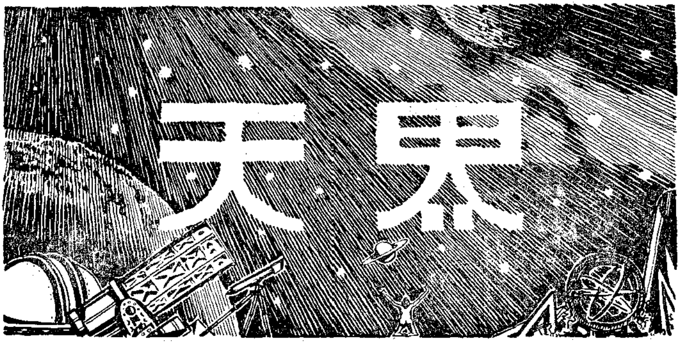
第八十九號（第八卷）



昭和三年八月號

流星軌道の計算法

紀伊　小槇孝二郎

或る種類の流星群が何れかの彗星と關聯せるものではないかとの問題は既に五十年以前から研究をつづけられてゐるものであるが，この研究は彗星及流星の物理的化學的性質の開拓をなし得るのみならず，ひいては星辰進化論の方面には多大の貢獻をなし得るものであります．

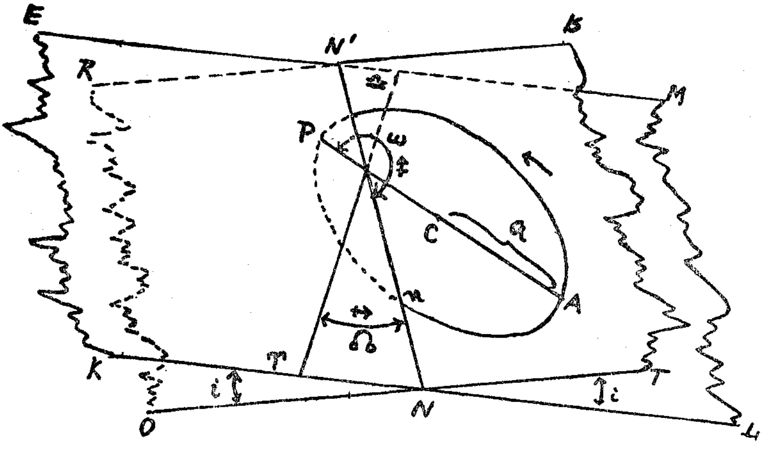
流星の觀測は我々素人のなすべき研究の分野であるが，更にすすんで觀測より輻射點を決定し，これより流星群の軌道を計算し，若しくは彗星の軌道よりその輻射點を求め，觀測より得たる輻射點と比較する如き事は，容易な事であり，隨つて又流星群と彗星との關係の發見をもなし得る筈であります．且年々新しい彗星は續々と發見され，又いつ新しい流星群が出現するかも知ないのであるから一層の興奮を感ずる次第であります．一例を擧げると去る大正十年十二月五日東京天文臺の井上四郎氏が小獅座β附近を輻射點とする流星雨の突發的な出現を觀測され，同天文臺の神田理學士はこれの軌道を計算されて古來の彗星と比較された事があり．（天文月報十五卷第一號12頁所載）近くは我京都大學天文臺の山本先生が昨年末發見の Skjellerup 彗星の軌道より流星輻射點を決定され其出現を豫告された事がある．（天界第八卷八十七號）

私がこゝに述べんとする軌道計算法は初等數學の範圍を出でず其の理解にも深い素養は無用であると思ふ. しかしこれが理解には軌道要素の意義をしつかりとつかむ必要があるので一應これを載せることにした. 尤も天界第一卷第9號にものせられた事があるが.

1 軌 道 要 素

流星群の軌道は彗星の場合と同樣圓錐曲線(楕圓.拋物線.双曲線)の三つの中の何れかである. 其の位置を表はす爲に, 太陽を原點とし, 坐標軸として春分點の方向にX―軸をとり, 黄道面(地球の軌道面)上にX―軸と直角にY軸をとり, 前二軸に直角にZ―軸をとる.

然らばX―Y平面は地球軌道面であつて流星群の軌道面は一般にこれと或る傾斜をする. 而して二軌道は何れも太陽を焦點とする爲, 軌道面の交線は太陽を通過する一直線となる. 即ちこの直線上の一點に於て流星は黄道面を破つて南より北へ. 他の一點に於て北より南へ運行する筈である. この二點の中前者を昇交點(Asscending node)と呼び, 後者を降交點(Desceding node)と呼び, 流星はこの二點の何れかに於て地球上より觀測されるわけである. この位置を云ひ表はす爲には通常昇交點の方向を春分點の方向より時針と反對の方向(換言すれば地球運行の方向)に數へた角度でいふのである, 符號として Ωを用ひてゐる. 例へば $\Omega=60^\circ$ と云へば春分點よ



り 60° へだたつた方向に於て黄道を南から北へ横ぎつて運行するの意である.

軌道上にて最も太陽に近き點を近日點(perihelion)こ呼び，其の方向を云ひ表はすに，昇交點の方向より時針こ反對の方向に角を計りこれを近日點の進度(Argument of perihelion)こ呼び符號 ω を用ひてゐる. 又時にはこの ω の更りに近日點の方向を春分點より測り π ($\pi=\Omega+\omega$) にて示す場合もある. この場合には近日點の黄徑(Longitude of perihelion)こ呼んでゐる.

流星軌道面こ黄道面この交角を軌道面の傾斜(Inclination of orbit)こ呼び i なる符號にて表はす. 0° より 180° までの種々の値をこるものであるが 90° 以上の傾斜をもつ運行狀態を逆行，90° 以下の場合を順行こ呼ぶ習慣がある.

軌道の形こして離心率 $e=\frac{\sqrt{a^2\mp b^2}}{a}$ を用ひてあらはすが，抛物線の場合であるこ $e=1$ であるから別に云ふ必要はない.

近日點の太陽よりの距離は q なる符號であらはすが，其の對數 logq を示す場合もある. 一般に軌道の大いさを表はす爲には軌道の長半軸(Semi-Major axis) a を以てするが，抛物線の場合は無限大こなる. 又 a の代はりにケプラーの第三法則を用ひる意味で週期 ρ か日々の平均運動角 μ を使用する場合もある.

最後に近日點通過の時日(T)であるがこれは特に密集した流星群以外には用ひられない樣である.

こゝに計算する必要がある要素を要約すれば，

(1) 抛物線軌道の場合　Ω, ω(or π), i, q

(2) 楕圓軌道の場合　Ω, ω (or π), i, a(or p or μ), e

(3) 双曲線軌道の場合　Ω, ω(or π), i, q. e

以上を第一圖こ引きくらべて御覽下されば軌道要素は一層よくおわかりするであらうこ思ひます.

2　流星輻射點の決定

流星輻射點は以前には隨分粗笨の方法で決定されてゐた事もあるが，最

近に到つて決定の標準となるべきものがあらはれて來た. 次に1917年8月アメリカ天文學會の流星委員會 (The Meteor Commitee of the American Astronomical Society) の決定採用したルールを載せる. この法則は米國の流星天文學者 C. P. Oliver の提案したもので E.E. Barnard, W. L. Elkin, H. J. Humphreys, F. R. Moulton, H. A. Peck, W. H. Pick ring 等の贊成によつて協定されたものである.

1. 輻射點は一人の觀測者が四時間の範圍にて觀測したる四個以上の流星の經路が總て2の直徑を持つ圓周內に於て相交叉したる時に決定し得る.

2, 或ひは一夜に觀測されたる3個の流星及翌夜の同じ時間に見られたる2個, 計5個の流星が (1) と同じく2°の直徑をもつ圓周內に交叉したる場合決定し得る.

3. 若しくは, 一個の停止流星によりて決定し得る.

(停止流星とは視線の方向に飛來する流星で一點に光り且同じ點に滅ずる如く見ゆるものである.)

これ以外に輻射點の停止及移動, 翌年度の流星との比較等について擧げてゐるが直接に必要がないので省いて置いた.

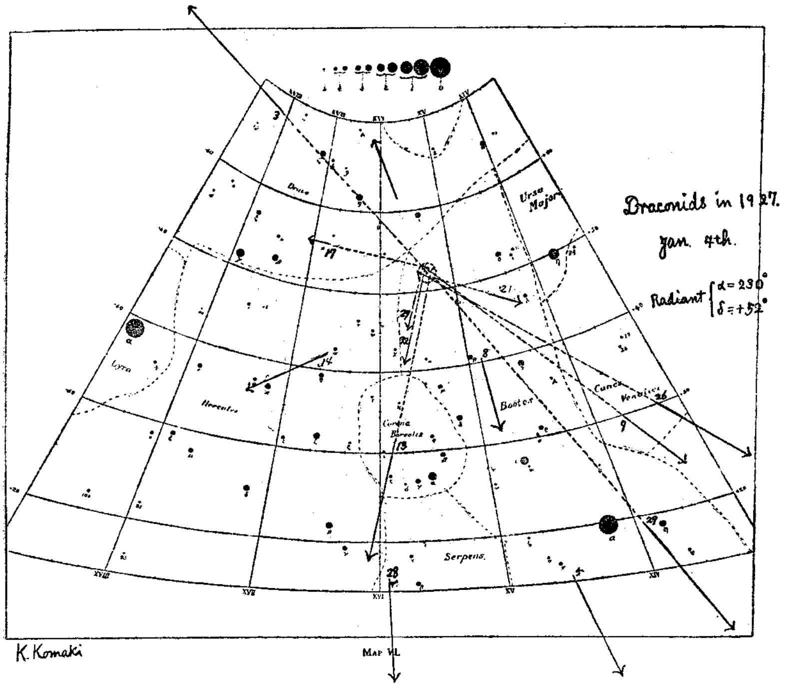
この規準はアメリカの流星觀測者には嚴密に勵行されてゐるが, 猶英國の觀測者もこれに隨つてゐる樣である.

觀測された流星が前述の條件を滿足したる場合, (必ずしも滿足するを要せず. 單に大略の輻射點を求むる場合には前述の範圍の超過を許し得るがあまり望ましき事ではない.) 二つの方法の何れかによつて輻射點を見出す事が出來る. 一は作圖法(グラフイツカル), 他は計算によるもので, 一般に前者が用ひられる. 卽ち流星の經路を逆の方向に延長して其の交叉の中心を求めるのである. 第二圖を御參照下さい. 又計算による方法は最小自乘法を用ひて最も確なる點を求むるのである. この方法は作圖法に比し中々面倒であるが, 結果は甚だ正確なものである. この方法に關する文獻には H. Chrétien によつて與へられた次の樣なものがある. 卽ち

Bulletin de la Sociètté Astronomique de France, 18, 484. 1904

である.

猶流星が二個處以上の同時觀測をなされた場合には，計算により正しい輻射點か決定される筈である.



第二圖　龍座流星群の輻射點

3　軌道の決定

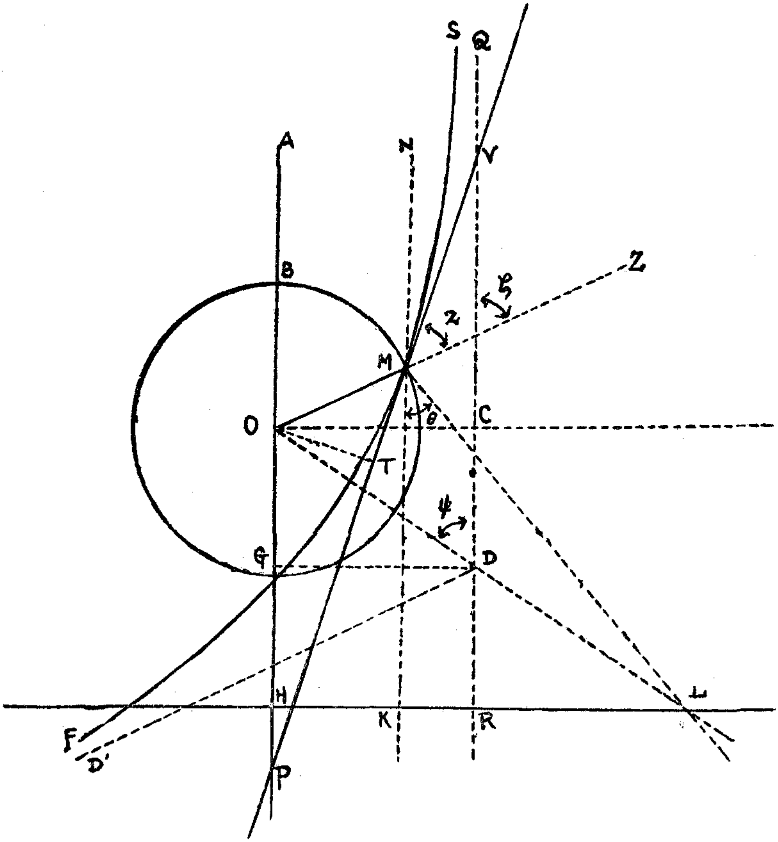
軌道の計算法については(C. P. Oliver 著 Meteors の163頁から181頁までに詳しく書かれてゐるので，その拙譯を載せることにしました.

第一節　天頂引力(Zenith attraction)に關する公式の誘導

流星が地球の引力圏內にある短時間の間は，圓錐曲線で太陽を周轉するにもかゝはらず，その運動を定常直線運動と考へてよい．地球の引力に依つて元の速度 v は增加し，その軌道は地球の中心を焦點とする双曲線に變ずる筈である．第3圖に於て O を地球の中心，QCD を流星の元の運動方向(これは實際は地球の引力に依つて地球の表面をMにて切り，且 QCD を漸近線とする双曲線に變ずる) とせよ．M に於ける流星の實際の運動方

向は勿論 V M P に沿ふ筈である. O は新しき軌道の焦點にして Q C D は元の運動方向であり, 且漸近線は新しき軌道のものであるから, この軌道

第三圖



面は O とこの漸近線によつて定まり, 而して圖上のすべての他の線は必ず, この平面 (換言すれば點Mに於けるZを天頂とする鉛直面) に横はらねばならない. 今 ∠VMZ=z を現視(見かけの) 天頂距離 (apparent zenith distarnc), ∠NMZ=ζ を眞天頂距離 (true zenith distance), 而して ζ−z=ψ=∠VMN とせよ. ここに, 流星がM點の鉛直線に沿ふて落ちない限り, 地球引力の影響により常に z は ζ より小となり, 天頂に近く現はれる樣に作用することとなる. 是卽ち天頂引力と稱するものである. 今他の漸近線 DD′ を引き, ODをLまで延長しOD=DLならしめよ. OM=ρ, ML=ρ′とせば

$\rho'-\rho=2a$ こなつてくる.

解析的には，一天文單位の距離に於ける地球の引力は K^2M，ここに K^2 はガウスの常數(Gaussian Constant)，M は太陽の質量を單位こする地球の質量である．故にMに於ては(地球の中心から ρ なる距離の)，引力 g は k^2M/ρ^2 こなる．ρ も亦天文單位で表はしたものである．故に

(1)　$k^2M=g\rho$

運動は双曲線を辿るものであるから，radius Vector γ をもつ點にては，$v^2=k^2M\left(\frac{2}{r}+\frac{1}{a}\right)$ である。或は(1)を代入すれば

(2)　$v^2=g\rho^2\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{a}\right)$

若しuを無限點よりの速度，$r=\infty$ こしてあらはさばこの式は次の如くに變形せられる.

(3)　$u^2=\frac{g\rho^2}{a}$

又wを ρ なる距離に於ける速度こして表はせば

(4)　$w^2=g\rho^2\left(\frac{2}{\rho}+\frac{1}{a}\right)$

(3)の値を置換すれば，次式を得る.

(5)　$w^2=u^2+2g\rho$

地球上の觀測なるに依り，$\rho=6{,}37\times10^6$ メートルg=9.8 メートル(一秒につき) なることを知る故，

$$2g\rho=124852000\left(\frac{\text{メートル}}{\text{秒}}\right)^2$$ こなる.

隨つて見かけの速度 w が正確に觀測し得るならば，u は直ちに知り得ることは明らかである．若しくば，逆に何れかが他のデータか或ひは理論的考察に依つて見出し得るならば他は計算し得る．u が計算されるこ双曲線の半長軸は直ちに次の關係から見出し得る.

$$a=g\left(\frac{\rho}{u}\right)^2$$

更に，太陽或は任意の天體(質量は太陽を單位にこる)より與へられたる距離 x に於ける任意の一點について，その運動の量及方向が知らるる時，それの軌道を求め得る一般的問題に移らう.

(6) $n=\frac{k\sqrt{M+m}\sqrt{p}}{v}$

こゝに，nは點Pに於ける切線への垂線であり，pは軌道の通徑(Parameter)であり，vは軌道上の速度とする．今の場合では，流星の質量が甚だし小であるくから m=0 とし得る，仍て $k\sqrt{M}\sqrt{p}=OT.w=(\rho^2\sin z)\,w$ となる．

然るに $p=a(e^2-1)$ にして

$g=+\frac{k^2M}{\rho^2}$ であるから

(7) $a(e^2-1)=\frac{\rho^2\sin^2 zw^2}{k^2M}=\frac{\sin^2 z.\,w^2}{g}$

双曲線の性質より，$e=\sec\psi$ なることを知る．ここに(3)を(7)中に置換すれば，

(8) $\tan\psi=\frac{uw}{g\rho}\sin z$

を得る．OC=s(即ち共軛軸)とせよ．$CD=DR=OD\ \cos\psi=ae\ \cos\psi=a$ となる故，

(9) $s=a\tan\psi=\rho\frac{w}{u}\sin z$

又 $LM=\rho+2a$ である．(双曲線の性質から) M に於ける切線は∠AMOを二等分するから，$\angle LMT=\angle TMO=\angle VMZ=z$, $\angle TMK=\angle VMN=\phi$ となる．而して $\angle BOM=\angle NMZ=\zeta$. ∴ $\angle LMK=z-\phi=\theta$, $\angle OMK=z+\phi$, $MK=IK+MI=2a+\rho\cos\zeta$. 然し

(10) $MK=ML\cos\theta=(\rho+2a)\cos(z-\phi)=2a+\rho\cos\zeta$

$w^2=u^2-2g\rho$ 及 $a=g\left(\frac{\rho}{u}\right)^2$ とすれば，方程式(10)は $w^2\cos\theta=2g\rho+u^2\cos\zeta$ となる．

又 $\angle OML=\angle OMK+\angle KML=\zeta+\theta$, 及 $\angle OML=2\angle OMT=2z$ なる故 $2z=\zeta+\theta$ 或ひは $\theta=2z-\zeta$ ∴ $w^2\cos(2z-\zeta)=2g\rho+u^2\cos\zeta$. w^2を両邊に加ふれば此方程式は $w^2[1-\cos(2z-\zeta)]=u^2(1-\cos\zeta)$ 若しくは

(11) $w\sin(z-\frac{1}{2}\zeta)=u\sin\frac{1}{2}\zeta$ となる．

ζが知らるる場合には．此關係から直ちにzを計算し得る．とは云へ實際には逆の問題に逢着する．$\zeta=z+\phi$ であるから $w\sin\frac{1}{2}(z-\phi)=u\sin\frac{1}{2}(z+\phi)$ 或ひは

$$(12)\quad \tan\frac{1}{2}\phi=\frac{w-u}{w+u}\tan\frac{1}{2}z \text{ を得る.}$$

故に天頂引力 ϕ を知らんと欲せば，観測(見かけの)天頂距離と同様に u 及び w の兩方の速度を知る必要がある事は明らかである．更に $z=90^\circ$ の時 ϕ の値は極大であり，$z=0$ 卽ち天頂の時は $\phi=0$ なる事勿論である．抛物線速度に關しては u=42km/秒, $\phi=17^\circ+$($z=90^\circ$に於て)となる．好都合にも輻射點が流星頂點 (Meteoric apex) より 90° 以内にありて，且地平線に近からざる時は ϕ の値は小である．次に示す表は Schiaparelli 著 Sternschnuppen より寫したものであつて，頂點より種々なる距離にて，且 z の各値について ϕ の値を與へたものである．この修正 ϕ は輻射點の觀測位置に適用する爲に，最も重要なものである．

頂現點視より離角	$\log\frac{u}{w}$	輻射點の觀測天頂距離									
		z=0°	z=10°	z=20°	z=30°	z=40°	z=50°	z=60°	z=70°	z=80°	z=90°
0°	9.99463	0° 0′	0° 4′	0° 7′	0°11′	0°15′	0°20′	0°24′	0°30′	0°36′	0°42′
12	9.99447	0 0	0 4	0 8	0 12	0 16	0 20	0 25	0 31	0 37	0 44
24	9.99394	0 0	0 4	0 8	0 14	0 17	0 22	0 28	0 34	0 40	0 48
36	9.99291	0 0	0 5	0 10	0 15	0 20	0 26	0 32	0 47	0 47	0 56
48	9.99116	0 0	0 6	0 12	0 19	0 25	0 33	0 40	0 49	0 59	1 10
60	9.98824	0 0	0 8	0 16	0 25	0 34	0 43	0 53	1 05	1 18	1 33
72	9.98344	0 0	0 11	0 23	0 35	0 47	1 01	1 15	1 31	1 49	2 11
84	9.97573	0 0	0 17	0 34	0 51	1 10	1 30	1 51	2 14	2 41	3 12
96	9.96415	0 0	0 25	0 50	1 16	1 23	2 12	2 44	3 19	3 58	4 43
108	9.94852	0 0	0 36	1 12	1 49	2 28	3 10	3 55	4 45	5 41	6 46
120	9.92975	0 0	0 49	1 38	2 29	3 36	4 19	5 20	6 29	7 45	9 14
132	9.91033	0 0	1 02	2 05	3 09	4 17	5 30	6 48	8 15	9 54	11 44
144	9.89268	0 0	1 14	2 29	3 46	5 07	6 34	8 07	9 53	11 47	14 01
156	9.87855	0 0	1 24	2 48	4 16	5 47	7 26	9 10	11 07	13 18	15 49
168	9.86957	0 0	1 30	3 01	4 34	6 13	7 58	9 52	11 55	14 15	16 57
180	9.8665_0	0 0	1 32	3 05	4 41	6 21	8 08	10 04	12 11	14 35	17 20

備考　抛物線軌道の流星群については，表は頂點よりの現視離角か若しくは $\log\frac{u}{w}$ の何れかにて表を用ふべく，楕圓又は双曲線軌道のものについては $\log\frac{u}{w}$ のみをによつて表を用ひる．

第二節　日週光行差(Diuranal aberration)に關する公式の誘導

日週光行差に關する一般公式は次のものである．

$$\begin{cases}\alpha'-\alpha=0.32'' \cos\phi \ \mathrm{cos}t\sec\delta \\ \delta'-\delta=0.32'' \cos\phi \ \mathrm{sin}t\sin\delta\end{cases}$$

こゝに $t=\theta-\alpha$ にて, ϕ は觀測地點の緯度である. 流星の場合には上式中の $0.32''$ のかはりに固有の常數を取入るゝ事によつて目的を果し得るのである. これには $\left(\frac{2\pi\rho}{86400}\right)\left(\frac{57.3^\circ}{w}\right)$ を置換すれば充分正確になし得る. こゝに ρ はkm にて表はしたる地球の半徑であり w は km/秒 にて表はしたる流星の觀測速度である. 角度にて表はせばこれは $\left(\frac{26.57}{w}\right)^\circ$ となる. 抛物線速度にては 0.6° +となる. 故に必要なる公式は

$$(13)\quad \begin{cases}\alpha'-\alpha=\left(\dfrac{26.57}{w}\right)^\circ \cos\phi\cos t\sec\delta \\ \delta'-\delta=\left(\dfrac{26.57}{w}\right)^\circ \cos\phi\sin t\sin\delta\end{cases}$$

$$\text{或ひは}\quad \begin{cases}\Delta\alpha=-\left(\dfrac{26.57}{w}\right)^\circ \cos\phi \cos t\sec\delta \\ \Delta\delta=-\left(\dfrac{26.57}{w}\right)^\circ \cos\phi \sin t\sin\delta\end{cases}$$

影響は $\phi=0$ なる地球の赤道上に於て極大であり, $\phi=90^\circ$ なる極に於て極小となる事は明らかである. 更に $\delta'-\delta$ の極大の値は單に括弧內の項に過ぎない. $\alpha'-\alpha$ については. δ が甚だ大であらば $\sec\delta$ は大なる値をとり得るが, 修正を考ふべき程, 天の極に接近したる輻射點はあまり多く見出されない.

日週光行差の影響は觀測したる赤經を增大するものであるから, 修正は $\cos t$ が負でなければ觀測赤經より減ずべきである. t が第三もしくは第四象限の角なるか, δ が負號をもつならばは $\Delta\delta$ 正となる.

觀測輻射黑を天頂引力及日週光行差について修正するは, 甚だしき正確さを必要とする時であつて, この時軌道の計算に用ふる「修正輻射點」を得るのである, 幸にも多くの場合, 特に夜半後に得られた輻射點については, 兩方の修正は觀測の蓋然的誤差(probable errors)より小であるので, 屢々省略し得るものである.

× × × × ×

こゝで御斷りして置きますが, 原文には此の次に Kleiber の Bielids 及

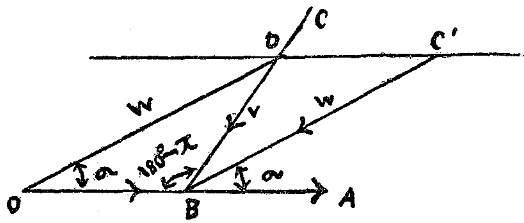
び．Perseids の輻射點について．前述の影響を取扱つた論文に關する記事があるのであるが，今直接に軌道計算法に必要がないので省いて置いた．その旨御含みを願ひます．

× × × × ×

第三節　修正觀測輻射點と眞輻射點との關係

第一節及第二節に於て．觀測輻射點から如何にして地球の引力及び自轉の有害なる影響を取除くかについて示したが，今より我々は空間に於ける流星の眞軌道の計算について用ひらるゝ方法に進まう．以下論ずる輻射點の位置は既に記述した二つの影響について修正されたものこ假定する．

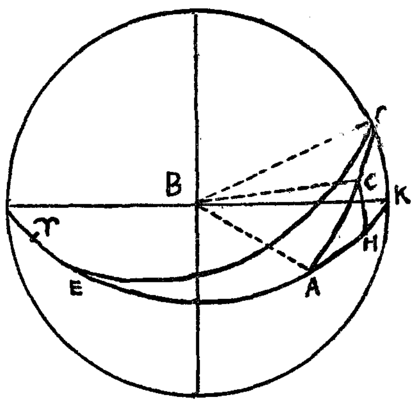
第四圖



第四圖に於てVector ＯＢは地球の速度＝Ｖを表はし，DBは流星の眞速度＝v，而してC′Bは流星の現視速度（apparent Velocity）＝wを表はすこせよ．然らばＣは眞輻射點，C′は觀測輻射點（修正輻射點），而してAは其の瞬間に地球の運動する方向の點卽ち流星頂點こなる．$\angle ABC=\lambda$ 及 $\angle ABC'=\sigma$ $\therefore \angle C'BC=\lambda-\sigma$ こせよ．

今天球を示せる第五圖に於て，γAHK は地球の軌道面卽ち黄道を表はし，Ｐを其の極こせよ．中心Ｂに地球を置き半徑BA．BC′ 及 BCをひけ．Ａが頂點(Apex)の位置を表はすこせば，C′は觀測輻射點Ｃは眞輻射點こする．角λ，σ，及$\lambda-\sigma$は意味を變へずして此の圖に表はし得る．A，C′及Cは大圓の弧上に横はる事は明らかである．何こならばBC′はBAこBCこの交線に依つて定義される面上にあるから．この平面は天球を弧ABC

第五圖



にて切る．更にSを太陽の經度としよう。

若し地球の軌道が完全なる圓ならば，Aの位置は常に$L=S-90^\circ$となら う．然し，軌道は實際楕圓であるから此の項は$\pm 1^\circ$だけ變化するだらう．注意深き研究にありては一の精密なる値を求むる必要がある．

第四節　流星項點の經度Lに關する公式の誘導

若しR及びL′を地球の radius vector 及びその經度(黄經)とすれば，$L'=180^\circ+S$となる．然らば分速度(component)は次の如くに表はし得る．

$$(14)\quad \begin{cases} V\cos L=\dfrac{d}{dt}(R\cos L')=-\dfrac{d}{dt}(R\cos S) \\ V\sin L=\dfrac{d}{dt}(R\sin L')=-\dfrac{d}{dt}(R\sin S) \end{cases}$$

最後の項を各々微分し，前者に$\cos S$を乘じ，後者に$\sin S$を乘じて加へよ．然らば直ちに次式を得る．

$$(15)\quad \begin{cases} V(\cos L\cos S+\sin L\sin S)=-(\cos^2 S+\sin^2 S)\dfrac{dR}{dt} \\ V\cos(L-S)=-\dfrac{dR}{dt} \end{cases}$$

又別に，夫々$\sin S$及$-\cos S$を乘ずると次式を見出し得る．

$$V\sin(L-S)=-R\frac{dS}{dt}$$

$$\therefore\quad \tan(L-S)=R\frac{dS}{dR}$$

他の方面から次の關係を知り得る．

$$R=\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(L'-\omega)}=\frac{1-e^2}{1-e\cos(S-\omega)}$$

こゝに$a=1$，eは離心率而してωは地球軌道の近日點黄經である．$e=0.0168$に過ぎないのでe^2の項は省略してもよいのである．

$$\therefore\quad R=1+e\cos(S-\omega)$$

$$\frac{dR}{d\theta}=-e\sin(S-\omega)$$

$$\therefore\quad \tan(L-S)=-\frac{R}{e\sin(S-\omega)}$$

$$\tan(90^\circ+L-S)=\frac{e\sin(S-\omega)}{R}$$

或ひは R=1 と實際してよいので，弧度法に變ずると

$$(16)\quad L=S-90^\circ+\frac{e}{\sin 1'}\sin(S-\omega)$$

こゝに $\omega=101^\circ\ 13'.2-1.028'(t-1900)$ にして $\frac{e}{\sin 1'}=57'.6$ である.

第五節　拋物線軌道の誘導

L の精密なる値を得れば之より軌道要素を誘導し得る．第5圖に於て春分點を γ 點にて示し，地球の經度 $L'=180^\circ+S$ とせよ．弧 CK 及 C'H を黄道に垂直に引けば C 及 C' の座標は次の如くになる．$l=\gamma K$, $b=KC$, $\lambda=\gamma H$, 及び $\beta=HC'$. 又 $\gamma A=L$ 及び $\angle KAC=\gamma$ とせよ．然らば二つの直角球面三角形 AHB' 及び AKC に於て，初等三角法より次の關係を得る．卽ち

$$(17)\quad \begin{cases}\cos\sigma=\cos\beta\cos(\lambda-L)\\ \sin\gamma\sin\sigma=\sin\beta\\ \cos\gamma\sin\sigma=\cos\beta\sin(\lambda-L)\end{cases}$$

$$(18)\quad \begin{cases}\cos\chi-\cos b\cos(l-L)\\ \sin\gamma\sin\chi=\sin b\\ \cos\gamma\sin\chi=\cos b\sin(l-L)\end{cases}$$

こゝに σ は常に $180^\circ>\sigma>0^\circ$ の範圍の角にしたらよい．然して，$\sin\gamma\sin\sigma=\sin\beta$ であつて，又 $\sin\sigma$ は常に正であるから，$\sin\beta$ が負であれば $\sin\gamma$ も負となるべく，一般に γ は $360^\circ>\gamma>0^\circ$ にあるから $\sin\gamma$ 正負何れをも取り得る．更に第四圖に於て ΔOBC は平面三角形であるから次の樣な關係を見出し得る.

$$(19)\quad \begin{cases}v^2=w^2+V^2-2wV\cos\sigma\\ v\sin(\chi-\sigma)=V\sin\sigma\\ \text{若しくは}\quad \frac{V}{v}=\sin(\chi-\sigma)/\sin\sigma\end{cases}$$

最後に地球について $V^2=k^2(\frac{2}{R}-1)$，流星について $v^2=k^2(\frac{2}{R}-\frac{1}{a})$ なる關係のある事を知つてゐる．邊々相除し，其平方根をとれば

$$\frac{V}{v}=\sqrt{\frac{\frac{2}{R}-1}{\frac{2}{R}-\frac{1}{a}}},$$

なほこの左邊の値は(19)に於ける最後の方程式の右邊に等しいのである

換言すれば，我々が若しvを觀測又は理論的考究の何れかから知るならば問題を解き得る．拋物線の場合では上式は一層簡單なる形をとる．卽ち

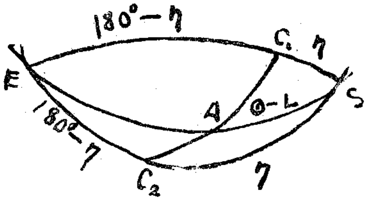
$$(20)\quad \frac{V}{v}=\sqrt{1-R/2}$$

log R の値は英暦に各日に於て七桁まで與へられてゐるから，それに對應するVの値は直ちに求め得られる．適當な表を持たぬ人の爲に次の値を與へておく．log k=8.2355814 若しくは k=0.01720210. 長さ及び質量單位には天文單位及び太陽の質量を用うる。(卽ち a=1,μ=1) m はこの單位で測つた地球の質量である．T=365.25638日 を採用する．然らば次の方程式より k の値を求め得る．

$$k=\frac{2a^{\frac{2}{3}}\ \pi}{T\sqrt{M+m}}$$

今こゝに，眞輻射點Cより地球までの距離を 180°−η と呼ぶことゝする。然らば三角形 EAC に於て AC=χ, EA=L−(180°+S , ∠γEC=ι これは卽ち黄道面に對する軌道の傾斜である．E は描かれた圖に一致させれば，軌道の降交點であるから鈍角が選ばれる．

第六圖



關係をより明暸にする爲第六圖を與へやう．上の部分は今Ω=Sと考へられる場合に相當する．これより次の關係を得る．

$$(21)\quad \begin{cases} \sin\iota\sin\eta=\sin\gamma\sin\chi \\ -\cos\iota\sin\eta=+\cos\chi\sin(S-L)-\cos\gamma\sin\chi\cos(S-L) \\ \cos\eta=\cos\chi\cos(\theta-L)+\sin\chi\sin(S-L)\cos\gamma. \end{cases}$$

(18)の値を(21)に代入すれば簡單な誘導によつて次の關係を得る．

$$(22)\quad \begin{cases} \sin\iota\sin\eta=\pm\sin b \\ \cos\eta=os\ b\ \cos(S-l) \\ \cos\iota\sin\eta=-\cos b\ \sin(S-l) \end{cases}$$

若し眞輻射點が黄道の南にあるならば，流星は昇交點に於て地球と遭遇することになるので Ω=180°+S となる.この場合には第十一圖の下の部分を考へたらよい．こゝに C_2 は眞輻射點を表はすが，その緯度は南隨つて負

であるから，$<C_2AS=360^\circ-\gamma$ と數へる. E A C_2 又は C_2A S 何れかの三角形から前の如くにして次の關係を得る.

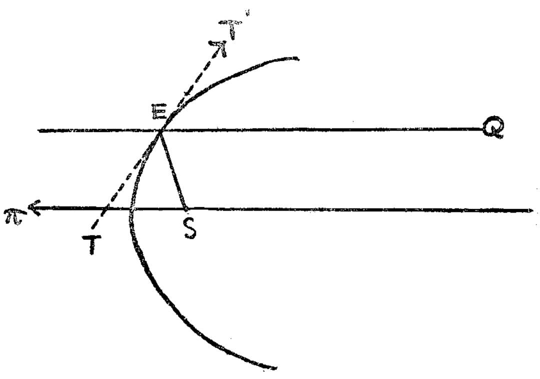
$$(23)\ \left\{\begin{array}{ll}\cos\eta=\cos\chi\cos(S-L)+\sin\chi\sin(S-L)\cos\gamma & =\cos b\cos(S-l) \\ \sin\iota\sin\eta=\sin\chi\sin\gamma & =-\sin b \\ -\cos\iota\sin\eta=\cos\chi\sin S(S-L)-\sin\chi\cos(S-L)\cos\gamma & =\cos b\sin(S-l)\end{array}\right\}$$

(23)の最後の項は(22)に於ける $\sin b$ の前の正號を除いたものに等しい事は明らかであらう. 隨つて(22)又は(23)を解くには，第一の場合卽ち $\Omega=$ のS場合は $\sin b$ の前に+號を用ひ，第二の場合卽ち $\Omega=S+180^\circ$ の場合は $\sin b$ の前に一號を用ひたらよい. 何れの場合にても觀測輻射點と眞輻射點とは黄道の同じ側にあらねばならぬことは論を俟たぬ.

前述までの方程式は圓錐曲線の何れの種類にても適合し得るもので，ι 及 Ω を計算する方法を示したものである. 然し乍ら實際には軌道を各種類に分ちて考へ，且別々に取扱はねばならない. 拋物線は最も簡單なものであるから最初に考へやう.

流星が既に近日點を通過した者であれば，それは地球とE點に於て出會つた者とせよ. 第七圖に於てSEを引き，且EQを拋物線の軸 πS に平行ならしめよ. この曲線の既知の性質から $<T'EQ=<TES$；又 $<QES=\theta=<ES\pi$ とせよ. 定義に依つて $\eta=<TES=<QET'$，これは地球より見たる太陽の角距離となる. $\therefore<\theta=180^\circ-2\eta$，こゝに二つの場合がある. 一は輻射點が黄道の北側にある場合で，他は南側にある場合である. これ等の場合各々 $\Omega=S$ 及び $\Omega=S+180^\circ$ の場合である.

第七圖



若し近日點を過ぎてゐない場合は，θ は負であつて，

$<\pi SE=<SEQ=-\theta$; $<SET=\eta$;

$<SET'=<QET=180^\circ-\eta$. $\theta+2(180^\circ-\eta)=180^\circ$;

こゝに $\theta=180^\circ-2\eta$ は他の場合に誘導したものこ同一の方程式こなる.若し昇交點の眞距度を θ_Ω にて記さば π は一般に $\Omega-\theta_\Omega$ なるか又は $\Omega+360^\circ-\theta_\Omega$ で何れの場合も同じである.

若し輻射點が黃道の北にあつて, 地球が降交點にあるならば $\Omega=S$, $\theta_\Omega=\theta\pm180^\circ=180^\circ-2\eta\pm180^\circ$ であり $\pi=S+2\eta$ こなる.

輻射點が黃道の南にあり, 地球が昇交點にあるならば

$$(24)\quad \begin{cases} \Omega=180^\circ+S,\ \theta_\Omega=\theta=180^\circ-2\eta \\ \pi=S+2\eta \end{cases}$$

この計算は順行逆行の運動の如何に拘らず遂行し得る. 軌道の傾斜が ι より大なる卽ち逆行運動なるものについては, 古の著者は 2η に負號を持たせるだけで同じ處置を用ひてゐた. 故にこの場合には $\pi=S-2\eta$ こ書かれてゐた.

斯様な結果を現代使用されてゐるものこ比較する時は大いに注意を要するのである.

第六節 楕圓及双曲線軌道のための修正

楕圓軌道を解く爲の解析的方法は次の様である. 既に第五節に於て誘導したる一般的方程式

$$\frac{V}{v}=\frac{\sqrt{\frac{2}{R}-1}}{\sqrt{\frac{2}{R}-\frac{1}{a}}}=\sqrt{\frac{a(2-R)}{2a-R}}\ ,\ 又a^3=U^2$$

此方程式は我々に χ 及び σ を與へ得るから, 隨つて η 及び ι は前こ同様計算し得る. 然し乍ら π 及び $e=\sin\phi$ を誘導するには別の方法が必要である.

太陽を原點こし, 黃道を基本面こすれば, +X 軸は春分點の方向へ, +Y 軸は夏至點の方向へ, +Z軸は黃道の北極へ向ふ故, 地球に出會つた瞬間に於ける流星の運動の方程式は次に示す通りのものこなる.

$$(25)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=-v\ \cos b\cos l \\ \dfrac{dy}{dt}=-v\cos b\sin l \\ \dfrac{dz}{dt}=-v\sin b \end{cases}$$

この瞬間に於ての，地球の坐標隨つて流星の坐標は

$$(26)\quad \begin{cases} x=-R\ \cos S \\ y=-R\ \sin S \\ z=0 \end{cases}$$

屢々用ひられる天體力學の一般方程式から

$$(27)\quad \begin{cases} k\sqrt{p}\ \cos\iota = x\dfrac{dy}{dt}-y\dfrac{dx}{dt}=Rv\cos b\sin(l-S) \\ k\sqrt{p}\ \sin\Omega\sin\iota = y\dfrac{dz}{dt}-z\dfrac{dy}{dt}=Rv\sin b\ \cos S \\ k\sqrt{p}\ \cos\Omega\sin\iota = x\dfrac{dz}{dt}-z\dfrac{dx}{dt}=Rv\sin b\sin S \end{cases}$$

(27)に於て右邊は中央に(25)及び(26)を代入して得られる

又 $\Omega=S(b+)$及び $\Omega=180+S(b-)$から次の關係を得られる，

$$(28)\quad \begin{cases} k\sqrt{p}\ \cos\iota=-Rv\cos b\sin(S-l) \\ \pm k\sqrt{p}\ \sin\iota=+Rv\sin b \end{cases}$$

(28)の解よりpを見出し得るが，(22)によつて得られた傾斜ιの値を驗算すべきιの値をも獨立に求め得る．楕圓の場合は $p=a\cos^2\phi=a(1-e^2)$，こゝに $e=\sin\phi$ である．p及びaが求め得られるこ，eは見出し得る．然し驗算する爲め次の式が誘導される．

$$(29)\quad \cos\phi=\frac{Rv\cos b\ \sin(l-S),}{k\sqrt{a}\ \cos\iota}=\pm\frac{Rv\sin b}{k\sqrt{a}\ \sin\iota}$$

e は常に正であるから$\cos\phi$は常に正なるこさは明らかである．

又近日點距離は次の關係より定め得る．

$$(30)\quad q=a(1-e)$$

拋物線については $\pi=\Omega-\theta_\Omega$（こゝにθ_Ω は眞距度〔true anomaly〕である）である．楕圓運動に關しては，天體力學より

$$(31)\quad \begin{cases} e\ \sin\theta=\dfrac{\sqrt{p}}{kR}\left(x\dfrac{dx}{dt}+y\dfrac{dy}{dt}+z\dfrac{dz}{dt}\right)=\dfrac{\sqrt{p}}{kR}Rv\cos b\ \cos(l-S) \\ e\cos\theta=\dfrac{p}{R}-1 \end{cases}$$

第一の方程式の最後の項は，中央のものに(25)及び(26)を代入して得られる．再び(28)より

$$e\sin\theta=\frac{p}{R}\cos\iota\ \cot(l-S)=\frac{p}{R}\cot\eta$$

$$\therefore\quad \tan\theta=\frac{\cot\eta}{1-\dfrac{R}{a\cos^2\phi}}=\frac{\cot\eta}{1-\dfrac{R}{p}}$$

$\pi=180^\circ+S-\theta$ 中に置換すれば π は直ちに算定し得る.

× × × × ×

双曲線の場合には楕圓に關して得られた方程式に僅かの變更をほどこす事が必要である. この場合には週期がない爲, 單に速度vを觀測するか又は理論的立場から假定するより外に方法がない. 一般に $v^2=k^2\left(\frac{2}{R}-\frac{1}{a}\right)$ であるから, 若しAをaについての絶對値にとれば次式を得る.

$$A=1/\left(\frac{v^2}{k^2}-\frac{2}{R}\right)$$

通徑pは(27)より求め得る. 卽ち

$$(32)\quad \sqrt{p}=\frac{Rv\cos b\sin(l-\Theta)}{k\ \cos\iota}=\pm\frac{Rv\sin b}{k\sin\iota}$$

又離心率は次式より得られる.

$$(33)\quad e=\sqrt{1+p/A}$$

前の如く π は $\pi=180^\circ+S-\theta$ の關係より定め得る.

双曲線については, 我々は $\tan\frac{1}{2}v=\tan\frac{1}{2}F\cot\frac{1}{2}\psi$ 及び $\tan\psi=\sqrt{e^2-1}$ なる關係から誘導すると,

$$(34)\quad \tan\frac{1}{2}F=\tan\frac{1}{2}\theta\sqrt{\frac{e-1}{e+1}}$$

最後に近日點通過の時刻Tは次式より見出し得る.

$$(35)\quad \frac{k}{a^{\frac{3}{2}}}(t-T)=-F+\frac{e}{2}(e_1^F-e_1^{-F})=-F-e\sinh F$$

こゝに e_1 は自然對數の底をあらはす, 添字は離心率との混同をさける爲に用ひたのである.

以上で譯を終へたのであるが, この方法は主として次の論文に基づいて書かれた事を附言して置く.

Lehmann; Die Bahnbestimmung Von Meteorbahnen.

× × × × ×

4 赤道坐標と黄道坐標との關係

輻射點は一般に赤緯，赤經にて求められるからそれを黄經，黄緯に變ずる必要がある．次に其の方法を示すことゝする．tan Fなる媒介變數を用ふれば，

$$(1)\quad \tan F = \frac{\tan\delta}{\sin\alpha}$$

$$(2)\quad \tan\lambda = \frac{\cos(F-\varepsilon)\tan\alpha}{\cos F}$$

$$(3)\quad \tan\beta = \tan(F-\varepsilon)\sin\lambda$$

(1)により$\alpha\delta$ よりFを求め$\varepsilon=+23°27'$を用ひて(2)よりλを求め，隨つて(3)によりβを求むればよいのである．かくして得たる$\nu.\beta$は次の關係によつて正誤を驗べたらよい．

Check I $\cos\delta\sin\alpha\cos(F-\varepsilon)=\cos F\sin\lambda\cos\beta$ 又は

II $\mathrm{coc}\delta\ \cos\alpha=\cos\lambda\ \mathrm{cas}\ \beta$

5 む す び

輻射點より軌道要素を求むる方法を逆に辿れば既知の軌道要素から流星輻射點を求め得る事は明白である．新しい彗星が出現した場合近日點距離が1より少なる場合或ひは1に甚だしく近き場合には，時々彗星こ地球この軌道が甚だしく接近する事がある．依つて一應その距離を算定して見て流星輻射點を定めるのが順序である．猶ほ天頂引力日週光行差の修正をする場合には，地平坐標こ赤道坐標の間の關係を知る必要があらうから，下記の書物の何れかで御研究を願ふ次第である．(1928.6.17)

一戸直藏著　高等天文學　第三章

日下部，菊田共著　天文學汎論　第九章

Campbell 著　The Element of Practical Astronomy. 第一章

× × × × ×