的にはPiagetの構造的な考え方を受け継ぎつつ，幼児期以降の段階にも下位過程を導入し，段階間の移行にも考慮して，Piaget説の欠落を補おうとしている。Case自身がまとめたところ(Case,1992)によると，同化・段階の継起の普遍性・構造の獲得に典型的な年齢の同定可能性などは，Piagetの理論体系からそのまま踏襲した仮定である。また，作動記憶の容量の増加が認知発達を引き起こしていること，さらに作動記憶の上限を規定するのは生物学的要因であることなどの仮定は，Piagetの理論体系を改める仮定に関わる点である。

２．理論の概要

では，Case(1985)に基づいて，Case理論の概要を述べていく。CaseはPiaget理論に倣い，認知の発達を，誕生～１歳半，１歳半～５歳，５歳～１１歳，１１歳～１８歳半の４段階に区分した。各段階はさらにいくつかの下位段階に分けられる。また，段階と下位段階の進歩を引き起こしているのは作動記憶容量の増加だとされている。Caseの発達段階では，各段階において，記憶容量の増大と構造の複雑化とが，平行して，また周期的に生じているのである(Case & Sandieson,1988)。

Caseの認知発達段階のうち，児童期にあたる第３の段階は，論理的操作の段階であり，量的次元に関する制御構造が発達すると捉えられている(Case,1985)。下位段階としては，５歳～７歳，７歳～９歳，９歳～１１歳の３つが設定されている。各下位段階における子どもの認識の特徴は，科学的推理・社会的推理・空間的推理などの領域に共通した構造的変化(Case & Sandieson,1988)として，以下のようにまとめられている。５歳～７歳では１つの次元しか考えられないが，７歳～９歳では２つの次元を考慮に入れられるようになる。９歳～１１歳ではそれがより精緻化され，より高度な，また統合されたやり方で２次元を関連づけるようになる。これらをモデル化したものをFig.序.1に示す。

次元に関する制御構造の段階

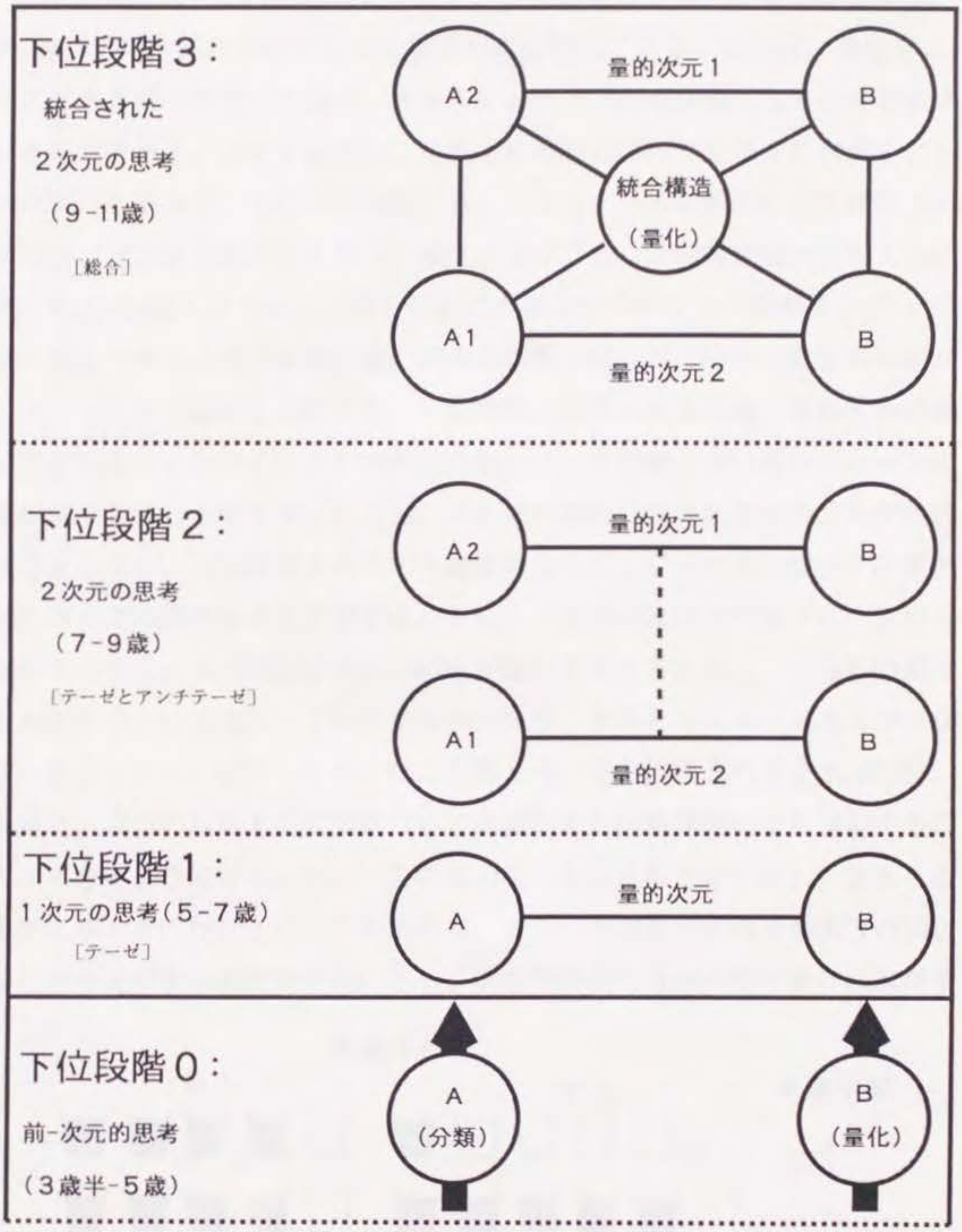


Fig. 序.1　幼児期から児童期にかけての，論理数学的思考の発達モデル.
（Case & Sandieson, 1988 の Figure2 を邦訳）

注：横線のうち，実線は思考の段階的変化を，点線は下位段階の変化を示す。

3．発達段階の詳細

Case(1985)は，これらのステップを，Noeltingのジュース混合課題(Fig.序.2)への取り組みを例にとって具体的に説明している。これは，濃縮ジュースと水を様々な割合で混ぜ，どちらのジュースの味が濃くなるかを判断させる課題である。3・4歳児は，それぞれの組のコップを別々に評価し，ジュースがあるかないかだけで判断する。つまり，一方の組の方にだけジュースのコップがある場合はそちらの液体の方がジュースの味が強いと考える。Fig.序.2の(a)のように，どちらの組にもジュースのコップがあり，パッと見てジュースのコップの数の違いが分かる場合は，ジュースの数が多い組がジュースの味が強いと判断する。下位段階1の5・6歳児は，それぞれの組に含まれるジュースのコップの数を比較して，その数が多い組がジュースの味がより強いと予測する。ただし，それぞれの組に含まれる水のコップの数は考慮しない。下位段階2の7・8歳児になると，ジュースのコップの数と水のコップの数の両方を考慮する。もし，一方の組に水よりもジュースの方が多かったら，その組はジュースの味が強いと答える。もし，どちらの組でも水よりジュースのコップの方が多かったり，どちらもジュースの方が少なかったりしたら，どちらも同じ味だと答える。下位段階3の9・10歳児になると，2つの対立する要因について加算的または減算的になら推論することができるようになる。ジュースの量の差と水の量の差を比較し，どちらの差がより大きいかに注目して判断する。ジュースの量の差の方が大きい場合はジュースが多い組を味が強いとし，水の量の差の方が大きい場合は水が多

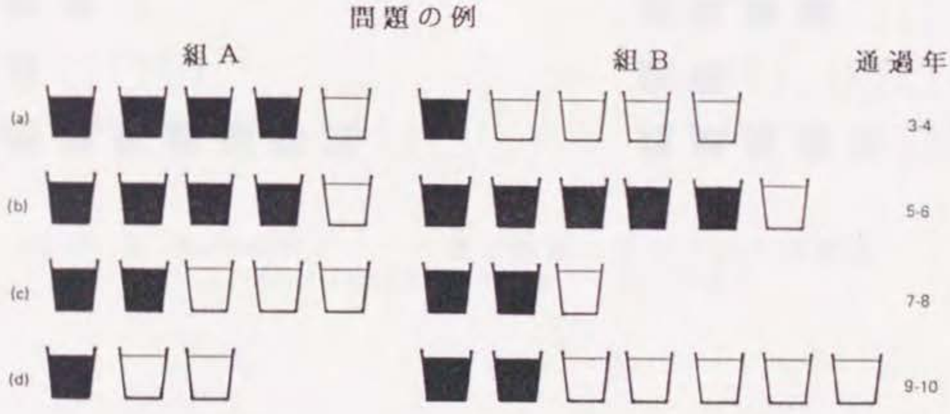


Fig.序.2　Noeltingのジュース混合課題の問題例
（Case(1985)のFig.9.1を邦訳）

い組を味がうすいとするのである。しかし，比の理解が必要な場合に関しては，正しく判断することができない。これができるようになるのは次の段階である。

続く第4の段階では，抽象的制御構造が発達する。比は，科学や数学での抽象的思考の発達に関して，重要な役割を果たす操作である。児童期以降，比の概念は次のように発達する。まず比の概念の先駆として，7～9歳の間に乗算や除算を学ぶことができ，9～11歳の間に，乗算と除算の等価性を理解できるようになる。例えば，「２０００円貯金すると利子が６０円つきます。１０００円貯金すると利子はいくらでしょう」といった問題が解けるようになるのである。11～13歳頃に質的な変化が起こり，このような操作を2つ協応させることができるようになる。例えばFig.序.3のジュース混合課題の(b)で，「どちらもジュースの2倍の水がある」から同じである，などと，二次的な次元で推論ができるようになる。下位段階2になると，比が直接比較できるものではなく，新しい形に調節しなければならないときも比に焦点を維持することができる。下位段階3になると，どちら側も単位あたりの形になっていなくても答えられる。例えばFig.序.3の問題(e)で，水1杯あたりのジュースの量を求めて比較し，大きい方を答えとする。

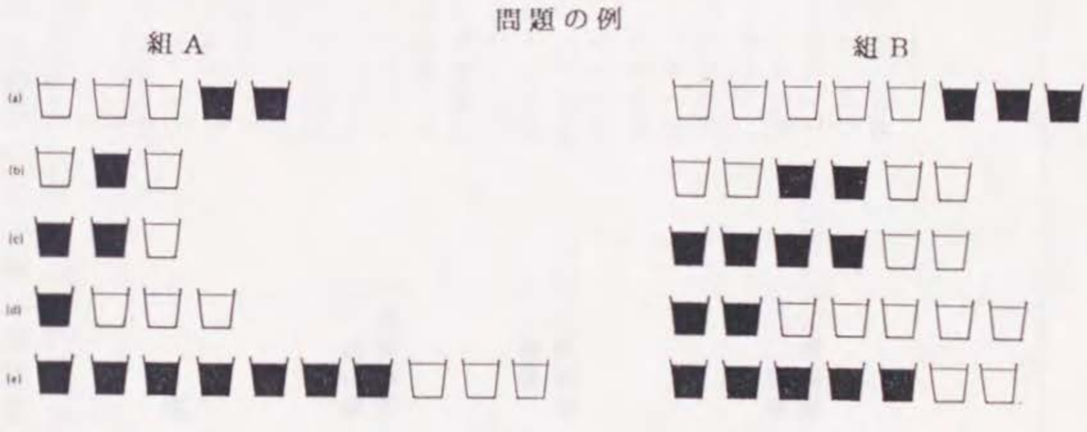


Fig.序.3　Noeltingのジュース混合課題の高レベルの問題例
(Case(1985)のFig.10.1を改変)

Table 序.1 Noelting課題に見られる方略の連続性とそれに要する記憶容量(Case, 1978, Table2. 1, 2. 2を改変)

方略	到達年齢	通過する問題例	方略の概要	必要とする作業記憶容量	記憶への負担
I 孤立した中心化	3～4歳	A ■ B □	左右のコップを別々に評価し，ジュースの有無のみに注目。どちらか一方にのみジュースのコップがある課題には成功するが，他の場合には失敗する。	ジュースの有無だけの判断(記憶容量１)	1
II 一次元の比較	4～6歳	A ■■■□□ B ■■■■□	各組のジュースの有無だけでなくジュースの量にも注目し，ジュースのコップの数がより多い側を選択すれば成功する課題は通過できる。	各組のジュースのコップの数(記憶容量２)	2
III 二次元の比較	7～8歳	A ■■□□ B ■■■□□□□	ジュースのコップの数と同様に各組の水の数にも注目する。各組で水とジュースの数を比較し，水よりもジュースの多い組を選択する。だが，両方とも水よりもジュースが多い場合にはでたらめに判断する。	Ａ組のジュースの数と水の数を比較し(記憶容量２)，その大小を保持しながらＢ組のジュースの数と水の数を比較し(記憶容量３)，各組の大小を比較する。	3
IV 量化を伴う二次元の比較	9～10歳	A ■■□□□ B ■■■□□□□□	両方ともジュースより水が多い場合でも，どちらの組の差がより大きいかに注目。だが，比率の理解が必要な問題には失敗する。	Ａ組のジュースの数と水の数を比較し(記憶容量２)，その大小と差の数を保持しながらＢ組のジュースの数と水の数を比較し(記憶容量４)，各組でジュースと水のどちらが多いか，その差を同時に比較し最終判断をする(記憶容量４)。	4

注：課題例で，■はジュースのコップを，□は水のコップを表す。

4．発達のメカニズムについての主張

先程も述べたように，Case は，認知的成長の主な障壁となっているのは作動記憶容量だと考える (Case,1978)。前述のジュース混合課題で使用される方略を，発達段階に応じて示すと Table 序.1（前ページ）のようになる。ここから分かるように，方略が進むにつれて必要な記憶容量が増加する。従って，記憶容量の程度によって利用できる方略が限定されるのである。言い換えれば，記憶容量が増加することによって，子どもは徐々に難しい認知的技能をこなすことができるようになるのである。Case はまた，記憶容量の増加は，処理を自動化することと，生物学的な成熟により起こると考えた (Case,1985)。処理の自動化とは，以前には短期貯蔵の容量全てを必要としていた認知操作が，練習によってより効率的に実行できるようになることである。これによって，作動記憶容量の一部に余裕が生じ，他の処理に使われるようになる。また，生物学的な成熟とは，自動化をコントロールしている脳の神経の髄鞘化を指す。Case は，ある段階に特有な操作を実行するために必要な脳システムが髄鞘化されている程度が，その段階の潜在的な効率性を決めると仮定した。つまり，自動化や成熟によって，情報の処理が効率的に行われるようになり，発達に伴う作動記憶容量の増大が起こるというのが Case の考えである。作動記憶の機能が増大することで，認知構造の複雑さの上限が上がり，高次の方略が使えるようになるのである。

以上からも明らかなように，Case の理論は，Piaget 理論と発達の情報処理理論の統合を目指している。具体的には，Piaget から思考の段階性と思考の概念間の統一性の強調を，情報処理理論からは，作動記憶の限界と自動化，問題解決方略を重視する考え方を取り込んでいる。

5．本論文のテーマとの関連

このように Case は，認知発達の根底には，利用できる記憶容量の増加があると考えている。記憶のような基本的能力と解決方略を結びつけて問題解決を説明しようとしている視点はまた，問題解決における個人差の説明にも利用できると Case は考えている (Case,1985, p.414)。現時点では，Case が文章題を対象として行った記憶容量との関連を示す研究は発表されていない。

だが，文章題が解ける児童と解けない児童との違いを説明する原理の一つとして，作動記憶容量を取り上げることは有益だと思われる。文章題解決の遂行と作動記憶容量との関連については，本論文の3章で検討することにする。

しかし，Caseの考え方で，文章題解決を包括的に説明することは，現時点ではやはり困難である。様々な文章題が解けるようになっていく過程は，1次元の比較(5～7歳)，2次元の比較(7～9歳)，洗練された2次元の比較(9～11歳)という下位段階の進行や，抽象的思考が可能になる第4段階への移行だけでは捉えきれない。ジュースの混合課題や天秤課題における遂行と同じ程度の説明を文章題解決に対して行うためには，明らかにしなければならないことが多く残されている。対象とする文章題の課題分析，解決方略の分析，それぞれの方略の実行に要する記憶容量の決定などである。特に，文章題が対応する計算問題よりも難しいという事態を説明するには，文章題がどのように解かれ，その際にどんな作業と知識が必要であるのかを詳細に検討する必要があろう。本研究では，2章と3章でこれらの点について検討する。

第2項　Sieglerの理論

1．研究の流れ

Siegler(1986/1992)は，子どもの思考研究における最も基本的な問題は，「何が発達するのか」と「発達はいかに起こるのか」の2つであると述べている。認知発達に大きく貢献しているものとしてSieglerは，自動化・符号化・一般化・方略構成の4つの変化過程を挙げた。

70年代から80年代前半にかけて，Sieglerは，認知発達を，課題解決に用いるルールの高次化という観点で捉えていた（ルール評価アプローチ，rule–assessment approach）。Sieglerは，Piagetが用いた科学的推論の課題を対象に，子どもが使用するルール(方略)を同定し，年齢に伴ってルールが高度なものになっていくことを示した。具体的には，天秤(Siegler, 1976)，比率(Siegler & Vago,1978)，速さ(Siegler & Richards,1979)，量の保存(Siegler,1981)などの課題を対象に，実験が行われている。ルールは，課題を解く際にどのような情報を符号化するかについてのものであり，この違

いが発達的な差異をもたらすのである。ルールの同定にあたっては，子どもが使用したルールが区別できるような一群の問題を課し，問題の正誤のパターンを利用した。この時期の彼は，認知発達を，ある方略を利用する状態から別の方略を利用する状態への質的な変化と考えていた。

その後 Siegler は，子どもがとる方略の多様性に目を向け，複数の方略から使うものを選ぶメカニズムに焦点を当てるようになった（方略選択，strategy−choice）。本論文では，彼の方略選択研究のうち，加減算や乗算などの算数課題を対象としたものについて述べる。これらの研究は，方略と問題，答えの連合 (associations) に力点を置いている。方略選択の研究において Siegler は，発達を，方略の使われる頻度が次第に変わっていくものと捉え、新たな方略を獲得して古い方略の利用が減るのではなく，新しい方略と古い方略は共存していると考えている (Siegler & Jenkins,1989)。

2．方略についての諸研究

では，方略選択研究の概要を見てみる。Siegler(1987a) は，加算の問題を解く際に，5歳から7歳の児童が使う方略を分析し，次の5種類の方略を見い出した。検索，最少，分解，全てを数える，推測または無反応の5方略である。検索とは記憶から答えを引き出して答える方略である。また，最少方略とは，例えば３＋６を解く際に，大きい方の数である６から始めて「６，７，８，９」と３数ぶん数え上げる方略である。また，分解は，困難な問題を易しい問題に分解するものである（例えば 12 ＋３＝ 10 ＋（２＋３））。そして，ひとりの子どもが常に同じ方略で計算をするのではなく，多くの子どもは複数の方略を使っていることを報告した。この現象は，加算だけではなく，減算 (Siegler,1987b; Siegler,1989) や乗算 (Siegler,1988) でも見い出された。さらに，同じ子どもが同じ問題を解いた場合でも，１日目と２日目で使う方略が異なることすらあったのである (Siegler,1987b)。これは，Piaget や Case の項で見たようなこれまでの考え方に反するものである。Siegler 自身も含め，これまでは，この年齢ではこの方略を使う，というように，年齢あるいは発達段階と方略とを１対１対応させて考えていた。そうではなくて，認知発達をさまざまな方略の混合の仕方の変化を含むものと捉えるべきであ

ると，Siegler は示唆したのである (Siegler & Jenkins,1989)。

では，子どもはどのようにして，使う方略を選んでいるのだろうか。これを説明するために，Siegler は連合分布 (distribution of association) モデルを提案した。以下，Siegler & Jenkins(1989) に従って，このモデルの概要を説明する。連合分布モデルは，表象系と処理系からできている。表象は，個々の問題と問題に対する答えとの連合からなっている。正しい答えとの連合と同様，誤答との連合も含まれている。連合の強さは様々である。Fig. 序 .4 のY軸の値はこれら連合の強さの推測値である。連合の強さは，目に見える形の方略の使用を禁じた実験での，子どもの遂行に基づく。ここにあがって

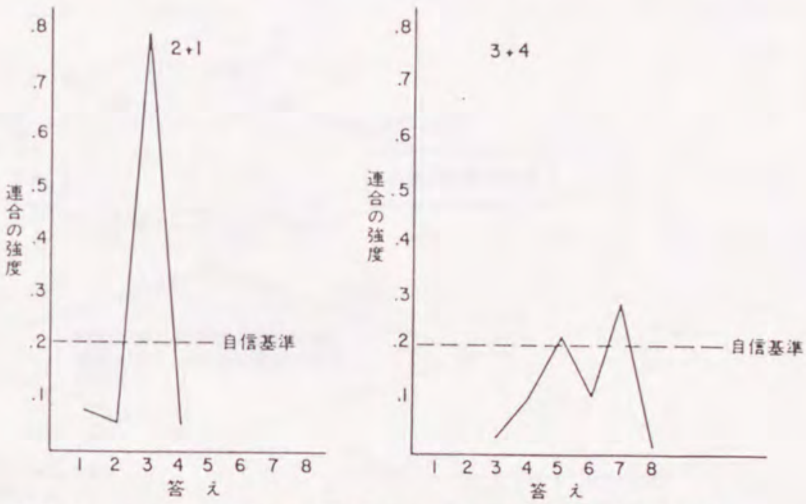


Fig. 序.4　加算における問題と答えの連合分布の様子
(Siegler, 1986/1992より)

注) 左図と右図はそれぞれ，ピークのある連合分布と平坦な連合分布の例 .

いる数値は，子どもが，ある問題に対してある答えを出した思考の割合を示している。

表象に作用する処理の系は，３つの相に分けられる。検索，表象の精緻化，アルゴリズムの適用である。これは主要な方略と対応している。過程の進行をモデル化したものが Fig. 序 .5 である。まず，子どもは記憶から答えを引き出す。ある答えが引き出される確率は，可能な答えの連合の強さの総和に対するその答えの連合の強さの割合である。つまり，３＋５という問題と答え「８」との連合強度は .27 であり，３＋５に対する答えの連合強度の総和は 1.00 であるので，答え「８」が引き出される確率は 27 %となる。

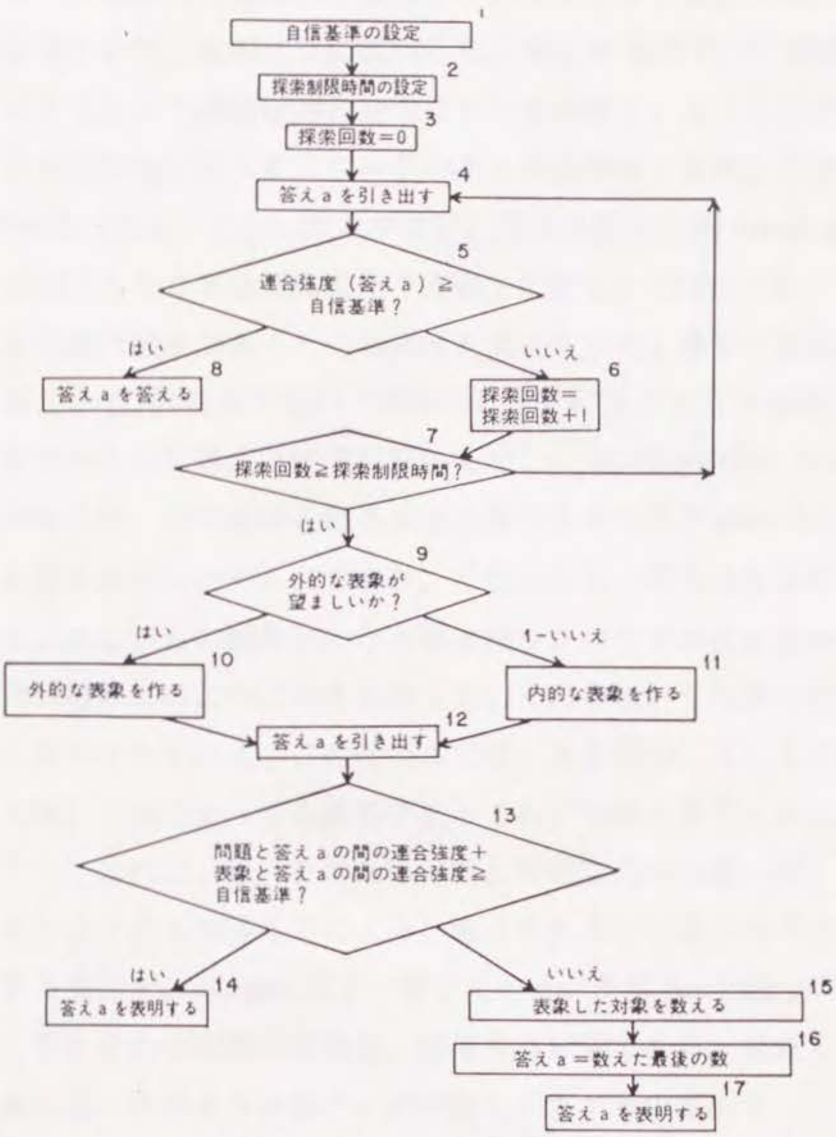


Fig.序.5　表象に作用する処理の系の詳細(Siegler, 1986/1992より)

引き出した答えの連合強度が自信基準を上回っていれば，子どもはその答えを表明する。自信基準を超える連合強度の答えを引き出せない場合には，もう一度検索するか，次のステップへ進む。ここでは，指を立てるなどして，問題を具体的に表象し，答えを検索する。それでも自信のある答えが出せない場合は，第3の，アルゴリズムの適用に進んで，指の数を数えて答えを出す。

Sieglerは，このモデルで，子どもが使う方略と，誤答のタイプ，方略ごとの解決時間が説明できるとした。また，目に見える方略を使用する割合と，

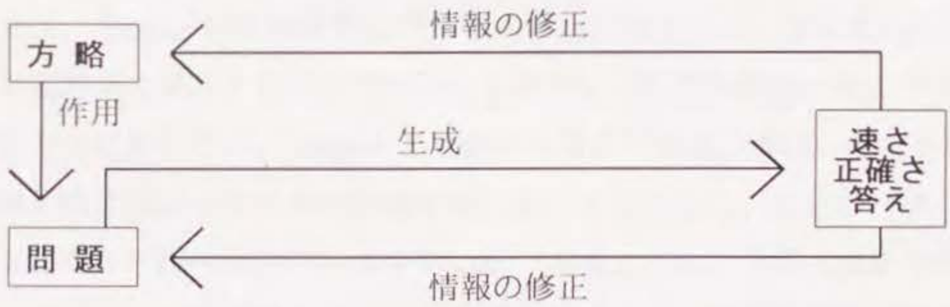
誤答率，平均解決時間が強く関連していることを，連合分布のピークという概念に基づいて，次のように説明した。Fig.序.4の2つの問題を見て欲しい。2＋1という問題は連合分布にピークがあり，3＋5は分布が平坦である。平坦な分布に比べて，ピークのある分布では，次のようなことになる。(1)指を使ったり声に出したりする目に見える形の方略(overt strategies ：見えたり聞こえたりする行動を使う方略)を使用する割合が低い（引き出された答えの連合強度が高く，自信強度を満たすので，検索の使用頻度が高くなるため），(2)誤答が少ない（分布のピークにある答えは普通正答であり，それを引き出して答える確率が高いため），(3)解決時間が短い（ピークのある分布では，自信基準を超える連合強度を持つ答えが初期の検索で引き出される確率が高いため）。つまり，子どもが持つ連合分布のピークの有無によって，記憶からの検索という方略を使うかどうかが決まるのである。

連合分布がどのようにできあがっていくのかという問題については，次のように説明されている。このモデルでは，ある問題に対して子どもが表明した答えは，正答であっても誤答であっても，問題と連合すると想定されている。これによれば，ピークのある分布と平坦な分布の違いは，それぞれの問題に対する子どもの答え方によると考えられる。加算での子どもの答え方に影響する要因を，Sieglerは3つ挙げている。予備(backup)方略の実行の難しさ，それぞれの問題の経験量，関連する知識である。関連する知識として，数の系列は，次のような場合には加算を妨害するのである。上昇系列になっている問題（3＋4など，第2の数が大きい問題）と，同数の加算の問題（3＋3など）で，第2の数より1つ大きい数字を答える誤りが，4・5歳児では多い。子どもたちは，3＋3＝4とか3＋4＝5と答えるのである。就学前児は，このような問題では，加算の手続きではなく，自分がよく知っている計数の手続きを実行してしまうのである。また，加算の問題でよく使われる予備方略は，合計方略である。だが和の値が大きくなると，合計方略で正答に至ることが難しくなる。子どもが表象すべき対象の数，ひいては数えるべき対象の数が多くなると，誤答する可能性は高くなるからである。こうして，和が小さい問題や出会った回数の多い問題では，連合の分布にピークが作られる，とSieglerは述べた。さらにSieglerは，連合分布との関連を

重回帰分析を用いて検討したり，コンピュータ・シミュレーションによるモデルの検討を行ったりしている (Siegler,1987b;1988; Siegler & Jenkins,1989)。

以上のように，Sieglerは，問題の解決にあたって子どもが多様な方略を持ち，それを適応的に選択すると主張した。彼は連合分布モデルを提唱して，加減算および乗算の問題での子どもの方略選択方法を説明した。方略の選択は，その問題と答えの間の連合の分布の仕方によって決まるというのが，彼のモデルの骨子である。

ここまで紹介してきた方略選択についてのモデルでは，新しい方略の発見という視点が欠けていた。従って，Sieglerはこのモデルをさらに改良し，新しい方略選択モデルを提唱した (Siegler & Jenkins,1989)。新しいモデルは，以前のものと同様，表象系と処理系からなる。表象系には，問題と答えの結びつきに加え，方略と問題との結びつきが含まれる。これらの結びつきは，問題で方略を使った際に生じた速さと正確さによって，強くなったり弱くなったりする。



表象に作用する処理の系は，２つの相に分けられる。方略の選択の相では，方略の検索が行われるが，ある方略が引き出される確率は，全方略の強度の総和に対するその方略の強度の割合である。方略の強度は，その領域や問題における各方略の速さと正確さに基づく。方略が選ばれれば，方略の実行の相に移る。方略が実行できなかった場合は，方略の選択の相に戻り，実行可能な方略が選ばれるまで繰り返す。新しいモデルでは，代替の予備方略の選択などの点で改良が加えられている。そして彼の研究の方向も，子どもがどのようにして新しい方略を構成するのか，また既存の方略が時間とともにど

のように変化するのか，などを検討する方向へにと移っていった (Siegler & Crowley,1991;Siegler & Jenkins,1989)。発達に伴って，新しい方略が構成され，既存の方略の中からより進んだ方略が選ばれるようになり，あらゆる方略が効率的に実行されるようになる (Siegler,1991)，というのが，Siegler が現在持っている発達観である。

3．本論文のテーマとの関連

Siegler はさまざまな認知活動での方略選択に関して研究を行ったが，算数領域では，計算問題のみを対象としていた。文章題を課題とした場合も，方略選択モデルで子どもの遂行を説明することができるのだろうか。残念ながら，文章題を対象にした研究を，Siegler はまだ行っていない。文章題の場合は，問題と答えの連合は考えにくく，問題と解決方略ないしは問題のタイプについての知識とが連合しているのではないか，単純な文章題に関しては新しい方略選択モデルを改良すればある程度説明できるのではないか，などといったことが考えられるが，現時点では，いずれも推測の域を出ない。本論文は，Siegler の方略選択モデルやルール評価アプローチを直接利用して文章題解決を検討するものではない。ただし，児童が問題を解くプロセスの分析方法に関しては，Siegler と共通する部分がある。彼は，子どもが課題を解く際に用いるルールや方略を明らかにするために，誤りのパターンやプロトコルから得られるデータを用いた。本論文でも，小問への正誤やプロトコルを利用して問題解決過程の分析を行っている。情報処理アプローチに基づくこれらの研究は，2章と4章で紹介する。

第5節　本論文の問題設定と構成

第1項　問題の設定

第2節と第4節では，子どもの思考における領域を越えた共通性を明らかにしようとした認知発達の理論を概観した。論理操作の発達という視点から認知発達を研究した Piaget の理論，そして Piaget 理論と情報処理アプロー

チの考え方との融合を試みた「新ピアジェ派」の Case と Siegler の理論を紹介した。Case が記憶容量に着目したのに対し，Siegler は方略選択過程での共通性を強調した。

しかし，文章題の解決とそのつまずきは，学校で勉強する技能であるにもかかわらず，これらの認知発達研究では扱われてこなかったし，また，これまでの認知発達理論によって説明しつくしてしまえるのかどうかも明らかではない。本論文の意義は，これまでの認知発達研究で扱われてこなかった領域を取り上げ，認知心理学的な手法を用いて検討した点にある。また，児童の文章題解決を検討するにあたり，本論文は，Case の発達理論からは，認知発達の主要因が作動記憶の容量の増加だとする仮定を，Siegler の研究からは，情報処理アプローチに基づく問題解決過程の分析方法を，それぞれ取り入れている。

本研究は，認知心理学のアプローチを用いて，文章題の難しさについて検討していくことを目的とする。本論文の主要な目的は，乗除算，割合(倍)，そして小数分数など有理数を扱う文章題を対象に，文章題解決におけるつまずきとその原因を情報処理アプローチによって検討し，それらの知見をもとに文章題に対する指導のあり方について示唆を与えることである。

第２項　対象の位置づけ

１．課題について

Vergnaud(1983,1988) によれば，加減算と乗除算は異なる概念領域の演算であり，前者は加法的構造を，後者は倍数的構造を持つ。倍数的構造の概念領域 (multiplicative conceptual field) とは，比・有理数・ベクトル空間などを含む広範なものである。Vergnaud は，倍数的な関係を，４値の関係として捉えた。例えば次のような問題を考えてみよう。「テーブルには脚が４本あります。テーブル５つでは，脚は全部で何本になるでしょう」。この種の問題は，"脚"，"テーブル"，"テーブルごとの脚の数"の３値の関係として扱われる。Vergnaud の分析では，この問題はＭ１(テーブル)とＭ２(脚)の２つの基本次元からなるものであり，また各次元は２数を含む。従って，この問題は次のように示される。

テーブル (M1)	脚 (M2)
1	4
5	?

つまりこれは，テーブル１に対し脚４という比を示してテーブル５に対する脚の数の比を問う問題なのである。Vergnaud はこのような４値の関係を測度の同型 (isomorphism of measures) と呼んだ。式で表すと，ａ：ｂ＝ｃ：ｄの関係である。乗除算はこの４数のうちの１数の値が１である特殊な場合であり，２つの測度空間の間の正比例関係からなる構造を持つ演算なのである。Vergnaud(1988) は，乗除算の問題を，さらに次のように分類した。

1	$f(1)$	他の２数が分かっている時，	$f(x)$ を求める…乗算
			$f(1)$ を求める…等分除
x	$f(x)$		x　を求める…包含除

以上からも分かるように，Vergnaud は乗除算を含む広範な概念領域の構造を明らかにし，それぞれの文章題を解くための複数の方略を示した。彼の論文では問題解決の実験結果についても触れられていたが，実際に問題がどう解かれるかという事よりも，彼の研究の主眼はやはり概念領域の分析にあった。従って，概念獲得における難しさや，問題を解く際のつまずきなどについての示唆は，彼の研究からは得られない。

２．対象年齢の設定

１．で述べたように，乗除算は，２つの測度空間の間の正比例関係からなる構造を持つ演算である。従って，乗除算の理解を見るには，Case の発達段階によると高度なやり方で２次元を関連づけることができるようになる，９歳～11 歳の児童を対象にするのが適当であろう。従って，本論文では，小学校高学年，すなわち小学校４年生から６年生をを対象として，文章題解決の研究を行った。

第3項　本論文の構成

1．テーマの設定と章の構成

本論文の中心的なテーマは，次の4点に集約される。

① 文章題に関する最も基本的な2つの問題は，「何が文章題を難しくしているのか」と「文章題ではどのようなつまずきが生じるのか」である。

② 問題がどのように解かれるかに注目する情報処理アプローチによれば，①の問題は，「文章題のつまずきは解決過程のどの部分で生じるのか」と言い換えられる。この問題に取り組む前に，文章題がどのように解かれるのか，またそれはどのような方法で測定可能なのかの2点について考慮する必要がある。

③ 認知心理学ではまた，学習者が持っている知識や処理の容量が，問題解決やその後の学習に影響することが知られている。これより，文章題解決に関連する要因は何か，特に「文章題解決に関連する知識はどのようなものか」という問題が生じる。

④ 文章題のつまずきには，どのような指導が効果的なのだろうか。

本論文は，以上4つのテーマについて，それぞれ1章を設けて検討していく。各章では，そのテーマについての先行研究の知見をまとめるとともに，その問題に答えるために筆者が行った実験を紹介する。

1章ではまず，伝統的な手法で，文章題解決におけるつまずきについて検討した。続いて2章では，認知心理学の情報処理アプローチに基づいて，文章題解決過程を下位過程に分割し，下位過程におけるつまずきを検討した。3章では，この知見に基づいて，文章題解決に関連する知識を下位過程との対応で特定し，4章では，認知心理学研究での成果を踏まえて，文章題解決への教育的介入について検討した。最後に，終章では，1章から4章までの研究を総括するとともに，将来へ向けての問題提起を行った。これ以降の章の構成を，Fig.序.6にまとめる。

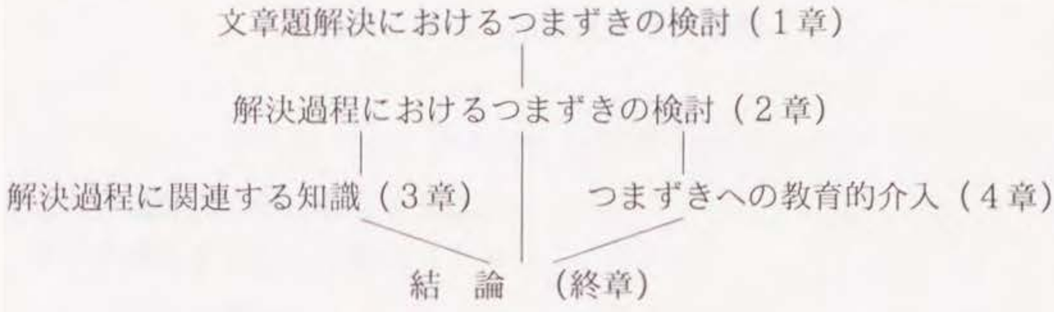


Fig. 序. 6　序章以降の本論文の構成

2．研究課題

各章で紹介される研究課題を具体的に示す。1章で紹介する研究は，扱う数の異なる文章題を対象に，解決におけるつまずきを検討したものである。研究1は整数の文章題を，研究2は分数の文章題を，研究3は小数の文章題を，それぞれ対象とした。各研究では，先行研究で挙げられた文章題解決に影響する諸要因を参考に，いくつかの問題タイプを設定し，タイプごとにつまずきを比較した。2章以降は，解決過程を分析する情報処理アプローチを用いた研究を紹介する。2章では，つまずきが生じる解決過程を同定した。研究4では整数の文章題を，研究5では小数の文章題を，それぞれ対象とした。3章では，個々の解決過程に関連する知識を明らかにした相関研究を紹介する。研究6では分数の文章題が，研究7では整数の文章題が，研究8では小数の文章題が，それぞれ対象となった。4章では，文章題解決でのつまずきへの教育的介入の試みを紹介する。ここでは特に，コンピュータを用いた文章題の指導に重点が置かれている。小数の割合文章題を対象に，研究9では解決過程でのつまずきの発見が，研究10ではつまずきの発見とそれへの介入・訓練が，試みられている。それぞれの研究課題を Table 序.2（次ページ）にまとめる。

Table 序.2　本論文の研究課題

A．文章題解決におけるつまずき

Ⅰ　立式をもとにした検討（1章）

＜文章題＞	＜要因＞	
整数（演算2回：加減乗除）	問題文中の過剰情報 ・単位変換手続き	研究1
分数（演算1回：乗除）	演算の種類の要因	研究2
小数（割合）	演算の種類・扱う数	研究3

Ⅱ　解決過程を下位過程に区分した検討（2章）

＜文章題＞	＜要因＞	
整数（演算2回：加減乗除）	問題文中の過剰情報	研究4
小数（割合）	演算の種類・扱う数	研究5

B．文章題解決過程に関連する要因（3章）

＜文章題＞	＜要因＞	
分数（演算1回：乗除）	知識と記憶容量	研究6
整数（演算2回：乗除）	知識	研究7
小数（演算1回：乗除）	知識	研究8

C．つまずきへの教育的介入（4章）

＜文章題＞	＜試みた点＞	
小数（割合）	問題理解の調査とつまずきの発見	研究9
小数（割合）	つまずきの発見と介入・訓練	研究10

序章の要約

序章では，まず，本研究のテーマとして算数の文章題におけるつまずきの問題を取り上げる理由について述べ，さらに，研究対象である児童における認知発達の特徴を整理した。続いて，本研究の基盤となる認知心理学と情報処理アプローチ　について述べ，情報処理アプローチによる認知発達研究を紹介した。あわせて，これまでの認知発達理論では，算数文章題でのつまずきが十分説明できるとは言えないことを指摘した上で，それらの認知発達研究の理念や手法と本研究との関連について述べ，4つのテーマを示して問題設定を行った。本研究の目的は，認知心理学のアプローチを用いて，乗除算の文章題の解決過程とその難しさを解明することである。

本研究の構成は次の通りである。まず1章では，文章題解決におけるつまずきを伝統的な手法で検討する。次に2章では，情報処理アプローチに基づいて，文章題の解決過程を分析し，つまずきを検討する。3章では，文章題解決に関連する知識を特定し，4章では，文章題解決への教育的介入を検討する。最後に，終章では，研究の総括と問題提起を行う。

1章　文章題解決における つまずきの検討

第1節　文章題を難しくする要因

第1項　問題の構造

第2項　数値のタイプ

第2節　問題の設定

研究1　整数文章題：過剰情報や単位変換を含む文章題

目 的

方 法

結 果

考 察

研究2　分数文章題

目 的

方 法

結 果

考 察

研究3　小数文章題：割合文章題

目 的

方 法

結 果

考 察

第3節　結び

1章の要約

第1節　文章題を難しくする要因

序章でも述べたように，文章題には，計算問題とは違う独自の難しさの原因が存在する。個々の演算さえ学習すれば，その演算を扱う文章題がすべて解けるようになるわけではない。文章題を難しくしているのは，どのような要因なのだろうか。文章題の難易に影響を与えるものとして，認知心理学や教科教育の研究では，問題の構造や使われている数値などが報告されている。

第1項　問題の構造

同じ演算を使って解く問題であっても，問題の構造によって成績が変化する。代表的な研究である Riley,Greeno,& Heller(1983) は，加減算の文章題を課題として，問題の構造によって難易に差が出来ることを報告した。彼らが扱ったのは，次のような文章題である。

《問題1》　屋根の上に鳥が3わとまっています。
　　　　　木には7わとまっています。
　　　　　鳥は全部で何わいますか。

《問題2》　農夫のジョンは雌牛を5頭飼っています。
　　　　　彼の豚の数は雌牛より3頭多いです。
　　　　　農夫は豚を何頭飼っていますか。

問題1と問題2はどちらも足し算をすれば解ける問題である。ところが，幼稚園児と小学校低学年の児童を対象にしたRileyらの調査によると，問題1のような課題では小学校1年生の大多数が正しく解決できたが，2のような課題になるとわずか17%の児童しか正答できなかったのである。問題1と2の違いは何だろうか。問題1は2集合の結合を扱い，問題2は比較を扱う問題である。たとえ使う計算が全く同じであっても，このような，問題の意味構造の違いが問題の難易に大きな影響を与えることが，これまでの研究で明らかになっている。Riley らは，簡単な加減算の文章題を，問題の意味構造の違いに基づいて，結合・変化・比較の3カテゴリーに分類した。また，文章題は問題文中の未知数の位置によっても難易が変わる。問題1のように，

初めの2つの数が与えられている場合は比較的易しいが，同じ結合の問題でも，屋根の上の鳥の数と合計はわかっているが，木の上の鳥の数が分からない，という場合は難しくなる。つまり，a＋b＝cという構造のうち，未知数がcである場合は比較的解きやすいが，bが未知数の場合は難しくなり，aが未知数の場合はさらに難しくなるのである。これより，Rileyら (Riley et al.,1983; Riley & Greeno,1988) は，問題の意味構造と未知数の位置の2つの要因に基づいて，加減算の文章題を分類した。

乗算の問題タイプについては，現在の所，定番とされる分類はない。従って，問題の構造による難易の差は，部分的に検討されているのみである。

例えば，Hardiman & Mestre(1989) は，四則演算1回で解く文章題を大学生に解かせた。除算の文章題の中では，"～倍"といった倍数関係を扱う比較問題 (compare problem) の正答率が，倍数関係を含まない算出問題 (compute problem) の正答率より低くなっていた。この2種類の問題の違いについて，Hardiman & Mestre(1989) は次のように説明している。算出問題と比較問題は，使われる数量の種類の点においては，ともに(外延量その1)×(内包量)＝(外延量その2)という問題である。算出問題は，単位 (unit) の数を示す「外延量その1」と，2つの外延量を関係づける「内包量」とから，単位の総数を示す「外延量その2」を決定する問題であるのに対し，比較問題は，初期集合である「外延量その1」と参照集合である「外延量その2」との大きさの比較に関連する問題であり，2つの外延量を関係づける大きさの要素が「内包量」である。比較問題の除算では，"～倍"という表現に引きずられて乗算で答える誤答や，"何倍ですか (How many times more)?"という表現を"いくつ多いですか (How many more)?"と解釈して減算で答える誤答が見られ，正答率が低くなっていた。

また，比較問題においては，関係文の表現と必要な演算との一致・不一致によって，文章題解決に差が生じることが示されている。Lewis & Mayer (1987) は，加減乗除を扱う比較の問題を用いて，関係を表す言葉と使う演算が一致していない問題では成績が低くなることを示した。この現象は，一致効果 (consistency effect) と呼ばれている。まず，一致問題の例を以下に示す。

「ARCOでは，ガソリンは1ガロン1.13ドルです。

Chevron のガソリンは ARCO のガソリンより，

1ガロンあたり5セント安いです。

Chevron でガソリンを5ガロン買うと，いくらになりますか。」

これに対し，次のような問題は不一致問題となる。

「ARCO では，ガソリンは1ガロン1.13ドルです。

この値段は，Chevron のガソリンより1ガロンあたり5セント安いです。

Chevron でガソリンを5ガロン買うと，いくらになりますか。」

不一致問題では，関係文に「5セント安い」と書かれているが，加算で解かなければならない。このような不一致問題では，加算ではなく減算を選ぶなど，逆の演算を選ぶ誤りが多くなるのである (Hegarty,Mayer,& Green,1992; Lewis,1989; Lewis & Mayer,1987; Verschaffel,1994)。一致効果を扱った研究では，関係を表す部分が加減算である文章題が使われることが一般的であるが，Lewis(1989) や Lewis & Mayer(1987) では乗除算の場合も検討されている。例えば，「～倍」と書かれていて乗算を使う問題は一致問題，除算を使う問題は不一致問題とされている。また「～分の1倍」と書かれていて除算を使う問題は一致問題，乗算を使う問題は不一致問題と分類されている。

以上のように，乗除算の文章題の難易には，比較の問題であるかどうかという意味的な構造や，関係を表す語と演算との一致不一致の要因が影響することが示されている。今後は，乗除算の問題タイプをまとめた上で，加減算の場合のように，問題の構造による難易の差を包括的に検討した研究が望まれる。乗除算の文章題の成績に影響する要因としては，問題で使われている数値の影響について，研究が多くなされている。

第2項　数値のタイプ

使われている数値に関しては，乗除算における小数の影響について特に研究が進んでおり，文章題中の数値のタイプによって，解決の成績が低下することが，Bell や Greer およびその共同研究者達によって指摘されている (Bell,Fischbein,&,Greer,1984; Bell,Greer,Grimison,& Mangan,1989; Greer,1987;1992)。例えば，Bell et al. (1989) によれば，乗算を扱う文章題において，乗数が整数から1未満の小数に変えられると，正答数が40～50%低下した。除算の文

章題では，除数が1未満の小数に変わると，実に60～70%の低下が報告されている。

このような遂行の低下はなぜ生じるのだろうか。被乗数や被除数を変化させても成績の変化はほとんど起こらないことから，計算自体の難しさの要因は除外される。最も多く指摘されているのは，次のような誤った概念の影響である。「乗算の答えは大きくなり，除算の答えは小さくなる。除算では必ず大きい数値を小さい数値で割る」。この説明によると，問題を解く際，生徒は，求めるべき答えの大きさに気づいており，それに基づいて使用する演算を選択する。つまり，答えが演算を施す前の数より大きくなると考えられる場合は，加算や乗算を適用し，小さくなると考えられる場合は，減算や除算を適用するのである。この方略は，整数の範囲では正しいが，乗数や除数が1未満の場合，この方略に従うと逆の演算が選ばれる。例えば，「チーズ1ポンドの値段は2.46ドルです。チーズ3ポンドでは幾らになるでしょうか」という問題では，生徒は正しく乗算を選択する。しかし，チーズの重さが1未満の小数の場合，つまり「チーズ1ポンドの値段は2.46ドルです。チーズ0.82ポンドでは幾らになるでしょうか。」という問題では，減算や除算を選択する生徒が増えたのである。解法を説明させてみると，生徒はたいてい，正しい答えが，1ポンドあたりの値段より少なくなることを理解している。ところが，整数を扱う文章題を解いてきた経験から，生徒は演算に関して次のような一般化を行っている。積は大きくなり，商は小さくなる (Multiplication Makes Bigger,Division makes Smaller ; ＭＭＢＤＳ) という一般化である。従って，生徒は，乗算ではなく，答えが小さくなる(と考えている)演算を適用するのである。

このように，数値しか変えていない問題を次々に呈示していくと，乗算から除算へまたその逆へと，子どもが演算選択を変えるという現象は，これまでにも複数報告されている (Bell,Swan,& Taylor,1981; Ekenstam & Greger, 1983; etc)。このような報告をふまえて， Fischbein ら (Fischbein, Deri, Nello, & Marino,1985) は，子どもの持つ乗除算についての原始的な直観モデル (implicit models) を提唱し， Greer その他 (Greer,1987; Sowder,1989; etc.) は子どもの演算理解の弱さを示すものとして，この現象を"演算の非保存" (Nonconservarion of operations) 現象と命名した。この現象は，児童だけでなく，小学校の先生予備群にも見られる (Graeber & Tirosh,1988) 根強いものである。しかし一方で，調査の際の解答方式や課題の種類によってはこの現象が観察されない場合もあるという報告もなされている (De Corte, Verschaffel,& Van Coillie,1988)。彼らは，5年生を対象に，2種類の乗算の文章題を2条件の解答方式で解かせた。課題は，前述のチーズの値段を求める問題のように乗数と被乗数が区別できる非対称 (asymmetrical) 問題と，面積を求める問題のように乗数と被乗数が区別できない対称 (symmetrical) 問題の2種類が，解答方式は演算選択方式と自由解答方式の2条件が設定された。調査の結果，1未満の小数が難しいという「かける数の効果」は非対称問題のみで見られ，対称問題では見られないこと，1未満の小数による抑制効果は，自由解答方式では弱いことの2点が判明した。

これまでの研究では，以上のように，乗除算の文章題においては，乗数や除数が1未満の小数の場合は成績が低下することが示されており，その原因として，子どもが持つ演算についての直観モデルや演算理解の弱さが指摘されている。

第2節　問題の設定

研究の目的は，算数の文章題解決の際に生じる誤りに，問題の種類による違いがあるかどうかを検討し、文章題解決におけるつまずきの原因を明らかにすることである。ここではまず，研究対象の文章題の種類を設定するにあたり，留意した点について述べる。

文章題解決能力を測定するにあたっては，注意すべき点がある。それは，通常の文章題を課題とした場合，児童が「数量関係の把握に基づかずに，問題文の部分的な言葉にとらわれて演算を決定したり，問題文中の数字を足すか引くかして見かけ上正答する（石田・子安,1988）」ことが起こり得るということである。問題文できかれていることを正しく把握し，それを解くの

にわかっていることを過不足なく読み取るという問題状況理解の力を調べるためには，例えば，解決に必要でない過剰な情報を含む問題を課題に加える必要があろう。これに関する知見としては，解決に不要な情報を含む文章題を出された際に，13歳児の約4分の1が，問題文中の全ての数値を使って立式していたことを Carpenter,Corbitt,Kopner,Lindquist,&　Reys(1980) が報告していた。また，文章題中の過剰情報を発見する能力と，文章題を解く能力との間には，高い相関があることもわかっている (Low　&　Over,1989)。これより研究1では，問題状況を正しく理解しないと正答できない，過剰な情報を含む問題を課題とする。また，Bell et al.(1984) は，乗除算のタイプとして，加算の繰り返し (repeated　addition)・割合 (rate)・単位変換 (measure　conversion)・拡大 (enlargement) の4つを挙げた。研究1ではそのうち単位変換タイプに着目し，単位変換の操作を必要とする文章題を課題に加える。課題とする文章題は，乗算や除算の他に，単位変換の操作を行って答えを求める問題であり，これも問題文中の数字を単純にかけたり割ったりするだけでは正答に至らない課題である。

研究2・3では，扱う数を分数・小数といった有理数に拡張し，演算の種類・数などの要因が文章題の成績に与える影響を検討した。

演算の種類を要因として設定した理由は，Nesher(1992) の主張による。Nesher(1992) は，乗除算の文章題の遂行に影響する要因が，必要な演算の種類，問題文中の要素の配列，シンタックスすなわち質問部分の位置の3つであることを明らかにした。ここで扱われた演算の種類とは，乗算と，等分除・包含除・比較の除算である。等分除とは，(外延量その1)×(内包量)=(外延量その2)という構造において，単位の総数を示す「外延量その1」を1グループあたりの単位の数を示す「内包量」で除して，グループの数を示す「外延量その2」を決定する除算であり，包含除とは，単位の総数を示す「外延量その1」をグループの数を示す「外延量その2」で除して，「内包量」すなわち1グループあたりの単位の数を決定する除算である。演算の種類に関しては，割合関係を含まない文章題の中では乗算が易しく包含除が難しいこと，除算の中では等分除が易しいことが示された。この知見をもとに，研究2では，等分除，包含除などの演算の種類が文章題の成績にもたらす差

を検討する。文の配列とシンタックスに関しては，二次の交互作用が有意であったことや使われている言語がヘブライ語であるという事情により，本研究では検討しない。

研究2・3では，Hardiman & Mestre(1989)で正答率が低かった「〜倍」を扱う比較問題に焦点を当てる。割合問題には，次の3つの用法がある。「割合」=「比較量」／「基準量」という関係において，「比較量」を「基準量」で除して「割合」を求める第1用法，「基準量」に「割合」を乗じて「比較量」を求める第2用法，「比較量」を「割合」で除して「基準量」を求める第3用法である。課題として使用されていた文章題は，このうち第1用法の問題であった。研究2・3では，第2用法と第3用法を課題とし，成績の差を検討する。第2用法と第3用法はそれぞれ，乗算および除算で解く問題であり，Lewis & Mayer(1987)の分類によれば，第2用法は一致問題，第3用法は不一致問題だと位置づけられ，第3用法の成績が低くなることが予想される。

研究3ではまた，数値のタイプによる影響についても検討する。ここでは，小数が「倍」を表す数となっている文章題の場合にも，1以上の問題と1未満の問題とで，成績に差が見られるかどうかを追試する。

一方，有理数の中でも，分数の影響についてはほとんど報告がなされていない。Hardiman & Mestre(1989)の調査では，解決に使われる数値に関して，整数と整数，整数と分数，分数と整数，分数と分数の4種類を設定し，成績に与える影響を検討した。しかしこの研究では，使われている数値すなわち分数の有無よりも，文章題のタイプの与える影響の方が大きいことが報告されている。従って，研究2では，問題文中の数値に関して，整数と分数，分数と分数の2種類の問題を作成するが，数値のタイプによる遂行の差については特に仮定しない。

研究1　整数文章題：過剰情報や単位変換を含む文章題

目的

過剰情報の有無と単位変換の有無という2要因が，加減乗除のうち2種類を扱う文章題の解決にどのように影響するかを検討した。過剰情報とは，他の文と関連するが解決には不要な数値を含む文を指し，過剰問題は過剰情報1文を加えて作成された。実験計画は，情報2（過剰・通常）×単位変換4（長さ・重さ・時間・なし）の被験者内2要因計画であり，課題条件ごとのa．正答数，b．誤りのタイプ，の2点について調べることを目的とした。

この2点に関して，次のような仮説を考えた。まず，正答数に関する仮説は，過剰問題の正答数が通常問題より下がること(a-1)，単位変換のある問題はない問題より正答数が下がること(a-2)である。また，誤りのタイプに関する仮説は，過剰問題では，通常問題よりも，問題解決過程の初期の下位過程での誤りが多くなること(b-1)，単位変換のある問題では，変換での誤りが多くなること(b-2)である。

仮説の根拠を以下に述べる。まず，過剰情報は，文章題の理解を困難にする。特に，問題構造の理解に基づかずに式を立てる傾向のある児童や問題文中の数値は無条件に全部必要と考える児童に影響を与え，Carpenter,et al.(1980)で報告されたような，問題文中の全ての数値を使う誤りを誘発すると考えられる。また，単位変換に関しては，変換のある問題では，単位変換に関する知識を想起しそれを適用するという過程が加わってくるため，変換のない問題よりも困難になるからである。

方法

被験者　W市立O小学校4年生55名（男子29名，女子26名）を対象として調査を行った。4年生を選択したのは，四則演算を既に習っていることを前提にしたためである。

装置　パーソナルコンピュータEPSON PC−286LS，NECカラーディスプレイPC−KD882，ELECOMテンキーボードNOTE MINI

課題　練習問題1題と，3年生～4年生1学期で学習した程度の加減乗除を

扱った文章題8問を課題とした。

各試行は5つのステップで構成され，教示・問題・選択肢は全て，パーソナルコンピュータによって児童正面の机上のディスプレイに提示された。児童は，手元のテンキーボードのキーを押して反応し，演算実行では解答用紙に記入した。

①問題文理解…テンキーボード上の，［はじめ］のシールが張られたキーを押すと，質問の部分を除いた問題文と，“ここまで読めたら［つぎ］をおしてください。”という教示が提示された。ここでは，問題文を読んで，テンキーボード上の，［つぎ］のシールが張られたキーを押すまでの時間がTIME関数によって秒単位で測定・記録された。

②問題状況理解…質問の部分を含む全問題文と，“きかれていることは何ですか。番号でえらんでください。”という教示と選択肢が提示され，問題状況を理解し選択した求答事項の番号に対応するキーを押すまでの時間と，選んだ選択肢が同様に記録された。問題文は，問題を解き終わるまでそのまま提示された。

③演算選択…“使う計算のふごうを番号でえらんでください。”という教示と選択肢が提示され，演算を選択する時間とキー押しで選んだ選択肢とが記録された。

④演算実行と解答…“紙に式と答を書いてください。答えが書けたら［つぎ］をおしてください。”という教示が提示され，立式・演算実行および解答に要する時間が測定された。

⑤自己評価…“ここまでのあなたの考えはあっていると思いますか？”という教示とともに“①あっていると思う，②ちがうと思うのでやり直す，③わからない”の3つの選択肢が提示され，評価と評価に要した時間が記録された。児童が②を選択した場合のみ，1回だけ ②問題状況理解に戻ってやり直すことができた。

使用した課題と選択肢の例を，**時間に関する単位変換を含む過剰問題**の場合で以下に示す。

＜文章題＞

ゆたかさんは，毎朝２０分間ジョギングをしています。

1日に走るきょりは3ｋｍです。

今日で12日走りました。全部で何時間走ったことになりますか。

<問題状況理解ステップでの求答事項の選択肢>

①走ったきょりの合計　②走った時間の合計　③走った回数の合計

<演算選択ステップでの演算符号の選択肢>

①＋だけ　②－だけ　③×だけ　④÷だけ

⑤＋と×　⑥＋と÷　⑦－と×　⑧×と÷

手続き：昼休み・放課後などを利用し，相談室で個別に問題を解いてもらった。問題8問の提示順は正順と逆順の2条件を作ってカウンターバランスをとった。1人あたりの実施時間は約40分であった。

結果

a．正答数

まず，過剰情報の条件ごとの最終正答数を比較した。4問中の平均正答数は，過剰0.7問(SD=0.8)，通常1.6問(SD=1.1)であった。これらを1要因分散分析によって比較したところ，情報の主効果が有意であり（$F(1,54)=44.19$, $p<.01$），過剰問題は通常問題より正答数が少ないことが分かった。

一方，単位変換の条件ごとの平均正答数は，単位変換なし0.8問(SD=0.7)，単位変換重さ0.4問(SD=0.6)，長さ0.3問(SD=0.5)，時間0.8問(SD=0.6)であった。これらを1要因分散分析で比較したところ，単位変換の主効果が有意であった（$F(3,162)=18.01, p<.01$）。TukeyのHSD検定による多重比較の結果，重さと長さの変換の問題は，変換なし問題と時間の変換の問題よりも正答数が少ないことが分かった。

b．誤りのタイプ

正しい反応ができなかった最初のステップに基づいて，誤答のタイプを分類した。立式の際に過剰情報を取り込んだ誤り方は，数値選択の誤りとした。単位変換の誤りや脱落も，1つのタイプとして分類した。ただし，正しい式を立てた者については，それ以前のステップでの正誤は問題にしなかった。その理由は，正しく立式できた児童は，たとえ思考過程では間違えていたとしても，立式の時点では問題構造を正しく理解していたと考えられるからで

ある。誤りのタイプは以下のように分類された。

A　求答事項選択の誤り
A'　求答事項選択の誤り(数値選択は正解)
B　数値選択の誤り
B'　数値選択の誤り(演算選択は正解)
C　演算選択の誤り
D　立式の誤り
E　演算の誤り
F　単位変換の誤りや脱落
G　解答のみの誤り

タイプごとの人数を問題別にTable 1.1に示す。χ^2検定と残差分析の結果，単位変換なし問題では，過剰通常ともに数値選択の誤りが，重さ－通常，長さ－過剰，時間－過剰問題では単位変換の誤りや脱落が，長さ－通常問題では演算選択の誤りおよび単位変換の誤りや脱落が，それぞれ有意に多かった（なし－過剰: $\chi^2(6)=36.6$，なし－通常: $\chi^2(6)=40.8$，重さ－通常: $\chi^2(3)=48.8$，長さ－過剰: $\chi^2(6)=22.4$，長さ－通常: $\chi^2(5)=38.1$，時間－過剰: $\chi^2(7)=55.8$（全て$p<.01$））。

Table 1.1　問題ごとの誤りの位置(人数)

	通常			過剰		
	なし	重さ	長さ	なし	長さ	時間
A 求答事項選択	3			1	2	2
A' 求答事項選択(数値正解)			4		1	
B 数値選択	15**		3	17**	9	7
B' 数値選択(演算正解)	1		1	6	4	8
C 演算選択	2	2	15**	7	5	3
D 立式	2			2		1
E 演算実行	2	4	4	3	9	1
F 単位変換		25**	20**		15**	20**
G 解答	1	1		1		1

注：χ^2検定および残差分析の結果を示す。　　** $p<.01$で多い

c．所要時間

結果の概略のみ述べる。全体として，評価を除く4つのステップで，過剰問題は通常問題よりも所要時間が長かった。しかし，正答者と誤答者の比較

では，8問中の7問で，下位過程別の時間配分の仕方も含めて所要時間に差はみられなかった。

考 察

結果ａより，全体として過剰問題は通常問題よりも難しいことが分かった。これより仮説(a-1)は検証された。しかし，仮説(a-2)については支持されなかった。これは，演算や数値などの単位変換以外の要因が，問題の難易に影響したためであろう。このような要因を統制した上で，単位変換の有無や種類による遂行の差を考えるべきであった。

結果ｂによれば，分析が可能だった単位変換あり問題4問の全てで，単位変換の誤り・脱落による誤答が有意に多かった。すなわち，単位変換を含む問題では，誤った単位変換や単位変換の脱落がつまずきの原因になることが多いと言える。これは仮説(b-2)通りである。一方，単位変換なし問題では，数値選択の誤りによる誤答が多く見られた。この誤りは，立式に先立って問題解決に必要な情報を正しく選択する際の誤りである。ただし，研究1では，数値選択の正誤を，児童の立てた式から類推して判断していたにとどまっていた。このように，本研究では，文章題がどのように解かれ，解決過程のどの部分で誤りが生じているのか，という視点は取られていなかった。この点については本章の末尾で触れるが，問題点の1つとして挙げられるだろう。

問題点の2点目は，前述のように，単位変換の水準が同じである過剰問題と通常問題とで，演算等に対応がなかったので，正答数に差があってもそれが過剰情報の効果だとは必ずしも言い切れないことである。過剰情報の影響を検討するためには，過剰問題と通常問題を対応させて課題を作成しなければならない。

研究2　分数文章題

目的

分数の乗除算を扱う文章題を対象に，問題の構造が文章題解決に与える影響を検討する。ここでいう問題の構造とは，解決に必要な演算の種類のことである。文章題は全て，演算1回で解ける問題を用い，問題タイプごとのａ．正答率の差，ｂ．誤りのタイプの差を検討する。ｂ．については，文章題全体の成績の上位群と下位群とで誤りのタイプに違いがあるかどうかについても，探索的に検討する。

文章題には，割合関係を含む問題と含まない問題を用いた。演算の種類としては，割合関係を含まない問題で等分除と包含除を，割合関係を含む問題で第2用法と第3用法をそれぞれ設定し，合計4タイプの問題を作成した。各タイプにつき，整数と分数を扱うものと分数2数を扱うものとの2問を作成した。使用した文章題の例を**包含除（分数÷分数）**の場合で以下に示す。

お米が$7\frac{2}{9}$kgあります。1日に$1\frac{4}{9}$kgずつ食べるとすると，

何日分ありますか。

文章題の成績についての仮説は，割合問題はその他の問題より正答数が下がる(仮説１)ことである。誤りのタイプに関しては，演算1回で解く文章題が課題であるため，演算選択の誤りが多くなる(仮説２)ことが予想される。

方法

被験者　W市立S小学校6年生210名（男子116名，女子94名）を対象として調査を行った。分数の四則演算およびそれを使った文章題は学習済みであった。

課題　分数を扱う文章題を対象に，解決のための式を立ててもらった。

手続き　課題冊子を，授業時間内にクラス単位で実施した。

結 果

a．正答率

まず，問題の構造による正答率の差を検討した。問題タイプごとの平均正答数をFig.1.1に示す。平均正答数を1要因分散分析で比較した結果，演算の種類による正答数の差が有意であった（$F(3,624)=123.50$, $p<.001$）。TukeyのHSD検定による多重比較により，易しい順に包含除，第3用法，第2用法，乗算，等分除であることがわかった。

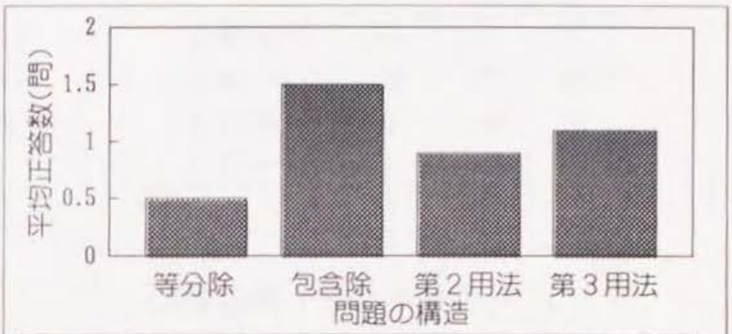


Fig. 1. 1 分数の文章題における問題の構造ごとの成績

b．誤りのタイプ

続いて，問題ごとに誤りのタイプを検討した。各問題における誤りのタイプと該当する人数をTable 1.2(次ページ)に示す。χ^2検定の結果，有意に多いとわかった誤りのタイプと，誤りタイプの出現頻度についての成績上位群と下位群との群間差を，問題ごとに検討していく。なお，上位下位の群分けは，文章題8問中の正答数に基づき，中央値5問を基準として行った。

Table 1.2　各問題における誤りのタイプごとの人数(人)

○等分除（分数÷整数）

	高群	低群	計
乗算適用	9	17	26
逆順	31	55	86**
その他	3	5	8
立式不能	3	15	18
計	46	92	138

○等分除（分数÷分数）

	高群	低群	計
乗算適用	33	43	76**
逆順	29	32	61**
その他	7	9	16
立式不能	2	17**	19
計	71	101	172

○包含除（整数÷分数）

乗算適用	14
手続きの誤り	9
その他	11
立式不能	5
計	34

○包含除（分数÷分数）

乗算適用	8
帯分数の誤り	24**
その他	9
立式不能	9
計	50

○割合の第２用法（整数×分数）

	高群	低群	計
計算誤り	10**	13	23
除算適用	2	22	24
その他	1	5	6
立式不能	1	27*	28*
計	14	67	81

○割合の第２用法（分数×分数）

	高群	低群	計
除算適用	8	27	35*
その他	3	16	19
立式不能	0	19	19
計	11	62	73

○割合の第３用法（整数÷分数）

	高群	低群	計
乗算適用	34**	57	91*
その他	2	12	14
立式不能	0	12*	12
計	36	81	117

○割合の第３用法（分数÷分数）

	高群	低群	計
乗算適用	4	23	27**
構造理解の誤り	4	4	8
その他	0	20	20
立式不能	6	9	15
計	14	56	70

注：χ^2検定および残差分析の結果を示す。*p<.05で多い。**p<.01で多い。

乗算適用…乗算の式を立てる誤り　　除算適用…除算の式を立てる誤り

逆順…除数と被除数を逆にして除算の式を立式する誤り

構造理解の誤り…問題の構造を誤って把握したことに起因する誤り

手続きの誤り…分数の計算手続きの誤り

帯分数の誤り…実行過程で，帯分数を仮分数に変換する際に生じた誤り

計算誤り…実行過程における誤り　　立式不能…式が立てられない

まず等分除であるが，(分数÷整数)問題では，誤りのタイプごとの人数に全体として差があり（$\chi^2(3)=107.22$, $p<.01$），逆順の誤りが有意に多いことがわかった。逆順の誤りとは，除数と被除数を逆にして除算の式を立てる誤りを指す。(分数÷分数)問題では，全体として乗算の式を立てる誤りと逆順の誤りが多かった（$\chi^2(3)=63.21$, $p<.01$）。次に包含除に関しては，(整数÷分数)問題では，有意差はなかった。(分数÷分数)問題では，全体として帯分数の誤りが多かった（$\chi^2(3)=14.16$, $p<.01$）。帯分数の誤りとは，実行過程において，帯分数を仮分数に変換する際に生じた誤りを指す。

第2用法に関しては，(整数×分数)問題では，全体として立式不能が多かった（$\chi^2(3)=14.06$, $p<.01$）。また，群間差が有意であり（$\chi^2(3)=13.11$, $p<.01$），上位群では計算誤りが多く，立式不能は下位群に多いことがわかった。(分数×分数)問題では，全体として除算適用の誤りが多かった（$\chi^2(2)=63.21$, $p<.01$）。

第3用法においては，(整数÷分数)問題では，全体として乗算適用の誤りが多かった（$\chi^2(2)=104.05$, $p<.01$）。また，群間差が有意であり（$\chi^2(2)=6.63$, $p<.05$），上位群では乗算適用の誤りが多く，立式不能は下位群に多いことがわかった。(分数÷分数)問題では，全体として乗算適用の誤りが多かった（$\chi^2(3)=104.05$, $p<.01$）。また，誤答者数に群間差があった（$\chi^2(3)=9.44$, $p<.05$）。

考 察

解決課題での最終正答数に関する分析の結果，演算構造の要因に関して，易しい順に包含除，第2用法，第3用法，等分除であることがわかった。先行研究の結果と異なり，等分除が第3用法よりも難しかったため，仮説1は検証されなかった。等分除の問題における難しさについては，出現した誤りのタイプとともに検討する。

誤りのタイプに関する分析では，まず被験者全体の遂行から，多かった誤りのタイプは演算の種類によって差があることがわかった。これは仮説2と異なる結果である。

割合問題では，第2用法・第3用法ともに，演算選択の誤りが優勢であった。第2用法の(分数×分数)問題と第3用法の(整数÷分数)問題で，逆の演算を適用する誤りが多かった。

一方，等分除と包含除の問題においては，除算で解く問題であることは理解されていた。包含除では誤りの総数自体が少なく，多かったのは帯分数の誤りであった。これは，立式自体は正しく，演算実行の際に生じる誤りである。正答数についての結果とあわせて考えると，今回用いた包含除の問題は児童にとって易しく，誤った児童でも式は正しく立てられる問題であったといえる。等分除では，他の問題タイプではみられない逆順の誤りが多かった。この理由としては，児童の持つ“大きな数を小さな数で割る”という除算のモデルと，問題文で出現した順に数値を並べて立式したこととの2点が考えられる。問題はいずれも，小さい方の数値を大きい方の数値で割る式を立てる必要があり，問題文中では大きな数が小さな数に先行して提示されていた。この2点のいずれか，あるいは両方が原因となって，逆順の誤りの増加および正答数の低下が生じたと考えられる。問題文中の数値の出現順が，立式で使用される順と逆になっていたのは等分除の問題のみであった。正答数については，等分除の問題は割合の問題よりも困難であったという結果がでている。しかしこのように，数値に関する統制が不十分であったことにより，問題の構造による遂行の差に関して，本研究で得られた結果を一般化することに関しては疑問が残る。

研究３　小数文章題：割合文章題

目 的

小数を扱う割合文章題を課題とし，割合用法の種類と倍を表す小数のタイプの２つの要因が、文章題の成績に与える影響を検討した。実験計画は，用法２（第２用法，第３用法）×小数２（１以上，１未満）の被験者内２要因計画である。この計画に基づいて，文章題を４問作成した。その際，文章題は全て，演算１回で解ける問題とし，問題の文脈は液量を扱うものに統一した。

成績に関しては，先行研究の知見より，第３用法は第２用法より難しいこと(仮説１)，小数が１未満の文章題は１以上の文章題より難しいこと(仮説２)が予想される。

方 法

被験者　W市立O小学校５年生８２名（男子４６名，女子３６名）を対象として調査を行った。小数の乗除算と，小数の倍を扱う文章題の解き方は，どちらも学習済みであった。

課題　小数を扱う割合文章題を対象に，解決のための式を立ててもらった。第３用法（１以上）の文章題の場合で，課題の例を以下に示す。

●赤いすいとうにはお茶が１.２リットル入っています。
赤いすいとうのお茶の量は、青いすいとうの２.５倍にあたります。
青いすいとうに入っているお茶は何リットルですか。

<式>

手続き　課題冊子を，授業時間内にクラス単位で実施した。

結 果 ・ 考 察

各文章題の平均正答率をFig.1.2に示す。各問題の正誤について，正答に１点，誤答に０点を与えて得点化し，用法２（第２用法，第３用法）×小数２（１以上，１未満）の２×２の２要因分散分析を行った。分析の結果，用

法の主効果が有意であった(F(1,81)=58.39, p<.001)。小数の主効果および用法と小数の交互作用は有意ではなかった。これより，第3用法は第2用法より難しいことが示され，仮説1は支持された。仮説2については，先行研究で指摘されていたような数値のタイプによる影響は見られなかったが，本研究で用いた課題は立式課題であった。これより，1未満の小数による抑制効果は，自由解答方式では弱かったという De Corte et al.(1988) の知見が追認されたといえる。

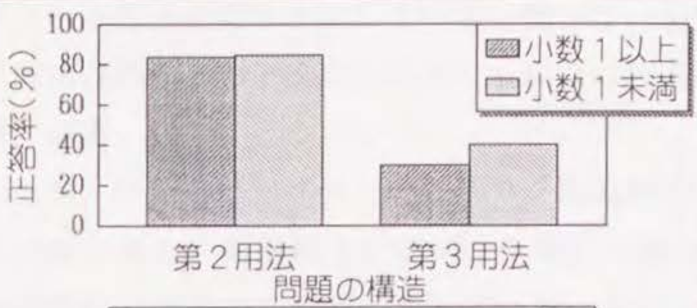


Fig. 1. 2 小数文章題の立式の成績

第3節　結び

以上，児童が立てた式をもとに，文章題のタイプごとのつまずきの差について検討してきた。研究1では，整数の文章題において，過剰情報や単位変換の要因の影響を検討した。単位変換を含む問題では，単位変換がつまずきの原因になることが多いこと，単位変換を含まない問題では，解決に必要な数値の選択でつまずきが多く生じることが明らかになった。研究2では，分数の文章題を対象に，演算の種類の要因が正答数と誤りのタイプにもたらす影響を検討したが，それ以外の要因の統制が不十分だった。研究3では，小数を扱う割合文章題を対象に，演算の種類・数などの要因が文章題の成績に影響を検討し，第3用法は第2用法より難しいことを明らかにした。先行研究で指摘されていた要因のうち，問題の構造が文章題を難しくしている要因であることは支持された。

だが，児童の立てた式を分析するこの研究方法には，一定の制約がある。問題文の情報や解決に使用する演算や数などの要因が，文章題に影響することは明らかになったが，これらの要因が文章題を解く際のどのような操作に影響を与えて成績の低下を招いているのかは，この方法では分からないのだ。

文章題解決におけるつまずきは，解決過程のどこで生じるのか。小学校５，６年生が算数の文章題を解くときにおかす誤りを分類した Clement(1980) は，問題文の理解や式の選択・計算の実行・答の記入といった問題解決過程の各部分に誤りが見られることを明らかにしている。従って，反応として得られた誤答が，問題解決過程のどの下位過程における誤りに起因するものか，という視点が必要となる。

序章でも触れたが，情報処理アプローチに基づく問題解決の研究では，与えられた問題は情報であり，問題解決は情報を処理する過程であると捉え，問題を解く際の情報処理過程の分析が行われている。先程も述べたように，文章題の難しさや文章題が解けない子どもに対する指導を考えるためには，文章題がどのように解かれ，その過程でどのようなつまずきが生じているのかを明らかにする視点が必要である。情報処理アプローチに基づく文章題解決の研究は，この意味で非常に重要であろう。

次章以降では，情報処理アプローチに基づいた文章題解決過程の分析について述べていく。

1章の要約

1章では，まず，文章題の難易に影響を与える要因について，研究の概観を行った。これまで，問題の構造や使われている数値などの要因が報告されており，これらを参考に，児童が立てた式をもとに，文章題のタイプによるつまずきの差を検討する実験を行った。研究1では，整数の文章題において，過剰情報や単位変換の要因の影響を検討した。研究2では，分数の文章題を対象に，演算の種類の要因が正答数と誤りのタイプにもたらす影響を検討したが，それ以外の要因の統制が不十分だった。研究3では，小数を扱う倍の文章題を対象に，演算の種類・数などの要因が文章題の成績に影響を検討した。先行研究の指摘通り，問題の構造や使われている数値が文章題を難しくする要因であることは支持されたが，さらに研究を進めるためには，文章題の解決過程を考慮する情報処理アプローチの導入が必要であることを提起した。

2章　解決過程におけるつまずき

第1節　情報処理アプローチによる文章題解決過程の研究
　第1項　文章題の解決過程
　第2項　解決過程におけるつまずき
　第3項　シミュレーション（コンピュータ・モデル）
第2節　問題の設定
研究4　整数文章題：過剰情報
　目的
　方法
　結果
　考察
研究5　小数文章題：割合の用法と数のタイプ
　目的
　方法
　結果
　考察
第3節　結び
2章の要約

第1節　情報処理アプローチによる文章題解決過程の研究

情報処理アプローチによる文章題解決の研究には，情報処理過程すなわち文章題解決過程を分析する流れと，解決過程のコンピュータ・モデルを作成して問題を解くための条件を明らかにしようとする流れとがある。本章では，解決過程についての諸モデルを紹介し，解決過程におけるつまずきとその測定法についての知見をまとめ，さらに代表的なコンピュータ・モデルを紹介する。

第1項　文章題の解決過程

算数文章題の解決過程は，大きく分けて，与えられた問題文を読んで理解する問題理解過程と，理解した内容に基づいて問題を解く解決実行過程からなることが知られている (e.g. Kintsch & Greeno,1985)。

Kintsch & Greeno(1985) の影響を受けた Dellarosa(1986) のモデルでは，それぞれの過程は，さらに2つの下位過程に分けられる。問題理解の過程は，問題文の1文1文を読んで意味を理解する"問題文理解"過程と，それらの文の表象 (representation) を関係づけて問題についての表象を作り出す"問題状況理解"過程に分けられ，解決実行の過程は，解決方略のプランニングを行う"プランニング"と，その解決方略を実行する"実行" の2つの下位過程に分けられていた。例えば，「金魚を6ぴき買って1000円さつを出すと，おつりは 430円でした。金魚は1ぴきいくらでしょうか。」という文章題について考えてみよう。文章題解決のはじめに要請されるのは，①問題文を読んで各文の意味を理解することである。その次に②問題状況理解の過程が想定される。この過程では，①問題文理解で得られた情報から，その問題で"きかれていること(求答事項)"と"わかっていること(数値)"とを抜き出し，問題についての心的表象を作り出すのである。この問題では，きかれていることは「金魚1ぴきのねだん」であり，わかっていることは「買った金魚が6ぴき」で「払ったお金が1000円」，そして「おつりが 430円」だということである。こうして問題状況が理解できた上で，解決方略の③プランニングが行われる。

この場合は，「ひき算とわり算でとく」すなわち「1.払ったお金からおつりを引き，2.求められた金額を金魚の数で割る」といったプランが立てられる。こうして方略が選ばれれば，後はそれを正確に実行する必要がある。実際に式を立て，演算を実行するのが，この④の下位過程である。

Mayer ら (Mayer,Larkin,& Kadane,1984; Mayer,Tajika,& Stanley,1991; Mayer, 1992) も同様に，文章題の解決にあたり４つの認知過程を考えている。まず，問題文の個々の文を心的表象に変換する①変換 (translation) 過程，次に心的表象を統合して問題全体の表象を作り出す②統合 (integration) 過程，さらに解決のためのプランを立てる③プラン (planning) 過程，そしてその解法を実行する④実行 (execution) 過程である。

De Corte,Verschaffel,&,De Win(1985) の解決過程では，実行以降の過程を設定し，①テキスト処理，②解決方略の選択，③方略の実行，④解答の生成，⑤見直しの５つの過程からなっている。

Kintsch & Greeno(1985) は，文章題における問題文の理解を，一般的なテキスト理解の特別な例と捉えている (Kintsch & Greeno,1985; Kintsch,1988)。Kintsch & Greeno(1985) では，テキストの理解と同じように，文章題の理解過程においても，問題文そのものを命題の形で表象したテキストベース (text base) が作られ，それが統合されて問題モデル (problem model)，すなわち問題中の行為や関係の数学的表象が作られるのだと考えられていた。その後，この問題理解モデルでは，状況モデル (situation model) が問題モデルから区分された (Kintsch,1988; Nathan,Kintsch,& Young,1992)。ここでいう状況モデルとは，問題文に表された状況を日常語で表象したものであり，問題モデルとは状況の表象を数学の式で表象したものである。例えば，下の問題を解く場合を考えてみよう。

「飛行機がデンバーを出発し，時速２００マイルで東へ飛んでいる。３時間後，第２の飛行機がデンバーを出発し，平行したコースを時速２５０マイルで東へ飛んでいる。第２の飛行機が第１の飛行機を追い越すのは何時間後か？」

まず，問題文から命題の形の表象を取り出し，命題のリストにする。こうしてテキストベースが作られる。テキストベースが組織化されて質的な状況

モデルになる。モデルの細部は人によって異なってくるが，上の問題では「移動中の物体が他の物体を追い越す」という内容が表象されていなければならない。状況モデルより，問題文では明示されていなかった内容，すなわち「追い越す時点で，2機の飛行機が飛んだ距離は等しくなる」ことが明らかになる。これによって，問題中の数値の関係を含む問題構造が表象され，問題モデルが作られ，最終的に立式が行われる。

第2項　解決過程におけるつまずき

文章題解決におけるつまずきは，解決過程のどの部分で，どのように生じるのであろうか。この点を検討する1つの方法は，各下位過程を測定できる課題を解かせることである。Mayer et al.(1991) や石田・多鹿(1993)では，小学生が持つ4過程それぞれの能力を，別個の課題で測定した。測定にあたり，変換過程では与えられた文の内容を表している式の選択，統合過程では解決に使用する数値の選択，プラン過程では解決に使用する演算の選択，実行過程では与えられた式の計算という課題が，それぞれ使用された。石田・多鹿(1993)による課題の例をTable2.1に示す。

Table2.1　文章題解決の下位過程を測定する課題の例
（石田・多鹿, 1993による）

変換　「つぎの文を式に表すと，どの式が正しいでしょうか」
はるおくんの犬の体重は，たかしくんの犬よりも6kg重い。
a．はるおくんの犬の体重＝6＋たかしくんの犬
b．はるおくんの犬の体重＋6＝たかしくんの犬
c．はるおくんの犬の体重＋たかしくんの犬＝6
d．はるおくんの犬の体重＝6

統合　「どのような数字を使えば，つぎの問題がとけるでしょうか」
5本1組の鉛筆のねだんは59円です。
たろう君は3組買って200円はらいました。
たろう君は何本鉛筆を買いましたか。
a．5，59，3，200
b．59，3，200
c．5，59，3
d．5，3

プラン化　「どのような計算をすれば，つぎの問題がとけるでしょうか」
200人の子どもが学校からバスで遠足に行きます。
1台のバスに50人乗ることができます。バスは何台必要ですか。
a．ひきざんをしてからたしざんをする
b．ひきざんだけでよい
c．かけざんだけでよい
d．わりざんだけでよい

実行　「左側の計算をすると，どの答えが正しいでしょうか」

5）3281

a．556
b．656
c．656あまり1
d．その他

この方法は，通常のテスト形式で文章題を解かせるより負荷が低く，立式に至らず解けなかったと判断されてしまいがちな児童が，式には表せなかったが把握していた事柄を探ることが出来る。

このような課題で解決過程におけるつまずきを検討したところ，Mayerが設定した下位過程のうちでは，統合過程でつまずきが多く生じることが示されている。石田・多鹿(1993)は，上記のような課題を小学5年生に解かせ，どの過程の問題で誤りが多くなるかを調べた。この研究では，計算問題の得

点のレベルをそろえた上で文章題の得点の上位群と下位群を選び出し，下位過程のタイプ別の比較を行った。その結果，上位群では問題タイプによる成績の違いはなかったが，下位群では統合問題の成績が他の問題タイプに比べて悪いことが明らかになった。これより，文章題の成績が悪い子どもの場合は計算力の成績に関わらず，統合過程の力が他の過程に比べて弱いことが示唆された。

また，比較問題のつまずきの位置についての検討もなされている。比較問題の問題文は，通常，1つの要素に1つの数値を割り当てた割当文，要素間の数量関係や数値の関係性を示す関係文，質問文，そして問題解決には直接関係しない文からなる(Mayer,1982)。Mayer(1982)は大学生を対象に文章題の再生をさせ，文のタイプによって再生成績が異なることを示した。問題文を構成する割当文・関係文・質問文のうち，関係文の再生成績が最も悪く，エラーのほとんどは関係文を割当文の形で再生するものであった。これより，2つの変数の数量的な関係を示す関係文を心的に表象するのが難しいことが示された。小学生に加減算の文章題を再生させたCummins,Kintsch,Reusser,& Weimer(1988)や，割合の文章題を再生させた多鹿・石田(1989)でも，同様の結果が得られている。これより，関係文の理解の難しさが，比較問題のつまずきを引き起こしていると考えられる。Cummins et al.(1988)の研究ではまた，問題を解かせた時の誤答の内容と再生内容とが一致していることも示され，児童の問題理解を明らかにする方法として再生が有効であることが示唆された。

関係文の内容を式で表すことは，大学生にとっても困難である。Clement(1982)は，倍の関係を表す文の内容を等式にする課題で，成績が悪いことを示した。課題は以下のようなものである。

　次の文の内容を，文字ＳおよびＰを使って式で表せ。
　「この大学には，教授の人数の６倍の学生がいます。」
　ただし，学生数をＳ，教授の数をＰとする。

この問題の正答はＳ＝６Ｐであるが，理系の大学生を被験者とした場合でも

正答率は低く，倍の関係を逆にして６Ｓ＝Ｐと立式する誤答が目立った*。Clement(1982)は，問題解決時の被験者のプロトコルを分析し，逆にする誤答の原因として，２種類の解決方略を見い出した。正しく立式するためには，教授の人数を６倍すると学生数と等しくなるという操作を見い出し，数式の形に置き換えることが必要である。しかし誤答者は，"six times as many students as professors"という問題文をそのまま文字に置き換えて６Ｓ＝Ｐとしたり，学生６名に対して教授は１名という対比を６Ｓ＝Ｐと表したりしていたのである。

関係文章題の理解におけるつまずきとしては，他に，前章で述べた一致効果が存在する。関係文の表現と必要な演算が不一致な問題では，逆の演算を選択する誤答が多くなるのである。不一致問題でこのような誤りが生じる原因は何なのだろうか。一致問題の構造は，一般的に，次のように表現される。

(集合Ａ)＝(値ａ)

(集合Ｂ)＝(値ｂ)(関係)(集合Ａ)

これに対し，不一致問題の構造は次のように表現される。

(集合Ａ)＝(値ａ)

(集合Ａ)＝(値ｂ)(関係)(集合Ｂ)

これらを踏まえて，Lewis & Mayer(1987)は，比較の問題を解くのに必要なスキーマと問題文の変換手続きを，次のようにモデル化した。

【スキーマ】
　最初に入力される文：割当文のためのスキーマ
　　(集合Ａ)＝(値ａ)
　２番目に入力される文：関係文のためのスキーマ
　　(集合Ｂ)＝(値ｂ)関係(集合Ａ)
　式を出力するためのスキーマ
　　(集合Ｂ)＝(値ｂ)演算子(値ａ)
【変換手続き】
　第１文を符号化する手続き

---

* ただし「教授の人数の６倍の学生」に対応する問題文の原文は "six times as many students as professors" であり，日本語を使った場合は結果が多少異なってくる可能性もある。

2．(名称１)と(数１)を見つける
3．(名称１)を(集合Ａ)に割り当てる
4．(数１)を(値ａ)に割り当てる
第２文を符号化する手続き
5．関係文スキーマを選択
6．(名称２)，(数２)，(関係)，(名称３)を見つける
7．(関係)の値を(演算子)に割り当てる
8．もし(名称２)が(名称１)に等しければ，再構成の下位手続きを実行する
9．(名称２)を(集合Ｂ)に割り当てる
10．(数２)を(値ｂ)に割り当てる
11．(名称３)を(集合Ａ)に割り当てる
問題表象を作成する手続き
12．集合Ｂ，値ａ，演算子，値ｂの現在値を用いて，出力する式を作成する
第２文を再構成する下位手続き
Ｒ１　(名称３)と(名称２)を入れ替える
Ｒ２　(1-p)の確率で，(演算子)を逆転させる
Ｒ３　もし(関係)がマークされていれば
Ｒ４　pの確率で，(関係)の値を(演算子)に割り当てる
Ｒ５　第２文を符号化する手続きに戻る

関係文の形がスキーマと一致しない時，問題を解くためには提示された情報を再構成しなければならない。この過程で表象の誤りが生じたり再構成が行われなかったりすることが，不一致問題の成績を下げているのだと Lewis らは述べた。彼らのモデルは不一致問題を解く唯一の方法ではないという指摘(Verschaffel,1994) には一理あるが，文章題解決において問題理解の過程が重要な役割を果たしていることについては疑う余地がない。

では，つまずきは，問題理解の過程のうちどの下位過程で生じるのだろうか。序章で示したように，情報処理アプローチでは，情報処理過程を検討する手段として，時間測定分析やプロトコル分析が用いられている。これらの手法で文章題解決過程でのつまずきを検討した研究には，次のようなものがある。

Hegarty,Mayer,& Green(1992) は，比較問題で解決のプランを立てるまでの眼球運動と解決時間を測定した。文章題解決の成績がよい被験者の解決時間

を分析したところ，不一致問題では一致問題よりも時間がかかっており，解決時間についても一致効果がみられることが分かった。不一致問題を解く際には，Lewisらが示したような付加手続きが必要なので，時間が多くかかると考えられる。また，眼球運動に基づいて，解決過程を下位過程に分割し，解決過程ごとの時間を検討した。その結果，一致効果は変換過程ではみられなかったが，統合とプランの過程ではみられた。一方，成績が良くない被験者群では，一致問題と不一致問題とで解決時間に差はなく，問題の言語的構造に注意を払っていないとみられる。このため，不一致問題でエラーをおかすのだと考えられる。また，問題文を再読する際の眼球運動の分析からは，次のような3つのパターンが示された。第1に，最初に問題を読む時には全ての行に注視するが，前に読んだ文に目が戻る時には，1つか2つの単語や数字だけを注視するパターン。第2に，最初に問題を読む時には単語と数字に注視するが，読み返す際には数字に焦点を絞るパターン。第3に，一致問題でも不一致問題でも数字を再読する回数は同じくらいであるが，不一致問題の場合は"Chevron"や"安い"などの単語を，一致問題の時よりもしばしば再読するパターンである。文章題解決に対する異なったアプローチとして，これまでに，キーワードにより解決プランを直接作る直接変換アプローチと，問題状況の質的モデルを作成し，プランを引き出す問題モデルアプローチの2つが同定されている。文章題の成績が良くない被験者は直接変換アプローチを使い，成績が良い被験者は問題モデルアプローチを使っているのではないか，とHegartyらは予想した。

Hegartyらは，引き続きこの問題を検討した(Hegarty,Mayer,& Monk,1995)。Hegartyらは，問題理解過程を①テキストベースの作成，②数学の固有の表象の作成，③解決プランの作成の3段階に分け，それぞれのアプローチによる問題解決過程を次のようにモデル化した(Fig.2.1)。アプローチによって処理が異なるのは段階②以降である。問題モデルを作成する者は，この段階で，問題の表象を，命題ベースのものから，2数の関係を表象した対象ベースのものへ作り変えるが，直接変換アプローチの者は，テキストベースよりも情報量の少ない命題の表象しか作れていない。従って，段階③で解法を作る際の基礎とするものが異なり，成績に差が生じてくるのである。この研究

では，解法を作るまでの眼球運動と問題文の記憶の２つの指標で，成績がよい者とそうでない者との問題解決過程を比較した。成績の良くない者は問題文中の数字と関係語に注目したが，良い者は変数名に注目した。また，成績の良い者は，問題文のキーワードは忘れても，問題文の状況は覚えていた。これより，文章題解決の成績の良い者は，問題文中の数値を適切な変数名と結びつけた問題モデルを作成していることが示唆された。

眼球運動を用いて文章題解決過程を調査した研究としては，この他に De Corte, Verschaffel,& Pauwels(1990), Verschaffel,De Corte,& Pauwels (1992) がある。

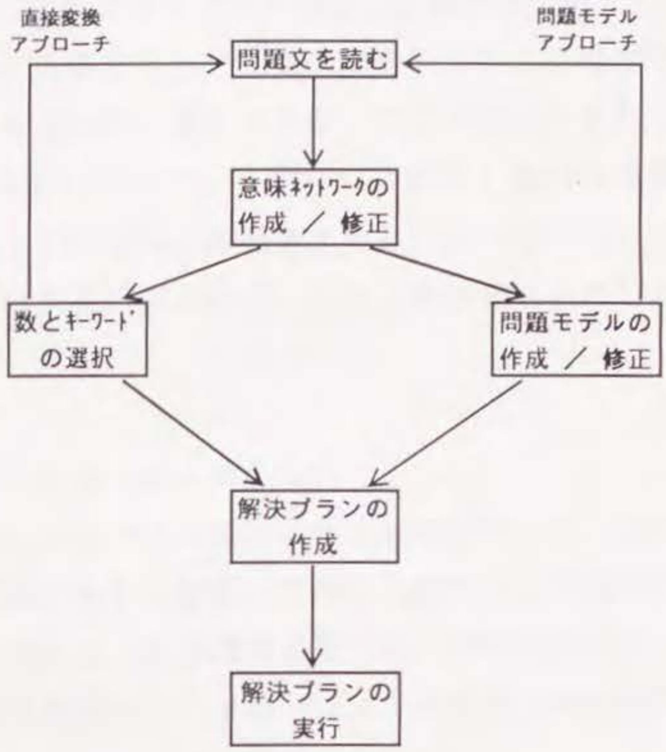


Fig. 2. 1 文章題理解過程のモデル

（Hegarty et al.,1995 の Figure 1. を邦訳）

文章題の解決方略は，面接によっても検討されている。Sowder(1988) は，小学生および中学生が，実際に文章題を解く際に用いる方略を調査した。よく使われる解決方略として，次の７方略が分類された。まず，対処方略として，次の２方略が挙げられた。方略1.数値を見つけて足す（かける，引く，等）。使う演算は，最近学校でやっていることや，生徒自身が最も得意だと思っていることに基づいて決定する。方略2.演算を推測する。続いて，計算駆動型方略として，例えば78と54なら加算か乗算を選び，78と３なら除算を選ぶと言うように，問題の数字で演算を判断する方略３と，全ての演算を試して最も合理的な答えを選択するという方略４が示された。さらに，わずかに成熟した方略としては，次の２方略が分類された。方略5.演算決定の決め手になる"キー"ワードを探す。方略6.答えが与えられた数より大きくなるか小さくなるかを決める。大きくなる場合は，加算と乗算を試し，より合理的

な演算を選択する。小さくなる場合は，減算と除算を試し，より合理的な演算を選択する。望ましい方略は，方略7.意味が問題に合うような演算を選択するというものである。これは，言語プロトコルを利用した研究だといえる。ただしこの研究では，それぞれの方略を用いた児童の割合や，同じ方略が常に使われるのかどうかという方略選択の一貫性などは，ここでは検討されていなかった。Kouba(1989)も，面接によって，乗除算の文章題で使われる解決方略を明らかにした。対象は小学校低学年の児童であり，抽象度の高いものから低いものまで，様々な方略が見い出された。また，具体物を利用した方略の分類もなされた。

第3項　シミュレーション（コンピュータ・モデル）

序章でも示されたように，コンピュータ言語による認知活動のシミュレートは，情報処理アプローチの真髄である。算数文章題についても，問題がどのように解かれ，また解決にはどのような知識が必要なのかを明らかにするために，コンピュータによる解決過程のシミュレーションモデルが作られている。代表的なモデルを紹介しよう。

まず，Briars & Larkin(1984)は，加減算の文章題を解く際に仮定される情報処理のステップをモデル化した。彼らのモデルは，Concrete Human-Like Inferential Problem Solverを略してCHIPSと呼ばれた。CHIPSではまず，与えられた問題を読み込んでCHIPによる具体的な表象を構成する。そしてCHIPの集合に行為を加え，計数方略か計算結果を用いて答えを出す。このモデルでは，問題文中の行為手がかりの有無と，問題を解くための数学的必要条件の種類によって，解決の難しさが変わってくることが示された。さらに，問題タイプごとの正答率についての既存のデータと照らし合わせて，モデルの妥当性がチェックされている。

Kintsch & Greeno(1985)のモデルも，加減算の文章題を対象にしたものである。彼らのモデルは，Riley et al.(1983)によるスキーマ的知識の構造についての知見と，テキスト処理についての知見とを統合したものである。ここでは，シミュレーションがINTERLISPで書かれ，XEROXのLISP machineで走ることが確認されている。このモデルは，知識構造の集合と，それらを使

って表象を作り出し問題を解く方略を主要な構成要素とし，小学校2年生くらいの子どもの理解能力を表すものだと考えられている。知識構造には次の3種類がある。1.文を命題に変換する命題の枠組み (propositional frame)，2.集合の属性や関係を表す問題スキーマ，3.カウンティングや算数の演算を表す行為スキーマ，である。作られる表象は，テキストの入力を表すテキストベースと，テキストベースからの関連情報を含む問題モデルの2種類である。テキストベースを作るための理解方略，構築される表象とその構築過程，構築に必要な知識や処理，問題理解に必要な命題的枠組みやスキーマなどが詳細に述べられている。このモデルが他のモデルと大きく異なる点は，問題スキーマ，すなわち問題タイプや問題文に明記されていない状況についての知識の影響を考慮した点であろう。

Dellarosa(1986) の ARITHPRO は，LOOP で書かれた辞書と INTERLISP で書かれたプロダクションシステムからなる。プログラムは XEROX1108 上で走る。モデルは，以下の要素から構成される。(1)言語理解過程，(2)集合およびそれらの論理的関係についての知識，(3)計数方略，(4)デフォルトの解決方略，(5)ゴールスタック，(6)短期記憶バッファ，(7)長期記憶バッファ。与えられた問題文からテキストベースを作り上げるまでの過程が詳しく紹介されている。

Riley & Greeno(1988) は，年長の子どもは年少の子どもよりたくさんの問題に正答する，という事実をモデルで説明しようとした。問題解決能力の発達的変化自体は，情報処理アプローチをとる認知発達研究で，広く扱われてきた問題である。しかし，文章題解決能力の発達的変化の分析に関しては，他の研究には見られなかった視点である。彼らの認知モデルでは，問題理解は2つの過程を含むとされている。(a)問題文の情報のパターンを表象する過程と，(b)問題文の状況を表象する意味モデルを構築する過程である。さらに，このモデルは3つの機能を果たすプロダクションシステムからなる。テキストの命題的情報を表現する意味ネットワークを構築するプロダクション，テキストに書かれた状況の意味モデルを構築するプロダクション，意味モデル内の対象の数を数えて問題に解答するためプロダクションである。Riley & Greeno(1988) は，問題カテゴリーごとの異なった認知処理モデルに

ついて，3つの知識レベルをシミュレートした。レベル1では，集合が有する対象の数が明らかな個々の集合を意味ネットワークで表象し，問題モデルを作って問題を解くことができる。レベル2では，数が明らかでない集合が含まれていても，集合間の関係を利用して意味ネットワークや問題モデルを作ることができるようになる。さらにレベル3になると，集合の変化や比較に関する他の関係を持つ表象に，部分－全体関係を加える処理が可能になる。そしてRileyらは，各レベルの知識でどのタイプの問題が解けるかをシミュレートし，子どもたちが実際に解いた際の正答率との比較を行った。

以上のモデルは全て，加減算の文章題を扱うものである。現在の所，乗除算の文章題については，包括的なシミュレーションモデルは作られていない。

このように，先行研究では，文章題解決過程が複数の下位過程からなるものとしてモデル化され，解決過程におけるつまずきとその測定法が検討されている。また，簡単な文章題についてはその解決過程がコンピュータでシミュレートされている。

第2節　問題の設定

本章では，問題の解決過程を詳細に分析する情報処理アプローチに基づいて，文章題でのつまずきが生じる解決過程を明らかにする。研究の目的は，1つの文章題の解決過程を下位過程に分け，誤りが各過程のどの部分で生じるか，またそれに問題の種類による違いがあるか，という点を検討することである。

本研究では，解決過程を，Mayerにならい①変換，②統合，③プラン，④実行の4つの下位過程に分けた。各下位過程での児童の遂行は，対応する課題を作成してそれぞれ取り出すこととする。先行研究で使われていた課題は，唯一の方法ではない。対象とする課題に応じて随時つくりかえる。

先行研究では，各下位過程の能力を別々に評価していたが，能力間の連関については考慮されていなかった。本研究では，これらの能力を，1つの問題を解く際の連続した過程として検討していく。

研究4では過剰情報が整数文章題の解決に与える影響を，研究5では問題の構造と数のタイプが倍の関係を扱う分数の文章題の解決に与える影響をそれぞれ検討する。

研究4　整数文章題：過剰情報

目的

研究1では，数値選択の誤りによる誤答の存在が報告されていた。解決に必要な情報を選択することは，問題解決には欠かせない過程である。従って研究4では，数値選択を1つの下位過程として独立させ，児童の問題解決過程を見ていくこととする。具体的には，文章題解決過程を，①求答事項選択，②数値選択，③演算選択，④立式，⑤演算実行，⑥解答，の6つ下位過程にわけ，問題文中の過剰情報が影響する下位過程について検討した。実験計画は，情報2（過剰・通常）の被験者内1要因計画で，通常問題と同種の演算で解く過剰問題を作成した。通常問題と過剰問題の2種類を課題として用い，6つの下位過程におけるａ．正答数，ｂ．誤答に至る誤りの位置，の2点が，課題条件によってどう異なるかについて調べることを目的とした。

この2点に関する仮説とその根拠を以下に示す。

まず，正答数に関する仮説は，最終的な正答数は過剰問題で低くなること(a-1)，過剰問題で正答数が低下するのは，数値選択過程であること(a-2)，通常問題で正答数が低下するのは，演算選択以降の過程であること(a-3)である。仮説(a-1)の提起は研究1での結果に基づく。仮説(a-2)の提起は，過剰情報が影響する下位過程は，問題文中から必要な情報を抽出する過程だとする筆者の見解に基づく。ただし研究1では，通常問題であっても，3数のうち2つの数値しか選択しなかったことによる答が多い，という結果が得られている。この傾向は研究1の課題に特有なものかどうかも検証する。仮説(a-3)については，通常問題は，文中の数字を全て選べば正解になるので，数値選択過程では困難が少ない。そのため，過剰問題と比べると，数値選択より後の過程での誤りが多くなると思われる。

誤りの位置に関する仮説は，過剰問題における誤答は，数値選択過程の誤りによるものが多いこと(b-1)。通常問題における誤答は，演算選択以降の過程の誤りによるものが多いこと(b-2)，文章題解決の成績が良い者とそうでない者では，誤りの位置が異なることが多いこと(b-3)である。仮説(b-3)の根拠は次の通り。本調査の課題で好成績を収めるには，問題構造の理

解の力を問う過剰問題に正答することが必要とされる。従って，本調査における最終正答数の成績の良い者は，過剰情報に惑わされず問題を理解する力がある者と考えて良い。それ故，問題理解過程での誤りは少なくなり，誤っても解決実行過程においてだと考えられる。

方 法

被験者　W市立S小学校4年生145名（男子74名，女子71名）を対象として調査を行った。四則演算は既習の内容であった。

課題冊子　練習問題1問，過剰問題・通常問題各4問の計8問，および時間調整用問題2問から構成され，全体のページ数は表紙を含めてB5判で22ページであった。過剰と通常の8問については，試行順を4通り作ってカウンターバランスを取った。過剰問題は通常問題に過剰情報をつけ加え，演算の難易に影響を与えない程度に数値および状況を変更して作成した。4問とも3年生で学習した程度の3数の関係を見る文章題で，演算は1つが加減算で1つが乗除算，すなわち，＋と×，－と×，＋と÷，－と÷の4条件が作られた。

時間調整用以外の各問題は，以下の4つの小問で構成された。1.問題できかれていることを選ばせる小問，2.問題を解くのに使う数字を選ばせる小問，3.問題を解くための演算を選ばせる小問，4.式を立てて答えを求めさせる小問である。

1.から3.は選択式であり，4.は自由記述であった。解決過程との対応を述べると，1.は求答事項選択過程，2.は数値選択過程，3.は演算選択過程，4.は立式と演算実行および解答の過程に，それぞれ対応している。小問は，1.から3.までが1ページ目に，4.が2ページ目に印刷されていた。課題の例をTable2.2に示す。

Table2.2　使用した文章題と小問の例（通常問題の場合）

夜店で金魚を6ぴき買って1000円さつをだすと，おつりは430円でした。金魚1ぴきはいくらでしょうか。

1.きかれていることは何ですか。番号で一つ選んでください。

①金魚1ぴきのねだん　②金魚ぜんぶのねだん　③おつりの金額

2.問題を解くのに使う数字を○でかこんでください。

6　・　1000　・　430

3.問題を解くのに使う計算を○でかこんでください。

たし算　・　ひき算　・　かけ算　・　わり算

4.式と答えを書いてください。

手続き　クラス単位で担任教諭によって調査を実施した。実施手順は，実験者があらかじめ担任に配布したマニュアルに沿って行われた。調査に要した時間は約40分間であった。

結果

a．正答数

過剰問題と通常問題間の通過状況の差を調べるために，課題条件ごとの各下位過程における4問中の正答数について，情報（過剰・通常）×下位過程（求答事項選択・数値選択・演算選択・立式・演算実行・解答）の2×6の被験者内2要因分散分析を行った。課題条件別に下位過程での平均正答数を示したものがFig.2.2である。

その結果，情報と下位過程の主効果（$F(1,137)=100.80, p<.01$, $F(5,685)=72.75, p<.01$）および情報×下位過程の交互作用（$F(5,685)=26.76, p<.01$）がそれぞれ有意であった。単純主効果の検定の結果，全条件で情報の主効果および下位過程の主効果があった。さらに，HSD検定により下位過程間の多重比較を行ったところ，通常問題の数値選択－演算選択間と過剰問題の求答事項選択－数値選択間に差が見られた。

b．誤答分析

b－1　誤りの位置

正答できなかった最初の下位過程を，誤答の原因となった誤りの位置と見なして誤答者を分類した。正しい立式ができた場合は，誤答とは見なさなかった。誤りの位置のタイプは以下の通り。

A　求答事項選択の誤り
A'　求答事項選択の誤り(数値選択は正解)
A"　求答事項選択の誤り(演算選択は正解)
B　数値選択の誤り
B'　数値選択の誤り(演算選択は正解)
C　演算選択の誤り
D　立式の誤り
E　演算の誤り
G　解答のみの誤り

Table 2.3に，タイプ別の人数を問題別に示す。χ^2検定と残差分析の結果，通常問題の1問目・3問目では演算選択の誤りと数値選択の誤り，2問目では演算実行の誤り，過剰問題の1・3・4問目では数値選択の誤り，2問目では求答事項選択の誤りと演算実行の誤りが，それぞれ有意に多かった（通常1：$\chi^2(6)=50.19$，通常2：$\chi^2(6)=18.77$，通常3：$\chi^2(6)=93.81$，過剰1：$\chi^2(6)=135.43$，過剰2：$\chi^2(8)=21.79$，過剰3：$\chi^2(5)= 90.75$，過剰4：$\chi^2(8)=91.20$（全て$p<.01$））。

Table 2.3　問題ごとの誤りの位置(人数)

	通常				過剰			
問題番号	1	2	3	4	1	2	3	4
A 求答事項選択	3	3	1	1	5	13**	8	3
A' 求答事項選択(数値正解)	2	6	3	1		3		2
A" 求答事項選択(演算正解)						6	1	1
B 数値選択	16*	5	17*	5	45**	8	43**	28**
B' 数値選択(演算正解)	1				9	3	7	12
C 演算選択	25**	11	36**	9	8	9	16	5
D 立式	7	6	3	4	3	1	4	1
E 演算実行	10	14**	13	4	3	11*		6
G 解答		6	1	1	1	3		2

注：χ^2検定および残差分析の結果を示す。　** $p<.01$で多い
* $p<.05$で多い

次に，成績の良い者と悪い者との比較を行った。被験者全体の平均正答数は8問中4.7問(SD=2.66)，正答数の中央値は5であった。ただし，誤答の分析に関しては全問正答者は対象にならないので，正答数7問以下の者で中央

値を求めると，4であった。従って，正答問題数4問以上の児童を上位群，4問未満を下位群として分類し，誤答した際の誤りの位置に違いがあるかどうかを調べた。各問題において，立式以降の過程で間違った者の人数と，それ以前の過程で間違った者の人数とを，成績別にχ^2検定で比較した結果，通常問題2・3問目・過剰問題2・3問目でそれぞれ有意な差があった（通常2：$\chi^2(3)=50.19, p<.01$，通常3：$\chi^2(3)=12.04, p<.01$，過剰2：$\chi^2(3)=6.26$，$p<.05$，過剰3：$p=.017$（直接確率計算法による））。他の問題では有意差はなかった。すなわち，これらの問題では，本調査での最終正答数の成績の良い者の誤答は，計算間違いや解答の過程での誤り等の，解決実行過程での誤りであることが多いのに対し，成績の良くない者の誤答は，正しい立式までに至らない，問題理解過程での誤りによるものが多い，と言える。

b－2　誤った選択

数値選択における選択肢の誤りを分析した。過剰問題では4問とも全部の数字を選択した者が多く，通常問題では通常4を除く3問で必要な数値3つのうち2つしか選択しない誤答が有意に多かった（過剰1：$\chi^2(4)=19.60$，2：$\chi^2(2)=6.82$，3(4)：$\chi^2=52.93$，4(3)：$\chi^2=34.09$，通常1：$\chi^2(2)=20.33$，2：$\chi^2(2)=7.36$，3：$\chi^2(2)=10.89$(全て$p<.01$))。ここで，数値選択過程の誤答者を，過剰問題4問中2問以上で全部の数字を選択する誤り方をした群と，それ以外の誤り方をした群との2群に分けた。各群で，通常問題4問のうち，全部の数値を選択した問題数を調べた。χ^2検定の結果，全部の数字を選択する誤り方をした者は，それ以外の誤り方をした者に比べ，通常問題において全部の数値を選択した問題数が多いことが分かった($\chi^2(5)=12.029, p<.01$)。簡単に言うと，過剰問題で全ての数字を選ぶ傾向のあった児童は，通常問題でも全ての数字を選び，過剰問題で全ての数字を選ばなかった児童は，通常問題でも全て選ばない傾向があることがわかった。要するに，数字を全て選んだり少なく選んだりする誤答パターンは，課題に特有なパターンではなく，個々の児童に特有なものだと考えられる。

考 察

下位過程ごとの正答数については，結果ａで，解答の過程において過剰問題の正答数が通常問題よりも少なかったことより，仮説(a-1)は支持された。次に仮説(a-2)(a-3)についてであるが，結果ａによれば，過剰問題では数値選択過程で，通常問題では演算選択過程で，それぞれ正答数が下がっていることより支持された。さらに，全部の数字を選択する反応傾向については，一貫してそのパターンを取る児童が多く見いだされ，その他の児童のパターンとしては，問題文で示された数字を理解できる範囲で抜き出して問題解決に使用する，という傾向が観察された。

誤りの位置については，結果b-1で，過剰問題４問中３問で数値選択過程の誤りによる誤答が多かったことより，仮説(b-1)は支持された。

以上のような理由で，問題文中の過剰な情報は，正答数を低下させるといえる。つまり，通常問題では，全体として演算選択過程で正答数が下がるが，過剰情報を含む問題では，過剰な情報が，それ以前の数値選択過程を困難にし，誤答の原因となる。しかし，結果b-1から示されたように，通常問題においても数値選択の誤りが原因となった誤答は比較的多く，かつ，それらの誤りは３つのうち２つの数値しか選択しない誤りであった。これより，演算選択以降の過程の誤りによる誤答が多いとする仮説(b-2)については，支持されなかった。つまり，誤答する児童の多くは，その問題で何がきかれているかは分かるのだが，問題文中の必要な数値を選んでそれらを関係づけることが出来ない，と推測される。このため当然，正しい式を導くことができず，誤答となるのである。

仮説(b-3)に関しては，結果b-1より，８問中４問で，成績の良くない者の誤答は問題理解過程の誤りによるものが多く，成績の良い者の誤答は解決実行過程の誤りによるものが多い，ということが分かった。だが，これだけでは一般的な傾向とは言い切れず，仮説は完全に支持されたわけではない。

結 論

本研究では，文章題における誤りが，解決過程のどの部分でどのように起こるのか，また文章題中の過剰情報が解決過程のどの部分に影響するのか，という点について検討してきた。得られた知見をまとめると，次のようにな

る。1)下位過程における誤りの位置として，3数を関係づける文章題では，演算選択や数値選択での誤りが誤答の原因となることが多い。2)問題文中の過剰情報は，問題理解過程の数値選択を困難にし，正答数を下げる。誤り方としては，過剰な数値を含めて全ての数値を選択するものが多い。

つまり，数量関係の正確な把握に基づかずに，問題文中の数値は無条件に全部必要と考えたり，あるいは分かった範囲の数値だけを使って問題を解こうとしたりする傾向がある。このように，文章題におけるつまずきの原因の多くは，問題理解過程にある。中でも，きかれていることの把握よりも，問題文中から抽出した必要な数字の関係づけが，文章題特有の難しさの大きな要因になっていることが分かった。この関係づけの力は，計算練習を繰り返すだけではなかなか獲得できず，文章題におけるつまずきを引き起こしているものと考えられる。従って，文章題を不得意とする児童の指導に当たっては，数量関係を正確に把握させること，つまり問題の構造を理解させることに力を注ぐ必要がある。

本研究および研究1では，課題に加えた過剰情報の質による影響の差は一切考慮されていない。どのような情報が妨害となるかを明確にすることも，統合過程での遂行の解明に貢献すると思われる。この点に関連する研究としては，文章題中の必要な情報を同定する方略について調査したLittlefield & Rieser(1993)がある。この研究では，必要な情報と過剰情報との類似度を操作し，類似度高，類似度低，類似なし，過剰情報なしの4水準を設定した。類似度は，必要な情報と過剰情報とで同じ値を取る意味的特徴の数に基づいて決定された。行為者・行動・測定単位の3つの意味的特徴のうち2つが同じであるものは類似度高，1つだけ同じであるものは類似度低，同じ特徴がないものは類似なしとなる。必要な情報と過剰情報との弁別を行わせたところ，行為者と測定単位の2つの特徴が同じである類似度高の過剰情報は，弁別が困難であることが示された。

研究5　小数文章題：倍の文章題

目的

小数を扱う倍の文章題を課題とし，解決過程での遂行を測定する課題を実施する。課題の成績の分析を通して，用法と小数のタイプの要因が，解決過程のどの部分に影響して，成績の低下を引き起こしているのかを明らかにする。

実験計画は，用法2(第2用法，第3用法)×小数2(1以上，1未満)の被験者内2要因計画である。まず，この計画に基づいて，もとになる文章題4問を作成した。その際，問題の文脈は液量を扱うものに統一した。

本研究ではMayerの解決過程をもとに，倍の文章題の解決過程を次のように設定した。①変換過程では，問題文を読み，割当文，関係文，質問文の3文をそれぞれ理解する。②統合過程では，理解した3文の内容を統合する。特に，割当文と関係文の内容を統合し，既知量は比較量と基準量のどちらであるか，既知量ともう1つの量との数量関係はどうなっているのかを把握する。③プラン過程では，未知量を求めるための演算を選択する。④実行過程では，選択した演算を実行する。本研究では，文章題解決におけるつまずきは，演算の実行ではなくそれ以前の過程にあるという知見に基づき，このうち①変換，②統合，③プランの3過程を取り上げる。

各下位過程に対応する課題を，次のように設定した。①**変換**過程の理解に関して，質問文の理解と関係文の理解を理解の状況を探る指標とし，問題できかれていることを選択肢から選ばせる**求答事項選択課題**と，倍の関係を正しく表した文を選ぶ**関係文選択課題**の2課題を課す。次に，②**統合**過程に対応する課題として，Mayer et al.(1991)や石田・多鹿(1993)では数値選択課題を用いていたが，これらは，演算1回で解く文章題では有力な指標とはならないと思われるので実施しない。②**統合**過程での割当文と関係文との統合の様子を測定する課題として，本研究では，未知数と既知数との大小関係を線分の長さに基づいて選択する**答えの見積もり課題**を作成した。これによって，問題文中の数値の大小関係を，児童がどのようにとらえているかを測定する。また，③**プラン**過程に関しては，先行研究通り，解決に必要な演算を選ぶ**演**

算選択課題を利用した。

本研究ではまた，解決過程での遂行を測定する方略の妥当性についての検討を行う。研究4・5では，解決過程に対応する課題を用いたが，課題を解くことによって，その文章題に対する理解に変化が生じることはないのだろうか。特に，課題を解くことで，最初は誤って理解していた文章題を正しく理解するようになるようなことはないだろうか。本来の目的に合わせて，この点の検討も行う。

方法

被験者　W市立O小学校5年生82名（男子46名，女子36名）を対象として調査を行った。研究3と同じ被験児である。

課題　小数をあつかう倍の文章題を対象に，解決過程における**理解を測定する課題**を実施した。課題は，解決過程に対応した4課題からなる。①**変換**過程の理解に関して，問題できかれていることを選択肢から選ぶ**求答事項選択課題**で<u>質問文の理解</u>を，倍の関係を正しく表した文を選ぶ**関係文選択課題**で<u>関係文の理解</u>を，それぞれ測定した。また，未知数と既知数との大小関係を線分の長さに基づいて選択する**答えの見積もり課題**で②**統合**過程での<u>割当文と関係文との統合</u>を，解決に必要な演算を選ぶ**演算選択課題**で③**プラン**過程の遂行を，それぞれ測定した。使用した文章題と4課題の例をTable2.4に示す。

手続き　以上の課題をB5版の課題冊子にまとめ，授業時間内にクラス単位で実施した。

Table2.4　解決過程に対応させた課題の例：第3用法（1以上）の文章題の場合

●コーラが2.4リットルあります。
コーラの量は、サイダーの量の1.6倍にあたります。
サイダーは何リットルありますか。

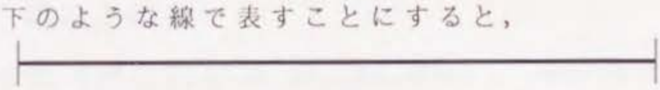
(1) きかれていることは何ですか。
次の中から1つ選んで，記号を○でかこんでください。
（わからない時は？マークに○をします。）

ア．　コーラは何リットルか
イ．　サイダーは何リットルか
ウ．　コーラの量はサイダーの量の何倍か
？

(2) 次の文のうち，問題の内容にあっているのはどれですか。
正しい文を1つ選んで，記号を○でかこんでください。
（わからない時は？マークに○をします。）

ア．　コーラの量はサイダーの量の2.4倍
イ．　サイダーの量はコーラの量の2.4倍
ウ．　コーラの量はサイダーの量の1.6倍
エ．　サイダーの量はコーラの量の1.6倍
？

(3) 問題を図にしてみます。
コーラの量を下のような線で表すことにすると，



サイダーの量はどのくらいの長さで書けばいいですか。

（　　）

（　　）

（　　）

（　　）？

(4) 問題をとく時に使う計算を○でかこんでください。

たし算，　ひき算，　かけ算，　わり算

結 果

解決過程に対応させた課題の平均正答率を文章題のタイプごとにFig.2.3に示す。

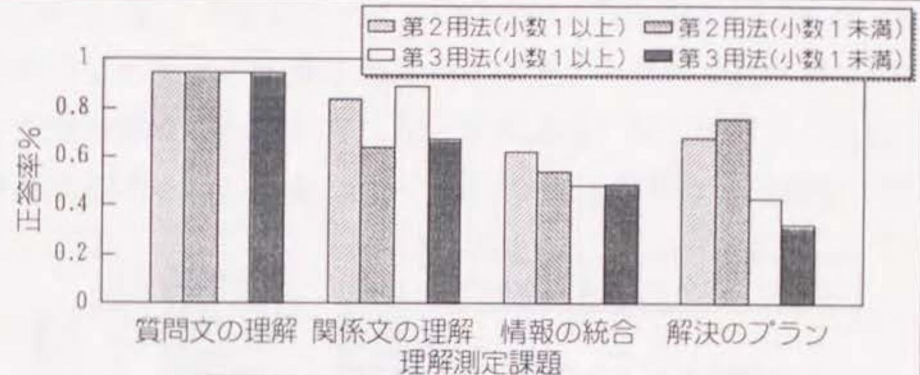


Fig. 2. 3 解決過程に対応させた課題の正答率

用法と小数の要因が遂行にもたらしている影響を，解決過程ごとに検討した。各課題の正誤について，正答に1点，誤答に0点を与えて得点化し，用法2(第2用法，第3用法)×小数2(1以上，1未満)の2×2の2要因分散分析を行った。まず①変換過程に対応する課題のうち，求答事項選択課題の成績に関しては，主効果，交互作用とも有意ではなかった。倍の関係文選択課題では，小数の主効果

が有意であった (F(1,81)=26.01, p<.001) 。用法の主効果および用法と小数の交互作用は有意ではなかった。続いて②統合過程に対応する答えの見積もり課題では，用法の主効果が有意傾向であった (F(1,81)=3.38, p<.10) 。さらに③プラン過程に対応する演算選択課題では，用法の主効果および用法と小数の交互作用が有意であった (F(1,81)=31.69, p<.001, F(1,81)=5.17, p<.05) 。小数の主効果は有意ではなかった。交互作用が有意であったため，単純主効果の検定を行った。その結果，第2用法では小数のタイプによる正答率の差はなかったが，第3用法では，1以上の文章題での成績が1未満の文章題を上回っていた。

また，4つの課題を，問題解決の一連の過程での遂行を反映したものと見なして，用法と数の要因がどの時点で影響するのかを検討した。各課題の正誤について，正答に1点，誤答に0点を与えて得点化し，過程4(質問文の

理解，関係文の理解，情報の統合，解決のプラン)×用法２(第２用法,第３用法)×小数２(１以上,１未満)の４×２×２の３要因分散分析を行った。分析の結果，過程，用法，数の主効果と，過程と用法，過程と数の交互作用がそれぞれ有意であった ($F(3,243)=73.40, p<.001$, $F(1,81)=16.24, p<.001$, $F(1,81)=9.64, p<.01$, $F(3,243)=14.44, p<.001$, $F(3,243)=5.78, p<.001$) 。二次の交互作用は有意水準に達しなかったので，一次の交互作用についての下位検定と多重比較をそれぞれ行った。まず過程と数の交互作用について，対応する平均正答数をFig.2.4に示す。数の単純主効果は，関係文の理解に

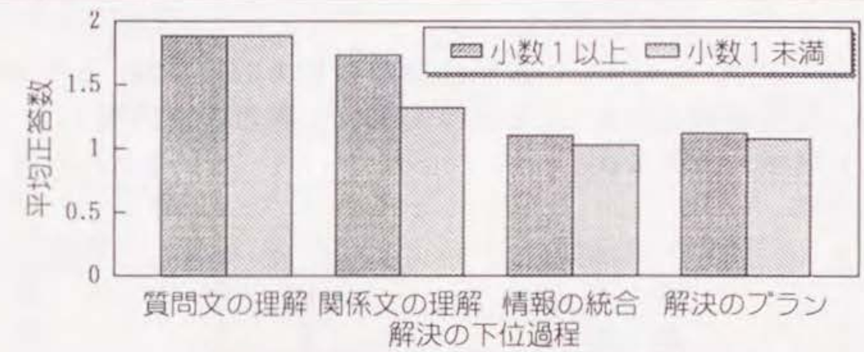


Fig. 2.4 数のタイプによる解決過程の成績

おいてのみ認められた。過程間で正答数の差が認められたのは，小数が１未満の場合は質問文の理解と関係文の理解との間であり，小数が１以上の場合は関係文の理解と情報の統合との間であった。続いて，過程と用法の交互作用について，対応する平均正答数をFig.2.5に示す。用法の単純主効果が認

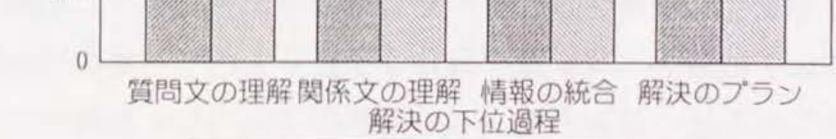


Fig. 2.5 問題の構造による解決過程の遂行

められたのは解決のプランであった。情報の統合における主効果は有意傾向であった。過程間で正答数の差を検討したところ，第２用法では質問文の理

解と関係文の理解との間で正答数の低下が認められた。また，情報の統合の成績が，後に来ると考えられるプランの成績よりも悪かったが，第3用法ではこの差は有意ではなかった。さらに，関係文の理解と解決のプランとの間に差はなかった。第3用法では，質問文の理解，関係文の理解，情報の統合の順で正答数が低下していた。

ここで，第2用法における関係文の理解と解決のプランとの関連を検討した。関係文の理解での正答者と誤答者とで，解決のプランの正答率に差があるかどうかを，文章題ごとにχ^2検定を実施して検討した。人数を文章題ごとにTable2.5に示す。

Table 2.5　第2用法の文章題における「関係文の理解」と「解決のプラン」との正誤の関連(人)

○第2用法（小数1以上）

	解決のプラン	
関係文の理解	正答	誤答
正　答	49	20
誤　答	6	7

○第2用法（小数1未満）

	解決のプラン	
関係文の理解	正答	誤答
正　答	41	12
誤　答	21	8

また，この調査の直前に行われた研究3での立式の成績と，本研究の**演算選択課題**の成績を比較した。文章題全体における平均正答数は，立式2.4問(SD=0.9)，演算選択2.2問(SD=1.09)であり，両者を1要因分散分析で比較したところ有意差は認められず（F(1,81)=3.50, n.s.），解決過程に対応させた課題を解くことが文章題解決にもたらす促進効果は認められなかった。故に，本研究で用いた諸課題への反応は問題解決時の理解内容の反映だと見なせる。

考 察

まず，課題ごとの分析で明らかになったことを示す。①変換過程での質問文の理解はどのタイプの文章題でも容易であった。小数が1未満の場合は①変換過程での関係文の理解が困難になる。第3用法の場合は②統合過程での情報の統合と③プラン過程での解決のプランが困難になる。解決のプランはまた，第3用法で小数が1未満の文章題の場合に特に困難になるのである。

また，解決過程でのつまずきの位置の分析より，以下のことが明らかになった。

問題文中の小数のタイプは，関係文の理解に影響し，小数が1未満になると正しい理解が困難になることが分かった。小数が1未満の場合は，関係文の理解の成績が質問文の理解より低下するが，小数が1以上の場合は，質問文の理解と同程度の成績を保ち，成績の低下は情報の統合において生じていた。情報の統合と解決のプランでは，数の影響はなくなっていた。

一方，用法のタイプは解決のプランに影響し，第3用法の文章題は，第2用法より成績が悪いことが明らかになった。関係文の理解では差が認められなかったことから，用法が異なっても，つまり問題の構造が異なっていても，関係文の文意の理解に影響はない。ところが，第2用法の場合は，解決に必要な演算(乗算)が正しく選べるのに対し，第3用法では，関係文の内容が理解できていても，正しい選択ができない場合が多いのである。第3用法の文章題の難しさは，統合過程以降に存在すると考えられる。第3用法でのつまずきの原因についての詳細な検討は，研究9で行われている。

第3節　結び

研究4・5では，文章題解決過程を複数の下位過程に分け，下位過程で生じるつまずきについて検討した。整数の文章題を対象とした研究4では，文章題のつまずきの原因が問題理解過程にあること，特に必要な数値の関係づけが難しさの原因になっていることが示された。小数の文章題を対象とした研究5では，問題文中の数値のタイプが関係文の理解に，問題の構造が情報の統合や解決のプランに，それぞれ影響して，つまずきを引き起こしていることが明らかになった。つまり，文章題が難しいのは，数値の関係や情報の関係を把握すること，すなわち問題の構造を理解することが難しいからなのである。

これらの知見より，文章題のつまずきに対しては，問題構造の理解に重点を置いた指導を行うべきだと言える。文章題の指導については4章で述べる

が，ここで次のような疑問が生じる。文章題の問題構造が理解できない児童は，どのような知識を獲得していないのだろうか。より広く言えば，文章題の成績が良い児童とそうでない児童との間には，どのような違いがあるのだろうか。3章では，文章題解決に関連する要因，特に必要な知識について検討する。

なお，研究4・5については，次のような問題点を指摘することができる。

まず，想定した下位過程の進行順序は，あくまで1つのモデルであり，実際の問題解決時には，各下位過程が複雑に絡み合っていたり，他のストラテジーが採られていたりする可能性がある。例えば，下位過程の順番が異なっていたり，ある部分が繰り返された後に次の過程に進んだりすることが考えられる。先に紹介したHegarty et al.(1995)の解決モデルでは，この点が考慮されており，2つの解決方略を対象に，問題理解時の処理のループを含めてモデルが作られている。今後は，問題解決についての他のストラテジーをも考慮した上で，解決モデルの作成や下位過程での遂行の検討を行っていきたい。

また，下位過程を1つの問題を解く際の連続した過程として検討する際には，条件の統制が問題になってくる。前述のように，子どもの実際の問題解決過程は，実験者側で設定したモデル通りに直線的に進むものばかりとは言いきれない。実際に，回収した研究4の課題冊子には，数値選択や演算選択の小問を何度もやり直した形跡があった。研究1の個別実験において，計算や立式のステップで初めて「おかしい」と感じた児童が存在したことから，これらのやり直しの多くはその後の過程終了後に戻ってなされたと予想される。しかし集団調査では，児童が前の過程に戻ってやり直しても，実験者側では把握できない。

従って，子どもたちの思考プロセスから同じものを取り出すためには，モデル通りの下位過程をたどって問題を解いてもらう必要がある。それには，コンピュータを用いて思考の流れを統制することが考えられる。具体的には，各下位過程での思考の結果を見る小問をディスプレイに1過程ずつ順に提示し，子どもが反応すれば次の過程に進めるようにする。また，パソコンによって，各過程を通過する際の所要時間を測定することもできる。条件の統制

や時間の測定等にコンピュータの特性を生かして，文章題解決の過程を丁寧にみた実証研究は，これまでほとんどなされてこなかった。文章題研究の1つの視点として，コンピュータを利用した解決過程の分析は，大きな実りをもたらすものと思われる。研究1のプログラムもその先駆けをなすものと言えるが，4章で紹介する研究では，この視点を採り入れて解決過程の検討がなされている。

2章の要約

2章では，まず，情報処理アプローチに基づいて文章題の解決過程を分析した認知心理学研究の概観を行った。続いて，これらの研究を参考に，文章題解決過程を複数の下位過程に分けてそれに対応させた課題を解かせる手法で，下位過程でのつまずきを検討した。整数の文章題を対象とした研究4では，文章題のつまずきの原因が問題理解過程にあること，特に必要な数値の関係づけが難しさの原因になっていることが示された。小数の文章題を対象とした研究5では，問題文中の数値のタイプが関係文の理解に，問題の構造が情報の統合や解決のプランに，それぞれ影響して，つまずきを引き起こしていることが明らかになった。つまり，文章題が難しいのは，数値の関係や情報の関係を把握すること，すなわち問題の構造を理解することが難しいからなのである。最後に，文章題解決過程をより厳密に検討するために，コンピュータの導入が有効であることを示唆した。

3章　文章題解決に関連する要因

第1節　問題解決に関連する要因

第1項　記憶容量の要因

第2項　知識の要因

第2節　関連を調べた先行研究

第3節　問題の設定

研究6　分数文章題

目的

方法

結果

考察

研究7　整数文章題：演算2回の文章題

目的

方法

結果

考察

研究8　小数文章題：割合文章題

目的

方法

結果

考察

第4節　結び

3章の要約

第1節　問題解決に関連する要因

問題解決における個人差をもたらす要因として，認知心理学では，認知発達研究で指摘されていた記憶容量の要因の他に，知識の要因が挙げられている。それまでに蓄積したその分野の知識は，新しい知識の獲得や問題解決に影響するというのである。エキスパート，すなわちその分野に関して豊かで構造化された知識を持っている人は，初心者に比べて効率的に学ぶことができ，知識をさらに豊かにしていくことができる。

以下，各要因について，詳述する。

第1項　記憶容量の要因

序章で紹介したCaseは，記憶容量を，認知発達の変化を引き起こすものとして捉えていたが，例えばJohnson–Laird(1983)は，記憶容量が問題解決における個人差をもたらすと主張している。Johnson–Laird(1983)によれば，推論は，メンタルモデル(mental model)と呼ばれる内的表象を拠り所に，**作動記憶**(working memory)という記憶システム内で行われる。作動記憶の処理能力は限られているので，メンタルモデルを複数形成しなければならない推論では誤答が多くなり，個人差が観察される。この個人差に関して，作動記憶の処理容量が推論の正確さと関連することが確認されている。

また，作業記憶容量は，読解力の個人差にも関連している(Daneman & Carpenter,1980)。彼らは，読みのプロセスと直接関連する作動記憶の個人差を測定するために，リーディングスパンテストを作成した。このテストでは，読みの過程での，情報の処理と保存という両方の過程が測定される。大学生を対象にした実験の結果，リーディングスパンテストの成績と読みの理解度との間に高い相関が認められた。他方，従来のメモリスパンの得点と読みの理解度との相関は低かった。これより，このテストで得られるスパンは，メモリスパンで測定されるような静的な記憶容量よりも，読みの際に用いられる動的な作動記憶における処理の効率と関連しているものと考えられる。測定にあたっては，カードで提示した文を被験者に音読させ，各文の最後の単

語の再生を求めた。文の数は2文から6文まで順に増加し，各文3試行にうち2試行正解したレベルをリーディングスパンとした。

教授学習における作動記憶の影響を調べた研究には，安藤・福永・倉八・須藤・中野・鹿毛 (1992) がある。彼らは，小学校5年生を対象に，2種類の英語教授法を実験的に比較した。その際，一般知能や作動記憶容量，アルファベット知識や英単語既有知識などの英語教育に対する適性の測度と，教授法との交互作用を検討した。その結果，作動記憶容量は，いずれの教授法においても，教授の結果に対して予測力の大きな適性であり，しばしば知能との相関を上回った。測定にあたっては，小学生向けの簡便法として，2～4文節からなる単文を続けて提示し，各文の最後の文節を再生させ，正しく再生された項目数の総数を測度とした。

では，リーディングスパンの大小は文章題解決に関係するのだろうか。文章題の問題文の再生成績とリーディングスパンとの関連を調べた Cooney & Swanson(1990) は，リーディングスパンと関係文の再生率との間には正の相関があること，割当文や質問文の再生率とは関係が認められなかったこと，過剰情報の再生率との間に負の相関があることを示した。また，リーディングスパンと問題の分類の成績との間に，高い関連があった。これらの結果より Cooney らは，リーディングスパンの基底にある認知過程が，問題の知覚や，過剰情報を見分ける能力，問題表象に関係文を統合する能力における個人差をもたらしていると結論した。

リーディングスパンと文章題の成績との関連や，解決過程での遂行との関連を検討した研究はない。だが，解決過程にはリーディングスパンの影響を受ける部分があると考えられる。読みのプロセス，すなわち問題文を読んで理解する過程である。具体的には，理解過程での処理結果を保存し，次の過程へ進む際に，リーディングスパンの大小が影響すると思われる。本論文では，**リーディングスパン**テストで測定される記憶容量の要因を取り上げ，文章題解決との関連を検討する。

第2項　知識の要因

文章題解決における個人差をもたらす知識に関しては，既に研究がなされ

ている。前章で紹介したように，Rileyら (Riley et al.,1983,Riley & Greeno, 1988) は，文章題の難しさは問題の意味構造によって決まり，文章題が解決できるためには，部分－全体の関係や数の集合に関する知識の獲得が重要であると述べている。このような知識を，Riley et al.(1983) では問題スキーマ (problem schemata) と呼んでいた。さらにRiley & Greeno(1988) は，年少児の問題スキーマは部分－全体関係を理解していない低い水準のスキーマであるのに対し，年長児の問題スキーマは部分－全体関係を的確に把握できる高次のスキーマであることを，具体的なモデルとして示した。数学的必要条件によって難しさが決まるとするBriars & Larkin(1984) も，Rileyらと同様に論理・数学的知識の必要性を説いたものと解釈できるだろう。

これらのスキーマ理論をうけて，Morales,Shute & Pellegrino(1985) は，問題の分類に見られる発達的変化を明らかにした。小学生に加減算の文章題を分類させたところ，高学年の児童はスキーマ理論で提唱された意味構造に基づく分類に一致した分類を行ったが，3年生の分類は不正確で組織的でなかった。3年生は問題の表層構造に基づいて分類を行ったと考えられる。学年が進むにつれて，文章題の成績が向上するだけでなく，スキーマに基づく分類を行うようになるのである。文章題解決における問題スキーマの重要性が示唆する結果といえよう。

Riley & Greeno(1988) によれば，変化問題や比較問題の一部は，部分－全体関係の知識が完成されるレベル3の知識を獲得していないと解けない。ところが，問題の構造は変えずに問題文の表現を変えると，年少児でもこれらの問題が解けるようになることが示されている。例えば，Hudson(1983) は，比較の問題について，次のような2つのバージョンを作成した。

〔more問題〕　鳥が8羽います。虫は5匹います。
鳥は虫より何羽多いですか。

〔won't get問題〕　鳥が8羽います。虫は5匹います。
それぞれの鳥が虫を1匹ずつつかまえるとすると，
何羽の鳥が虫をつかまえられませんか。

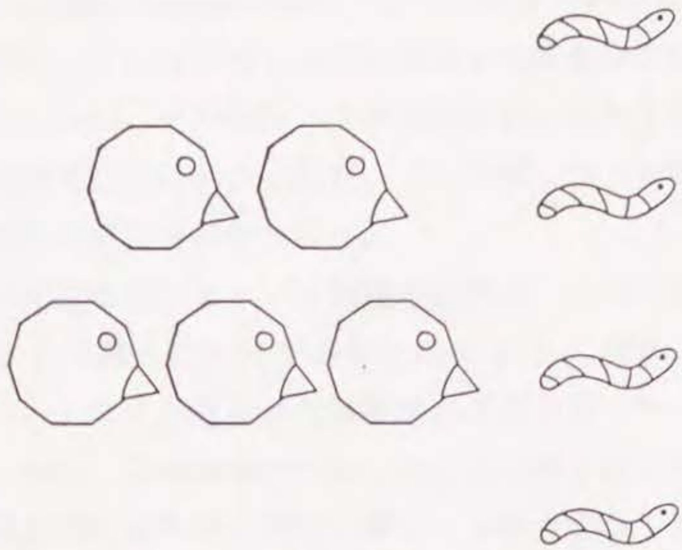


Fig. 3.1　Hudson (1983) の実験で使用された絵の例

さらに won't get 問題では，Fig.3.1 のような絵を同時に提示した。more 問題は普通の比較問題の言い回しであるが，won't　get 問題は 1 対 1 対応が利用できるような表現に書き換えられている。これらの問題を解いてもらったところ，more 問題の正答率は先行研究同様低かったが，won't get 問題は幼稚園児でも解くことができた。De Corte,Verschaffel,& De Win(1985) も，成績が低い文章題のタイプについて，構造が明確になるように作り変えた問題を作成し，小学 1，2 年生に解いてもらった。その結果，意味的関係が明確になるように問題を言い替えると，適切な心的表象が容易に作れるようになり，成績が向上することが示された。Cummins(1991) でも同様の結果を得ている。もちろん，このような言い替え (rewording) の効果は，文章題解決能力の向上した小学 5 年生では見られなくなる (Davis– Dorsey,Ross,& Morrison,1991)。

これらの結果より，文章題は「子どもの既有知識構造に対応づけにくい言語表現で書かれている (Cummins　et　al.,1988)」ため，問題理解でエラーが生じているのだと考えられる。つまり，年少児でも，文章題解決に必要な部分ー全体関係に関する知識を獲得しているが，比較問題は言語表現が曖昧なため難しくなっているのである。文章題が解けない者は、問題の構造を正しく把握するための言語的知識を持っていないので、文章題に即したスキーマを作ることができず，解決に必要な論理・数学的知識をを適用できないのだ。このように，Cummins は問題解決を支える言語的知識の役割を強調した

(Cummins et al.,1988; Cummins,1991)。このような見解のもとに Cummins(1991) は，文章題の各文の内容に合った絵を選ばせる課題を実施し，文章題解決の成績との対応をみた。その結果，文意を理解する力と文章題の正答率には何らかの関連があることが分かったが，文の理解力が文章題解決の重要な要因であると断言するには至らなかった。

これらの知見を総合すると，文章題解決には，文章の意味を理解する知識と，数に関する知識との両方が必要なのである。Mayer は，文章題解決の下位過程では，それぞれ異なった知識が必要だと述べている (Mayer et al., 1984; Mayer,1992)。①変換過程では，各文に表現されている内容を理解するために，言語に関する知識と事実に関する知識が必要である。文章の構文規則に関する言語的知識と，「1週間は7日ある」「1 kg は 1000g である」などといった現実世界の基本的事実に関する知識によって，問題文中の数値の意味や表現されている求答事項を理解することができるのである。②統合過程では，問題全体の心的表象を構成するにあたり，スキーマの知識が重要な役割を果たす。スキーマの知識とは，例えば，「これは面積の問題で，公式は(縦)×(横)＝(面積)だ」などといった，問題のタイプについての知識である。Riley らのいう問題スキーマに対応する。変換過程で構成された個々の情報を統合するにあたり，問題スキーマによって，どの情報を選択しどの情報を捨象するかが決定されるのである。③プラン過程では，適切な演算を決定するために方略に関する知識が必要である。方略に関する知識とは，どういう時にどういう演算を使うのかについての知識である。④実行過程では，四則演算の実行に関わる計算の手続きに関する知識が必要となる。過程と必要な知識とをモデル化すると Fig.3.2　のようになる。ただし

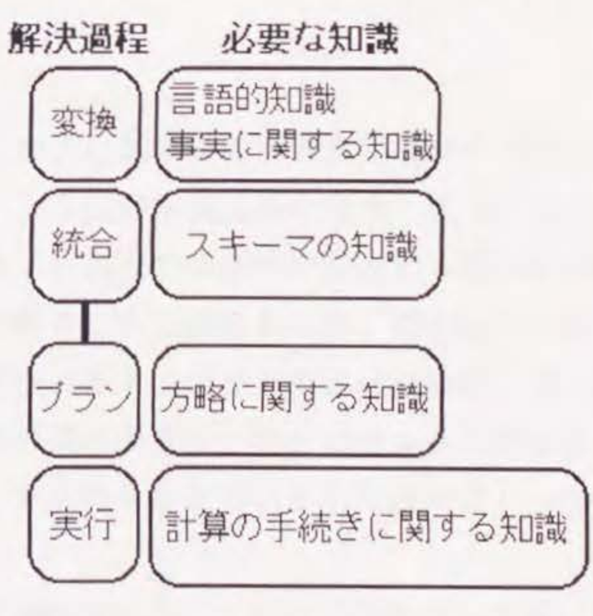


Fig. 3. 2 Mayerによる文章題解決過程と必要な知識

Mayerは，これらの既有知識と文章題解決過程との関連を直接検討した実証研究は行っていない。

第2節　関連を調べた先行研究

文章題解決に関連する要因と文章題解決の成績とを直接比較した研究には，Muth(1984)や岡本(1991)がある。Muth(1984)は，文章題解決に関連する要因として読解力(reading ability)と計算力(computational ability)の2つを挙げた。この研究は，小学生を対象としたデータに重回帰分析を適用し，これらの能力と文章題の成績との間に正の関連があることを示した。この研究は，文章題解決の測度として，解答や立式などを取り上げたが，式や答えを導くまでの解決過程には触れていない。従って，文章題がどのように解かれ，読解力や計算力はそのうちどのような過程に関連しているのかは，この研究からは明らかではない。一方，岡本(1991)は，文章題解決過程での遂行と知能との関連を検討した。この研究では，図系列・算数問題・置換の3課題で測定した知能の高低によって，文章題解決の，問題理解・プラン・実行段階の成績に有意な差があることが明らかになった。

第3節　問題の設定

研究の目的は，算数文章題を解く能力に関連する要因を，重回帰分析を用いて特定することである。その際，文章題の解決過程を変換・統合・プラン・実行の4つの下位過程に分け，各下位過程での遂行に関連する要因を特定した。下位過程での遂行は，2章で紹介した諸研究と同様，過程に対応させた課題によって測定する。文章題解決の各下位過程での遂行成績が，先行研究で挙げられていた知識や記憶容量の要因のうち，何とどのように関連しているのか。本研究は，この関連を，重回帰分析を用いた相関研究によって明らかにすることを目的とする。

なお，Riley et al.(1983)やMayer(1992)が言及していた問題スキーマは，問

題解決者の知識ベース内で緊密に関連し合い，特定の問題タイプに関連するひとまとまりの知識要素 (Chi,Glaser,& Rees,1982) と定義される。de Jong & Ferguson−Hessler(1986) によれば，問題スキーマには，解決原理や公式・概念といった*宣言的知識*の他に，実際の問題と問題スキーマを結びつけるような問題状況の特徴や，問題を解くのに必要な*手続きについての知識*が含まれる。本研究では，関連する知識を探索するにあたり，宣言的知識と手続きに関する知識の2種類の知識を考慮した。

また，Mayer(Mayer et al.,1984; Mayer,1992) が挙げた知識のうち，言語に関する知識と事実に関する知識は，文章題解決に特有の知識というより，より**一般的な知識**である。この一般的な知識を，本研究では知能検査を用いて測定することとする。さらに本研究では，言語に関する一般的な知識に加えて，岡本(1991)を参考に，数に関する一般的な知識も取り上げることとする。

各研究で扱った文章題は，研究6が分数の文章題，研究7が演算2回で解く整数文章題，研究8が倍の関係を扱う小数の文章題である。

また，研究6では認知心理学での知見をもとに，記憶容量と知識の量との2点から文章題解決に関連する要因を探したが，研究7・8では，関連する知識の要因を研究対象とした。

研究6　分数文章題

目 的

本研究では，①変換，②統合，③プラン，④実行の４つの下位過程すべてを対象とした。具体的には，各下位過程を，①問題文を読んできかれていることを理解し，②問題文中の数値を関係づけ，③解決のための式を立てて，④式を実行する過程だと考えた。

本研究で扱う文章題は，分数を扱うもので，割合関係を含む問題と含まない問題の２タイプがある。これらの文章題の解決に関連する知識として，次の４点を想定した。宣言的知識としては**分数概念・乗除算の構造・割合の３用法**と，手続きについての知識としては**分数の計算の手続きに関する知識**である。以下，各知識を検討する。

第１に，**分数概念**は，小学校算数の中で，学習することが困難な概念の１つである(吉田・栗山,1991)。吉田・栗山(1991)は，分数概念の理解を困難にしている要素として，分数の大小関係，全体としての１の概念，部分－全体関係，計算能力などを挙げている。本研究ではこのうち，大小関係を主に取り上げ，*２つの分数の大小比較*と*帯分数の操作*を課して，児童が持つ分数についての知識を調査する。また，小数を扱う文章題での成績の低下は，演算理解の弱さが原因だとされる(Greer,1987)。つまり，生徒は演算の意味を理解していず，どのような時にどのような演算を適用するのかについての知識が不完全なのだ。分数の文章題の遂行を検討するにあたり，第２に，**乗除算の構造**が理解されているかどうか，すなわち，演算が適用される状況の理解の様子を，*整数の文章題*で確認する必要がある。さらに，乗除算の文章題の中でも，割合を含む問題は含まない問題よりも困難だとされている(Hardiman & Mestre,1989)。この原因は第３の知識である**割合の３用法**の理解の弱さだと考えられる。石田・多鹿(1991)は，割合の文章題の成績が低い児童群の特徴として，問題文を線分図に表した際に，基準量を全体に等しく取る場合が多いことを報告している。同時に，この原因については，成績下位群の児童においては「部分－全体関係を構成する要素の理解とこれらの要素に関する割合関係の理解が結びついていない」ためと考察した。本研究では，

基準量・割合・比較量の関係の理解を，*2整数間の割合関係*を問う穴埋め問題で確認する。第4の，**分数の計算の手続き**は，吉田・栗山(1991)が挙げた分数概念の理解を困難にしている要素のうち，計算能力にあたる。本研究では，この知識の習得状況を，分数の加減乗除を扱う*計算題*で測定する。計算題で測定したこの知識の習得状況を，以後計算力と呼ぶ。

このように本研究では，文章題解決に関連する要因その1として，**課題である分数の文章題に固有の既有知識**を挙げる。本研究で設定した知識と，Mayer et al.(1984)が挙げた知識との対応を示すと次のようになる。まず，計算手続きに関する知識については一致している。また，3つの宣言的知識は，彼らがいうところのスキーマ的知識と方略に関する知識に対応すると考えられる。一方，言語に関する知識と事実に関する知識は，分数の乗除算を扱う文章題の解決に特有の知識というより，より**一般的な知識**である。

本研究では，関連する要因その2に，課題である分数の文章題に限定されない一般的な知識を挙げる。さらに，一般的な知識を，数の操作に関するものと言語に関するものとの2種類に分け，知能検査を用いて，それぞれ*数的知能*と*言語的知能*として測定する。

本研究では，要因その3に，リーディングスパンテストで測定される記憶容量を取り上げ，文章題解決との関連を検討する。

以上のように，本研究は，**文章題解決の下位過程での遂行に関連する要因を特定すること**を目的とする。具体的には，分数の文章題解決の下位過程の成績を従属変数とし，**既有知識・知能・リーディングスパン**の3つの個人差要因が成績をどのように説明しているかを検討する。

文章題解決過程の検討方法に移る。本研究では，解決過程を①変換，②統合，③プラン，④実行の4つの下位過程に分け，各下位過程での児童の遂行を，**(1)求答事項選択，(2)線分図完成，(3)立式，(4)解答**，の形でそれぞれ取り出した。まず，①変換に対応する課題である**(1)求答事項選択**は，問題文理解の状況を探る指標として，問題文できかれていることを3つの選択肢から1つ選ばせる。次に，②統合過程と③プラン過程に対応する課題として，Mayer et al.(1991)は数値選択課題と演算選択課題を用いていたが，これらは，演算1回で解く文章題では有力な指標とはならないと思われるので実施しな

い。%を使った割合の文章題を課題とした石田・多鹿(1991)の研究では，与えられた問題を読んで理解する過程を分析するにあたり，線分図選択を児童に課した。これは，4種類の線分図の中から問題文の構造を正しく反映した図を選択させるものである。本研究ではこれをもとに，②統合過程の遂行をみる課題として，問題に対応する線分図に数値をあてはめさせる**(2)線分図完成**を課す。具体的には，数値部分が番号に置き換えられた線分図を提示し，指示された数値がどの番号のものであるかを選択させる。これによって，問題文中の数値の関係を，児童がどのようにとらえているかを測定する。また，③プラン過程の指標としては，解決に必要な式を立てる**(3)立式**を課す。**(4)解答**は，生徒自身が立てた式を計算した結果得られる指標であり，Mayer et al.(1991) が④実行過程の指標として用いた計算課題に相当すると考えられる。

以上の4課題で取り出した文章題解決の各下位過程での遂行成績は，先行研究で挙げられていた知識や記憶容量の要因のうち，何とどのように関連しているのだろうか。本研究は，この関連を，重回帰分析を用いた相関研究によって明らかにする。

文章題解決の成績を説明する既有知識・知能・リーディングスパンの3要因と，解決過程との関わりについて，次のような仮説を考える。まず，知能に関しては，言語的知能が①変換過程と②統合過程における問題文の理解に関連し，数的知能は④実行過程における演算の実行を支えると考えられる。次に，リーディングスパンは③プラン過程に関連すると予想される。知識に関しては，宣言的知識が③プラン過程に，計算手続きに関する知識すなわち計算力が④実行過程に，それぞれ必要とされることが考えられる。下位過程ごとに述べると，①変換と②統合では言語的知能が(仮説1)，③プランでは宣言的知識とリーディングスパンが(仮説2)，④実行では計算力と数的知能が(仮説3)，それぞれ関連していると考えられる。なお，一連の解決過程を調査する以上，下位過程間の関連が当然予想される。しかし，関連のあり方については現時点では仮説が立てられないので，探索的に検討を行う。

方　法

被験児　W市立S小学校6年生210名を被験児とした。内訳は，男子116名，

女子94名，平均年齢は11;11(11;5-12;4)であった。分数の乗除算は学習済みであった。

課題1［個人差要因測定課題］　文章題解決能力に関連するものとして，以下の3要因を想定し，各要因を次の課題で測定した。

1．既有知識（4測度）

①分数概念(計10問)：大小比較課題7問と，帯分数課題3問を実施した。大小比較課題では2つの分数の大小を判断させ，帯分数課題では，数値の穴埋めをさせる形で仮分数－帯分数の書き換えをさせた。

②乗除算の構造(計4問)：整数文章題4問を実施し，式と答を書かせた。課題の内訳は，乗算，等分除，1あたり量を求める等分除，包含除が各1問ずつであった。

③割合の3用法(計6問)：「aはbのx倍です」という文において数値の穴埋めをさせる形で，割合，比較量，基準量を求めさせた。問題は各用法につき2問ずつ作られた。比較量と基準量はともに2桁の整数で，割合は1桁の整数とした。

④計算手続(計13問)：分数の加減乗除についての計算題を実施した。課題の内訳は，加算3問，減算6問，乗算と除算が各2問ずつであった。

2．知能（2測度）

①数的知能：京大NX_{8-12}知能検査より数計算，数交換の2下位検査を用いた。各下位検査の知能偏差値の平均を，数的知能偏差値とした。

②言語的知能：京大NX_{8-12}知能検査より異質発見，京大NX_{9-15}知能検査より反対語，単語マトリックス，単語完成，文章完成の5下位検査を用いた。各下位検査の知能偏差値の平均を，言語的知能偏差値とした。

3．リーディングスパン（1測度）…安藤ら(1992)に倣い，2～4文節からなる単文をOHPを用いて視覚的に続けて提示し，各文の最後の文節を再生させた。3文からなる練習項目のあと，4～7文からなる項目をそれぞれ試行した。試行数は，4～6文が各2試行，7文が1試行とした。測定終了後，提示された文を再認させる確認テストを行い，提示時に児童が文全体を読んでいたかどうかを確認した。評定の際は，提示の順番に関わらず最後の文節が正しく再生されているものを正答とし，各試行において正答した文の合計

数をスパンとした。

課題2［文章題］　分数の乗除算を扱い演算1回で解く文章題を課題とした。課題の作成にあたり問題の構造を操作し，等分除・包含除・割合の第2用法・割合の第3用法の4タイプを作成した。問題は，1タイプ2問ずつで合計8問あった。各問題につき，解決の下位過程に対応させて，**求答事項選択課題，線分図完成課題，立式課題，解答課題**の4課題を作成した。(1)求答事項選択課題では，問題できかれていること(求答事項)を3つの選択肢から選ばせた。(2)線分図完成課題では，数値部分を番号で置き換えた線分図を，それに対応する文章題とともに提示し，指示された数値がどの番号のものであるかを選択させた。(3)立式課題と(4)解答課題では，式を立てて文章題を解いてもらった。各課題の例をFig.3.3とFig.3.4(次ページ)に示す。他の2課題の影響を避けるため，立式課題と解答課題を先に実施した。問題の提示順は4通り作成し，被験者内でカウンターバランスした。課題1と課題2を，B4版の課題冊子2冊にまとめた。

調査方法　授業時間を2時間分利用し，担任の指導のもとクラス単位で課題冊子を解かせた。調査実施時，分数の乗除算は学習済みであった。

● たか子さんは，テープを$4\frac{1}{6}$m使いました。

これは持っていたテープの$\frac{5}{8}$にあたります。

はじめにどれだけの長さのテープを持っていましたか。

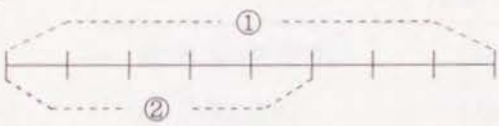
(1)きかれていることは何ですか。記号を１つ○でかこんでください。

ア　使ったテープの長さ

イ　はじめに持っていたテープの長さ

ウ　残ったテープの長さ

(2)



上の図は、問題を図にしたものです。$4\frac{1}{6}$mはどこに書けばいいですか。

番号を１つ○でかこんでください。（ ① ・ ② ）

Fig. 3. 3　求答事項選択課題・線分図完成課題　例

● たか子さんは，テープを$4\frac{1}{6}$m使いました。

これは持っていたテープの$\frac{5}{8}$にあたります。

はじめにどれだけの長さのテープを持っていましたか。

式

答え（　　　　　　）

Fig. 3. 4　立式課題・解答課題　例

結　果

文章題課題のうち解答の成績において，クラスの差および性差は見られなかったため，分析はクラスおよび男女を含めて行った。また，各問題においてＧＰ分析を行ったところ，求答事項選択課題３問と線分図完成課題３問において，文章題の成績の高低による正答数の差が見られなかった。従って，以下の分析はこれらの問題を除外して行った。各課題の成績の平均値をTable3.1に示す。

Table3.1　各課題の平均正答数（問：偏差値，ﾘｰﾃﾞｨﾝｸﾞｽﾊﾟﾝを除く）

	可能得点範囲	平均	SD
求答事項選択	(0- 5)	4.2	1.11
線分図完成	(0- 5)	3.7	1.14
立式	(0- 8)	4.9	1.90
解答	(0- 8)	4.3	2.05
大小比較課題	(0- 7)	5.8	1.65
帯分数課題	(0- 3)	2.7	0.58
整数文章題	(0- 4)	3.4	1.10
割合の３用法	(0- 6)	5.1	1.57
計算題	(0- 13)	10.8	2.72
言語的知能偏差値		50.8	6.18
数的知能偏差値		50.5	9.42
ﾘｰﾃﾞｨﾝｸﾞｽﾊﾟﾝ	(0- 37)	24.9	5.16

結果の分析は次の手順で進める。まず，解決の下位過程における遂行を説明する変数を，既有知識・知能・リーディングスパンの３要因の中から特定する。続いて，下位過程間の関連を検討する。さらに，先行する下位過程での遂行と３要因の両方を説明変数に用いて，文章題解決過程全体を検討する。

１．　各下位過程の遂行を説明する要因

解決の下位過程に対応している各課題の成績を従属変数とし，各課題の成績を説明する要因を，重回帰分析を用いて検討した。説明変数には，既有知

識，知能，記憶容量の3要因を用いた。分析にあたり，既有知識の要因を，宣言的知識すなわち既有知識テストの成績（除算文章題，分数概念，割合の3用法）と，手続き的知識すなわち計算力テストの成績とにまとめた。以下，前者を**既有知識**，後者を**計算力**と呼ぶこととする。また，知能の要因として，数的知能偏差値と言語的知能偏差値を，記憶容量の要因としてリーディングスパンを，それぞれ用いた。分析の実施にあたり，極端な外れ値をとった13名のデータを除外した。

Table 3.2注) 文章題解決の下位過程の遂行を規定する要因の重回帰分析

	従属変数			
独立変数	求答事項選択 (R^2=.14**)	線分図完成 (R^2=.28**)	立式 (R^2=.40**)	解答 (R^2=.45**)
既有知識	0.38**	0.23**		
計算力		0.26**	0.40**	0.46**
言語的知能	0.15+	0.15*	0.19**	0.14*
数的知能			0.18*	0.21**

注) R^2：重決定係数，数値は標準偏回帰係数，+p<.10，*p<.05，**p<.01

各分析で得られた結果は，Table3.2にまとめて示されている。各課題において，成績に有意な正のパス係数(標準偏回帰係数)を示した要因を以下に示す。(1)求答事項選択の成績に関連するのは既有知識であった。また，言語的知能が有意傾向であった(R^2=.14)。(2)線分図完成の成績に関連するのは，既有知識，計算力，言語的知能であった(R^2=.28)。(3)立式の成績に関連するのは，計算力，言語的知能，数的知能であった(R^2=.40)。(4)解答の成績に関連するのは，計算力，数的知能，言語的知能であった(R^2=.45)。Fig.3.5は，これらの結果をパスダイアグラムで表したものである。また，説明変数の間に偏相関が見られた。説明変数間の偏相関係数の値は，Table3.3に示されている。

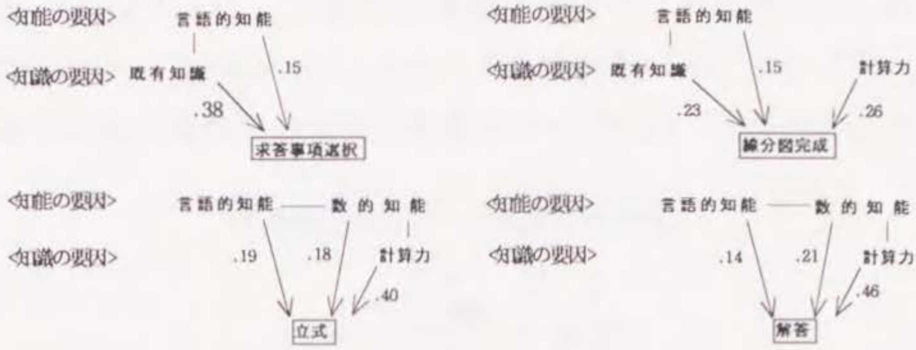


Fig.3.5　文章題解決の下位過程の成績に影響する要因のパスダイアグラム(有意なもののみ)

Table 3.3　解決過程の遂行に関する説明変数間の偏相関係数

	言語的知能	数的知能	計算力	既有知識
言語的知能	1.000	.377		.358
数的知能		1.000	.218	.433
計算力			1.000	.414
既有知識				1.000

2．下位過程の関連

各課題の成績を従属変数として，重回帰分析を行い，下位過程間の関連を検討した。分析にあたっては，Mayerらの設定した下位過程の順番に基づき，先行する下位過程の成績を説明変数とした。各分析で得られた結果を，Table3.4にまとめて示す。

Table 3.4[注)]　下位過程間の関連を示す重回帰分析

	従属変数		
独立変数	線分図完成 (R^2=.26**)	立式 (R^2=.12**)	解答 (R^2=.83**)
求答事項選択	0.52**	0.14⁺	
線分図完成		0.27**	0.10⁺
立式			0.89**

注) R^2：重決定係数，数値は標準偏回帰係数，　$^+p<.10$，$^{**}p<.01$

まず，(2)線分図完成の成績に関連するのは，求答事項選択であった(R^2=.26)。(3)立式の成績に関連するのは線分図完成であり，求答事項選択が有意

傾向であった(R^2=.12)。(4)解答の成績に関連するのは立式で，線分図完成が有意傾向であった(R^2=.83)。Fig.3.6は結果をパスダイアグラムで表したものである。説明変数間の偏相関係数の値はTable3.3を参照のこと。

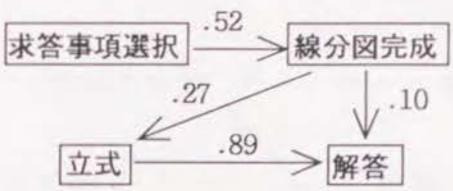


Fig.3.6　解決の下位過程間の関連を示すパスダイアグラム(有意なもののみ)

3．解決過程全体の検討

先行する下位過程に対応する課題の成績と3要因とを説明変数とし，各課題の成績を説明する変数を検討した。分析で得られた結果をTable3.5にまとめて示す。

Table 3.5[注)]　文章題解決過程の遂行を規定する要因の重回帰分析

	従属変数			
独立変数	求答事項選択 (R^2=.14**)	線分図完成 (R^2=.40**)	立式 (R^2=.41**)	解答 (R^2=.87**)
既有知識	0.38**			
計算力		0.28**	0.38**	0.08*
言語的知能	0.15⁺	0.15*	0.17*	
数的知能			0.19**	
求答事項選択		0.39**	0.12*	
線分図完成				0.06*
立式				0.83**

注) R^2：重決定係数，数値は標準偏回帰係数，⁺p<.01，*p<.05，**p<.01

各課題において，成績に有意な正のパス係数(標準偏回帰係数)を示した要因は次の通り。(1)求答事項選択の成績に関連するのは既有知識であり，言語的知能は有意傾向であった(R^2=.14)。(2)線分図完成の成績に関連するのは，求答事項選択，計算力，言語的知能であった(R^2=.40)。(3)立式の成績に関

連するのは，計算力，求答事項選択，数的知能，言語的知能であった(R^2=.41)。(4)解答の成績に関連するのは，立式，計算力，線分図完成であった(R^2=.87)。Fig.3.7は結果をパスダイアグラムで表したものである。

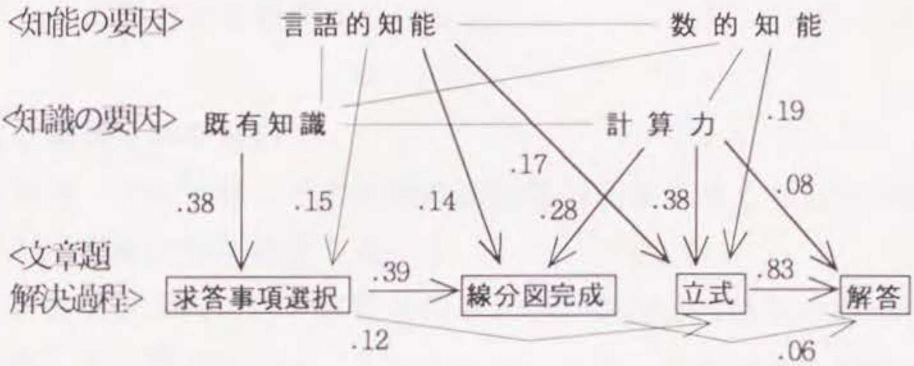


Fig.3.7　文章題解決の成績に影響する要因のパスダイアグラム
（有意なもののみ）

考　察

I　仮説の検証

1.　各下位過程の遂行を説明する要因

重回帰分析により，下位過程での遂行に関連する要因が明らかになった。まず，①変換過程から検討する。求答事項選択課題の成績の説明にあたっては，宣言的な既有知識の要因が寄与していた。仮説1で考えられていた言語的知能の関連は有意傾向であった。ただし，この課題は非常に容易で，成績が天井効果を起こしていたため，説明力は低かった。

次に，②統合過程である。線分図完成課題の成績には，仮説1で考えられていた言語的知能に加えて，既有知識と計算力も関連していた。

③プラン過程に対応する立式では，②統合過程に関連していた計算力と言語的知能に加えて，数的知能が寄与していた。仮説2の既有知識とリーディングスパンは，有意な説明変数とはならなかった。この点は後で検討する。

最後に④実行過程を検討する。解答の成績に関連するのは，仮説3の計算力と数的知能，それに言語的知能の要因であった。

2．下位過程の関連

重回帰分析より，過程の成績が次のように関連していることが明らかになった。①変換過程と②統合過程が，統合と③プラン過程が，統合・プランと④実行過程が，それぞれ関連していた。また，変換とプランの関連および統合とプランの関連が有意傾向であった。

3．解決過程全体の検討

ここでは，下位過程ごとの結果に過程間の関連を加えて，文章題解決に関連する要因を総合的に検討する。

まず，②統合過程では，求答事項選択と計算力，言語的知能が有意な説明変数であった。線分図完成で正答するためには，問題文中の数値を正しく関係づける必要があるが，そのためには，求答事項を正しく把握していることと，計算力があること，言語的知能が高いことが必要なのである。このうち問題になるのは，言語的知能より計算力が大きく寄与していたことである。この課題で必要とされる力と計算力との双方に関連する別の能力の存在を考える必要があるかもしれない。

③プラン過程には，線分図完成を説明した計算力と言語的知能，求答事項選択に加えて，新たに数的知能が寄与していた。立式とは，問題文から求答事項を読みとり，問題文中の数字を関連づけて，その求答事項を求めるための数式の形に表す作業である。この過程には，問題文の理解を支える言語的知能に加えて，数学的な課題解決を支える数的知能が関連していた。数的知能は演算の実行を支え解答に寄与するという仮説3の位置づけは支持されなかった。数的知能は，演算の実行の過程で初めて関与してくる要因ではないことが明らかになった。仮説2の宣言的知識やリーディングスパンの関連も支持されなかった。つまり，整数の文章題が解け，割合の3用法を理解していても，分数の文章題で式が立てられるとは限らない。そして，本研究で設定した分数概念である分数の大小関係や帯分数と仮分数の関係の理解も，立式の力には関連していない。分数での立式に関連する宣言的知識については，分数概念の他の要素を中心に，新たな知識を探索していく必要がある。

立式に最も大きな寄与を示したのは計算力であった。だが，この課題は計

算の実行を課していない。これには2つの理由が考えられる。1つ目は，計算力を背景にしたプランニングである。例えば，計算力が低い児童では，式のプランを立てる際に，手続きに自信がなく実行できない可能性がある演算を，選択肢から除外しているのかもしれない。また，この課題を解く際に児童が実際に使用した方略には，乗算と除算など複数の演算を試して，最も答えらしい結果が得られる式を選ぶ方略があった。この方略の存在は，Sowder (1988)でも報告されている。理由の2点目としては，立式の力と計算力との双方に関連する別の能力が存在している可能性も考えられる。

④実行過程に関してであるが，解答の成績のほとんどは，立式で説明された。つまり，正しい解答を導くためには，正しい立式が最大の前提であり，計算力の寄与は非常に小さい。

まとめると，文章題解決過程を支えるのは，**言語的知能**と**数的知能**，そして**計算力**すなわち**計算手続きに関する既有知識**であった。つまり，言語的知能や数的知能が高いほど，また計算力が高いほど，文章題の解決の遂行は良くなるのである。特に，言語的知能が高いと**統合**と**プラン**過程での遂行が良く，数的知能が高いと**プラン**過程の遂行が良い。また，計算力が関連するのは演算実行の過程だけでなく，計算力が高いと**解決過程のほぼ全体**で遂行が良いことがわかった。

II　文章題解決過程の成績を説明する変数

以上の分析，仮説検証の結果について，先行研究との関連を検討する。本研究の結果によれば，分数を扱う文章題で好成績を収めたのは，計算力があり，数的知能偏差値および言語的知能偏差値が高い児童である。解決過程との関連では，計算力が高いと解決過程のほぼ全体で遂行が良く，数的知能が高いとプラン過程の遂行が良い。また，言語的知能が高いとプランと立式の過程で遂行が良いことが明らかになった。一方，リーディングスパンの大きさは，成績の高低を予測しなかった。また，宣言的知識も，文章題解決とは部分的にしか関連していなかった。

前述のように，Mayer et al.(1984)は，文章題解決の各過程で必要とされる種々の知識を挙げた。本研究は，文章題解決の下位過程と諸知識の関連を

直接検討し，計算手続きに関する知識が解決過程に関連していることを明らかにした。その他の宣言的知識の関連については，設定した変数では不十分であった。今後，新たな変数を加え，関連する知識を明らかにしていきたい。探索の方向として、例えば分数概念については、本研究の文章題では２種類の分数が扱われていた。Fig.3.3,Fig.3.4の問題を例にとると、「４$^{1}/_{6}$ｍ」という*量を表す分数*と、「持っていたテープの$^{5}/_{8}$」という*割合を表す分数*である。ところが子どもは、この２種類の分数を混同している(森,1993)。例えば、２ｍのテープの$^{1}/_{3}$は$^{1}/_{3}$ｍだと考えていて、$^{2}/_{3}$ｍだという教師の説明を認めようとしないという。本研究での割合の文章題のように、量分数と割合分数の両方を処理する必要がある文章題の解決には、２つの分数を区別して理解することが重要であるかもしれない。

知能に関しては，知能の高低によって文章題解決の成績に差があることを示した岡本(1991)の結果は追認された。ただしこの研究では，前述のように，知能の高低によって，問題理解・プラン・実行段階の成績に差があることが示されている。本研究で設定した解決の下位過程と岡本(1991)の解決過程との対応を述べると，変換過程が問題理解段階に，統合とプランの過程がプラン段階に，実行過程が実行段階に，それぞれ対応している。本研究では，知能と変換過程との関連が有意にならなかった。この結果の不一致に関しては，２つの原因が考えられる。第１点は設問の違いである。本研究では変換過程の遂行を測定する課題として，求答事項を選択させたが，岡本(1991)では，変換過程に対応する設問項目として，「分かっていること」と「求めなければならないもの」とをそれぞれ自由記述させている。それに比べ，「求めなければならないもの」すなわち求答事項を選択肢から選ぶだけの課題は容易であったためだと考えられる。第２点は分析の方法である。岡本(1991)では知能の高低とメタ認知能力の高低で被験者を分類し，課題の成績に分散分析を適用して，知能の主効果の有意性を問題にしていた。一方，本研究で注目していたのは，課題の成績と知能との間の相関関係の有意性であったため，結果が異なったとも考えられる。

リーディングスパンについては，心的に同時処理できる情報量であり，安藤ら(1992)によって，英語教育の結果に対して予測力の大きな適性だと報告

されている。しかし本研究では，有意な結果は得られなかった。これについては2つの可能性が考えられる。1つ目は，課題である文章題の種類とその提示方法である。本研究で用いた文章題は，問題文中の2数を関係づけて解く問題であり，3数以上を扱う問題などに比べれば，作動記憶への負担はそれほど大きくないと考えられる。また，文章題を解く間，問題文は常に提示されており，分からなくなればすぐ問題文を参照することができたので，作動記憶への負担はさらに少なかった。このように，課題自体もその提示方法も，作動記憶を必要としていなかったため，成績との関連が見られなかった可能性がある。2つ目の可能性は，文章題解決に関わる作動記憶の種類の問題である。文章題の解決過程で処理される情報は，狭い意味での言語情報のみとは限らない。従って，解決過程と関連する作動記憶は，読みのプロセスに関連するリーディングスパンよりはむしろ，数唱によって測定されるdigit spanであるかもしれない。作動記憶容量と文章題解決との関連については，課題の種類やその提示方法，作動記憶の種類などを吟味した上で，再検討する必要があるだろう。

本研究で扱った文章題は，割合を含む分数の乗除算を扱うものであった。今後は，対象をそれ以外の文章題に拡大し，解決を支える要因とその比重がどのように異なってくるか，また共通して要求される要因が存在するかを明らかにする。特に検討が必要なのは，計算力が文章題解決過程のほぼ全体に関連しているという知見である。本研究で使用した計算題は，分数の四則という，小学生にとっては非常に困難な計算手続きの理解を必要とするものであった。従って，この知見は，この実験の課題に特有のものである可能性がある。この結果を一般化していくには，別のタイプの文章題，特に計算自体は困難でない文章題とそれに対応する計算題を用いて，再検討する必要がある。また，説明変数をさらに検討する。前述の分数概念がそうである。また，知能の要因に関して，本研究では，言語的知能と数的知能という分類に依拠し，下位検査の成績をまとめて分析を実施した。しかし，下位検査の中には、文章題解決に関わりの深い能力を測定する検査とそうでない検査が含まれていることが予想される。従って，知能検査の下位検査が測定する具体的な能力を用い，文章題解決能力との関連を検討していくべきであろう。

研究7　整数文章題

目 的

小学生には，機械的に演算を適用して解くことの出来ない文章題は難しいといわれている。アメリカの児童を対象にした調査 (Carpenter,Corbitt,Kepner, Linquist,& Reys,1980; Kouba,Brown,Linquist,Silver,& Swafford,1988) では，2つ以上の演算を適用して解く文章題や，解決に不要な情報を含む文章題の成績は，演算1回で解く文章題の成績に比べて非常に悪いことが報告されている。2つ以上の演算で解く文章題 (multistep word problems) について，Quintero (1983) は，適用する演算を選ぶほかに，適用する演算をプランし組織化し，各演算を適用する数字の組み合わせを決めることが必要な問題であり，これらの作業が難しさの原因になっていると述べた。本研究の目指すところは，Mayer らの主張をさらに発展させ，個々の解決過程における遂行が，知識の要因からどの程度説明されるのかを明らかにすること，そして，解決過程同士はどのように関連しているのかを検討することである。

研究6には，検討すべき点が2つある。

1点目は，計算力が文章題解決過程のほぼ全体に関連しているという結果である。先行研究 (Muth,1984) では，これとは異なり，計算力よりも読解力の方が説明力が大きいという結果が報告されている。研究6で使用した計算題は，分数の四則という，小学生にとっては非常に困難な計算手続きの理解を必要とするものであった。従って，この知見は，この実験の課題に特有のものである可能性がある。この結果を一般化していくために，本研究では，小数や分数などの有理数の使用を避け，計算自体は困難でない整数などの問題を用いて，計算力と文章題解決過程との関連を再検討することとする。

2点目は，説明変数のうち，知能の扱い方である。ここでは，言語的知能と数的知能という分類に依拠し，知能検査の下位検査の成績をまとめて分析を実施した。しかし，それらの下位検査の中には，文章題解決に関わりの深い能力を測定する検査とそうでない検査が含まれていることが予想される。本研究では，これらの下位検査で測定されている個々の能力を用いて，文章題解決能力と関連している能力を検討していく。

本研究の目的は，文章題解決過程の下位過程での遂行に関連する要因を再検討することである。課題となる文章題は整数を扱うものとし，演算実行が困難にならないように配慮する。また，解決過程に関しては，研究6において，文章題解決の4過程のうち，④実行過程の成績は，立式の正誤でほとんど決まること，そして，立式に加えて演算の実行を課すと，立式の際に複数の演算を試して"それらしい答えを出す"演算を選択する方略を採る児童が出ることが示されている。この方略は，Sowder(1988) が報告した文章題解決の7方略に含まれており，他の被験児群でも出現することが考えられる。この点を踏まえ，本研究では，児童が問題文中の2数を機械的に乗じたり除したりして見かけ上の正答に至ったり，演算実行の結果に基づいて式を立てたりすることのないよう，演算を2回適用して解く文章題を対象とする。そして，解決過程のうち①変換，②統合，③プランの3過程と，立式を取り上げ，それぞれの遂行に関連する要因を検討することとする。各過程は，具体的には，①問題文を読んで数値の意味を理解し，②解決に必要な情報を選択し，③解決のための演算を選択する過程，そして解決のための式を立てる過程と捉えることとする。

また，各過程での遂行を測定する課題に関して，研究6では，①変換過程に対応させて求答事項選択課題を実施したが，この課題は成績が天井効果を起こしていたため，関連する要因について説明率の低いモデルしか提供できなかった。従って，本研究では課題を修正し，問題できかれていることに加え，分かっていることも併せて問う課題を設定する。この課題を，問題理解課題と呼ぶ。②統合と③プランの過程に対応する課題は，Mayer et al.(1991) で使用されていた，解決に使用する数値を選択する課題と演算を選択する課題を，それぞれ踏襲する。解決に必要な情報を選ばせるタイプの課題は，この他に Low & Over(1989) が実施している。この研究では，問題文中から不要な情報を選び出す課題や不足している情報を加える課題，構造の異なる文章題を選ぶ課題などを実施し，不要な情報を含む文章題の成績との関連を調べた。その結果，文章題の成績は不要な情報を選び出す課題の成績でほとんど説明されることが分かった。本研究では，この結果を踏まえ，解決に不要な情報を含む文章題での立式を課題に加える。この課題によって，不要な情報

に惑わされず問題の構造の理解に基づいて問題を解く能力を測定し，さらにこの課題での成績が，解決過程での遂行とどのように関連しているのかを検討する。不要な情報を含む文章題の解決過程について検討した研究4では，文章題で誤答した児童でも，求答事項は分かっている場合が多いこと，不要な情報を含む問題を解く際に正答率が低下するのは，数値の選択すなわち統合の過程であることが明らかになっている。

以上の課題で取り出される文章題解過程での遂行に関連する要因として，本研究では，知識の要因を検討する。知識の要因は大きく2種類に分けられる。**A.文章題に対応する既有知識**と，課題である文章題に限定されない**B.一般的な知識**である。以下，A.を既有知識，B.を知能と呼ぶこととする。まず，本研究で課題とする整数の文章題解決に必要な既有知識としては，以下の2点が挙げられる。*宣言的知識*である演算の構造についての知識と，*手続きについての知識*である整数の加減乗除に関する知識である。前者は，どのような問題でどの演算を適用するのかについての知識であり，③プラン過程での遂行に関連していると考えられる。この知識の獲得状況は，演算1回で解く整数の文章題で測定する。この知識を，以後，演算の知識と呼ぶこととする。後者は，課題とする文章題で必要とされる計算に合わせ，複数の演算を扱う計算題で測定する。計算題で測定された計算手続きの知識を，以後，計算力と称する。計算力は，①変換を除くすべての下位過程に関連する知識であると予想されている。次に，知能としては，知能検査の下位検査で測定される4つの能力を取り上げる。*言語的知能*では，単語完成課題で測定される語彙の豊富さと，文章完成課題で測定される文章を構成する能力を，そして*数的知能*では，数計算課題で測定される加減算の能力と数交換課題で測定される数交換の能力を検討の対象とする。ここで挙げた加減算の能力と数交換の能力は，既有知識である計算力よりも基本的な能力の指標となる。

本研究では，整数の文章題を解く能力と関連する知識の要因を，重回帰分析を用いた相関研究によって明らかにすることを目的とする。具体的には，文章題解決の各下位過程での遂行を，対応する課題を用いて測定し，その遂行成績が，先行研究で挙げられていた知識の要因のうち，何とどのように関連しているのか，また，下位過程の成績同士はどのように関連しているのか

を検討する。

文章題解決の遂行を説明する知識の要因と，解決過程との関わりについて，次のような仮説を考える。まず，3過程の遂行を説明する要因は，研究6より次のように予想される。①変換過程の成績は，言語的知能，つまり単語完成や文章完成の成績と関連している(仮説1-1)。②統合過程の成績は，計算力と言語的知能，つまり，計算力と，単語完成や文章完成の成績と関連している(仮説1-2)。③プラン過程の成績には，2種類の既有知識と言語的知能に加え，数的知能が関連している。つまり，演算の知識と計算力，単語完成や文章完成，数計算や数交換の成績が関連している(仮説1-3)。

続いて，下位過程間では，次のような関連が考えられる。まず，研究6の結果より，①変換過程の成績が，②統合と③プランの成績に関連していることが予想される(仮説2-1)。また，立式の成績については，②統合と③プランの過程での成績が関連していることが予想される(仮説2-2)。この仮説の提起は，問題文中の不要な情報を識別する能力と文章題解決の成績との間に高い関連が見られたというLow & Over(1989)の報告と，不要な情報の影響を受けるのは数値選択の過程であるという坂本(1993)の結果に基づく。これらの知見より，立式の成績を左右するのは，統合以降の過程であると予想するのである。

方　法

被験者　W市立O小学校5年生83名を対象に調査を行った。内訳は，男子48名，女子35名，平均年齢は10;8(10;3−11;2)であった。四則演算は学習済みであった。

課題　以下の課題を1つの課題冊子(B5版)にまとめた。

課題1［文章題］　坂本(1993)の第2実験で使用した文章題を利用した。文章題は，3つの整数を関係づけ，演算を2回適用して解く問題であり，全部で10問あった。演算の組み合わせは，加算と乗算，加算と除算，減算と乗算，減算と除算，乗算と除算の5種類が各2問ずつあった。これらの文章題をもとに，解決過程に対応させて(1)問題理解，(2)数値選択，(3)演算選択の3課題と，(4)立式課題の計4課題を作成した。**①変換**過程の遂行を測定

する(1)*問題理解課題*では，問題文中の要素を指定し，既知数の場合は当てはまる数値を問題文から抽出させ，未知数の場合は"？"を記入させた。②統合過程に対応する(2)*数値選択課題*では，解決に不要な情報を含む問題文を読ませ，解決に必要な数値を選択肢から選ばせた。③プラン過程に対応する(3)*演算選択課題*では，与えられた問題を解決するための演算を選ばせた。また，(4)*立式課題*では，解決に不要な情報を含む問題を解くための式を立てさせた。この課題で，必要な情報を選択し，問題の構造に基づいて解決方略を選択する力を測定した。課題の実施にあたり，(1)問題理解と(3)演算選択，(2)数値選択と(4)立式をそれぞれ組み合わせて実施した。課題内での文章題の提示順は４通り作成し，被験者内でカウンターバランスした。

課題の例をTable3.6.1，Table3.6.2に示す。

Table 3.6.1　問題理解課題・演算選択課題　例

●よしおくんは１９こ，しげるくんは３２このキャラメルを持ってきました。
全部のキャラメルを３人で分けると，
１人ぶんは何こずつになるでしょうか。

(1)次の数は何ですか。（　）の中にあてはまる数を書いてください。
計算して求める数の時は ？ と書きます。

- ・キャラメルを分ける人数　（　　　）
- ・よしおくんのキャラメルの数　（　　　）
- ・１人ぶんのキャラメルの数　（　　　）
- ・しげるくんのキャラメルの数　（　　　）

(2)この問題を解くとき，使う計算に○をつけてください。
○はいくつつけてもかまいません。

たし算，　ひき算，　かけ算，　わり算

Table 3.6.2 数値選択課題・立式課題　例

●今１２００円持っています。おかし屋でガムを８こ買って
１０００円さつを出すと，おつりは４８０円でした。
ガムは１こいくらでしょうか。

(1)この問題をとく時，どの数字を使いますか。
使う数字にだけ，○をつけてください。

１２００，　８，　１０００，　４８０

(2)式を書いてください。計算はしなくていいです。

課題２［知識の要因測定課題］　文章題解決能力に関連する要因として，２種類の知識の要因を設定し，各要因を測定した。

A.**既有知識**：演算の知識と計算手続きの知識を，自作の課題で測定した。*演算の知識*の測定にあたっては，演算１回で解く**整数文章題**を実施し，文章題を解くための演算を選択肢から選ばせた。また，４年生で学習した程度の**計算題**で，*計算手続きの知識*を測定した。計算題では，３つないし４つの整数を扱う四則演算を課した。

B.**知能**：京大NX_{8-12}知能検査より**数計算**と**数交換**，京大NX_{9-15}知能検査より**単語完成**と**文章完成**の４下位検査を手引きに従って実施し，*加減算の能力*，*数交換の能力*，*語彙の豊富さ*，*文章を構成する能力*をそれぞれ測定した。

調査方法　授業時間を利用し，担任教諭によって，クラス単位で課題冊子を実施した。

結　果

文章題課題のうち立式の成績において性差が見られなかったので，分析は性別を要因に含めずに行った。被験児全体における各課題の成績の平均値を

Table3.7に示す。分析に先立って，本研究の被験児が，小学5年生のサンプルとして適切であるかどうかを，知能検査の成績に基づいて検討した。下位検査ごとに偏差値を算出し，被験児全体での平均値を求めたところ，数計算50.0(SD=8.0)，数交換45.2(SD=6.8)，単語完成53.9(SD=10.1)，文章完成51.4(SD=6.9)であった。これより，本研究の被験児は，標準的な知能を持った5年生であり，本研究で得られた結果は小学5年生一般に当てはまるものと考えられる。

Table 3.7　被験者全体における各課題の平均正答数（問）

	可能得点範囲	平均	SD
問題理解	(0- 18)	15.5	4.39
数値選択	(0- 5)	3.3	1.56
演算選択	(0- 5)	2.9	1.81
立式	(0- 5)	2.7	1.57
単語完成		15.9	5.43
文章完成		5.4	2.08
数交換		7.7	1.84
数計算		10.2	2.83
計算題	(0- 4)	2.8	1.09
整数文章題	(0- 4)	3.7	.78

結果の分析は以下の手順で進める。まず，解決の下位過程での遂行を説明する要因を，知識の各要因から明らかにする。続いて，下位過程間の関連を検討する。さらに，下位過程間の関連と知識の要因の両方を考慮して，文章題解決過程全体の検討を行う。

1.　文章題解決の下位過程の遂行を説明する要因

下位過程に対応する課題の成績を従属変数とし，説明変数として既有知識テストの成績と知能検査の下位検査の成績を用いて，下位過程ごとに重回帰分析を行った。分析の結果をまとめてTable3.8に示す。

Table 3.8[注] 文章題解決の下位過程の遂行を規定する要因の重回帰分析

	従属変数			
	問題理解	数値選択	演算選択	立式
独立変数	(R^2=.30**)	(R^2=.58**)	(R^2=.36**)	(R^2=.48**)
文章構成能力	0.25*		0.21*	
数交換	0.30**	0.25**		0.29**
演算の理解		0.28**	0.24*	0.24**
計算力(四則)	0.21*	0.51**	0.39**	0.44**

注) R^2：重決定係数，数値は標準偏回帰係数，+p<.10，*p<.05，**p<.01

変換の成績との関連が有意であった変数は，寄与が大きいものから順に，数交換の成績，文章完成の成績，計算力であった (R^2 =.32)。統合の成績に関連するのは，同様に，計算力，演算の知識，数交換の成績であった (R^2 =.59)。プランの成績に関連するのは，計算力，演算の知識，文章完成の成績であった (R^2 =.38)。立式の成績に関連するのは，計算力，数交換の成績，演算の知識であった (R^2 =.50)。 Fig.3.8 は，それぞれの分析結果をパスダイアグラムで表したものである。

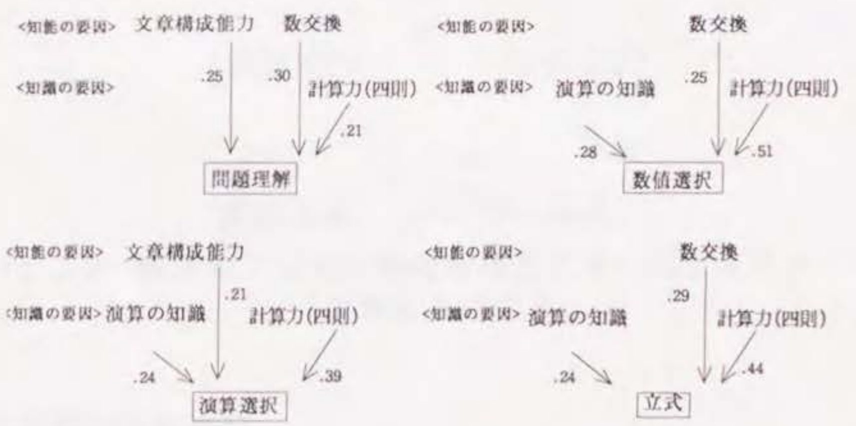


Fig.3.8　文章題解決の下位過程の成績を規定する要因の
パスダイアグラム(有意なもののみ)

2. 下位過程の関連

重回帰分析を用いて，下位過程間の関連を検討した。統合とプランの過程に対応する各課題の成績を従属変数として，別個に重回帰分析を行った。分

析にあたっては，Mayerらの設定した下位過程の順番に基づき，先行する下位過程での成績を説明変数とした。分析の結果をTable3.9に示す。統合過程の成績には，変換過程の成績が関連していた(R^2=.27)。プラン過程の成績に関連するのは，変換過程と統合過程の成績であった(R^2=.50)。

Table 3.9[注)] 下位過程間の関連を示す重回帰分析

	従属変数		
独立変数	数値選択 (R^2=.27**)	演算選択 (R^2=.49**)	立式 (R^2=.79**)
問題理解	0.52**	0.23*	
数値選択	−	0.56**	
演算選択	−	−	0.89**

注) R^2：重決定係数，数値は標準偏回帰係数，*p<.05，**p<.01

続いて，立式に関連する下位過程を調べた。過程に対応する課題の成績を説明変数として，重回帰分析を行った。その結果，立式の成績に関連するのは，統合過程つまり数値選択課題の成績のみであった(R^2=.79)。分析の結果は同じくTable 3.10に示されている。

Fig.3.9は結果をまとめてパスダイアグラムで表したものである。

Fig.3.9 解決の下位過程間の関連を示すパスダイアグラム
（有意なもののみ）

3. 解決過程全体の検討

先行する下位過程での成績と知識の要因の両方を説明変数とし，統合以降の各課題の成績を説明する変数を総合的に検討した。分析で得られた結果をTable 3.10にまとめて示す。

Table 3.10[注] 文章題解決過程の遂行を規定する要因の重回帰分析

	従属変数			
	問題理解	数値選択	演算選択	立式
独立変数	(R^2=.30**)	(R^2=.60**)	(R^2=.49**)	(R^2=.79**)
文章構成能力	0.25*			
数交換	0.30**	0.19*		
演算の理解		0.26**		
計算力(四則)	0.21*	0.47**		
問題理解	−	0.19*	0.23*	
数値選択	−	−	0.56**	
演算選択	−	−	−	0.89**

注) R^2：重決定係数，数値は標準偏回帰係数，*p<.05，**p<.01

変換過程の成績に関連するのは，数交換，文章完成の成績，それに計算力であった。統合過程の成績に関連するのは，計算力と演算の知識，数交換の成績，そして変換過程の成績であった (R^2 =.60)。プラン過程の成績に関連するのは，変換過程と統合過程の成績であった。立式の成績に関連するのは，統合過程の成績であった。

続いて，既有知識の要因と知能の要因との関連を検討した。既有知識テストの成績を従属変数とし，知能検査の下位検査の成績を説明変数として重回帰分析を行った。演算の知識の成績に関連するのは，単語完成の成績であった (R^2 =.21)。計算力の成績に関連するのは，数計算の成績であった (R^2 =.13)。

Fig.3.10は結果をまとめてパスダイアグラムで表したものである。

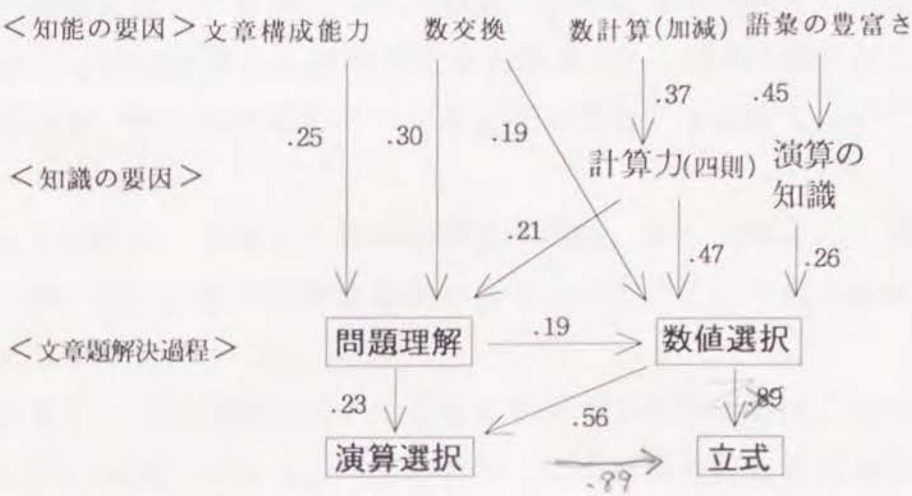


Fig.3.10　文章題解決の成績を規定する要因のパスダイアグラム
（有意なもののみ）

考　察

I　仮説の検証

1．　各過程の遂行を説明する要因

変換過程での遂行には，文章完成課題の成績が関連していた。この点に関しては，仮説1-1は検証された。この他に，数交換課題の成績と計算力も関連していた。数交換の成績の寄与は，計算力の寄与よりも大きかった。以上より，文章題中の数値の意味を理解する作業には，言語的知能である文章構成能力が関連しているが，それだけではなく，数的知能である数交換の能力も関連していることが明らかになった。また，他の過程に比べれば寄与は低いものの，計算力との関連も見られた。

統合過程での遂行には，仮説1-2で考えられていた言語的知能ではなくて，数的知能である数交換課題の成績が関連していた。また，計算力と演算の知識も関連していた。計算力との関連は仮説通りであり，最も大きい寄与を示していた。以上より，問題文中の情報を取捨選択して問題全体の表象を作り出す作業の遂行は，計算力と関連していることが分かった。また，この作業には，言語的知能ではなく数交換の能力が関連していること，そして，演算の知識，つまり，どういう場合にどの演算を使うかについての知識は，プラ

ン過程に先立ってこの過程で必要とされることが明らかになった。

プラン過程には，計算力と演算の知識，さらに文章構成能力が関連していた。この中では，計算力の寄与が最も大きかった。仮説1-3で考えられていた数的知能は，解決のためのプランを立てる能力とは関連しないことが明らかになった。

立式の成績には，計算力と数交換課題の成績，そして演算の知識が関連しており，統合過程と同じ説明変数が有意であった。ここでも，計算力の寄与が最も大きかった。

まとめると，文章題解決の下位過程を規定する説明変数は，既有知識の要因では演算の知識と計算力，知能の要因では文章構成能力と数交換の能力であることがわかった。変換過程では，これらの説明変数のうち，知能の要因が大きな寄与を示していたが，その他の過程では，計算力の寄与が最も大きかった。

2．下位過程の関連

統合過程の成績には，変換過程の成績が関連していた。これは仮説2-2通りの結果である。

プラン過程の成績には，仮説2-2で挙げられた変換過程の成績に加えて，統合過程の成績が関連していた。つまり，解決に必要な演算を正しく選択できる児童は，問題文中の数値の意味を正しく把握している。さらに，問題解決に必要な情報とそうでない情報とを区別する力を持っている生徒は，演算選択の成績も良い。

立式の成績に関連していたのは，統合過程の成績のみであった。変換過程，プラン過程の成績は有意な説明変数とはならず，仮説2-2は支持されなかった。つまり，本研究での立式の正誤は，解決に必要な数値を抽出できたか否かで決まり，問題の数値の意味を理解したり通常問題で演算を選択したりする力との関連は低い。

3．解決過程全体の検討

知識の要因が関連しているのは，変換と統合，つまり問題を理解する過程

であった。両方の過程に関連している要因は，計算力と数交換の能力であった。プラン以降の過程の成績は，問題を理解する過程での成績で決まる。プラン過程には変換過程と統合過程が，立式には統合過程が関連していた。

まとめると，整数の文章題の解決過程を支えるのは，文章構成能力と数交換の能力，そして計算力と演算についての知識であった。このうち，数交換の能力と計算力は，複数の過程に関連していた。ただし，これらの要因が関連するのは，問題文を理解する過程，すなわち変換と統合の過程であった。そして，プラン過程や立式の遂行は，これらの過程での成績に左右されるのである。

つまり，整数の文章題解決で良い成績を収める児童は，問題文を正しく理解している。そして問題文を正しく理解している児童は，数交換課題や計算題の成績が良い。また，問題文の理解のうち，数値の意味の理解には主に数交換の能力が，必要な情報の取捨選択には主に計算力が，それぞれ関連している。このうち，それ以降の文章題解決過程との関連が深かったのは，情報の選択であった。従って，解決過程全体に関連する要因を挙げるとすれば，計算力すなわち計算手続きに関する既有知識となるであろう。

II　文章題解決過程に関連する要因

本研究で得られた結果と，分数の乗除算の文章題を扱った研究6の結果とを比較し，文章題解決過程に関連する要因を総合的に検討する。

まず，既有知識の要因に関して，**文章題解決過程と計算力との関連**は追認された。これより，扱う数が整数の場合も分数の場合も，全体として，文章題の成績が良い者は計算題の成績も良く，計算題の成績が良くない者は文章題の成績も良くない，という傾向があることが確認された。計算はできるが文章題は解けないという児童群については，今後，別の手法を用いて，つまずきの原因等を検討していく必要があるだろう。

宣言的な**既有知識**については，分数の文章題では説明率の小さい関連しか見いだせていない。しかし，整数の文章題では，*演算の知識*が統合過程と関連することが明らかになった。どんな場合にどんな演算を使用するかについての知識は，分数の場合は成績にそれほど結びつかなかった。だが，整数の

場合は，解決に必要な情報を選択する過程に関連しているといえよう。

次に，知能の要因を検討する。まず，**数的知能**は，分数の文章題の解決においてはプラン過程に関連し，整数の文章題では変換と統合の過程に関連することが，それぞれ明らかになった。さらに，後者では，関連している力は数交換の能力であることが分かった。これより，乗除算を含む文章題の解決においては，*数交換*の能力が効果を及ぼしているといえる。ただし，影響を受ける過程は課題である文章題によって異なる。演算1回で解く文章題では解決のための式を立てる際に，2回で解く文章題では問題を理解し情報を取捨選択する際に，この能力が関連することが明らかになった。

続いて，**言語的知能**は，分数の乗除算ではプランまでの過程に関連し，整数の文章題では変換過程に関連することが，それぞれ明らかになった。さらに，後者では，関連しているのは文章構成能力であることが分かった。文章を構成する能力は，演算2回で解く複雑な文章題を読んで理解するプロセスを支えるといえよう。

本研究では，整数文章題の解決過程における遂行に関連する知識の要因を検討し，1)文章題解決を支える知能は，**数交換の能力**と**文章構成能力**であること，2)既有知識では**計算力**と**演算の知識**が文章題解決に関連していること，3)それらの要因が関連しているのは文章題を理解する過程であり，この過程での遂行によってプラン過程や立式での遂行が左右されることの3点を明らかにした。また，これらの要因のうち，文章題解決過程と計算力との関連は，知能や他の既有知識との関連を上回っていた。このことより，文章題を解く能力は，知能検査で測定される一般的な知識よりも，むしろ，対応する計算題での成績に反映されるような，既習内容の習得の程度と強く関連しているといえよう。

研究8　小数文章題：割合文章題

目的

演算1回で解く乗除算の文章題を対象とすれば，扱う数が小数になっても，同様の結果が得られるのだろうか。本研究の目的は，小数の文章題の立式の成績と関連する知識を，**一般的な知識**と**領域固有の知識**の2種類から明らかにし，分数の場合と比較することである。

方法

被験者　W市立小学5年生82名（男子47名，女子35名）を対象に調査を行った。少数の乗除算は学習済みであった。

課題　以下の課題を1つの課題冊子(B5版)にまとめた。

［文章題課題］　小数の乗除算を扱い演算1回で解く文章題7問を対象に，立式を行わせた。演算の実行は求めなかった。文章題のうち4題は倍の問題であった。

［知識測定課題］

A.**領域固有の知識**：*演算の構造の理解を*，演算1回で解く**整数文章題での演算選択**で，*割合の3用法の理解を***穴埋め課題**で，*計算手続きの理解を*，整数の加減乗除を扱う**計算題**および小数の乗除を扱う**計算題**で，それぞれ測定した。また，*小数概念の理解を*Greer(1987)によるテスト項目で測定した。採用したテスト項目の例を以下に示す。

Ⅰ　**大小比較**

次の3つの数のうち、1番大きいものに○をつけなさい。
＜例＞　(0.62　0.236　0.4)

Ⅱ　**数列**

小数が順番にならんでいます。
この後に続く小数を、2つずつ書きなさい。
＜例＞　1.13　1.12　1.11　（　）　（　）

Ⅲ　**位取り**

あてはまる数を1つだけ書きなさい。
あてはまる数がない時は，「ない」と書きます。
＜例＞　3.9より大きく4より小さい数　（　　）

B.**一般的知識**：研究7に倣い，京大NX知能検査より，**数計算，数交換，単語完成，文章完成**の4下位検査を実施し，*加減算の能力，数交換の能力，語彙の豊富さ，文章を構成する能力*をそれぞれ測定した。
調査方法　授業時間を利用し，クラス単位で課題冊子を実施した。解答時間は30分であった。

結 果

まず，被験児全体における各課題の成績の平均値をTable3.11に示す。

Table 3.11　被験者全体における各課題の平均正答数（問）

	可能得点範囲	平均	SD
文章題	(0-　7)	5.2	1.33
小数の理解Ⅰ	(0-　3)	2.4	.94
小数の理解Ⅱ	(0-　3)	2.4	.83
小数の理解Ⅲ	(0-　4)	1.8	1.60
割合の3用法	(0-　6)	4.9	1.73
計算題	(0- 10)	8.5	1.94

研究6，7に倣い，小数の文章題の成績を説明する知識の要因を，重回帰分析を用いて特定した。説明変数として，既有知識テストの成績と知能検査の成績，下位過程に対応する各課題の成績を用い，文章題課題の成績を目的変数として，分析を実施した。成績に有意な正のパス係数(標準偏回帰係数)を示した要因は，知識の要因では割合の3用法，小数の理解Ⅱ，小数の理解Ⅲ，知能の要因では数交換の能力であった(R^2=.56**)。さらに，知識の各要因間の関連も同様に検討した。これらの結果を合わせて，小数の文章題解決に影響する要因をパスダイアグラムにまとめたものがFig.3.11である。

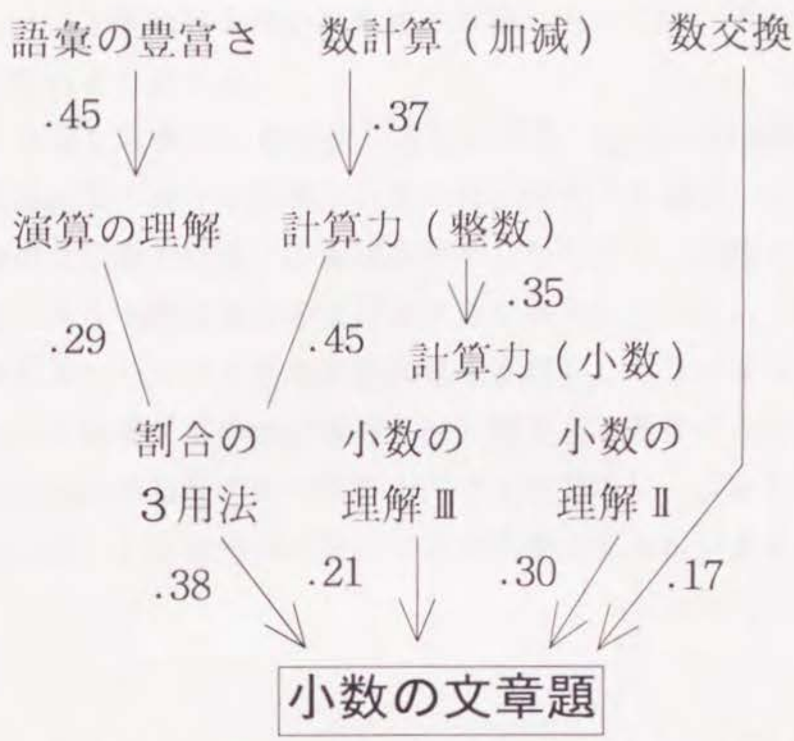


Fig. 3. 11　小数の文章題の成績に関連する知識の要因のパスダイアグラム（有意なもののみ）

考　察

小数の乗除算を扱う文章題の成績と関連する要因は，宣言的な既有知識である割合の3用法と小数の理解，数的知能の下位検査で測られる数交換の能力であった。これより，小数の文章題で好成績を修めたのは，数交換の能力があり，割合の3用法と小数概念を理解している児童だといえる。

分数の場合との最大の相違は，計算力と文章題の成績との関連が有意水準に達しなかったことである。また，関連が認められた領域固有の知識も異なっており，割合の理解と小数の理解であった。これは，分数で調査した際に，測定した分数概念が十分なものではなかったためと考えられる。従って，文章題解決を支える分数概念の内容の方を再検討する必要がある。さらに一般的知識では，語彙の豊富さは，小数の文章題の成績には関連せず，文章構成能力がもたらす効果も，他の変数の効果に及ばなかった。これより，立式の作業には，言語に関する知識より他の知識が必要であることが示された。数に関する知識のうち，数交換の能力との関連は有意であった。研究6・7の

知見とあわせて，乗除算を含む文章題の解決においては，数交換の能力が効果を及ぼしているといえる。

整数の文章題を対象とした研究7では，プランと立式の過程での遂行は，変換と統合の過程の遂行で説明されていた。研究7で測定した各下位過程の能力と小数の文章題の成績との関連も分析したのだが，小数文章題では，解決過程の能力よりも既有知識の要因が大きく寄与していた。これより，問題の理解に関わる能力，すなわち数値の意味を理解したり必要な数値を選択したりする能力が影響するのは，演算2回で解く文章題の場合である。問題の構造の理解が比較的容易である演算1回の文章題では，これらの能力は決定的なものではなく，既有知識の獲得の方が重要であるといえる。

第4節　結び

乗除算を扱う文章題の成績に関連する要因を，3種類の文章題を対象として検討した。まず，分数の文章題を対象とした研究6では，リーディングスパンと文章題解決の成績との間には関連が見られなかった。関連が認められた知識の要因は，**言語的知能**と**数的知能**，*計算手続きに関する既有知識*の3つの知識であった。つまり，言語的知能や数的知能が高いほど，また計算力が高いほど，分数文章題の成績は良くなるのである。計算力が高いと**解決過程のほぼ全体**で遂行が良いことがわかった。続いて研究7では，演算2回で解く整数の文章題を対象として，関連する知識の要因を検討した。この研究は，文章題解決を支える知能の内容を具体的に明らかにした上で，文章題を解く能力が，知能検査で測定される一般的な知識よりもむしろ，対応する計算題での成績に反映されるような，既習内容の習得の程度と強く関連していることを示した。また，知識の要因が関連しているのは文章題を理解する過程であり，演算2回の文章題のプラン過程や立式での遂行は，問題理解過程での遂行に左右されることを明らかにした。さらに，小数の文章題を対象にした研究8を行った。この研究で扱ったような問題の構造が比較的単純な演算1回の文章題では，問題理解の能力は決定的なものではなく，既有知識の獲得の方が重要であることが示された。関連する既有知識は割合の理解と小数の理解であり，研究6での知見を再検討する必要があることが示唆された。

本章で紹介した研究結果は，重回帰分析によって導かれたものである。従ってここでの知見は，すべて相関関係であり，「計算力をつければ文章題解決の成績が向上する」などの因果関係は主張できない。文章題解決能力を向上させるための有効な教授介入を考えるためには，データの収集法を変え，特定の変数を操作した実験などの，別の取り組みが必要となろう。

3章の要約

3章では，まず，問題解決における個人差をもたらす要因を整理した。認知心理学では，記憶容量の要因と知識の要因とが挙げられており，これを参考に，文章題解決に関連する要因を検討する実験を行った。具体的には，文章題解決の下位過程の遂行に関連する知識の要因を，3種類の文章題について同定した。分数の文章題を対象とした研究6で，関連が認められた知識の要因は，言語的知能と数的知能，計算手続きに関する既有知識の3つの知識であった。特に計算力が高いと解決過程のほぼ全体で遂行が良かった。研究7では，演算2回で解く整数の文章題を対象とし，文章題解決を支える知能の内容を具体的に明らかにした上で，文章題を解く能力が，知能検査で測定される一般的な知識よりもむしろ，対応する計算題での成績に反映されるような，既習内容の習得の程度と強く関連していることを示した。また，知識の要因が関連しているのは文章題を理解する過程であり，演算2回の文章題のプラン過程や立式での遂行は，問題理解過程での遂行に左右されることを明らかにした。さらに，小数の文章題を対象にした研究8では，問題の構造が比較的単純な演算1回の文章題では，問題理解の能力は決定的なものではなく，割合や小数についての既有知識の獲得の方が重要であることが示された。

４章　文章題への教育的介入

第１節　教育的介入を扱った認知心理学的研究

　第１項　アナロジーによる文章題解決（類題の解法の利用）

　第２項　問題の構造を理解させる訓練

　　１．文章題の難しさ

　　２．問題の構造を理解させる

　　３．コンピュータ教授システムANIMATE

　　４．図の導入の効果－個別指導の立場より

　　５．ANIMATEの利点

　　６．ANIMATEの問題点

第２節　問題の設定

研究９　小数文章題：正誤判断と問題理解の調査

　　　目的

　　　方法

　　　結果

　　　考察

研究10　小数文章題：つまずき診断と指導

　第１項　目標の設定とソフトウェアの構想

　第２項　ソフトウェアの詳細

　第３項　ソフトウェアの効果の検討

　　　方法

　　　結果

　　　考察

構想　ANIMATE小学生版

　１．『速さ』の単元の導入，あるいは速度概念の理解に利用する場合

　２．文章題解決を支援する場合

　３．解決過程におけるつまずきへの対処－今後の研究の指針

４章の要約

第1節　教育的介入を扱った認知心理学的研究

文章題解決への教授介入研究は，大きく2つのアプローチに分けられる。第1のアプローチは，類題の解法の利用，つまりアナロジーによる文章題解決である。第2のアプローチは，問題の構造を理解させる訓練である。第2のアプローチにはさらに，図を用いた訓練と，コンピュータによる教授システムがある。

第1項　アナロジーによる文章題解決（類題の解法の利用）

問題を解く際によく使われるヒューリスティックスは，関連する問題や類似の問題の解法を使うことである。これに基づき，似た問題を前もって解いておくことや，もう解いてある例題をガイドとして使うことで，成績を向上させようとする試みがなされてきた。つまり，アナロジーによって文章題を解かせようとするアプローチである。

このアプローチをとる諸研究は，大学生を対象とし，旅人算・混合算・仕事算などの文章題を課題としてきた。まず，Reed ら (Reed,1987; Reed, Ackinclose,&　Voss,1990) は，被験者がそもそも，類題として使える問題を適切に選べないことを明らかにした。文章題をアナロジーで解く際には，問題の文脈がもたらす影響が大きな障害となる。例えば Reed(1987) では，文脈が同じである類似問題は，解決手続きが異なるにも関わらず，しばしば誤って類題として使われたし，文脈は違うが解決手続きは同じである同型問題は，しばしば見落とされた。このように，学習者は，問題の構造レベルでの類似ではなく，問題の文脈にばかり注意を向けているのである。また，前もって例題を解き，その解法が使えることを知らされた場合でも，被験者はその解法をもとにして正しい解法を考えることが出来なかった (Reed,Dempster,& Ettinger,1985)。

一方， Weaver & Kintsch(1992) は，文脈の影響さえ除けば，被験者が文章題の概念構造を知覚することを明らかにした。彼らは大学生に問題のペアを提示し，問題2を解くにあたり，問題1がどれほど利用可能かを評定させた。

被験者は，演算のタイプとは関わりなく，概念構造を共有する問題が有用だと評定した。また，図を使って問題の構造を解説する授業を行ったところ，上記の効果は一層強まった。さらに，この教授介入によって，問題解決の成績も向上した。向上が見られたのは，ターゲット問題が，構造は同じで演算が違うタイプの問題である場合だった。これより，構造図の導入によって文脈の影響を除き，問題の構造の把握や問題解決の成績を向上させられることが明らかになった。

問題解決の初心者と熟達者を分けるのは，スキーマとして所有されている領域固有の知識である。しかし，Sweller(1988) は，問題を解いただけでは，スキーマを獲得できないことを明らかにした。手段目標分析で問題を解くと認知的負荷が大きい。さらに，問題を解く過程とスキーマを獲得する過程とは別物である。従って，通常のやり方で努力して問題を解いても，スキーマを獲得する助けにはならない。スキーマが獲得されないならば，問題を多く解かせてもなかなか熟達化しない。問題を解けば学習が効果的に進むという考え方は改めるべきだ，というのが彼の主張であった。同様の内容を，文章題について検討したのが Reed(1989) である。この研究は，2つの文章題を比較し概念を対応づける課題の効果を検討した。概念対応課題を解けば，問題の解法が抽象化されて，続く文章題の成績が向上すると考えられていたが，解法スキーマはなかなか抽象されなかった。

いくら類似の問題を解いても，解法がスキーマとして残らなければ，後の問題解決で活用できない。学習者は，問題文の文脈のような表面的な要因に影響されて類題を選ぶこともできない。問題を解いているだけではもちろんのこと，概念を対応づける課題を実施しても，スキーマは出来にくい。従って，文章題をアナロジーで解くという方法は，少なくとも初心者向きではない。この方法が有効となるためには，解法を教えるだけでなく，Weaver & Kintsch(1992) や Bassok(1990) が主張したように，問題の構造を把握させる訓練が必須である。

第2項　問題の構造を理解させる訓練

1．文章題の難しさ

第3章で述べたように，文章題解決では，文章の処理と数学的な技能の双方が必要である。文章題を難しくしているのは問題理解の部分であることが明らかになっている。つまり，文章題における誤りの多くは，計算ミスによるものよりもむしろ，問題構造を正しく表象できなかったことによるものなのである。従って，教授介入を行う際は，例えば問題を図示するなどの手段によって，問題の構造を明らかにし，学習者が情報を統合して未知の情報を求める手助けをするべきである。さらに，自分の理解や行った作業をチェックする手段を学習者に提供することも必要である。

2．問題の構造を理解させる

文章題の意味的な構造を理解するための表象記述を教える試みとして，数値の表を用いた訓練 (Reed & Ettinger,1987) や，線分図などの図を用いた訓練がなされている (Lewis,1989; Willis & Fuson,1988;1989)。

Reed & Ettinger(1987) ではまず，立式に先立って表に数値を入れる訓練を実施した。しかし生徒は正しい数値を入れることができず，立式の遂行を向上させるには至らなかった。また，完成した表を提示して文章題を解かせた場合は成績が向上したが，表のない同型の問題への転移は起こらなかった。前の解法を使うよう教示した場合でも，遂行の改善は僅かしかみられなかった。

Lewis(1989) は学生に，線分図による表象システムを教えた。線分図を使えば，問題の関係がつかみやすくなり，自分の問題表象が正しいかどうかが簡単にチェックできる。比較の問題が課題として用いられた。被験者が受けた訓練は2種類あった。ひとつは，文章題を作っている文のタイプを学習させる変換訓練で，他は，問題の情報を線分図に表すことを学習させる統合訓練である。変換訓練と統合訓練の両方を受けた訓練群の被験者は，変換訓練のみの群や，訓練を受けない統制群に比べて，ポストテストでの成績が大きく上昇していた。この研究では，関係文を理解する力や比較問題の意味の構造の表象を作る力が，変換と統合の訓練によって向上することが明らかにな

った。また，訓練群の被験者は，より複雑な関連問題を解く際にも，線分図を適用しており，訓練が転移することが示された。ただし，訓練を受けなかったタイプの問題の遂行は，統制群と変わらず，訓練によって問題解決全般を進歩させることはできなかった。変換訓練だけの群は，個々の文に注意が偏ってしまったせいか，逆に成績が低下した。これより，問題の表象を作る過程では，問題の統合が大切であることが明らかになった。Lewis(1989)の研究は，大学生を被験者としたものであった。児童を対象にして文章題解決技能を教えた研究には， Willis & Fuson(1988)がある。彼らは，小学2年生にスキーマ図を教えた。スキーマ図は，文章題のカテゴリーを表象する図である。課題は加減算を扱う文章題で，合成・変化・比較の3カテゴリーを対象とした。被験児は，平均および平均以上の数学の能力を持つ児童であった。児童に教えた内容は，問題文中の要素に言葉でラベリングをすること，問題にあったスキーマ図を作ること，未知数を求めるための解法を選ぶことである。スキーマ図の導入によって，方略を選択する力や正答を見つけだす力が向上した。ただし，意味的構造(減算)と必要な方略(加算)が葛藤する問題(ex.変化(減少)，比較)は，ポストテストにおいても困難であった。彼らはさらに，一般の先生がスキーマ図を教えた場合についても検討した(Fuson &Willis,1989)。授業後のテストでは，2年生が3桁の加減算を扱う文章題を解いた。また，問題構造を同定したり，2数を図中の正しい場所に記入したり，使う演算を決定したりする能力を示した。

このように，図を用いた表象訓練は，問題の構造を理解する能力を向上させ，文章題解決への介入として効果的であることが認められた。ただしこれらは，演算1回で解く比較的単純な文章題を課題とした研究であった。一方，より複雑な文章題を扱った研究では，文章題の構造を，数量の構造と状況の構造との2面で捉えている(Hall,Kibler,Wenger,&　Truxaw,1989)。Hallらによれば，問題解決のエキスパートは状況の構造に大きく依存する傾向があり，モデルに基づく推論を使って問題を解く。従って，問題を解く際には，状況レベルの表象と数値のレベルの表象を統合することが中心課題となる。

3．コンピュータ教授システムANIMATE

このように，問題を理解するには，問題で述べられた状況のインフォーマルな理解と数式とを対応づけなければならない。この対応づけは教えることが出来る。コンピュータのアニメーションで関係を明確にして，状況と数式の対応づけを易しくすることで，学習者の問題理解を助け，問題解決の成績を向上させるのだ。このような考えに基づき，Nathan,Kintsch,& Young(1992)は，アニメーションを用いたコンピュータ教授システムを開発した。彼らのシステムは，ANIMATEと名付けられている。これを，先行する教授システムであるGould & Finzer(1982)のTRIPと比較しながら説明しよう。

TRIPは，いわゆる旅人算の問題を，アニメーションの助けを借りて解かせるシステムである。まず，問題文とともに，骨組みだけの線分図とアイコンが提示される。学習者はアイコンを使って図を作る。続いて学習者は答えを予測し，その値を入力する。プログラムを実行すると，予測の値に基づいてアニメのシミュレーションが作動し，学習者はその動きをもとにして自分の予測を評価する。予測から求められる距離と時間の最終的な数値は表に記録され，学習者はそれをもとに数式を作る。TRIPは，Nathanらの ANIMATEの教授法とは異なり，問題理解の理論に基づくものではない。また，TRIPでは，学習者が作った図が正しいかどうかを判断するのは教師だが，ANIMATEは学習者がこの点にアクセスする能力を開発する。TRIPには，距離・速さ・時間などの問題についての知識が備わっており，学習者は問題にあった数値を入力するだけであった。さらに，TRIPのアニメーションは，問題の記述が正しい時だけ作動するが，ANIMATEでは，状況モデルや問題モデルをもっと柔軟に作ることができる。例えば，問題文の２つの対象の片方のみについて式を立て，それをもとにアニメーションを作動させることが可能である。

ANIMATEも，旅人算の問題を扱う教授システムである。このシステムは，学習者が作った式をアニメーションにすることで，学習者が式を用いた問題のネットワークを作る手助けをして，文章題の理解を容易にする。具体的には，次のようになっている。

学習者はまず，画面に提示された選択肢を利用して，アニメーションに登

場するキャラクターを画面上に位置づける。続いて立式ボタンを押すと，式を選択する場面になる。学習者は選択パレットから式を選んで，問題スキーマを画面上に作る。選択パレットには，距離に関する式や時間に関する式，距離と時間と速さを扱う式が提示される。このシステムは，距離と時間と速さを扱う式を縦書きで，2つの距離や時間の関係を表す式を横書きで表示する。学習者が，(距離1)=(速さ1)×(時間1)の式を選択すると，その式がネットワーク画面に表示される。さらにネットワーク上で(速さ1)のノードを選択すると，画面上に計算機が現れて，わかっている数値を入力できる。進行状況のチェックにはRunボタンを押してアニメーションを作動させるか，Check Netボタンを選択する。アニメーションはStopボタンで止まる。同様にして，残りの問題スキーマを完成させていく。(距離2)=(速さ2)×(時間2)の式と2つの時間に関する式，そして2つの距離に関する式を選ぶ。最後の，(距離1)+(距離2)=(距離3)の式は，線で囲まれてネットワーク画面に表示される。この式が，問題文の状況の本質を強調しているからである。そして，既知数を対応するノードに入力していく。Check　Netボタンを押すと，数式を計算してエラーが生じた場合は警告が出る。また，作動させたアニメーションの動きから，式が状況にあっているかどうかを判断することができる。Fig.4.1は実際の画面を示す。

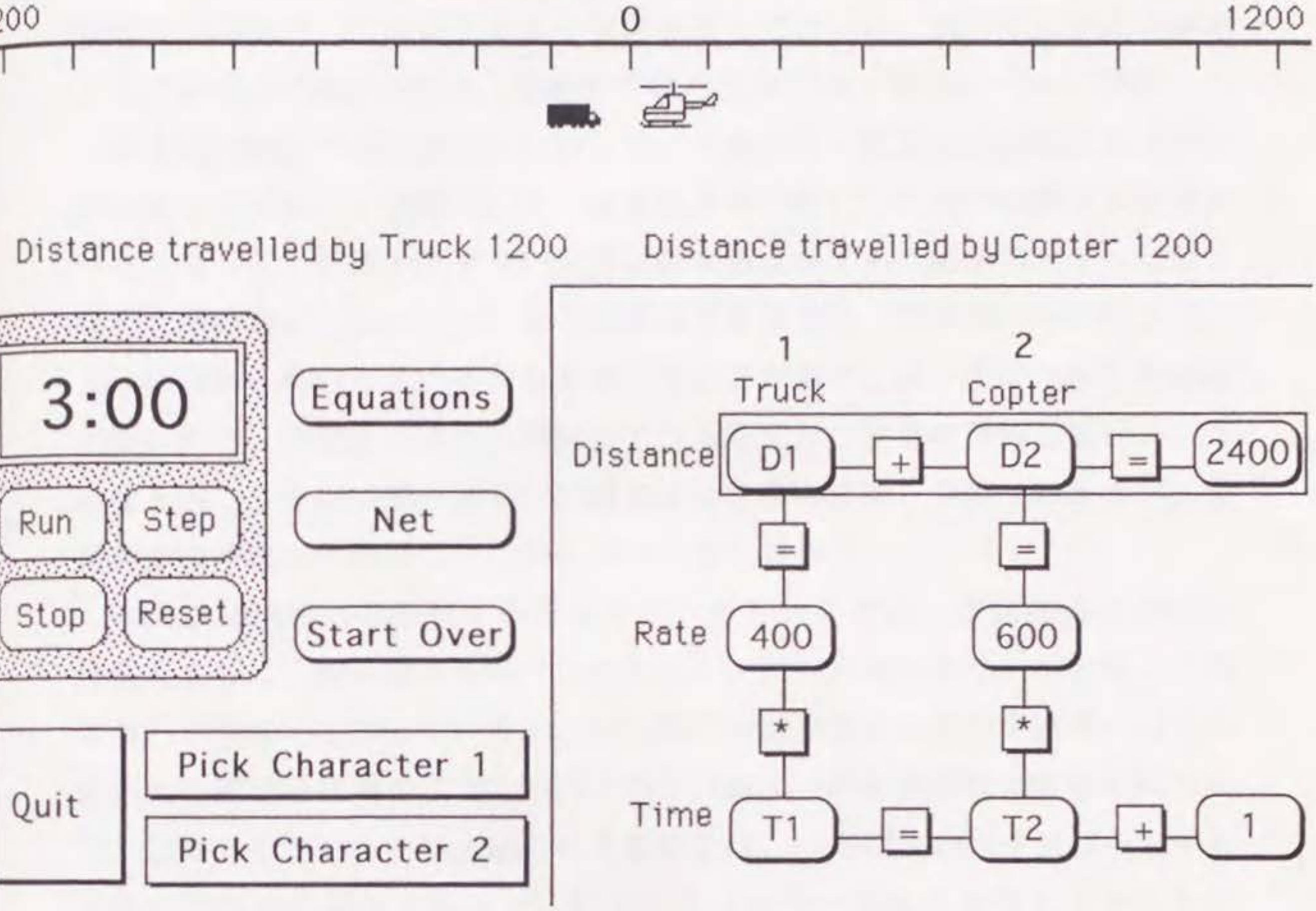


Fig. 4. 1 Nathan et al. (1992) のANIMATEの画面

筆者が同じソフトウェアで再現したもの。扱っている文章題は，2つの対象が出会うまでの時間を求める旅人算で，この画面は，学習者が式のネットワークを作って，アニメーションを作動させ，2つの対象が出会った状態を示す。時計や距離のゲージには問題の解が示されており，学習者は式のネットワークから式を作る。

このように，ANIMATE は，式による問題ネットワークを作るのを助け，問題解決を支援する。問題スキーマをはっきりさせ，状況と結びつけることで，学習者は，問題の概念の関係を具体的に理解することが出来る。このシステムを用いて学習した場合と，立式中心の学習とを比較したところ，このシステムが学習者の学習を向上させ，実際の学習活動を支えられることが示された。

4．図の導入の効果－個別指導の立場より

前述のように，図を導入して問題解決を支援するアプローチは有効である。図は，文脈に左右されない問題の構造を把握するのに役立つ。では，実際の

問題解決場面で，児童はどのような図を描くだろうか。割合の文章題を課題とした研究9（後述）では，立式ができた児童でも，問題について理解した内容を図で表現することは少なかった。そのうち，問題を線分図のような形で抽象した図はごく少数で，多くは場面を単に絵にしただけの素朴な図であった。従って，立式のできない児童に図を描かせても，解決のヒントになるかどうかは疑わしい。また，線分図を与える場合は，学習者がその図をどのように理解し解釈しているかを考慮する必要がある。線分図は比較的抽象度が高いので，問題文を素朴に理解している児童が，簡単に理解し描けるようになるかどうかは疑問である。問題を図にする方法は，有効ではあるが，意識的かつ系統的に教授していかねばならないだろう。

市川(1989,1993)の提唱する認知カウンセリングでは，学習指導上の基本技法の1つに，図の導入を挙げられている。認知カウンセリングとは，「何々がわからなくて困っている」という認知的問題をかかえた学習者に対する個別的な相談と指導のことをいう（市川,1993)。対象は算数文章題に限らない。認知カウンセラーに求められる姿勢には，一斉授業のエキスパートである教師と共通の側面もあるが，認知カウンセラー独自の姿勢も少なくない（市川,1989)。特に「学習者と個人的な対話が出来るという長所を生かして，学習者の内的状態を把握すること」，「学習者の状態に応じた発問や説明が，臨機応変に行えること」の2点を市川(1989)は強調している。本論文では，市川(1989,1993)が挙げた相談・指導上のポイントのうち，以下の点に着目する。1)答えに至るまでの説明を求める＜仮想的教示＞，2)どこまでわかっているかを確認する質問を入れる＜診断的質問＞，3)いきなり説明せずに，必要最小限のヒントを出していく＜状態に応じた発問＞，4)概念間の関係を整理し図式化して説明する＜図式的説明＞，5)問題を解いた後で，最初わからなかった原因の考察を求める＜教訓帰納＞。これらは，教授者と学習者との個人的な対話が可能だという，1対1の個別指導の利点を活かした方法だと考えられる。

図式的説明について，松下(1993)は，次のような指摘を行っている。認知カウンセリングのケース報告を検討したところ，素朴表現でも問題解決に役立っている場合がある一方で，素朴表現しか使えなかったために問題解決に

失敗している場合もあった。導入された図の正否を決める要因は2つある。1点目は，問題の質である。問題の状況を理解することが解決のカギになっているような問題では，素朴表現でも正しく解ける。例えば，植木算などの場合は，問題文の状況を図示して，問題文の数を変えて立式しなければならないことに気づけば正答できる。一方，立式や計算の段階が解決のカギになっているような問題では，関連する数量を抽出しただけの素朴表現では解決には至らない。第2の要因は，学習者の知識の状態である。学習者が，図が直接与えていない情報を知識として持っていれば，頭の外の図やモデルと頭の中の知識を組み合わせて問題を解くことが出来る。言い換えれば，前提となる知識を持っていないと，図やモデルを与えられてもそれを利用することが出来ない。この2点をふまえ，松下は，問題解決における図やモデルの有効性は，問題，学習者，図・モデルの3者の相互作用で決まると主張した。従って，問題解決を支援する際には，問題に適した図やモデルを提示するだけでなく，学習者一人一人の知識状態を確かめながら，その学習者に最も良い問題表現を提案することが望ましいのである。

5．ANIMATEの利点

コンピュータを用いた指導にはどのような意義があるのだろうか。岡森(1987)は，教具としてのパソコンの特徴を，「音や色が出て，画像が動き，図を速く正確に書いてくれて，その上で試行錯誤できる黒板」だと位置づけた。この観点からANIMATEを評価してみよう。

まず，「音や色が出て，画像が動く」という特徴を活かし，ANIMATEでは4通りのフィードバックが与えられた。視覚的，聴覚的，問題モデル，状況レベルの各フィードバックである。視覚的フィードバックとしては，アニメーションの他に，選んだボタンやネットワークが光って選択されたことを示した。聴覚的フィードバックとしては，アニメーションの開始や停止，完成を短い音楽で示した。問題モデルのフィードバックは，数式の選択肢として与えられた。ネットワークに対応したアニメーションは状況レベルのフィードバックにあたる。

続いて「動く画像」すなわちアニメーションによる支援について検討する。

複雑な文章題を解く際に，問題文は読めたが，それがどういう状況なのかピンと来なくて手がつけられないというのはよく起こる事態である。熟達者の場合はここで自発的に図を描いていくなどの作業を行うのだが，初心者にはそれは困難である。状況を動画で見せる手法は，こういう場合には効果的だろう。特に，動きや変化など，映像化しやすい状況を扱う文章題が課題の場合は，アニメーションは有効だと思われる。

ただし，単に問題をアニメーションにして提示するだけであれば，ビデオでも可能である。ANIMATE ではビデオとは異なり，学習者が少しずつ式を作って，それがアニメーションになっていく。学習者は，アニメーションのフィードバックを参考に，複雑な式のネットワークを作り上げていくのである。これは，「図を速く正確に書いてくれて，その上で試行錯誤できる」というコンピュータの特徴を生かした仕組みとなっている。

このように，ANIMATE はコンピュータの利点をフルに活用したコンピュータ教授システムであり，今後のシステム開発の手本になるものだと言えよう。

一般に，コンピュータ教授システムでは，通常の授業やテストと状況が異なるため，児童の動機づけが高まるという利点が考えられる。一方，このような新奇な状況では，児童が本来の力を十分に出し切れない可能性があることも否定できない。しかし，教育現場や過程へコンピュータが普及している昨今の環境を考えると，コンピュータであることの悪影響は，さほど考慮しなくても良くなりつつあるのではないだろうか。

6．ANIMATEの問題点

個別指導に活用できるシステムを構想するにあたり，認知カウンセリングが挙げた個別指導のポイントから ANIMATE を検討してみると，次のような問題点が指摘できる。アニメーションによる支援にも，図と同様に問題のタイプによる差が想定される。動きや変化を扱う文章題ではアニメーションの効果が認められている。しかし例えば，比較問題・割合問題のような静的な関係を扱う問題の場合は，線分図の方がシンプルでわかりやすいかもしれない。また，学習者の知識の状態による差も考えられる。ANIMATE は，状況

に基づく推論を支援するシステムであり，この点に関しては効果が認められている。ただし，学習者がそれ以外の場所でつまずいている場合，例えば，速さに時間をかければ移動した距離が求められるという基本的なことがわかっていない場合はどうであろうか。ANIMATEでは，学習者がこれらの知識を持っていることを前提として，式の選択肢を設定しており，知識を持たない場合の支援はなされていないようだ。図について検討した節でも述べたが，理想的な指導は，学習者がわかっている内容と，つまずいている場所の両方を考慮しながら，その学習者に最適な介入を考えていくというあり方である。認知カウンセリングでは，＜図式的説明＞にとどまらず，個別指導の利点を活かして＜診断的質問＞や＜状態に応じた発問＞などの配慮がなされているが，ANIMATEではこれらの点は考慮されていない。

また，現状では，学習者のプロトコルを処理できないため，学習者自らに説明させる＜仮想的教示＞やわからなかった原因を考察させる＜教訓帰納＞などを，コンピュータのシステムで実施するのは難しい。つまずきの原因に加えて，こういうタイプの問題はこのように解く，などと解法スキーマの帰納を行わせ，帰納の様子を確認することも困難である。これらの問題は，一朝一夕に解決するものではない。現時点では，コンピュータの長所を積極的に活用しつつ，処理の困難な部分は人間で対処していくのが，妥当な線だと思われる。

第2節　問題の設定

文章題解決を対象にした認知心理学的研究での知見を踏まえて文章題の指導を考案・検討した研究は，それほど多くない。2章で，文章題解決においてつまずきが生じる位置が示された。3章では，文章題解決の下位過程での遂行と関連する知識が具体的に示された。本章では，解決過程の分析や既有知識の利用に関する認知心理学の知見に基づいて，文章題解決を支援するソフトウェアを制作し，小学生でその教育的効果を検討した研究について述べる。

先程も述べたように，教育的介入は，学習者が理解している内容とつまずいている場所の両方を考慮しながら行うことが望ましい。これに近い指導が出来るソフトウェアを作成することが，最終的な目標である。具体的には，学習者に問題を解かせてその**正誤を判定**し，誤答の場合には，**診断的質問**を行ってつまずきの位置を探り，それに応じた**指導**を実施し，**確認問題**でその効果を確かめるようなソフトウェアを目指している。

以上のようなソフトウェアの作成に向けて，研究9では，パーソナルコンピュータを用いた文章題の正誤判断と解決過程におけるつまずきの発見を試み，研究１０では，つまずきの発見に加えてつまずきへの介入と訓練を行うソフトウェアを制作して，小学生を対象に個別実験を実施した。

研究9　正誤判断と解決過程におけるつまずきの発見

本研究の目的は，文章題解決支援ソフトウェアの作成に向けて，解決過程におけるつまずきの位置を，コンピュータプログラムで診断するためのデータを収集することである。本研究は，Mayerが設定した解決過程(2章参照)を踏襲し，4つの下位過程のどの部分でどのようなつまずきが生じているのか，そのつまずきはどのような質問で測定できるのかについて検討する。

文章題解決における子どもの思考の様相は，どのように測定すればいいのだろうか。Bellらは，問題文を読まずに，文中の数字を機械的にかけたり割ったりして文章題を解こうとする傾向が子どもにあることを，繰り返し指摘している(Bell et al.,1984,1989)。従って，解決過程の様子を知るためには，単に問題を解かせる以外の課題を用いる必要がある(Nesher,1992)。これまでには，2章で述べた解決の下位過程に対応する問題を解かせる以外に，作問(Bell et al.,1984)，発話思考(Ekenstam & Greger,1983)，解法や演算選択の理由を説明させる(Greer,1987;Peled & Nesher,1988; Sowder,1988)などの課題が使用されている。問題解決時に考えていた内容を言語報告させる手法は，認知心理学ではよく使われているものである。本研究は，小数を扱う割合文章題を対象に，演算選択の理由の説明と解決過程に対応する問題との2課題を実施し，学習者の問題理解を明らかにする手法を探索的に検討する。

実験に先立ち，研究8の諸課題に対する児童の遂行を検討して，割合文章題での立式における誤りのパターンを分類し，解決過程におけるつまずきの位置を予測した。誤りのパターンについては，用法のタイプに関わらず一貫して乗算で立式するものと，一貫して除算で立式するものが目立った。出現率はそれぞれ，被験児全体の14.6%と8.5%であった。さらに，既有知識測定課題のうち，計算題と割合の3用法の理解は，ともに平均正答率が8割を超えて好成績であった。この結果より，割合文章題におけるつまずきの原因を次のように予測した。まず，計算題の成績が全体的に良かったことより，4つの過程のうち④実行過程はつまずきの主要な原因ではないと言える。従って本研究では③プランまでの過程に焦点を当て，演算選択の正誤を文章題

解決能力の指標とする。また，割合の3用法の理解を問う課題の成績も良かったことより，②統合過程において割合関係が正しく把握できていれば，未知数を求めるためにどんな演算が必要であるかは理解されていると言える。これより，つまずきの原因は①変換過程か②統合過程にあると考えられるので，本実験では，誤答者を対象に，この2過程での問題理解の様相を調査する。

本実験の目的は，パーソナルコンピュータを用いた文章題の正誤判断と解決過程におけるつまずきの発見を試みることである。対象は小数の割合文章題とし，次の2つの課題でつまずきの発見を行う。

第1に，問題解決後に解法を決定した理由の説明を求める**理由説明課題**を実施する。この課題を実施する理由は次の通りである。生徒が文章題解決に使用する方略を分類したSowder(1988)は，「演算決定の決め手になるキーワードを探す」方略を報告していた。予備調査で見られた，一貫して乗算で立式する児童は，割合文章題の解決にあたって，この「キーワード方略」を使用していることが考えられる。生徒の説明の内容から，文章題解決で使用される演算選択の手がかりを明らかにする。説明の内容に関しては，誤答者では演算決定の手がかりとしてキーワードを報告する場合が多いこと，それに対し正答者では，問題の構造すなわち関係文の内容を報告する場合が多いことが予想される。

第2の**理解測定課題**では，問題理解の過程に対応する小問を解かせる。本研究ではMayerの解決過程をもとに，割合文章題を理解する下位過程を，具体的に次のように設定した。①変換過程では，問題文を読み，割当文，関係文，質問文の3文をそれぞれ理解する。②統合過程では，理解した3文の内容を統合する。特に，割当文と関係文の内容を統合し，既知量は比較量と基準量のどちらであるか，既知量ともう1つの量との数量関係はどうなっているのかを把握する。③プラン過程では，未知量を求めるための演算を選択する。下位過程での遂行は，以下の小問で測定する。①**変換**過程に関して，求答事項を選択させる小問で**質問文の理解**を，割合関係を表す文を作成させる小問で**関係文の理解**を，それぞれ測定する。②**統合**過程に関して，既知量との対比で未知量の大きさを見積もらせる小問で，**割当文と関係文との統合**

を測定する。この小問はまた，先行研究で報告されていた，答えの見積もりは正しいが乗除算についての概念が誤っていることによる誤答を診断するためにも利用できる。これらの小問への反応を通して，誤答者が解決過程のどの部分でつまづいているかを明らかにする。なお，小問の成績については，多鹿・石田(1989)より，関係文章題の理解を測定する関係文作成で誤りが多くなること，さらに統合過程での遂行を測定する情報の統合でも誤りが多くなることが予想される。

以上の課題の実施にあたっては，文章題・小問・選択肢等の提示および立式の正誤の判断を，パーソナルコンピュータを用いて行い，文章題解決の個別指導を行うコンピュータ教授システムの作成の足がかりとする。

方　法

被験児　W市立O小学校5年生81名を対象として個別実験を行った。内訳は，男子48名，女子33名，平均年齢は11;3(10;10-11;9)であった。実験実施時，小数の乗除算と，小数の倍を扱う文章題の解き方は，どちらも学習済みであった。

問題と装置　小数を扱う割合文章題を用いた。対象とした文章題は，割合の第2，第3用法を扱ったものである。第3用法に関しては割合を表す小数が1以上であるものと，小数が1未満であるもの2題を用意した。以後，前者を第3用法(1以上)，後者を第3用法(1未満)と呼ぶ。使用した文章題をTable1に示す。

Table 4.1 実験で使用した文章題

	理由説明課題	理解調査課題
第2用法	ひろしくんのお母さんの体重は５６kgあります。ひろしくんの体重はお母さんの体重の０.７５倍です。ひろしくんの体重は何kgですか。	全部で２４０ページの本があります。今日までに読んだページ数は、全体の０.３５倍にあたります。今日までに何ページ読んだのでしょうか。
第3用法（1以上）	コンパスのねだんは４５０円です。これは、三角じょうぎのねだんの１.８倍にあたります。三角じょうぎのねだんは何円ですか。	長方形の畑があります。この畑の横の長さは、たての長さの２.５倍で、７.５ｍあります。たての長さは何ｍですか。
第3用法（1未満）	女子のマラソンコースは２.８kmです。これは男子のマラソンコースの０.８倍の長さです。男子のコースは何kmですか。	ポットに水が１.５リットル入ります。ポットに入る水の量は、やかんに入る水の量の０.６倍にあたります。やかんには水が何リットル入りますか。

教示・文章題・選択肢・図などは全て，パーソナルコンピュータ(EPSON PC-486NOTEAS)によって被験児の机上の14インチカラーディスプレイに提示された。被験児は，トラックボールを操作して，ディスプレイ上に提示されたコマンドボタンをクリックして反応した。反応の内容はパーソナルコンピュータによって記録した。

手続き　実験プログラムは，Microsoft社のVisual Basicで作成した。被験児がボタンをクリックすると次の場面が提示され，課題は全て被験児ペースで進行した。実験開始前に，トラックボールの使用の練習として，ディスプレイ上のコマンドボタンの中から，被験児自身の性別と所属クラスを選択させた*。この後，２つの課題が固定順で提示された。

１．理由説明課題　問題は，練習問題１問とターゲット３問があった。ターゲットは，予備調査に基づき易しいものから難しいものへと配置され，倍の第２用法，第３用法で倍を表す小数が１以上のもの，第３用法で小数が１未

* この時点で，トラックボールの使用に問題があった被験児はいなかった。

満のものの順で提示された。

①**導入**：ディスプレイ上の［開始］ボタンをクリックすると，友達に問題を教えるという状況設定が説明された。さらにボタンをクリックすると，課題場面が提示された。

②**立式**：画面上部に文章題が提示され，それと同時に，文章題を解くための演算の選択を指示する教示が提示された。被験児は，式の空欄にあてはまる演算記号を選択肢の中から選んでクリックした。選択した演算記号はディスプレイ上の式の中に表示されるので，被験児は自分の選択を確認し，クリックの間違いがあった場合は修正することが出来た。文章題は問題を解き終わるまでそのまま提示された。実際の画面をFig.4.2aに示す。

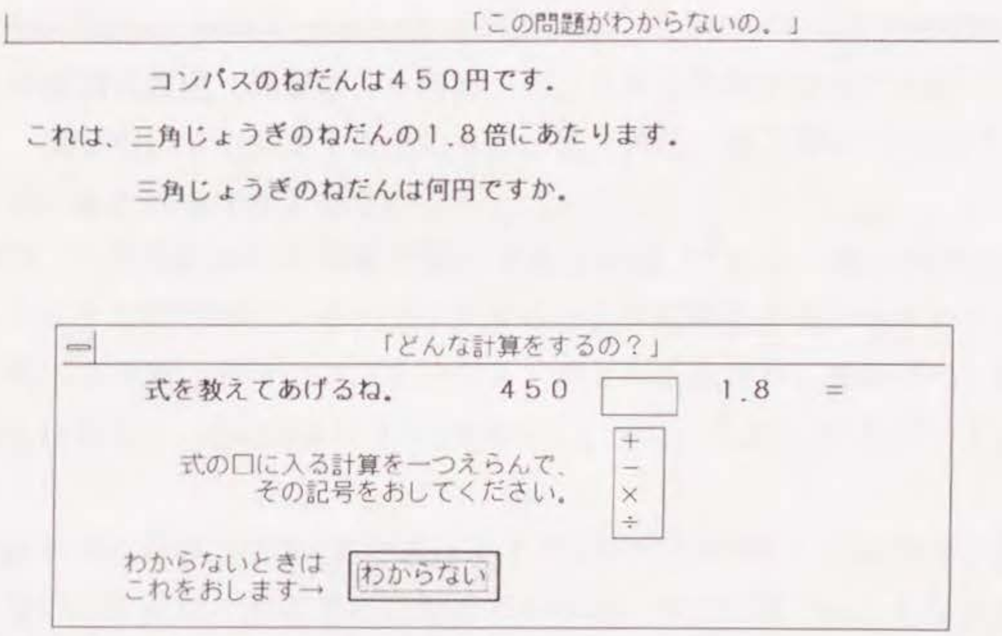


Fig.4.2a　理由説明課題：演算選択の画面

③**理由説明**：②で演算を選択した際の理由を被験児に説明させた。まず，画面に3つのボタンを提示し，説明の仕方を前もって選択させた。［絵を描いて教える］を選んだ場合には白紙を渡し，図や絵を描きながら説明させ，［言葉で教える］の場合には，そのまま説明させた。被験児の発話はカセットレコーダーで記録した。被験児がボタンをクリックして説明の終了を表明

した場合，もしくは最初に［教えられない］を選んだ場合は，②に戻って次の文章題が提示された。

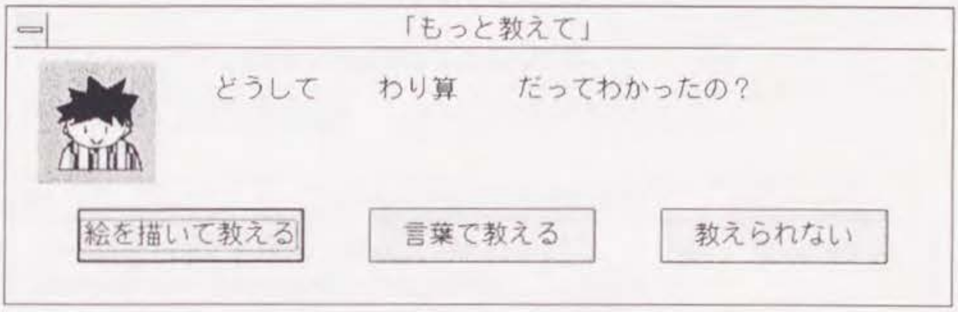


Fig.4.2b　理由説明課題：演算選択の理由を説明させる画面

注) 文章題提示の部分はFig.4.2aと同様で，下のウィンドウが本図のように変化。

2．理解調査課題　問題は，3問あった。乗算と除算が交互に正解となるように，第3用法で小数が1以上のもの，第2用法，第3用法で小数が1未満のものの順で問題を提示した。

①導入："次はあなたに問題を解いてもらいます"という教示が提示され，［いいよ］というボタンをクリックすると，課題場面が提示された。

②立式：文章題と同時にコマンドボタンが2つ提示され，被験児は，解決の見通しに応じて，[式が書けます]または[ヒントください]のボタンを選択した。

③正誤判定と分岐：②で[式が書けます]のボタンを選択した場合は，理由説明課題の②と同様の形式で立式が求められた。式が正答であった場合は，ボタンをクリックすると②に戻って次の文章題が提示された。誤答であった場合は，「今の問題でもう少し質問をします」というメッセージが提示され，ボタンをクリックすると，問題理解の状況を調査するための小問が続けて提示された。小問はa.→c.→b.の順で実施した。

a.求答事項選択…3つの選択肢の中から求答事項を選択させ，変換過程における質問文の理解を測定した。実際の画面をFig.4.3aに示す。

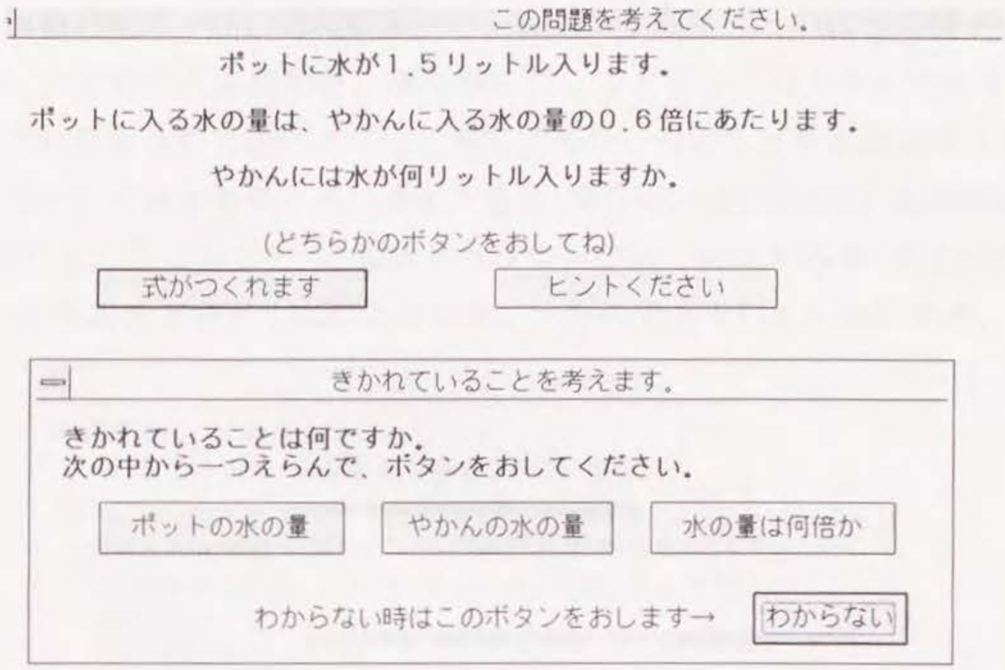


Fig. 4. 3a　**理解調査課題：「求答事項選択」の小問の画面**

b.**関係文の作成**…変換過程における関係文の理解を測定した。「□は□のx倍です」という文が提示された。xには当該の文章題での倍を表す数が表示されており，2つの□にあてはまる数量をそれぞれ言葉で選択させた。実際の画面をFig.4.3bに示す。被験児が選択した言葉はディスプレイ上の□の中に表示されるので，被験児は自分の選択を確認し，間違いがあった場合は修正することが出来た。

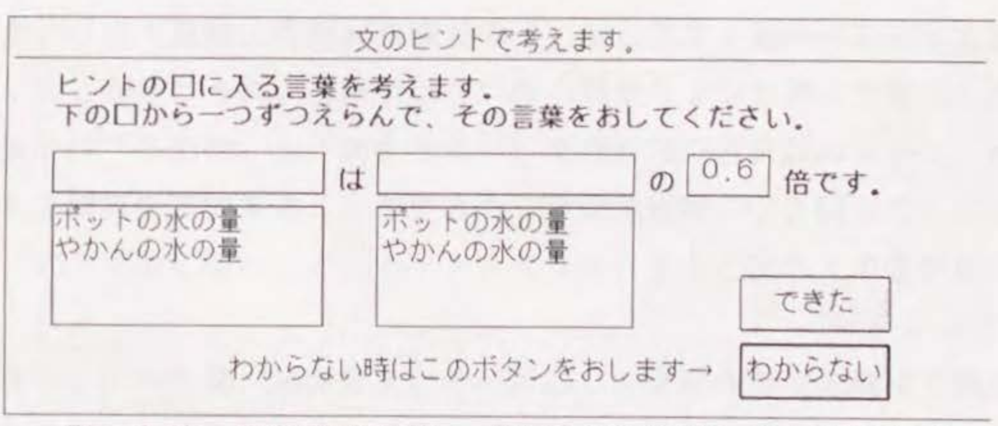


Fig. 4. 3b　**理解調査課題：「関係文の作成」の小問の画面**

注) 文章題提示の部分はFig.4.2aと同様で，下のウィンドウが本図のように変化。

c.**情報の統合**…統合過程における，割当文と関係文との統合の様子を測定した。文章題中の未知数が，既知数に対してどのような大きさであるかを，提示された線分の長さに基づいて選択させた。選択肢となる線分は3本用意し，既知数と当該の倍の積に対応する量(第2用法では正答)，既知数と等しい量(ディストラクタ)，既知数と当該の倍の商に対応する量(第3用法では正答)に対応する長さのものを用いた。実際の画面をFig.4.3cに示す。

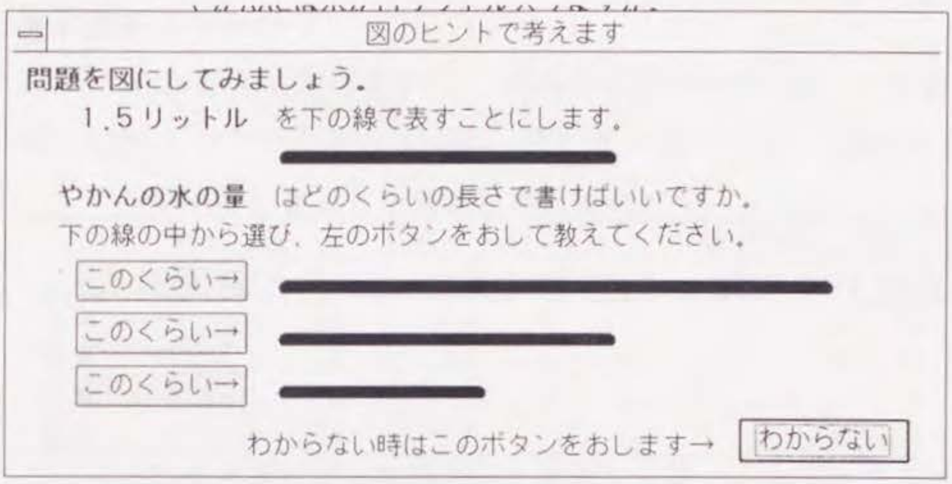


Fig.4.3c　理解調査課題：「情報の統合」の小問の画面

注) 文章題提示の部分はFig.4.2aと同様で，下のウィンドウが本図のように変化。

②で[ヒントください]のボタンを選択した場合は，問題のヒントという形式で，解決過程のうち立式に先立つ下位過程に対応した小問のリストが提示された。リストには，理解調査課題の3小問とプラン過程に対応した**演算選択**の小問とが挙げられ，被験児は4つの小問から1つを選んで解答した。**演算選択**では「その他」と「わからない」を含む10の選択肢の中から，解決に使用する演算を選択することができた。小問実施後，引き続いて立式が求められ，式の正誤に関わらず，ボタンをクリックすると次の文章題が提示された。

実験は，休み時間・放課後などを利用し，小学校内の空き教室で個別に課題を実施した。1人あたりの実施時間は約15分であった。

結　果

結果の分析は以下の手順で進める。まず，理由説明課題で得られた被験児のプロトコルを分類し，正答者と誤答者とで演算選択の手がかりを比較する。続いて，理解調査課題の小問での遂行を，正誤と解答内容の2点で分析し，問題理解の過程における誤答者のつまずきを検討する。

1.　演算選択の手がかり

理由説明課題の各文章題において，何らかの演算を選択した被験児には，その理由を述べさせた。Table 4.1は，選んだ演算ごとに，被験児がどのよ

Table 4.1 選択した演算と理由説明のモード（人）

	第2用法			第3用法(1以上)			第3用法(1以下)		
	言語説明	図を併用	説明不可	言語説明	図を併用	説明不可	言語説明	図を併用	説明不可
乗算	44	4	14	31	0	14	29	2	12
除算	6	0	9	23	1	9	14	4	11
加算	1	0	0	0	0	0	0	0	0
減算	0	0	0	0	0	0	1	0	1

注) 演算選択が出来なかった被験児を除く。太字は正答者

うな説明の仕方を選んだかを示したものである。理由を言語のみで報告した者は，第2用法では51名(選択者の65.3%)，第3用法(1以上)では54名(68.3%)，第3用法(1未満)では44名(59.5%)いた。このうち，説明中に演算を変更した場合を除いて，説明のプロトコルを分類した。分類にあたっては，関係文の内容への言及の有無，言及内容の正誤，「～倍」というキーワードへの言及の有無の3点を基準とした。

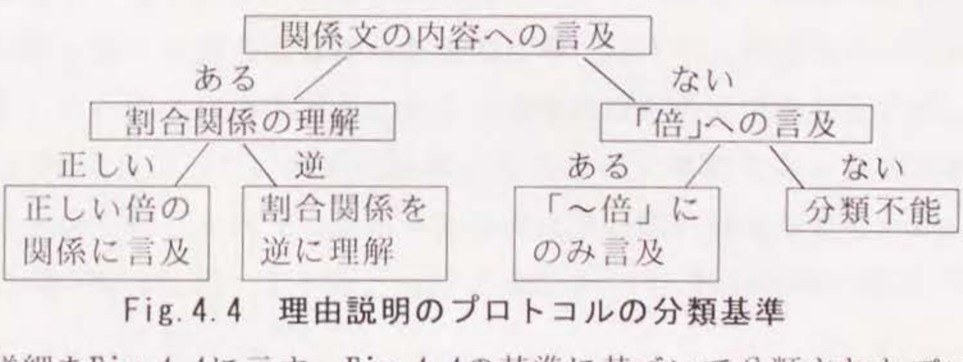


Fig.4.4　理由説明のプロトコルの分類基準

分類の詳細をFig.4.4に示す。Fig.4.4の基準に基づいて分類されたプロトコルの実例をTable 4.2に示す。また，各カテゴリーに分類されたプロトコル

の数を文章題の正誤別にまとめた結果をTable 4.3に示す。

Table 4.2　誤答者の理由説明の例：第３用法（１以上）の文章題の場合

分類カテゴリー	プロトコル例
正しい割合関係に言及	「コンパスの値段は４５０円で、三角定規の1.8倍やから、かけるにした。」
割合関係を逆に理解	「コンパスの値段は４５０円で、三角定規の値段は1.8倍にあたるから。」
"～倍"のみに言及	「倍というのは、かけ算ゆうことやから。」 「1.8倍だから、倍だから、かけ算。」

Table 4.3　各文章題の正答者と誤答者における理由説明の分類（人）

	第２用法		第３用法			
			（１以上）		（１以下）	
	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
正しい割合関係に言及	24	1	18	8	11	6
割合関係を逆に理解	1	0	0	7	2	3
「～倍」にのみ言及	18	0	3	10	2	10
分類不能	1	2	1	1	1	4
合計	44	3	22	26	16	23

誤答者が多かった第３用法の文章題に関して，説明の内容が，正答者群と誤答者群で異なるかどうかを検討した。

①正しい割合関係に言及した者の比率　第３用法の各文章題において，得られた全てのプロトコルを，正しい割合関係に言及したものとそれ以外の反応をしたものとにまとめ，χ^2検定を行った。分析の結果，どちらの文章題でも，正答者群において，正しい割合関係に言及した者の比率が高いことが明らかになった（１以上$\chi^2(1)=12.51$, $p<.01$；１未満$\chi^2(1)=6.99$, $p<.01$）。

②「～倍」にしか言及しなかった者の比率　同様に，得られた全てのプロトコルを，「～倍」にのみ言及したものとそれ以外の反応をしたものとにまとめ，χ^2検定を行った。分析の結果，どちらの文章題でも，誤答者群において，「～倍」にしか言及しなかった者の比率が高い傾向が見られた（１以上$\chi^2(1)=3.72$, $p<.10$；１未満$\chi^2(1)=2.92$, $p<.10$, Yateの修正に基づく）。

２．誤答者の問題理解

理解調査課題において，ヒントを求めず立式をした被験児のうち，誤答し

た者を対象に，問題理解の状況を３つの小問で探った。各文章題における対象者は，それぞれ，第２用法24名，第３用法(１以上)11名，第３用法(１未満)59名であった。

2-1.小問の正答率　求答事項選択，関係文の作成，情報の統合の３つの小問における正答率を，Fig.4.5に示す。a.求答事項選択は，どの文章題でも９割以上の正答率があったが，b.関係文の作成とc.情報の統合とでは半分程度の被験児しか正答していなかった。

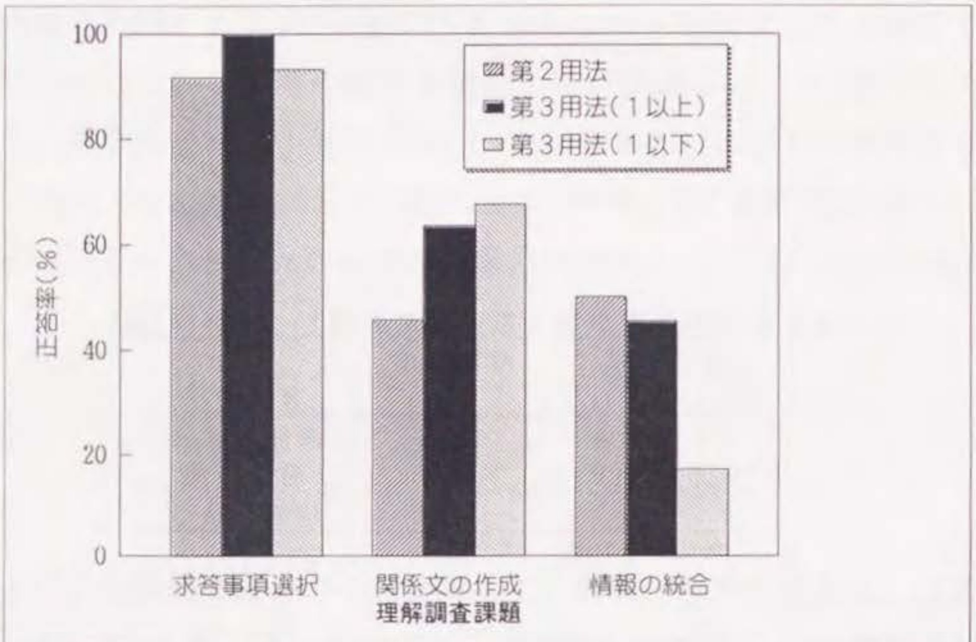


Fig.4.5　**理解調査課題の各小問における平均正答率(%)**

続いて，小問間での成績の差を，文章題のタイプごとに検討した。

第２用法の文章題では，a.求答事項選択に正答し，b.関係文の作成で誤答した者の比率が，逆のパターンを示した者の比率より有意に高かった(p=.001)。また，a.求答事項選択に正答し，c.情報の統合で誤答した者の比率が，逆のパターンを示した者の比率より有意に高かった(p=.006)。b.関係文の作成とc.情報の統合に関しては，そのような差は見られなかった。これより，求答事項選択の小問は，関係文の作成や情報の統合の小問より成績がよいといえる。

第３用法(１未満)の文章題では，a.求答事項選択に正答し，b.関係文の作成で誤答した者の比率が，逆のパターンを示した者の比率より有意に高かっ

た(p=.001)。a.求答事項選択に正答し，c.情報の統合で誤答した者の比率が，逆のパターンを示した者の比率より有意に高かった($\chi^2(1)=43.0$, $p<.01$)。b.関係文の作成に正答し，c.情報の統合で誤答した者の比率が，逆のパターンを示した者の比率より有意に高かった($\chi^2(1)=28.1$, $p<.01$)。これより，求答事項選択の小問は，関係文の作成や情報の統合の小問より成績がよい。また，関係文の作成の小問は情報の統合の小問より成績がよいといえる。

2-2.小問の解答内容　b.関係文の作成の小問に関して解答内容を分類した。分類結果をTable 4.5.1に示す。「わからない」を選択した者を除く被験児の解答内容について，その偏りを検討した。問題ごとにχ^2検定を実施したところ，第2用法と第3用法(1以上)では解答内容に偏りは見られなかったが($\chi^2(1)=.20$,n.s.; $\chi^2(1)=.82$,n.s.)，第3用法(1未満)では，正しい関係文を作成できた被験児の比率が有意に高かった($\chi^2(1)=10.29$, $p<.01$)。

Table 4.5.1 「関係文の作成」の小問での解答内容(人)

解答内容	第2用法	第3用法(1以上)	第3用法(1以下)
正しい関係	11	4	40**
逆の関係	9	7	16**
わからない	4	0	3

注) **：p<.01で差

同様に，c.情報の統合の小問に関して，解答内容を分類した。分類結果をTable 4.5.2に示す。「わからない」を選択した者を除く被験児の解答内容について，問題ごとにχ^2検定と残差分析を実施した。その結果，第2用法では求める数と既知数の大小関係を逆に捉えていた被験児の比率が少ないこと($\chi^2(2)=8.00$, $p<.05$)，第3用法(1未満)では大小関係を逆に捉えていた被験児の比率が高いことが明らかになった($\chi^2(2)=12.44$, $p<.01$)。第3用法(1以上)では解答内容に偏りは見られなかった($\chi^2(2)=1.40$,n.s.)。

Table 4.5.2 「情報の統合」の小問での解答内容(人)

解答内容	第2用法	第3用法(1以上)	第3用法(1以下)
正しい見積もり	11	5	10*
求める数＝既知数	9	2	14
求める数と既知数の大小関係が逆	1**	3	30**
わからない	2	1	5

注) *：p<.05で差，**：p<.01で差

2-3. 小問の解答内容のパターン　各文章題ごとに，解答内容のパターンの主なものをまとめた。対象者が選択した演算は，第２用法では除算，第３用法では乗算である。各パターンを示した人数をTable 4.6に示す。

Table 4.6　理解調査課題の小問に対する解答内容のパターン(人)

求答事項選択	関係文の作成	情報の統合	第２用法	第３用法(１以上)	第３用法(１以下)
正	正	正	6	4	9
正	正	求める数=既知数	3	—	9
正	正	求める数と既知数の大小関係が逆	—	—	17
正	正	できない	—	—	3
正	逆	求める数=既知数	3	—	3
正	逆	求める数と既知数の大小関係が逆	3	—	10

注) —：該当者が少ないパターン

考　察

I　割合文章題における問題理解

1.　演算選択の手がかり

問題解決後の説明より，割合文章題の解決における被験児の問題理解を，３通りに分けることができた。割合関係を正しく理解している場合，割合関係を逆に理解している場合，問題文中の"〜倍"というキーワードを手がかりとしている場合である。乗除算についての誤った概念に基づく説明を行った児童はほとんどいなかった。

割合関係を逆に理解している例は，そのほとんどが，基準量が未知であり除算を用いて解くべき第３用法の文章題で見られたもので，被験児が乗算に合わせて問題を理解していること，つまり第２用法の問題であるかのように理解していることが伺えた。

また，「倍っていうのはかけ算のことだから」などと「〜倍」のみを手がかりとする例は，第３用法の文章題でも多くみられた。正答者と誤答者のプロトコルの比較からは，第３用法で①正しい割合関係に言及した者は正答者

に多かったこと，②「〜倍」にしか言及しなかった者は誤答者に多い傾向があったことの2点が明らかになった。除算の式を立てられた児童は，キーワードではなく2量の関係に注目していたことが伺えた。

2．誤答者の問題理解

理解調査課題の遂行を分析した結果，3つの小問の中では，求答事項選択が易しく，関係文の理解と情報の統合はそれより困難であった。これより誤答者の問題理解について，きかれていることは理解しているが，「AはBの〜倍」という割合関係を正しく理解できていないことが言える。解決過程との対応で述べると，誤答した被験児でも，変換過程で質問文を正しく理解することはできている。しかし，関係文の理解や，統合過程での割当文と関係文との統合において，誤りが生じているのである。さらに，誤りの内容に関しては，c.情報の統合の小問での反応より，誤答者は，比較量と基準量の大小関係を逆に把握していたり，問題文中の数値と未知量を誤って関係づけていたりする，ということがわかった。特に第3用法(1未満)において，大小関係を逆にして見積もりを行った被験児の比率が有意に高かった。この問題では比較量が基準量の0.6倍であり，求めるべき基準量は比較量より大きいのだが，多くの誤答者が，既知量である比較量の0.6倍の大きさとして基準量を捉えていた。

小問への解答のパターンからも，同様のつまずきの傾向が明らかになっている。例えば，誤答者の最も多かった第3用法(1未満)の文章題では，次のようなパターンを示した被験児が多かった。ｱ)変換過程の課題には正答したが，統合過程において大小関係を逆にして2数を統合した。ｲ)ｱ)と同様，変換過程の課題には正答したが，統合過程で求める量と既知量を誤って結びつけた。ｳ)変換過程で，質問文は正しく理解したが，関係文の処理において割合関係を逆に理解し，統合過程でも大小関係を逆に捉えたまま誤った統合を行った。なお，この文章題では，求答事項と割合関係の理解，そして未知数の大きさの見積もりが全て正しいにも関わらず，乗算と誤答する被験児が目立った。「商は小さくなる」という誤った演算概念の影響が，その理由として考えられる。しかし前述のように，この概念は発話としては現れなかった

ので，この仮説は他の手法で再検討すべきであろう。

理由説明・理解調査の2課題を通して，明らかになったのは，次の点である。割合文章題の解決におけるつまずきは，変換過程での関係文の理解や統合過程で生じる。小学5年生は，キーワードにもとづいて演算を選択したり，割合関係を逆に捉えたりして誤答するのである。

II　つまずきの診断と今後の課題

本研究では，割合文章題の理解で児童が示すつまずきを，コンピュータプログラムを用いて検討した。本実験から，問題理解の測定にあたっては，問題についての児童の発話を利用することも1つの有効な手段であることが分かった。だが，現状のコンピュータプログラムでは，児童の発話プロトコルを音声入力などの手段で採取し，それに基づいたつまずきの診断を即座に行うようなことは困難である。従って当面は，本実験の理解調査課題で用いた選択式の診断質問を改良していくことになるであろう。今回設定した小問には，問題点が2点ある。1点目は，キーワード方略を用いて問題を解いている学習者を識別できないことである。2点目は，統合過程に対応する課題の妥当性である。本研究で用いた課題は，既知数と未知数との大小関係を，線分の長さに基づいて選択するものであった。ところが，本実験で実施した理由説明課題では，課題の中で選択肢として挙げられていたにも関わらず，演算選択の理由を図を用いて説明した児童は少数であった。つまり，多くの児童は，文章題を解く際に，問題の構造を線分図の形で理解しているわけではない。線分を用いた情報の統合の小問は，児童の問題理解の実態にあっているかどうか疑問である。統合過程の遂行を測定する課題は，今後検討していく必要があろう。

本実験のコンピュータプログラムでは，割合文章題を解かせて正誤を判定し，誤答の場合には，つまずきの位置を解明する診断的質問を実施することが可能であった。今後は，診断質問への反応に基づいてつまずきの位置を診断できるように，そして診断されたつまずきの位置と学習者の理解内容とに基づいて，その学習者に合った教育的指導が行えるように，プログラムを改良していくことを目指している。

つまずき診断は，解決過程に対応する診断質問で学習者が選んだ選択肢に基づいて行うことになるだろう。多肢選択法を用いるのは，コンピュータでの処理に向いていることと，自由回答方式に比べて解答時の負担が少ないことによる。その場合，選択肢の設定に配慮する必要があり，学習者の実際のつまずきを反映する選択肢を用意しなければならない。ただし選択肢の数が多すぎる場合は，内容を吟味せず選択肢を適当に選ぶことが起こりうるため，つまずきの典型例に基づく選択肢を絞り込むことも大切である。従って，診断質問を改良していくためには，解決過程でのつまずきについての基礎資料が多く必要となってくる。

また，つまずきに合った教育的指導の実施に関連して，今回の実験からは，キーワードに基づく演算選択や，倍の関係を逆に捉えるなど2量の関係づけの失敗が，割合文章題での誤答の主要な原因であることが示されている。今後は，このような誤りのタイプのそれぞれに対して，それぞれ有効な指導法を考案していく。個人にあったきめ細かな教授介入を考えていく際には，教授介入そのものの研究に加えて，文章題の解決過程についての，基礎研究の積み重ねが急がれる。

研究１０　つまずきの発見と介入および訓練

第１項　目標の設定とソフトウェアの構想

本研究では，文章題の解決過程におけるつまずきの発見に加え，つまずきへの介入と訓練を行うソフトウェアを作成し，小学生を対象にその効果を実証することを目的とする。

文章題の解決過程におけるつまずきの位置を診断するにあたり，本研究では解決過程に対応する診断質問を解かせることにする。具体的には，以下の診断質問を実施する。①**変換**過程における**質問文の理解**を，求答事項を選択肢から選ばせる質問で，また**関係文の理解**を割合関係を表す文を作成させる質問で，それぞれ測定する。②**統合**過程における，割当文と関係文との統合の様子を，関係文に数値を入れさせる質問で測定する。質問文の理解と関係文の理解の診断に利用する質問は，研究９でその妥当性が示されたものである。一方，統合過程での情報の統合に対する診断質問は，研究９や５とは異なるものを使用し，後で述べる訓練への導入に利用する。これらの診断質問で問題理解における誤りが明らかになった場合，その誤りを学習者にフィードバックし，問題文のうち，関連する部分の再読を求めて正しい理解を促す介入を実施する。

この介入に加え，本研究では，誤答者に対して訓練を実施する。１章で述べたように，数学的知識を持っていても，文章題を解く際にそれをうまく使えず誤答する場合がある。１章で紹介したのは整数の加減算の文章題の例であったが，研究９で扱った小数の乗除算の文章題でも，同じことが言えると考えられる。研究９の冒頭で示したように，「４２ cm は□ cm の２倍です」という形式で割合の３用法の理解を問う課題は，全体として高成績であった。これより，小学５年生は割合問題を解くための知識を持っており，割合関係を上記のような形で把握していれば，必要な演算を選ぶことができたと考えられる。従って，倍についての既有知識を利用しやすい形で問題の構造を表現する支援を行えば，文章題解決の成績が向上すると予測される。学習者が問題の構造を表現する手段として，先行研究では，本章で紹介した線分図や

スキーマ図が使われていた。本研究では，倍についての知識の利用を促すために，出題された文章題の構造を文を学習者に作成させることとする。与えられた文章題をもとに数字を用いた関係文を作成させ，それを参照しながら立式を行わせるような訓練によって，学習者が持っている割合の３用法についての既有知識を小数の問題の場合にも利用させることができるのではないだろうか。

本研究の目的は，誤答者に対して，*問題理解*を踏まえた介入と，既有の問題スキーマとの結び付けを促す訓練とをコンピュータ・ソフトウェアによって実施し，その効果を検討することである。

第２項　ソフトウェアの詳細

指導ソフトウェアはMicrosoft社のVisual　Basicで作成し，ウィンドウズ上で実行できるものである。被験児は，トラックボールを操作して，ディスプレイ上に提示されたコマンドボタンをクリックして反応した。指導は被験児ペースで進行した。

１．文章題

対象とした文章題は，割合の第２，第３用法を扱ったものである。問題の文脈は，液量を扱うものに統一した。第３用法に関しては倍を表す小数が１以上であるものと，小数が１未満であるものの２題を用意した。以後，前者を第３用法（１以上），後者を第３用法（１未満）と呼ぶ。使用した文章題の例は，Fig.4.6aを参照のこと。これは第３用法（１以上）の場合である。

２．指導の進行

①**導入**：トラックボールの使用の練習として，ディスプレイ上のコマンドボタンの中から，学習者自身の性別と所属クラスを選択させた。続いてディスプレイ上の［開始］ボタンをクリックすると，練習問題が提示された。

②**プレテスト**：画面上部に文章題が提示された。文章題の内訳は，割合の第２用法，第３用法で倍を表す小数が１以上のもの，そして第３用法で倍を表す小数が１未満のものの合計３問あった。３問の提示順は２通り作成し，学習者内でカウンターバランスした。文章題と同時に，コマンドボタンが２つ提示され，学習者は，解決の見通しに応じて，［式が書けます］または［ヒ

ントください］のボタンを選択した。実際の画面を Fig.4.6a に示す。学習者が［式が書けます］のボタンを選択した場合は，文章題を解くための演算の

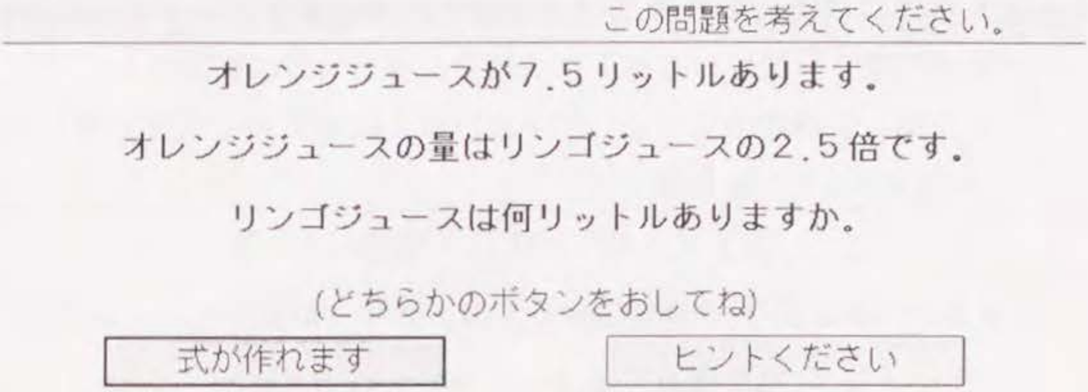


Fig. 4. 6a　**文章題提示画面**

選択を指示する教示が提示された。学習者は，式の空欄にあてはまる演算記号を選択肢の中から選んでクリックした。選択した演算記号はディスプレイ上の式の中に表示されるので，学習者は自分の選択を確認し，クリックの間違いがあった場合は修正することが出来た。文章題は問題を解き終わるまでそのまま提示された。実際の画面を Fig.4.6b に示す。学習者が作成した式が正答であった場合は，ボタンをクリックすると次の文章題が同じ形式で提示された。誤答であった場合は，③に示す介入が行われた。

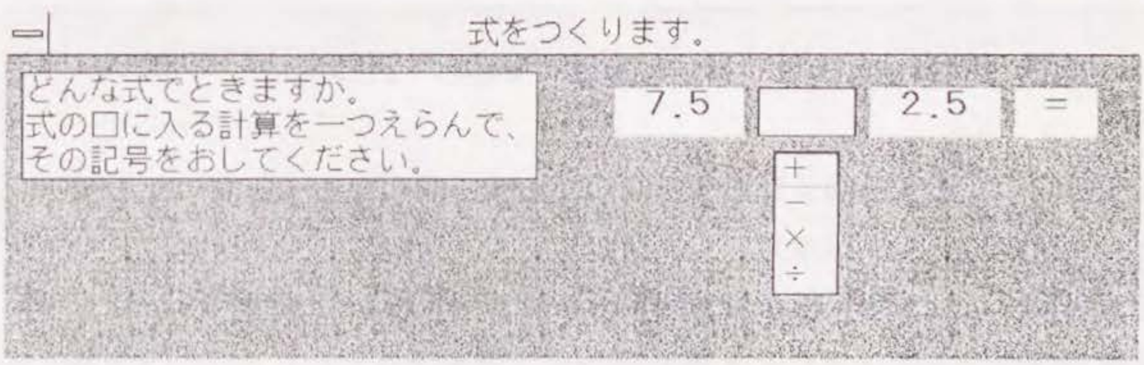


Fig. 4. 6b　**立式画面**

注) 文章題提示の部分は Fig.4.6a と同様で，画面下部に本図のウィンドウが新たに提示される。

③誤答者への介入：「今の問題でもう少し質問をします」というメッセージが提示され，ボタンをクリックすると，問題理解でのつまずきを探る診断質問が出題された。診断質問は，解決過程に対応させて3問が順に提示された。

a. 求答事項選択…教示とともに提示された3つの選択肢の中から，求答事項を選択させ，変換過程における質問文の理解を確認した。実際の画面をFig.4.7aに示す。学習者の解答が誤っていた場合は，そのことをフィードバックし，「問題文の3行目をよく読んでください」という指示を与えて，再度取り組ませた。本実験の文章題は全て，3行目が質問文にあたる。

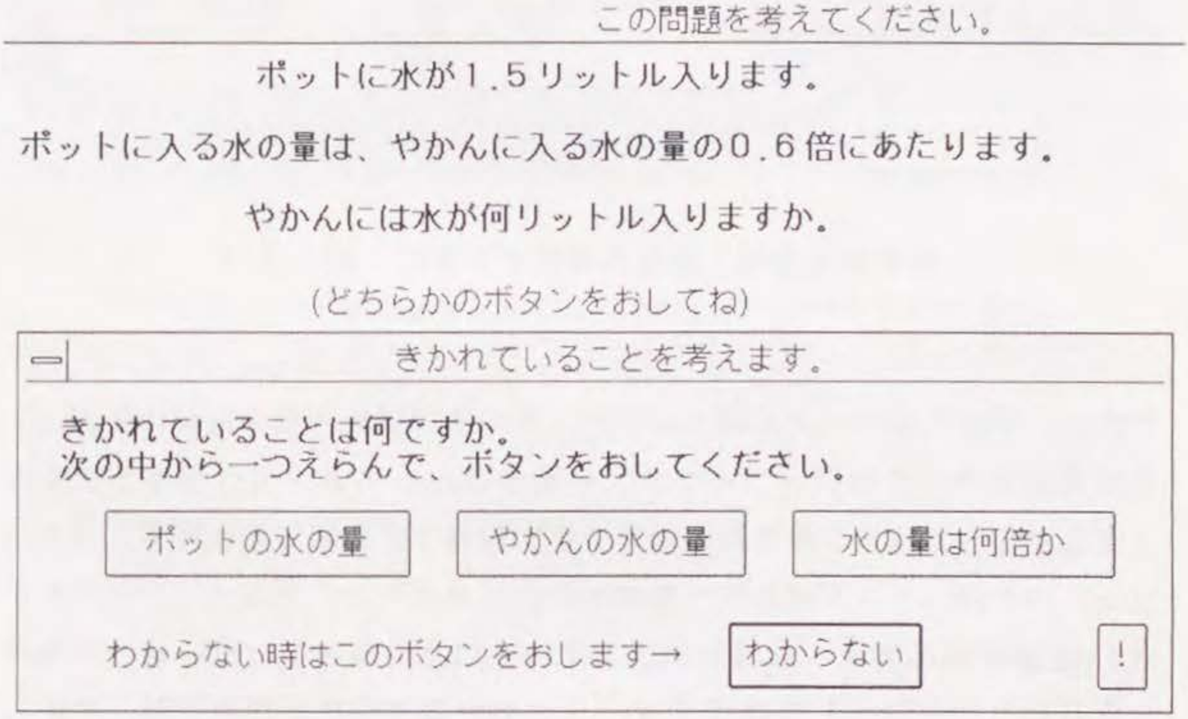


Fig. 4. 7a　**つまずき診断の画面：質問文の理解**

b. 関係文の作成…変換過程における関係文の理解を確認した。「□は□のx倍です」という文が提示された。xには当該の文章題の割合が表示されており，2つの□にあてはまる数量をそれぞれ言葉で選択させた。実際の画面をFig.4.7bに示す。学習者が選択した言葉はディスプレイ上の□の中に表示されるので，学習者は自分の選択を確認し，間違いがあった場合は修正することが出来た。解答が誤っていた場合は，a.と同様に「問題文の2行目をよく読んでください」と指示して再度取り組ませた。本実験の文章題は全て，2行目が関係文にあたる。

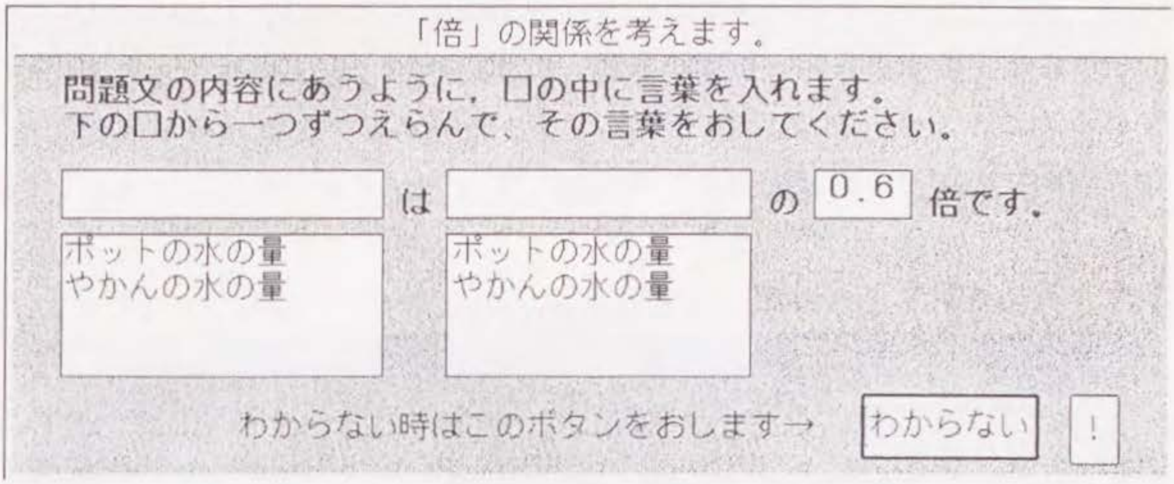


Fig. 4. 7b　つまずき診断の画面：関係文の理解

注) 文章題提示の部分は Fig.4.7a と同様で，下のウィンドウが本図のように変化。

c. **情報の統合**…統合過程における，割当文と関係文との統合の様子を式で表すことを求めた。b.で作成した関係文とともに，問題文中の既知数が表示され，学習者は，関係文を構成する要素から既知数に対応する言葉を選んでクリックした。クリックされた言葉は数値で置き換えられ，数字の入った関係文となった。この関係文はそのまま提示された。実際の画面を Fig.4.7c に示す。解答が誤っていた場合は，a.，b.と同様に「問題文の１行目をよく読んでください」と指示して再度取り組ませた。本実験の文章題は全て，１行目が割当文にあたる。

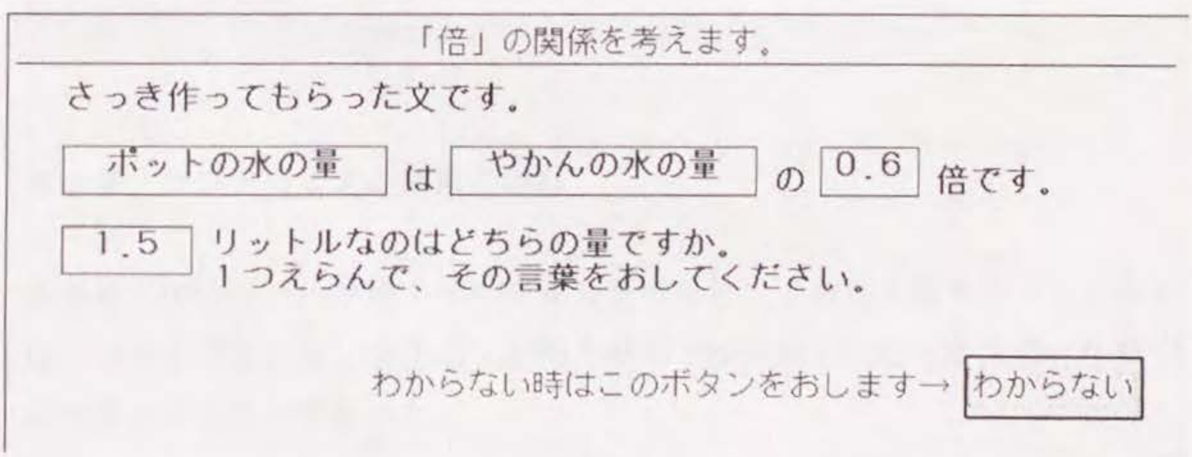


Fig. 4. 7c　つまずき診断の画面：情報の統合

注) 文章題提示の部分は Fig.4.7a と同様で，下のウィンドウが本図のように変化。

④誤答者への訓練：③ c. で作成した，数字の入った関係文を参照しながら，選択肢の中から演算を再度選ばせた。実際の画面を Fig.4.8 に示す。ここでは正誤のフィードバックは行わず，選択終了後は②に戻って次の文章題を提示した。

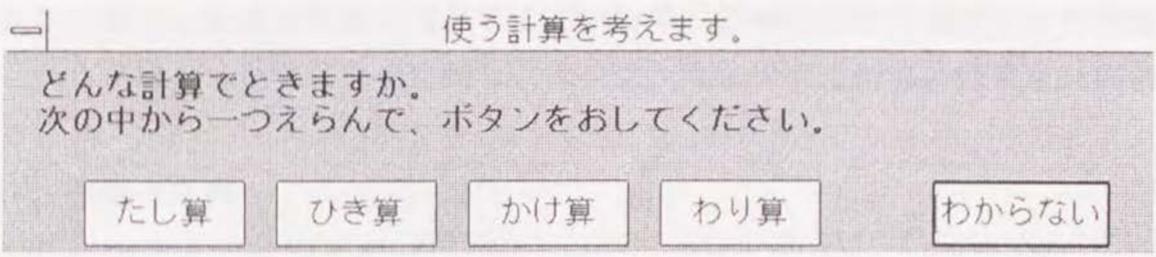


Fig. 4. 8　つまずき診断の画面：「情報の統合」の小問の画面

注) 文章題と数字の入った関係文は，Fig.4.7c の該当部分がそのまま提示されており，画面下部に本図のウィンドウが追加される。

③と④のステップは，学習者が②で［ヒントください］のボタンを選択した場合には，問題のヒントという形式で実施した。

⑤ポストテスト：プレテストと介入終了後，引き続いてプリテストと同程度の文章題を提示し，②と同じ形式で３問解かせた。３問の内訳はプリテストと同じである。ここでは，誤答した学習者に対する介入は行わなかった。プレテストが３問とも正答であった学習者には，テストは実施せず，難度の高い文章題を課した。

第３項　ソフトウェアの効果の検討

方　法

被験児　W市立O小学校５年生８４名を対象として個別実験を行った。内訳は，男子４７名，女子３７名，平均年齢は 10;8(9;10–10;9) であった。小数の乗除算は学習済みであった。

装置　パーソナルコンピュータ EPSON　PC–486NOTEAS，カラーディスプレイ キャラベル AV–14CRT，トラックボール NEOS HP–10。

手続き　休み時間・放課後などを利用し，小学校内の空き教室で個別に課題を実施した。１人あたりの実施時間は約 15 分であった。

結　果

結果の分析は以下の手順で進める。まず，プレテストとポストテストの成績を比較し，訓練の効果を確認する。続いて，訓練の効果が認められた児童とそうでなかった児童とを比較し，本ソフトウェアでの指導の効果を分析する。

１．訓練の効果

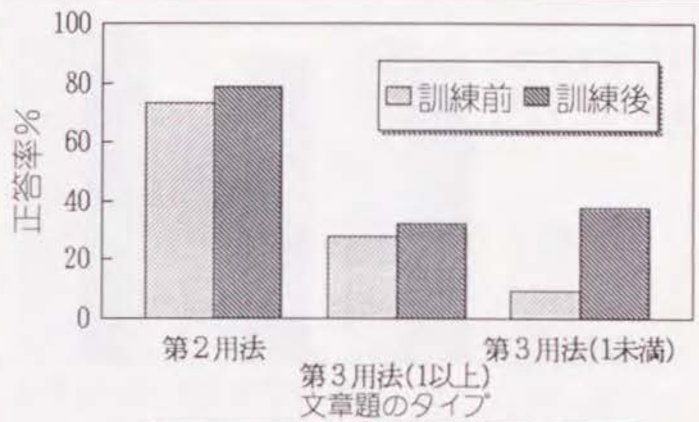


Fig. 4. 9 訓練の前後での正答率%

プレテストで全問正解だった９名を除く被験児 75 名について，介入と訓練の効果を検討した。残りの被験児における，プレテストとポストテストでの成績を，文章題のタイプごとに Fig.4.9 に示す。これらを，訓練２（前，後）×文章題のタイプ３（第２用法，第３用法：１以上，第３用法：１未満）の対数線形モデルを用いて分析した。その結果，訓練の主効果，文章題のタイプの効果，そして訓練と文章題のタイプの交互作用が有意であった（$\chi^2(1)=21.69$, $p<.001$; $\chi^2(2)=62.46$, $p<.001$; $\chi^2(2)=9.75$, $p<.01$）。交互作用の下位検定より，第２用法と第３用法（１以上）では訓練の前後で正答率に差はなかったが，第３用法（１未満）では訓練後の正答率が訓練前より上昇していたことが明らかになった。また，訓練前の成績は，第２用法，第３用法（１以上），第３用法（１未満）の順に悪くなっていたが，訓練後には，第３用法（１以上）と，第３用法（１未満）との間に差はなくなっていた。従って，本ソフトウェアでの介入と訓練は，第３用法で小数が１未満のタイプの文章題でのみ有効だったと言える。

2．指導の効果の分析

第３用法（１未満）の文章題で遂行が向上した被験児は 22 名，しなかった被験児は 46 名いた。なお，遂行が向上した 22 名の内訳は，訓練の段階で正しい演算を選べていた被験児が７名，ポストテストに取り組む際に正しい演算を選べていた被験児が 12 名，プリテストでは立式ができていなかった被験児が３名，となっていた。向上群と非向上群を比較した。分析対象者はそれぞれ 21 名と 45 名であった。まず，この２群でポストテストの遂行を比較した。３問中の平均正答数は，向上群が 1.2 問 (SD=0.73) で非向上群は 1.0 問 (SD=0.63) であり，正答数に有意な差はなかった（ t(60)=−1.3070, n.s.）。これより，両群にはもともと解決能力の差があったとは言えない。

続いて，問題理解調査および訓練時の遂行を比較した。各群における，問題理解調査と訓練での遂行を Fig.4.10 に示す。各課題で人数比を χ^2検定で検討した。その結果，問題理解調査のうち，関係文作成では非向上群の正答率が高かった（ χ^2 (1)=4.095, p<.05 ）。他の課題では差が見られなかった。演算選択訓練においては，向上群の正答率が高かった（ χ^2 (1)=9.988, p<.01 ）。

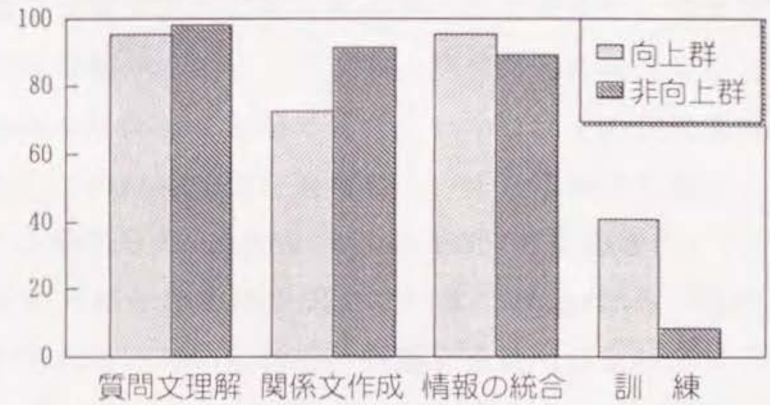


Fig. 4. 10 問題理解および訓練時の成績

考　察

本ソフトウェアでの介入と訓練は，第３用法で倍を表す小数が１未満のタイプの文章題でのみ有効であった。また，ポストテストでは第３用法の２問で成績に差がなくなっていたことより，この効果は，小数による抑制効果がなくなったことによると考えられる。２章で紹介した研究５では，割合文章題で解決に必要な演算を選択する際，問題の構造（第２用法か第３用法か）が影響し，第３用法では使われている小数のタイプがさらに影響することが

示されている。本ソフトウェアでの指導は，このうち小数の影響を除くことはできたが，問題の構造による影響に関しては効果が及ばなかった。

また，このタイプの文章題で指導が有効であった群では，割合関係の理解を問う質問でつまずきが発見された者が多く，また演算選択訓練での成績が良かった。関係文の作成の質問で診断されるのは，研究9でも報告されていた，乗算に合わせて割合関係を逆に理解しているつまずきである。この時点でつまずきが発見された被験児は，続く介入によって，自分の理解が誤っていたことと正しい割合関係とを認識する。このため，その後の遂行が改善される可能性が大きくなるのである。逆に見ると，有効でなかった群では，割合関係の理解を問う質問でつまずきが発見されなかった者が多い。つまり彼らのほとんどは，関係文を最初から正しく作成し，割当文との統合も正しく行って，数値を用いた関係文を作ることができた。しかし，その関係文をもとに，割合の3用法についての既有知識を適用して，正しく演算を選ぶことができなかったのである。研究9や Hegarty　et　al.(1995) で指摘されていた，キーワードによる問題解決方略との関連が想定される。Hegarty らのモデルによれば，このような方略を用いている者も，問題文を読んで意味ネットワークを構築する段階までは，望ましい方略を採っている場合と同じである。しかし彼らは，本来ならば問題モデルを作成すべき段階で，数値とキーワードしか表象せず，それらに基づいて解法をプランするのである。従って，問題文そのものの理解を問えば正しく答えるが，訓練でもポストテストでも正しい演算を選択することができなかったのだということが考えられる。このような学習者のためには，問題の構造を理解し問題モデルを作成するような解決方略を身につけさせる指導を考案する必要があるだろう。

本研究ではこのように，適切な指導を行うためには，問題理解のつまずきを探るだけでなく，学習者が用いている解決方略を診断することが重要になってくることが示唆された。

構想　ANIMATE小学生版

ここでは，第2項3．で紹介した Nathan et al.(1992) による ANIMATE をもとに，個別指導に活用できるコンピュータ教授システムを構想する。

Nathan et al.(1992) の研究では，大学の心理学の授業の導入として実験が行われた。このシステムを実際の算数教育で活用する際は，旅人算などの文章題解決を支援する他に，『速さ』の単元の導入や，速さの文章題解決でつまずいている学習者への介入に利用することが考えられる。

単元の導入に利用するという発想は，麻柄 (1995) の次のような指摘に基づく。「速さ」の概念は子どもにとって非常に難しい。児童は，『時速○キロ』という言葉を知っているし，時速 60km より時速 100km の方が速いこともわかっている。ただし，『時速とは1時間に進んだ距離だ』というように学習している児童の多くは，「速さ」を「距離」や「時間」と混同していて，走る距離の大小や走る時間の長短に関わらず速さは一定であることが理解できていない。従って，『速さ』の単元では，動いている物体が一瞬一瞬持っている量が速さであるということを，児童に理解させる必要がある。麻柄 (1995) ではそのためのアイディアがいくつか提案されていた。本論文ではそれらを参考にして，「速さ」の概念の獲得を支援するコンピュータ教授システムを構想する。また，同じシステムが，速さの文章題解決の支援や，文章題解決でつまずいている学習者への支援にも利用できるようにする。ここでは対象を小学生からとし，単純な速さの問題から旅人算までを扱える汎用性の高い解決支援システムを考案する。

ただ，ANIMATE の画面をそのまま日本語にしただけでは，小学生にはわかりにくいと思われる。a) 情報量が多すぎること，b) その割に画面上に説明が少ないこと，c) 式の選択肢や式のネットワークは抽象度が高く負担であること，特に，縦書き式を含むネットワークが，小学生の問題理解の様式にあっているかどうか，といった点が，改善すべき点として挙げられるだろう。具体的には，a) ひとつの操作が終わってから，次の教示を提示するようにして，学習者が一度に目にする新しい情報の量を抑える。例えば，線分

図のアウトラインが書けてから，数値入力モードを提示するなど。b)アニメーション操作パネルの表示を工夫するほか，「わかっている数字を書いてください」「式を書きます」などの教示を表示する。教示は音声でも提示する。c)式の選択肢や式のネットワークは使わない。普通の横書きの式の形式を採用し，問題文中の数値で穴埋めをさせる。数値と演算記号は，ANIMATEと同じ計算機画面で入力させる。旅人算の場合は，小学生に合わせて，ヒントの小問を与えて，(速さ)×(時間)=(距離)の基本の式にもっていく。他に，細かな改善点としては，アニメーションを，線分の上を対象が走る形にすること，移動距離を対象のすぐ下に表示することを考えている。また，独自に付け加える点として，解決過程におけるつまずきを診断し，対処することを計画している。

1．『速さ』の単元の導入，あるいは速度概念の理解に利用する場合

画面中央に，汽車が線分の上を走るアニメーションを提示する。スピードメーターで速さを示す。汽車が走った部分の線分が太くなり，図の上部に走った時間が，下部に走った距離が表示される。スピードメーターの下部に，速さを入力する箱を用意しておく。学習者は，計算機画面を用いて数値を入力する。入力した値に基づいてスピードメーターが設定される。設定後，アニメーション操作パネルの［うごかす］をマウスでクリックすると，メーターの値に基づいてアニメーションが作動する。1秒毎に，作動後の時間と移動距離が数字で示される。また，設定された速さが「このはやさを，秒速○mといいます」という文の形でフィードバックされる。秒速の場合の画面をFig.4.11に示す。

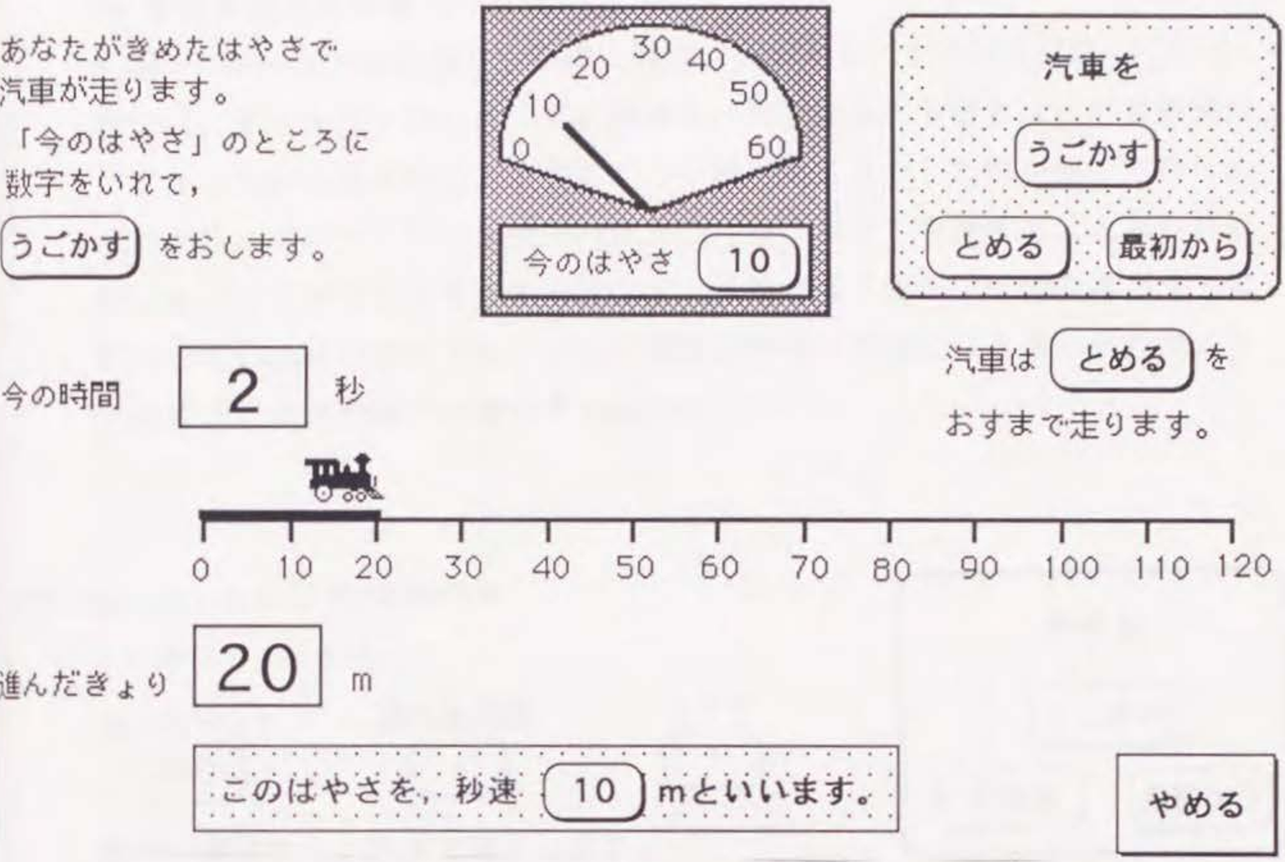


Fig. 4. 11 筆者が考案したANIMATE小学生版の「速さ」概念導入場面

学習者がスピードメーターに入力した値に基づいて汽車が走るアニメーションを提示する。
この画面は，アニメーション作動開始から2秒後の状態を示す。

2．文章題解決を支援する場合

問題文に登場する対象の数によって，システムが問題のジャンルを判断し，それに基づいてプログラムが分岐する。まず，対象が1つの場合は，単純な速さの問題だと判断される。一方，対象が2つの場合は，どちらが速いかを決めるタイプの問題と，それ以外の問題が含まれる。後者はいわゆる旅人算の問題である。旅人算には，経路が直線である問題と円形や長方形である問題があるが，本論文は経路が直線のものに限って述べる。

2a. 単純な速さの問題への支援

①アニメーションの他に，距離，時間，速さを入力する箱を用意しておく。箱には，デフォルトの値の「？」が表示されている。学習者は，計算機画面でわかっている数を箱に入力する。②距離の箱に入力した値が線分の端に表示される。アニメーション操作パネルの［うごかす］を押すと，入力された値に基づいてアニメが作動する。③アニメ停止後，画面下部の立式エリアにわかっている数が表示され，学習者は数値の間に演算記号を書き込む形式で立式する。秒速の場合の画面を Fig.4.12 に示す。

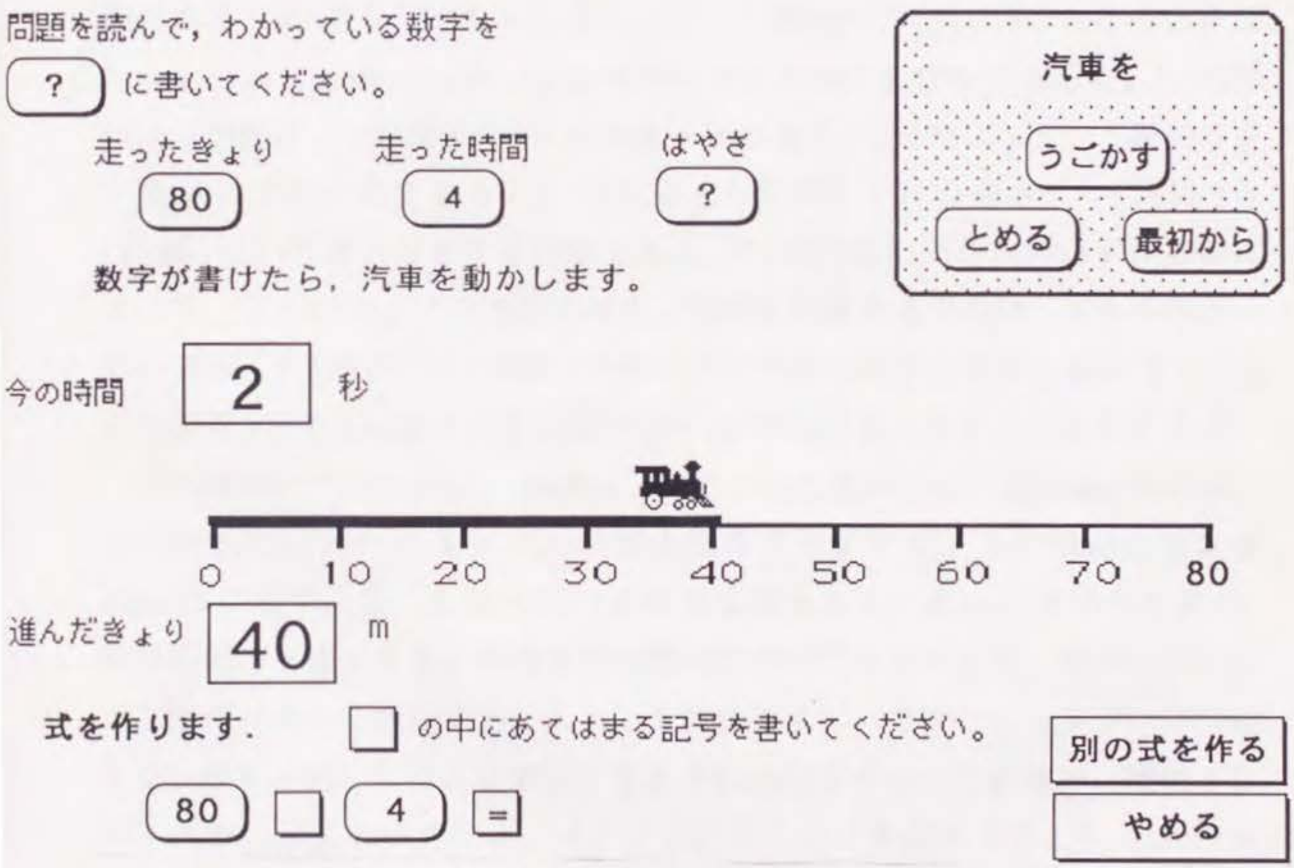


Fig. 4.12 ANIMATE小学生版の「速さ」問題解決支援場面

学習者が箱に入力した値に基づいてアニメーションが作動する。画面下部の”式を作ります”の教示より下の部分は，実際にはアニメーション停止後に表示される。［別の式を作る］のボタンは，2つの対象に速さを比較する問題で使用するものである。

2b.速さを比較する問題への支援

2a.の画面と同じものを使用する。学習者は，1つの対象の速度を算出した後，［別の式を作る］をクリックし，同じ作業を繰り返す。

2c.旅人算への支援

ANIMATEと同様，学習者は，アニメーションのフィードバックを参考にして式を作る。支援は，次のチャートに従って進行する。①キャラクター選択の画面は，ANIMATEのものをそのまま採用する。学習者はキャラクターの絵を選んで線分図上に位置づける。②システムが描かれた図から問題のタイプを判断し，それによってプログラムが分岐する。図は，次の3通りに分類される。ア.違うところから向かいあって進むもの，イ.同じところから反対向きに進むもの，ウ.同じところから同じ方向に進むものである。ア.の図になる問題は，(距離)÷(Aの速さ＋Bの速さ)＝(時間)という解き方をするタイプのものである。イ.の図は(Aの速さ＋Bの速さ)×(時間)＝(距離)という解き方をする問題である。ウ.の図は出発が同時かずれるかによって，2つのタイプの問題になる。同時に出発する場合は，(Aの速さ－Bの速さ)×(時間)＝(距離)で解くタイプのもので，ずれる場合は(AとBの距離)÷(Aの速さ－Bの速さ)＝(時間)で解くタイプのものである。

これ以降のプロセスは，Nathan et al.との比較のため，ANIMATEの説明で使われていたア.のタイプの問題の場合で解説する。この場合の画面をFig.4.13に示す。③「わかっている数字を書きます」という教示とともに，計算機画面を提示する。問題文中の数値を空白に入力させる。④アニメーション操作パネルを提示する。入力した数値に基づいてアニメーションが作動する。作動と同時に時計が動く。それぞれの対象が走った距離が，数値で提示される。⑤基本の式の，1ステップ前のヒントを提示する。ア.の問題では，(Aの速さ＋Bの速さ)を考えさせることがヒントであり，「2つのものは，1時間にどれだけ近づきますか」という形で出題する。同時に，入力した数値を使って，演算部分が空白の数式が提示される。学習者は空白を埋めて，ヒントに対する式を完成させる。⑥ヒントの数値も使って，答えを出すための式を立てさせる。学習者は，数値と演算記号で穴埋めして立式する。

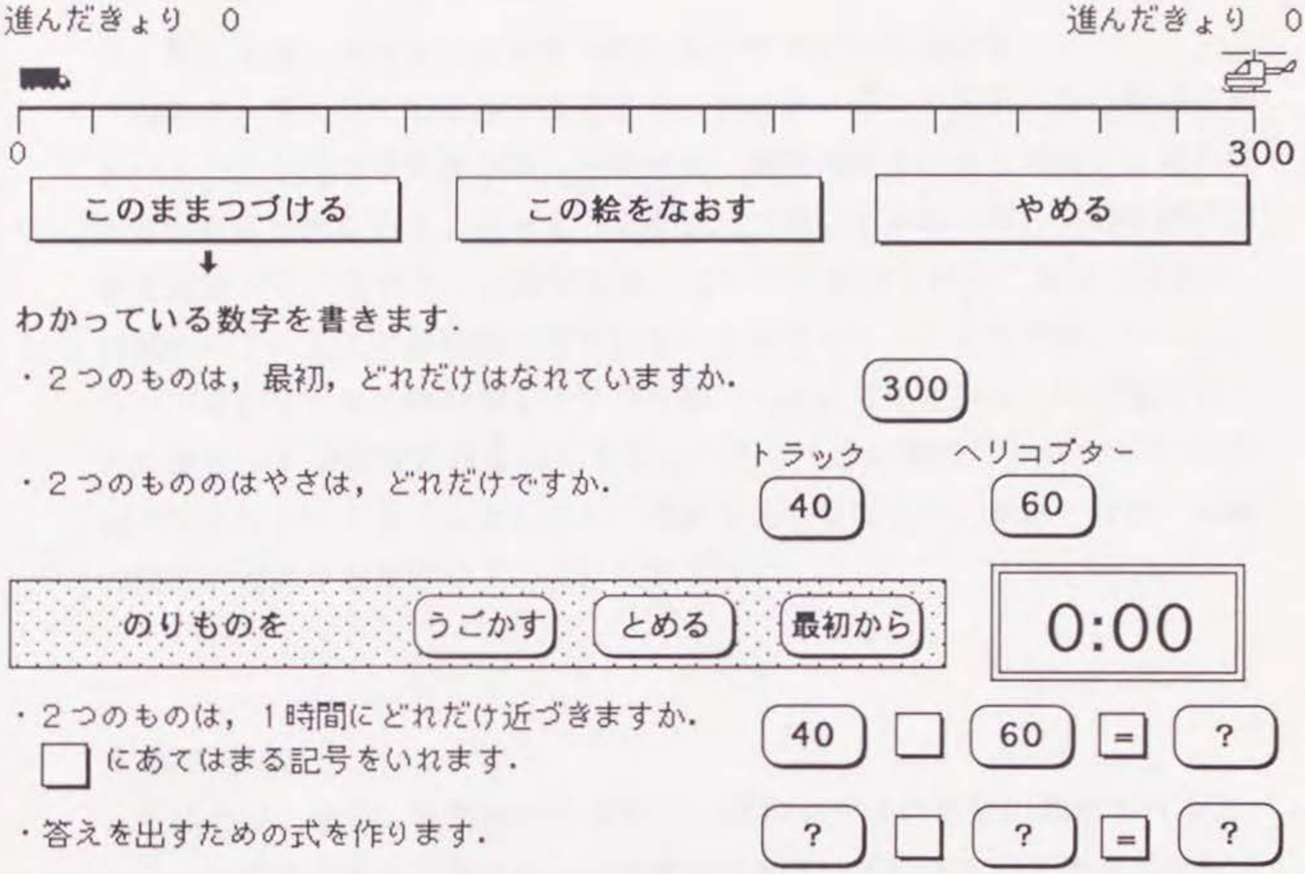


Fig. 4. 13 ANIMATE小学生版の「旅人算」解決支援場面

この場面は，学習者が，アニメーションになる図の作成と数値の入力とを終えたところを示す。この後，［うごかす］ボタンを押すとアニメーションが作動する。アニメーション操作パネルより下の部分は立式エリアで，実際にはアニメーション停止後に表示される。

このように，ANIMATE 小学生版は，コンピュータの利点を生かして，学習者に動画や音声などのフィードバックを与え，『速さ』の単元の導入や文章題解決の支援に貢献するシステムである。小学校学習指導要領は，算数科の目標のひとつに「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力」を育てることを挙げており，文章題解決は，この目標を目指した活動である。文章題はしばしば，日常生活での経験と直接にはつながらないという批判を受ける。しかし，ANIMATE 小学生版のような教授システムを用いて，問題になっている状況と子どもが知っている世界とのつながりを明瞭にすることで，学習者の理解を助け，見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てることが出来るはずである。

3．解決過程におけるつまずきへの対処－今後の研究の指針

最後に，旅人算におけるつまずきへの対処をいくつか提案する。前述のチャートの①や③で学習者が誤った場合は，問題の個々の文を理解する能力に問題があると思われる。従って，文を読んで図にするなどの，文の理解の訓練を実施する。⑤で誤った場合には，２つの対象が１時間に近づく距離が，時速の和であることが理解できていないと考えられる。介入では，アニメーションを作動させて時計が１：００を指した時点で停止させ，各対象が走った距離を示す数値を読みとらせるとよいであろう。⑥の場合は，先に2aで紹介した部分のシステムを活用し，単純な速さの問題で，速さ・時間・距離の関係の理解を徹底させるとよいであろう。

４章の要約

４章では，まず，教育的介入を扱った認知心理学の研究の概観を行った。これらの研究成果を下敷きに，学習者がつまずいている内容を考慮した個別指導を行うコンピュータ・ソフトウェアの開発を目指して行われた基礎研究を紹介した。研究９では，コンピュータを利用した問題理解の測定を試み，割合文章題のつまずきについてのデータを収集した。本研究で作成されたコンピュータプログラムでは，割合の文章題を解かせて正誤を判定し，誤答の場合に診断的質問を実施して，つまずきの位置を診断することが可能であった。研究１０ではこれを受けて，問題理解でのつまずきの発見とそれに対する介入を行うソフトウェアを作成した。このソフトウェアではさらに，文章題から数字を用いた関係文を作成させ，それを参照しながら立式を行わせるような訓練を実施した。訓練は，学習者が持っている割合の３用法についての知識の利用を促すことを狙ったものである。小学生を対象とした個別実験で，ソフトウェアによる指導の効果とその限界が明らかになった。また，先行研究で開発されたコンピュータ教授システムを参考に，速さの文章題を指導するソフトウェアを構想した。

終章　結論と問題提起

第1節　研究結果の総括

第1項　何が文章題を難しくしているのか

1．解決過程におけるつまずきについての先行研究と今後の課題

2．本論文の研究で明らかになったこと

第2項　文章題解決の成績に関連する要因について明らかになったこと

第3項　文章題の指導法について明らかになったこと

第2節　研究の発展の方向に関して

第1項　メタ認知

第2項　学習に対する態度・感情

第3項　エキスパートと初心者の比較

第3節　結びにかえて

第1節　研究結果の総括と課題

本論文の目的は，認知心理学のアプローチを用いて，文章題解決におけるつまずきとその原因を検討し，文章題に対する指導のあり方について示唆を与えることであった。そのための方向として，序章の終わりで，算数文章題に関する4つのテーマを示した。本章ではこのうち，最も基本的な疑問である①「何が文章題を難しくしているのか」というテーマを，情報処理アプローチに基づく②の疑問と融合させ，3つのテーマにそって，現在明らかになっていることと今後の課題とをまとめる。

第1項　何が文章題を難しくしているのか

1．解決過程におけるつまずきについての先行研究と今後の課題

認知心理学では，情報処理アプローチに基づいて，文章題の解決過程を分析する試みがなされている。先行研究では，解決モデルの作成，解決過程の分析，コンピュータ・モデルの作成が行われている。

1－a. 解決モデル

文章題の解決モデルについては，大まかなものから細かなものまで多く作成されているが，注目に値するのは解決方略を考慮した Hegarty et al.(1995) のモデルであろう。2章でも触れたように，実際の問題解決過程の進行には個人差があり，どのような方略を用いるかによって，解決過程の進行は異なってくるはずである。Hegarty らのモデルは2つの解決方略についてのものだったが，これを参考に，用いる解決方略による違いも考慮に入れた解決モデルを構築していく必要があるだろう。

1－b. 解決過程での遂行の検討

本論文では，解決過程を複数の下位過程に分け，下位過程に対応させた課題で遂行を測定する方法で，2つの研究を実施した。この方法にはさらに，コンピュータ・プログラムを導入して紙筆検査の欠点を補うという発展の方向が示唆できる。解決過程での遂行を明らかにするための手法としては，この他に，プロトコルや反応時間を利用するものが考えられる。プロトコルの

利用に関しては，4章の研究9で，演算決定の理由のプロトコルの分析を行った。また，反応時間について，研究1ではめぼしい結果が得られなかったが，例えば，下位過程ごとの所要時間を測定し，そのパターンから児童の解決方略を明らかにするような利用の仕方が考えられるであろう。

1−c. シミュレーション

教育現場で使われている課題を使ってシミュレーションモデルの研究を進めていく場合，忘れてはならないことがある。それは，作られたモデルが計算機の上で動くか否かを確認するだけでなく，実際の子どもの問題解決活動へのあてはまりを常にチェックしていく必要があるということである。こうすれば解ける，ということを示すだけではなくて，実際に使われている方略をも検討していかないと，そのモデルはおそらく引き継がれて行かないだろう。文章題が解けない子どもや誤答する子どもの解決過程はどうなっていて，何が障害になっているのか，という点を明らかにするようなシミュレーションモデル作りが望まれる。教育的な内容を扱っている限りは，教育指導への示唆が引き出せるようなものこそ，発展性のあるモデルといえるだろう。

2．本論文の研究で明らかになったこと

文章題解決を複数の下位過程にわけ，下位過程で生じるつまずきについて検討した。2種類の文章題についての研究より，つまずきの原因が問題を理解する過程にあり，特に必要な数値の関係づけが難しさの原因になっていること，そして問題文中の数値のタイプが関係文の理解に，問題の構造が情報の統合や解決のプランに，それぞれ影響して，つまずきを引き起こしていることが明らかになった。

第2項　文章題解決の成績に関連する要因について明らかになったこと

認知心理学・認知発達からは，記憶容量と知識の量の影響が示唆されている。文章題に関しては，加減算の文章題を解くのに必要な知識として，部分−全体の関係や数の集合に関する論理・数学的知識と問題の構造を把握するための言語的知識が挙げられていた。

本研究では，乗除算の文章題について検討を行い，関連する要因を解明し

た。記憶容量（リーディングスパン）は関連が認められず，一連の研究では，関連する知識を検討した。知識の要因について，まず言語や数に関する一般的知識が指摘された。しかし，知能検査で測定される一般的な知識よりもむしろ，計算力すなわち計算手続きに関する既有知識の習得の程度との関連の方が強かった。さらに，知識の内容は文章題のタイプによって異なり，複雑な文章題では問題理解の能力が，単純な文章題では領域固有の知識が関連していることが明らかになった。

関連する知識についての研究を発展させる方向としては，例えば，必要な知識の獲得の様子に基づいて，個々の児童の文章題の成績を予測する，簡便な判別テストを開発していく試みや，本論文で指摘された諸知識をどれほど獲得しているかによって，実際の問題解決の様相がどのように違ってくるのかを，個別に検討していく研究などが考えられる。

第３項　文章題の指導法について明らかになったこと

指導法については，これまでの研究で，単に解き方を示したり問題をたくさん解かせたりするだけでは，文章題解決能力を向上させることはできないこと，従って，問題の構造を理解させる指導をしなければならないことが明らかになっている。子どもが持っている知識を引き出しやすい形に問題文を書き換える試みもなされているが，構造を把握する能力を高めるための介入として，認知心理学では，問題文を図化する技術の教授や，アニメーションによる支援が行われ，一定の成果を上げている。

本論文では，これを発展させ，児童が解決過程のどの時点でどのようにつまずいているのかを診断した上で，それにあった指導を行うコンピュータ・ソフトウェアの作成を目指した。開発した指導ソフトウェアは，特定のタイプの文章題において遂行を向上させることができたものの，現場にフィードバックできるものとはいいがたい。また，個別実験を通して，個々の児童が用いる解決方略を判定し，それに対応させて指導のやり方を決定するように，ソフトウェアを改良していく必要があることも示唆された。

様々な文章題を対象に，個々の生徒にあった指導を効果的に行うためには，

さらなる研究が必要である。今後は，文章題への教授介入の諸研究や教育実践の試みで得られた知見を参考にしつつ，具体的な教授介入の方法を検討し，その効果を実証的に検証していくことが課題となる。また，児童が用いる解決方略の判定に関しては，認知心理学研究で用いられている手法や，序章で紹介した Siegler による方略選択や方略発見の研究の方法論と成果を参考にして，研究を行っていくことになるであろう。

第２節　研究の発展の方向に関して

前節でまとめたように，本論文では，認知心理学的なアプローチに基づいて文章題解決を検討してきた。その際，取り上げられなかった要因がいくつかある。ここでは，メタ認知と呼ばれるプロセスや，学習活動に関する情意面など３つの点に関する先行研究を紹介し，研究の新たな発展の方向を示唆する。

第１項　メタ認知

様々な認知活動において重要な役割を果たしているものとしては，本論文で紹介した要因の他に，メタ認知が注目されている。メタ認知とは，認知活動そのものを認知の対象とした認知の働きであり，例えば，自分の活動を予測したり，活動の過程をモニターしたり，活動の結果をチェックしたりする活動がこれにあたる。このようなメタ認知が十分に発達すると，自分の認知活動をうまく統制することができるようになるのである。それゆえ，能力・適性の低い子どもであっても，メタ認知的知識があれば問題解決に優れた成績を示すことが実証されている (Swanson,1990)。文章題を対象とした研究では，３章で紹介した岡本 (1991) で，メタ認知的知識の発達の程度が算数文章題の解決に及ぼす影響が検討されている。この研究は，小学生を対象に，算数と一般的な学業課題に関するメタ認知的知識を問う質問紙を実施し，その得点が高い群は，文章題解決の成績が良く，問題解決で有効な自己制御を

行い，式に過剰情報を取り入れないことを明らかにした。

第2項　学習に対する態度・感情

算数文章題のような教科内容の能力を問題にする場合は，本論文で問題にしてきた認知的能力に加えて，学習活動を受け入れる態度や感情といった情意面を考慮することも重要である。特に算数・数学は，数式や図形を見ただけで頭が痛くなるといった否定的感情を持たれがちな教科であり，このような感情が成績に影響を与えていることは十分考えられる。

一般的に，男性は数学が得意で女性はそうでない，ということがよく言われるが，女性の数学恐怖は，能力よりも動機の部分に原因があるとされている。例えば，Licht & Dweck(1984) は，失敗経験によって無力感をもつ傾向のために，女子は最初の失敗以後，数学が分からなくなるという解釈を検証した。彼らは，10 歳の女子と男子に，失敗したときどのように反応するかを質問紙で尋ねた。この質問紙を元に，子どもを無力感グループと達成志向的グループに分けた。その後，それぞれのグループの女子と男子をさらに2つの条件に分ける。一方の条件では，まず新しい数学概念を教えられる時に似た，難しく混乱する課題を与えた。達成志向的な子どもでは，直前に混乱する課題を与えられても，問題解決に否定的な影響は表れない。しかし，失敗に際し無力感を持つ子どもは，混乱する課題を与えられた後での問題解決は明らかに退行している。この結果は，最初に無力感を持つと分類されたグループ内では男女共通だった。また，達成志向的と分類されたグループの傾向も男女に共通だった。性別の違いは，主に最初の分類でどちらのグループが多いかという割合の違いだった。

これは性差を念頭に置いた研究であるが，子どもの思考に対して動機づけが影響することを示した点は，一考に値する。子どもの持つ無力感が，算数文章題の遂行に影響を与えていることについては，今後検討する必要がありそうだ。

第3項　エキスパートと初心者との比較

本論文では，関連する知識の獲得の程度という観点から，文章題の成績の

良い者とそうでない者との違いを解明してきた。一方，認知心理学では，エキスパート (expert) と初心者 (novice) との比較を通して，所有している知識の量や構造化の程度の違いや，記憶や問題解決に見られる違いが研究されている (e.g. Chi,1978, Chi et al.,1982)。文章題に関しても，文章題の成績が良い者とそうでない者とを比較した同様の研究が行われている。その一部は，本論でも紹介したが，両者の相違点に関して報告された内容を以下にまとめておく。文章題の分類・カテゴリー化の仕方 (Morales et al.,1985; Hardiman, Dufresne,& Mestre,1989)，問題文の再生成績 (Cummins et al.,1988; 多鹿・石田,1989b)，質問文生成の成績 (Cummins et al.,1988)，問題文中の過剰な情報を選別したり足りない情報を補ったりする編集能力 (Low & Over,1989) などである。いずれも，文章題の成績の良い者が，高いパフォーマンスを示している。分類等における差は，エキスパートが問題の構造に基づいて行うのに対し，初心者は文脈など表面的な特徴に基づいて行うというものである。これらの結果はいずれも，問題スキーマの獲得という観点から説明できる。また，スキーマがどのように獲得されるかについての研究も行われており，例えば Cummins(1992) は，１つの問題を分析するのではなく，複数の問題で問題構造を比較する作業が，スキーマの獲得に有効であるとしている。

第３節　結びにかえて

ここ１０年くらいの間に，本邦でも文章題に関連する研究が増えてきている。最近のもので注目に値するのは，小学生を対象に，文章題解決の促進における教授法の効果を検討した中川・新谷 (1996) である。この研究では，メタ認知能力が文章題解決能力に深く関連しているという知見を下敷きに，問題解決の方略やスキルの利用の意義づけと，それの方略の実行過程における自己統制を訓練することが重要であると考えた。このような考えに基づき，３つの教授法を用いた実験授業を行って，それぞれの教授法が文章題の解決の定着と促進にもたらす効果が比較検討されている。複数の条件を設定して

訓練授業を行うような研究は，実施が非常に難しいのであるが，文章題の指導法について検討していく研究が，今後増えていくことを期待したい。

これまでに述べてきたように，情報処理アプローチによって，文章題の解決過程とその難しさに関して，多くのことが明らかになっている。よりきめ細かな個別指導を考案するためには，情報処理アプローチによる研究成果を利用していくのが有益であろう。例えば，文章題の難易に影響する要因にはどのようなものがあり，それらの要因によって文章題はどのようにタイプ分けされ，どのタイプの問題が難しいのか。指導を考える上で，課題についての知識は，まず知っておかなければならない点である。さらに，それらの問題を，児童がどのように解いているのか。つまり，一般的な解決過程の進行と，児童が用いる問題解決方略について知っておく必要がある。解決過程についての知識は，児童の誤答が，解決過程のどの部分でのつまずきによるものかを解明する際の基盤となる。また，指導や介入を行う際に，それが解決過程のどの部分に対する支援になっているのかを検討することで，指導をより効果的なものにしていけるだろう。さらに，つまずきへの介入を行う際には，児童がどんな方略を用いているかを判断し，望ましい方略が使えるように指導していくべきである。さらに，文章題解決にどのような知識が関連しているかを明らかにすることも，個人にあった指導を考える上で大切である。それぞれの児童が，必要な知識をどの程度獲得しているのかを診断することで，つまずきの原因を探ったり，文章題の成績を予測したりすることができる。

文章題の指導に関する認知心理学的研究はまだ途上である。先に挙げた内容は，あくまで現時点で行える示唆にすぎない。今後，教育現場へのフィードバックを意識した実証的研究が増えていくことが望まれる。

終章の要約

終章では，まず第1節で，1章から4章までの総括を行い，序章で示したテーマに基づいて現時点での結論をまとめるとともに，将来へ向けての問題提起を行った。第2節では，文章題研究に関する様々な発展の方向を示唆した。最後に第3節で，文章題解決のつまずきに対するきめ細かな個別指導を考えていくにあたり，情報処理アプローチによる研究の成果を利用することの有効性について論じた。

引用文献

安藤寿康・福永信義・倉八順子・須藤毅・中野隆司・鹿毛雅治　1992　英語教授法の比較研究 ーコミュニカティヴ・アプローチと文法的アプローチー 教育心理学研究 ,40,247–256.

Bassok,M.　1990　Transfer of domain– specific problem– solving procedures. *Journal of Experimental Psychology: Learning,Memory,and Cognition*,16,522–533.

Bell,A.,Fischbein,E.,& Greer,B.　1984　Choice of operation in verbal problems : the effect of number size, problem structure and content. *Educational Studies in Mathematics*,15,129–147.

Bell,A.,Greer,B.,Grimison,L.,& Mangan,C.　1989　Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory. *Journal for Research in Mathematics Education*,20,434–449.

Bell,A.,Swan,M.,& Taylor,G.　1981　Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational Studies in Mathematics*,12,339–420.

Briars,D.J.,& Larkin,J.H.　1984　An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*,1,245–296.

Carpenter,T.P.,Corbitt,M.K.,Kepner,H.S.Jr,Linquist,M.M.,& Reys,R.E.　1980　Solving verbal problems: Results and implications from National Assessment. *Arithmetic Teacher*,28,8–12.

Case,R.　1992　Neo–Piagetian theories of intellectual development. In H.Beilin & P.Pufall(eds.) *Piaget's theory:Prospects and possibilities.* Lawrence Erlbaum Associates,Hillsdales,NJ.

Case,R.　1985　Intellectual development: Birth to Adulthood. Academic Press.

Case,R.　1978　Intellectual development from birth to adulthood: A neo–Piagetian approach. In R.S.Siegler(Ed.),*Children's thinking: What's develops?* Lawrence Erlbaum Associates.

Case,R. & Sandieson,R.　1988　A developmental approach to the identification and teaching of central conceptual structures in mathematics and science in the middle grade. In J.Hiebert & M.Behr(Eds.) *Number concepts and operations in the middle grade.* Lawrence Erlbaum Associates and NCTM.

Chi,M.T.H.　1978　Knowledge structures and memory development. In R.S. Siegler(Ed.),*Children's thinking: What's develops?* Lawrence Erlbaum Associates.

Chi,M.T.H.,Glase,R.,& Rees,E. 1982 Expertise in problem solving. In R.J. Sternberg(Ed.) *Advances in the psychology of human intelligence*,Vol.1. Lawrence Erlbaum Associates.

Clement,M.A. 1980 Analyzing children's errors on written mathematical task. *Educational Studies in Mathematics*,11,1–21.

Clement,J. 1982 Algebra word problem solutions:Thought process underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*,13,16–30.

Cooney,J.B. & Swanson,H.L. 1990 Individual differences in memory for mathe–matical story problems: Memory span and problem perception. *Journal of Educa–tional Psychology*,82,570–577.

Cummins,D.D. 1991 Children's Interpretations of arithmetic word problem. *Cognition and Instruction*,8,261–289.

Cummins,D.D. 1992 Role of analogical reasoning in the induction of problem categories. *Journal of Experimental Psychology: Learning,Memory,and Cognition*, 18,110–1124.

Cummins,D.D.,Kintsch,W.,Russer,K.,& Weimer,R. 1988 The role of under–standing in word problems. *Cognitive Psychology*,20,405–438.

Daneman,M. & Carpenter,P.A. 1980 Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal learning and Verbal Behavior*,19,450–466.

Davis–Dorsey,J.,Ross,S & Morrison,G. 1991 The role of re wording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*,83,61–68.

De Corte,E.,Verschaffel,L.,& De Win,L. 1985 Influence of re wording verbal problems on Children's problem Representations and Solutions. *Journal of Educational Psychology*,77,460–470.

De Corte,E.,Verschaffel,L.,& Pauwels,A. 1990 Influence of the semantic structure of word problems on second graders' eye movements. *Journal of Educational Psychology*,82,359–365.

De Corte,E.,Verschaffel,L.,& Van Collie,V. 1988 Influence of number Size,problem Structure,and Response Mode on Children's Solutions of multiplication word problem. *Journal of Mathematical Behavior*,7,197–216.

de Jong,T. & Ferguson–Hessler,M.G.M. 1986 Cognitive structures of good and poor novice problem solvers in physics. *Journal of Educational Psychology*,78, 279–286.

Dellarosa,D. 1986 A computer simulation of children's arithmetic word–problem solving. *Behavior Research Methods,Instruments,& Computers*,18,147–154.

Ekenstam,A.A. & Greger,K. 1983 Some aspects of children's ability to solve mathematical problem. *Educational Studies in Mathematics*,14,369–384.

Fischbein,E.,Deri,M.,Nello,M.S.,& Marino,M.S. 1985 The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*,16,3–17.

Fuson,K.C. &Willis,G.B. 1989 Second graders' use of schematic drawings in solving addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81,514–520.

Gould,L. & Finzer,W. 1982 A study of TRIP: A computer system for animating time–rate–distance problems. *International Journal of Man–Machine studies*,17, 109–126.

Graeber,A.O.& Tirosh,D. 1988 Multiplication and Division Involving Decimals: Preservise Elementary Teachers' Performance and Beliefs. *Journal of Mathematical Behavior*,7,263–280.

Greer,B. 1987 Nonconservation of multiplication and division involving decimals. *Journal for Research in Mathematics Education*,18,37–45.

Greer,B. 1992 Multiplication and division as models of situations. In Grouws,D. A. *Handbook of research on mathematical teaching and learning.* Macmillian Publishing company.

Hall,R.,Kibler,D.,Wenger,E.,& Truxaw,C. 1989 Exploring the episodic structure of algebra story problems. *Cognition and Instruction*,6,223–283.

Hardiman,P.T. ,Dufresne,R. & Mestre,P.M. 1989 The relation between problem categorization and problemsolving among experts and novices. *Memory and Cognition*,17,20–30.

Hardiman,P.T. & Mestre,P.M. 1989 Understanding multiplicative contexts involving Fractions. *Journal of Educational Psychology*,81,547–557.

Hegarty,M.,Mayer,R.E.,& Green,C.E. 1992 Comprehension of arithmetic word problems: evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology*,84,76–84.

Hegarty,M.,Mayer,R.E.,& Monk,C.A. 1995 Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal* *of Educational Psychology*,87,18−32.

Hudson,T. 1983 Correspondences and Numerical Differences between Disjoint Sets. *Child Development*,54,84−90.

市川伸一 1989 認知カウンセリングの構想と展開．心理学評論,32,421−437.

市川伸一 1993 認知カウンセリングとは何か．市川伸一（編著）学習を支える認知カウンセリング −心理学と教育の新たな接点− ブレーン出版．Pp. 9−33.

Inhelder,B. & Piaget,J. 1955 *De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescent*. Paris: Presses Universitaire de France.
(A. Parsons & S. Milgram (Trans.) 1958 *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. New York: Basic Books.)

石田淳一・子安増生． 1988 小学校低学年の算数文章題における意味理解の研究 科学教育研究,12,14−21.

石田淳一・多鹿秀継 1993 算数文章題解決における下位過程の分析 科学教育研究,17,18−25.

石田淳一・多鹿秀継 1991 子どもの算数文章題解法過程の認知論的分析VI 日本教育心理学会第33会総会発表論文集,555−556.

Johnson−Laird,P.N. 1983 *Mental models*. Cambridge:Cambridge Univ. Press.

Klahr,D. 1989 Information processing approaches. In R.Vasta(ed.),*Annals of child development*,Vol.6,pp.133−185. JAI Press,Greenwich,CT.

Kintsch,W.,& Greeno,J.G. 1985 Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*,92,109−129.

Kouba,V.L. 1989 Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*,20, 147−158.

Kouba,V.L.,,Brown,C.A.,Linquist,M.M.,Silver,E.A.,& Swafford,J.O. 1988 Results of the Fourth NAEP assessment of Mathematics: Number,Operations,and word problems. *Arithmetic Teacher*,36,14−19.

子安増生 1990 発達段階に応じた算数指導の実際−<児童期>抽象性の獲得へ 児童心理,44,1823−1826.

Lewis,A.B. 1989 Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*,81,521−531.

Lewis A.B.,& Mayer R.E. 1987 Students' misconprehension of relational state–ments in arithmetic word problem. *Journal of Educational Psychology*,83,69–72.

Licht,B.G. & Dweck,C.S. 1984 Determinants of academic achievement: The interaction of children's achievement with skill area. *Developmental Psychology*,20, 628–636.

Littlefield,J. & Rieser,J.J. 1993 Semantic feature of similarity and children's strategies for identifying relevant information in mathematical story problems. *Cognition and Instruction*,11,133–188.

Low,R. & Over,R. 1989 Detection of missing and irrelevant information within algebraic story problems. *British Journal of Educational Psychology*,59,296–305.

Luke,C. 1988 The repeated addition model of multiplication and children's performance on mathematical word problems. *Journal of Mathematical Behavior*,7,217–227.

麻柄啓一 1995 子どものつまずきと授業づくり －わかる算数をめざして－ 岩波書店．

Mangan,C. 1989 Choice of operation in multiplication and division word problems: A developmental study. *Journal of Structural Learning*,10,73–77.

松下佳代 1993 認知カウンセリングと教育実践研究の接点．市川伸一(編著) 学習を支える認知 カウンセリング －心理学と教育の新たな接点－ ブレーン出版．Pp. 112–131.

Mayer,R.E. 1982 Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology*,74,199–216.

Mayer,R.E. 1992 *Thinking,problem solving,cognition.* Second edition. New York: W.H.Freeman.

Mayer,R.E.,Larkin,J.H.,& Kadane,J. 1984 A cognitive analysis of mathematical problem solving ability. In R.J.Sternberg(Ed.) *Advances in the psychology of human intelligence*,Vol.2. Lawrence Erlbaum Associates.

Mayer,R.E.,Tajika,H,.& Stanley,C. 1991 Mathematical problem solving in Japan and the United States: A Controlled Comparison. *Journal of Educational Psychology*,83,69–72.

文部省 1989 小学校学習指導要領 大蔵省印刷局．

Morales,R.V.,Shute,V.J.,& Pellegrino,J.W. 1985 Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems. *Cognition and*

Instruction,2,41－57.

森孝一　1993 量分数と割合分数　数学教室，6月号，40－43.

Muth,K.D.　1984　Solving arithmetic word problems: role of reading and computational skills. *Journal of Educational Psychology*,76,205－210.

Muth,K.D.　1991　Effects of cuing on middle－school students' performance on arithmetic word problems Containing Extraneous Information. *Journal of Educational Psychology*,83,173－174.

中川恵正・新谷敬介 1996 児童の算数文章題の解決に及ぼす教授法の効果－自己統制訓練法の検討－　教育心理学研究，44,23－33.

Nathan,M.J.,Kintsch,W.,& Young,E.　1992　A theory of algebra problem comprehension and its implications for the design of learning environments. *Cognition and Instruction*,9,329－389.

Nesher,P.　1992　Solving multiplicative word problems. In Leinhardt,G., Putnam,R.,& Hattrup,R.A.(Eds.) *Analysis of arithmetic for Mathematics Teaching.* Lawrence Erlbaum Associates.

岡森博和　1987　数学教育とパソコン．第一法規出版．

岡本真彦　1991　発達的要因としての知能およびメタ認知的知識が算数文章題の解決におよぼす影響　発達心理学研究，2,78－87.

Pascual－Leone,J.　1978　Compounds,confounds,and models in developmental information processing: A reply to Trabasso and Foellinger. *Journal of Experimental Child Psychology*,26,18－40.

Peled,I.,& Nesher,P.　1988　What children tell us about multiplication word problems. *Journal of Mathematical Behavior*,7,239－262.

Piaget,J.　1952　*La Psychologie de l'Intelligence*. Librarie Armand Colin,Paris.
（波多野完治　訳　1967　知能の心理学　みすず書房）

Piaget,J. & Inhelder,B.　1966　*La psychologue de l'enfant*. Paris: Presses Universitaire de France.
（波多野完治，須賀哲夫，周郷博　訳　1969　新しい児童心理学　白水社）

Piaget,J. & Szeminska,A.　1941　*La genese du nombre chez l'enfant*. Delachaux & Niestle S.A.,Neuchatel.
（遠山啓，銀林浩，滝沢武久　訳　1962　数の発達心理学　国土社）

Quintero,A.H.　1983　Conceptual understanding in solving two－step word problems with a ratio. *Journal for Research in Mathematics Education*,14,102－112.

Reed,S.K. 1987 A structure– mapping model for word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning,Memory,and Cognition*,13,124–139.

Reed,S.K. 1989 Constraints on the abstraction of solutions. *Journal of Educational Psychology*,81,532–540.

Reed,S.K.,Ackinclose,C.C.,& Voss,A.A. 1990 Selecting analogous problems: Similarity versus inclusiveness. *Memory & Cognition*,18,83–98.

Reed,S.K.,Dempster,A.,& Ettinger,M. 1985 The Usefulness of analogous solutions for solving word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory,and Cognition*,11,106–125.

Reed,S.K. & Ettinger,M. 1987 Usefulness of tables for solving word problems. *Cognition and Instruction*,4,43–59.

Riley,M.S. & Greeno,J.G. 1988 Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*,5, 49–101.

Riley,M.S.,Greeno,J.G.,& Heller,J.I. 1983 Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H.P.Ginsburg(Ed.) *The development of mathematical thinking.* Academic Press.

佐伯胖・大村彰道・藤岡信勝・汐見稔幸 1989 すぐれた授業とはなにか ー授業の認知科学 第II章 東京大学出版会 .

坂本美紀 1993 算数文章題の解決過程における誤りの研究 発達心理学研究 , 4,117–125.

坂本美紀 1995 分数の文章題解決に関連する個人差要因の検討 教育心理学研究 ,43,167–176.

沢田利夫 1990 日本の小学生の「実力」を検討する 児童心理 ,44,1813–1818.

Siegler,R.S. 1976 Three aspects of cognitive development. *Cognitive Psychology*, 8,481–520.

Siegler,R.S. 1981 Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for Research in Child development*,46,1–74.

Siegler,R.S. 1986 *Children's thinking.* Prentice– Hall Inc.
(無藤隆・日笠摩子 訳 1992 子どもの思考 誠信書房 .)

Siegler,R.S. 1987a The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*,116,250–264.

Siegler,R.S. 1987b Strategy choices in subtraction. In J.Sloboda & D.Rogers (Eds.), *Cognitive process on mathematics.* pp.81－106. Oxford University Press.

Siegler,R.S. 1988 Strategy choice procedures and the developmental of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*,117,258－275.

Siegler,R.S. 1989 Hazards of mental chronometry: An example from children's subtraction. *Journal of Educational Psychology*,81,497－506.

Siegler,R.S. & Crowley,K. 1991 The Microgenetic Method: A direct means for studying cognitive development. *American Psychologist*,46,606－620.

Siegler,R.S. & Jenkins,E. 1989 *How children discover new strategies.* Hillsdale,NJ: Erlbaum.

Siegler,R.S. & Richards,D.D. 1979 Development of time,speed,and distance concepts. *Developmental Psychology*,15,288－298.

Siegler,R.S. & Vago,S. 1978 The development of a proportionality concept: Judging relative fullness. *Journal of Experimental Child Psychology*,25,371－395.

Sowder,L. 1988 Children's solutions of Story problems. *Journal of Mathematical Behavior*,7,227－238.

Sowder,L. 1989 Choosing operations in solving routine story problems. In Charles,R.I. & Silver,E.A.(eds.) *The teaching and assessing mathematical problem solving.* LEA.

Swanson,H.J. 1990 Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology*,82,306－314.

Sweller,J. 1988 Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*,12,257－285.

多鹿秀継・石田淳一 1989a 子どもの算数文章題解法過程の認知論的分析Ⅳ 日本教育心理学会第 31 回総会発表論文集 ,334.

多鹿秀継・石田淳一 1989b 子どもにおける算数文章題の理解・記憶 教育心理学研究 ,37,126－134.

高山守 1991 子どもたちのおかれている現実－小数の乗除をめぐって－ 数学教室 ,470,24－30.

Vergnaud,G. 1983 Multiplicative structures. In R.Lesh, & M.Landau(eds.) *Acquisition of Mathematics Concepts and processes.* pp.127－174. Academic Press.

Vergnaud,G. 1988 Multiplicative structures. In J.Hiebert & M.Behr(Eds.)

Number concepts and operations in the middle grade. LEA and NCTM.

Verschaffel,L. 1994 Using retelling data to study elementary school children's representations and solutions of compare problems. *Journal for Research in Mathematics Education*,25,141−165.

Verschaffel,L.,De Corte,E.,& Pauwels,A. 1992 Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's Consistency Hypothesis. *Journal of Educational Psychology*,84,85−94.

Weaver,C.A., Ⅲ & Kintsch,W. 1992 Enhancing students' comprehension of the conceptual structure of algebra word problems. *Journal of Educational Psychology*,84,419−428.

Willis,G.B. & Fuson,K.C. 1988 Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*,80,192−201.

吉田甫・栗山和広 1991 分数概念の習得過程に関する発達的研究 教育心理学研究 ,39, 382−391.

あとがき

本論文は，筆者が 1993 年から現在までの約 4 年間に発表した研究論文を中心にまとめたものである。既に発表された文献は以下の通りであるが，今回，本論文をまとめるにあたって，いずれの研究論文にも加筆修正を行った。

1章・研究1，2章・研究4　「算数文章題の解決過程における誤りの研究」
（発達心理学研究　第4巻　Pp.117−125　1993 年）

1章・研究2　「分数の文章題解決に影響する要因の検討　−文章題解決能力と知的諸能力との関係−」（京都大学教育学研究科修士論文）

1章・研究3，2章・研究5　「割合文章題の解決過程における難しさ」
（日本発達心理学会第7回大会発表論文集　p.150　1996 年）

3章・研究6　「分数の文章題解決に関連する個人差要因の検討」
（教育心理学研究　第 43 巻　Pp.167−176　1995 年）

3章・研究7　「文章題解決に関連する知識の要因」（日本発達心理学会第6回大会発表論文集　p.27　1995 年）

3章・研究8　「小数の文章題解決に関連する知識の要因」
（日本心理学会第 60 回大会発表論文集：掲載予定　1996 年）

4章・研究9　「割合の文章題の解決における問題理解と演算決定」
（日本教育心理学会第 37 回総会発表論文集　p.160　1995 年）

4章・研究 10　「文章題解決支援ソフトウェアの作成の試み」　（日本教育心理学会第 38 回総会発表論文集：掲載予定　1996 年）

4章・構想　「文章題解決への教授介入　−コンピュータ教授システムの可能性−」（ 京都大学教育学部紀要　第 42 巻　Pp.117−187　1996 年）

1996 年 9 月