

マイクロ波帯における可変容量ダイオードを用いた

周波数逡倍の研究

松崎充宏

昭和42年1月

マイクロ波帯における可変容量ダイオードを用いた

周波数通倍の研究

松 崎 充 宏

昭和42年1月

DOC

1967

2

電気系

目 次

第1章 緒 論	1
1.1 周波数通倍の概念	1
1.1.1 周波数通倍の必要性	1
1.1.2 周波数通倍の分類	1
1.1.3 研究の歴史的背景と問題点	3
1.2 研究内容の梗概	5
第2章 障壁容量による周波数通倍の大信号理論	8
2.1 緒 言	8
2.2 ダイオード直列形通倍回路	8
2.3 ダイオード並列形通倍回路	15
2.4 両回路における変換能率の比較	23
2.5 両回路における最適負荷と入力抵抗	25
2.5.1 最適負荷抵抗と入力抵抗の式	25
2.5.2 最適負荷抵抗と入力抵抗の比較	26
2.5.3 最適負荷抵抗と入力抵抗に関する考察	29
2.6 一般の信号電源に対する理論	31
2.7 結 言	34
第3章 可変容量ダイオードによる周波数通倍の一方式(中間同調式通倍)	36
3.1 緒 言	36
3.2 中間同調式通倍	37
3.3 カスケード式通倍	43
3.4 各方式の比較	47
3.5 結 言	50
第4章 中間同調式通倍の実験	51
4.1 緒 言	51
4.2 試作通倍器による実験	51

4.2.1	1号通倍器	51
4.2.2	2号通倍器	59
4.2.3	3号通倍器	62
4.2.4	4号通倍器	63
4.3	クロスガイド・テーパ型通倍器の考察	64
4.3.1	序	64
4.3.2	中間調波に関する等価回路	65
4.3.3	等価回路による解析	66
4.3.4	解析の具体例	71
4.4	結 言	74
第5章	高次通倍における各種の方式	75
5.1	結 言	75
5.2	中間同調式の2段カスケード接続方式	75
5.3	直接式の4段カスケード接続方式	80
5.4	各方式の能率の比較	86
5.5	結 言	87
第6章	電荷蓄積効果による周波数通倍	88
6.1	結 言	88
6.2	従来の解析との相異点	88
6.3	ダイオード直列形通倍回路	90
6.3.1	直列形回路の方程式	90
6.3.2	電力の関係と変換能率	95
6.3.3	数値計算法	96
6.3.4	計算結果	98
6.4	ダイオード並列形通倍回路	99
6.4.1	並列形回路の方程式	99
6.4.2	電力の関係と変換能率	104
6.4.3	数値計算法	106
6.4.4	計算結果	107
6.5	結 言	108

第7章 可変容量ダイオードの高周波動特性	109
7.1 緒 言	109
7.2 $p-n$ 接合ダイオードの可変容量	110
7.3 電荷蓄積効果による特性	111
7.3.1 階段接合ダイオード	111
7.3.2 傾斜接合ダイオード	116
7.3.3 ダイオード特性の数値計算	118
7.4 実 験	120
7.4.1 高周波動特性の測定法	120
7.4.2 逆および小さな順バイアス時の特性	121
7.4.3 電荷蓄積バイアス時の特性	124
7.4.4 動的総合特性	127
7.4.5 正弦波電流励振時の特性	128
7.5 結 言	131
第8章 障壁容量および電荷蓄積効果による周波数通倍	133
8.1 緒 言	133
8.2 ダイオード直列形通倍回路の理論	133
8.2.1 直列形回路の方程式	133
8.2.2 電力の関係と変換能率	138
8.2.3 数値計算とその結果	138
8.3 ダイオード並列形通倍回路の理論	141
8.3.1 並列形回路の方程式	141
8.3.2 電力の関係と変換能率	145
8.3.3 数値計算とその結果	146
8.4 両回路に対する計算結果の比較	147
8.4.1 入力電力	147
8.4.2 変換能率とその電力特性・バイアス特性	149
8.4.3 最適負荷抵抗	150
8.5 クロスガイド型通倍器を用いた実験	150
8.5.1 通倍器等価回路の理論的考察	150

8.5.2	等価回路の確認実験	152
8.5.3	通倍実験の結果と理論の検討	158
8.6	結 言	158
第9章	周波数通倍と周波数通降	161
9.1	結 言	161
9.2	ダイオード直列形通降回路	161
9.2.1	直列形回路の方程式	161
9.2.2	電力・電圧・入力コンダクタンスの関係	164
9.2.3	変換能率	166
9.3	ダイオード並列形通降回路	167
9.3.1	並列形回路の方程式	167
9.3.2	電力・電流・入力抵抗の関係	170
9.3.3	変換能率	171
9.4	周波数通倍と通降の比較	173
9.4.1	ダイオード直列形回路	173
9.4.2	ダイオード並列形回路	176
9.5	結 言	179
第10章	結 論	180
謝 辞		183
参考文献		184
付 録		
付録1	(6.31) 式の誘導	188
付録2	(7.20) 式の誘導	188
付録3	(7.38) 式の誘導	189
付録4	(7.40) 式の誘導	191
付録5	(8.28) 式の証明	191
付録6	(9.6)(9.7) 式の誘導	194
付録7	(9.50)(9.51) 式の誘導	196

第 1 章 緒 論

1.1 周波数通倍の概念

1.1.1 周波数通倍の必要性

近年、トランジスタ、ダイオードなど半導体素子の急速な研究開発に伴ない、各分野で広範囲に利用され、これら半導体素子を無視してエレクトロニクスを考えることができない状態になってきた。ところでこれら半導体素子の研究開発は主として高周波化および大電力化をねらいとするものである。さてマイクロ波は、今日、公衆通信、民需、軍用を問わず各方面に利用されていることは言を要せぬが、このマイクロ波領域における機器の固体化をはかるため、半導体素子の開発と相俟って、各種装置の研究にめざましい努力が払われている。固体電子化の利点としては、小型軽量、電源および消費電力の節減、信頼性の向上、保守の簡易化、価格の低減があげられることは良く知られている。

ここにおいて、可変容量ダイオードによる周波数通倍の研究がクローズアップされるのであるが、まず、周波数通倍器の応用面について述べてみよう。可変容量ダイオードによる周波数通倍は、非常に能率がよく、低雑音であること、その他一般の半導体素子としての長所をもつので重要視され、従来高周波領域での信号源を得るために行なわれていたが、そのような周波数領域では小出力しか得られず、測定用ないしは受信用の域を出なかった。しかるに、近年半導体素子の研究が急速に進歩し、高周波大出力トランジスタおよび高能率可変容量ダイオードの出現により、トランジスタによる *VHF* または *UHF* の発振あるいは増巾出力を可変容量ダイオードにより周波数通倍し、比較的大電力のマイクロ波を発生させることが可能になった。かくして周波数通倍の技術も進歩し、通信装置の固体化、マイクロ波電力の発生に重要な役割を果たすのである。最近における周波数通倍器出力の主な利用例としては、マイクロ波における送信電力、中継器の局発電力、パラメトリック増巾器のポンプ電力などがあげられよう。

1.1.2 周波数通倍の分類

後の便宜のため、ここでは周波数通倍の種類、用語など分類上のあらましについて述べることにする。

(1) 用いる素子

ダイオードによる周波数通倍は、ダイオードの順方向における可変抵抗特性を利用した

ものが数年前まで行なわれていたが、これは通倍次数が n のとき変換能率が $1/n^2$ 以下になる⁽²⁾低能率のものであった。しかるに近年、可変容量ダイオードが開発されManley-Roweの関係⁽¹⁾が示すよう高能率の通倍が行なわれるようになった。この可変容量ダイオードはその障壁容量が一般に(2.1)式で与えられるものである。可変容量ダイオードは様々に分類され、一般的な階段接合ダイオードおよび傾斜接合ダイオードはバラクターと呼ばれている。また(2.1)式の m が1, 2, ...となる超階段接合ダイオード、その他つぎの(2)項で述べる電荷蓄積効果が大なることを目的に作られた階段回復(Step Recovery)ダイオードがある。ここでは、実用上の観点から可変容量ダイオード(主としてバラクター)を用いた研究を行なっている。

(2) 非線形効果

可変容量ダイオードの障壁容量の非直線性によって行なわれる通倍を障壁容量効果による通倍またはパラメトリック通倍と呼び、また電荷蓄積効果の非直線性によって行なわれる通倍を電荷蓄積効果による通倍と呼ぶ。ダイオードの逆および小さな順バイアス領域で信号を励振するときは前者による通倍が行なわれ、解析上その信号の振巾が小さく障壁容量を簡単に近似できる場合を小信号といい、また信号の振巾が大きく拡散が生じない程度にダイナミック領域一杯に振込み解析する場合を大信号という。また高周波信号を順バイアス方向に大きく振込み、再結合を生じないときは後者による通倍が行なわれ、このときの信号を超大信号ということにする。

本論文においては、障壁容量効果による通倍は才2章～才5章で取扱われ、電荷蓄積効果による通倍は才6章で取扱われている。また才8章は両方の効果を考慮した解析を行なっている。

(3) 基本回路

周波数通倍回路は、基本的には入力側の基本波同調回路と出力側の希望高調波同調回路との中間に通倍用の可変容量ダイオードを挿入し、希望高調波のみを出力側に伝送し、不要高調波をリアクティブに阻止するような回路構成となる。この基本回路はダイオードの配置により二つに分かれ、負荷に対しダイオードが直列に接続される場合をダイオード直列形回路、並列に接続される場合をダイオード並列形回路という。また前者は、ダイオードの両端に入出力電圧だけがかかるので電圧励振形回路、後者はダイオードに入出力電流のみが流れるので電流励振形回路とも呼ばれる。

(4) 中間調波利用の有無

可変容量ダイオードを用いたマイクロ波帯における周波数逓倍は、ダイオードの損失のため高次であるほど変換能率の低下が著しいことが知られている。特にダイオード並列形回路の場合、3逓倍以上の能率は極度に低下する。従って3逓倍以上の高次逓倍では中間の不要高調波の同調回路も設けて能率の向上をはかることが行なわれる。このように中間の不要高調波（中間調波またはidler という）を用いた逓倍も能率向上の根拠の違いにより二つに区別される。これに関しては後で述べるが、特に本論文で提案する方式（オ3章、オ4章）を中間同調式逓倍と名づけている。

これら、idlerを用いた逓倍に対し、(3)項で述べたような基本的回路によるもの、すなわち基本波と希望高調波の同調回路だけを設けて行なう逓倍を直接式逓倍と呼ぶ。

(5) 同調形と広帯域形

ダイオード損失、回路損失が小さい場合、基本波および希望高調波（必要に応じ、不要高調波）に同調する逓倍回路を用いると、高能率の逓倍が可能であることから従来の研究は主としてこの同調形逓倍に限られている。(3)、(4)項でもこの同調形逓倍について述べており、本論文の取扱もすべてこれに関してである。

これに対し、同調回路を設けない逓倍回路もあり⁽⁶⁾、これは広帯域逓倍といわれている。

1.1.3 研究の歴史的背景と問題点

ダイオードを用いた周波数逓倍は、初期の頃、ダイオードの非直線抵抗を利用したものが行なわれたが、Pageの式⁽²⁾によれば n 逓倍のとき変換能率が $1/n^2$ 以下という低能率であった。しかるに非直線容量ダイオードの開発が進むと共に、これを用いた周波数逓倍が多く研究者の注意をひくようになった。非線形リアクタンスを用いた同調形周波数逓倍はManley-Roweの式⁽¹⁾に従えば変換能率100%の逓倍が可能であることから、その理論的ならびに実験的研究は主として同調形逓倍について行なわれている。

可変容量ダイオードの逆バイアス領域で信号を励振すると障壁容量の非線形効果によって、周波数逓倍が行なわれることが多くの実験により確認されたが、この種の逓倍回路を初めて理論的に取扱ったのはK. K. N. Chang⁽³⁾である。その後Lesson & Weinreb⁽⁴⁾も解析を行なったがこれらはいずれも小信号解析である。K. M. Johnson⁽⁵⁾は信号をダイナミック領域一杯に励振する大信号解析を行ない、従来の小信号解析に比べかなり高い変換能率を与えること、特に高次逓倍になるに従い、最大変換能率を求めるに

は大信号解析が必要であることを示した。また Penfield & Rafuse⁽²⁾ は、階段接合ダイオードを用いたダイオード並列形回路の大信号解析を行ない多くの設計資料を与えている。しかるに、これら大信号解析はダイオード直列形回路ないしはダイオード並列形回路のいずれか一方に対する特定の場合一つについてである。かくしてこれら相対でない二つの回路方式の一般の場合について、一率に解析し比較検討することが必要であろう。

さて、これら同調形直接式通信は、マイクロ波領域においては特にダイオード損失のため高次の通信になるに従い能率の低下が著しく、またダイオード並列形回路の場合、3次以上の通信出力は、階段接合ダイオードを用いると得られず、傾斜接合ダイオードを用いても急減することが明らかとなった。ここにおいて、3次以上の高次通信をダイオード並列形回路で行なうとき不要高調波 (idler) の存在が必要ながことが強調され、Utsunomiya & Yuan⁽³⁾ および Penfield & Rafuse⁽²⁾ により研究された。しかし、ダイオード直列形回路による高次通信の能率向上策についてはこれまで検討されていない。

今迄は、障壁容量の非直線性による通信に関してであるが、信号を可変容量ダイオードの順バイアス方向に大きく振込むと少数キャリアの電荷蓄積効果によって周波数通信が行なわれることが Leenov & Uhler⁽⁴⁾ によって指摘され、同調回路のない広帯域通信について解析された。しかしながら実際には同調形で通信を行なうことから、ダイオード直列形回路に関して、柚木⁽⁵⁾、渡辺⁽⁶⁾ が解析し詳しい設計資料を与えた。しかし、これらは低能率ないしは近似的解析であり、厳密な高能率解析が要求される。

このような電荷蓄積効果による通信は、超大信号を加え、順バイアス方向に大きく励振した場合に行なわれるが、一般のパラクターではこの場合逆バイアス時における障壁容量効果を見捨てることはできない。従って障壁容量および電荷蓄積の両効果を含めた周波数通信の解析を行なうには、まず可変容量ダイオードの電荷蓄積時の動特性を検討することが大切である。超大信号を加えた場合の解析は、これまで、C. B. Burckhardt⁽⁷⁾ がダイオード並列形回路について行なったが、特性の根拠が明らかでない。最近山崎⁽⁸⁾ がダイオード並列形回路についての解析を行なっているが、これはまず無損失時の関係式を求めて損失がある場合にもこの関係が成立つものとしての能率などの計算を行なっているため、低周波のときは良いとしても周波数が高くなり変換能率が悪くなると誤差が大きくなると考えられる。

以上、周波数通信の研究に関する主な歴史的背景について述べたが、そのほとんどが、

高能率を得ることを主眼とし通倍機構を解明しているものである。この他、周波数通倍研究の問題としては、雑音特性、許容電力、通倍器の chain、周波数限界、安定性、広帯域化が挙げられ、これらを主眼にした研究も行なわれている。

これらの研究経過を経て、周波数通倍は今や実用化の段階に入った感があるが、未だ目的に添うダイオード、通倍器の選定、動作条件の決定が定かでなく、これからも高能率、高安定の問題に対する検討が今後必要とされるのである。

1.2 研究内容の梗概

前節では、可変容量ダイオードによる周波数通倍の一般論として、その必要性と応用面、分類上のあらましに関する説明、研究の歴史的背景と問題点の概略について述べた。才2章以下では、これらの問題点を対象として行なった研究の成果を論ずるが、これに先だち、ここでは研究の目的、内容に関して述べておこう。

才2章は、障壁容量による周波数通倍の大信号理論についてである。この研究は、双対でない二つの基本的通倍回路（ダイオード直列形および並列形回路）の大信号時における比較検討がこれまでなされていないことから、これを行なうことを目的とするものである。すなわち小信号理論も包含できる大信号解析によりダイオード直列形およびダイオード並列形回路の解析を対照的に行ない回路方程式を導き、変換能率、最適負荷、入力抵抗などの差異を示している。さらに具体的数値計算を行ない、階段接合ダイオードや傾斜接合ダイオードを用いた場合の2, 3, 4通倍についての比較を与えている。さらに一般的信号電源に対する検討を与え、理想電源に対して得られる結果との違いを説明している。かくして本章より、障壁容量による直接式通倍における基本的両回路の差異を知ることができる。またこの解析法は、後の才3章、才5章、才9章における成果の基礎となっている。

才3章では、可変容量ダイオードによる周波数通倍の一方式を提案している。これは、ダイオードにおける電力損失のため高次における通倍ほど能率の低下が著しいことから、高次通倍における能率向上を目的とするもので、 $n (=ph)$ 次の通倍を行なう場合に基本波と希望高調波のほかに才 p 高調波（中間調波と呼ぶ）に対しても同調をとり、いわば1箇のダイオードで p 通倍と h 通倍とを相次いで、しかも同時に行なわせようとする方式である。これを“中間同調式通倍”と呼ぶことにする。これは、ダイオード直列形回路に対して有効であり、ダイオード並列形回路に対して提案した Utsunomiya & Yuan⁽¹⁾の方法とは能率向上の要因が根本的に異なっている。本章では、まず中間同調式通倍およ

び直接式のカスケード接続式逓倍の逓倍機構を大信号解析により明らかにし、中間同調式逓倍の能率向上の原因を示す。さらに数値計算を4逓倍、6逓倍について行ない、直接式、中間同調式、カスケード接続式の能率の比較をして中間同調式が優ることを示している。

オ4章では、理論的に明らかにされた中間同調式逓倍を実証するために行なった実験について述べている。實際上、立体回路で周波数逓倍器を構成することは難しいので、ほぼ妥当と思われる逓倍器を数箇試作し、予備実験などで中間同調式逓倍が行なわれることを確認しながら実験した。その結果クロスガイドテーパー型逓倍器が好結果を与え、理論上の予想を裏づけることが示される。またクロスガイドテーパー型逓倍器に関する考察を等価回路を用いて行ない、設計上の指針を与えている。

オ5章は高次逓倍における各種逓倍方式について論じている。かなり高次の逓倍のときいかなる逓倍回路をどのように縦続接続すれば高能率を得るかは周波数逓倍の一問題であることはすでに述べたが、ここでは考えられる高次逓倍方式として中間同調式の多段カスケード接続方式、直接式の多段カスケード接続方式、中間同調式の三方式を挙げ、オ2章およびオ3章における大信号理論を拡張し、中間同調式の2段カスケード方式および直接式の4段カスケード方式の場合について解析する。続いて具体的に16逓倍について、中間同調式の2段カスケード方式、直接式の4段カスケード接続方式、および中間同調式の交換能率を具体的数値計算により求め相互に比較している。

オ6章は、電荷蓄積効果による周波数逓倍の解析をダイオード直列形および並列形の両回路について厳密に行ない、両回路の差異を明らかにすることを目的とする。電荷蓄積効果による周波数逓倍に関する解析は、従来ダイオード直列形回路の場合に対してなされていたが、これは希望高調波成分の影響を無視した低能率逓倍の解析または近似的解析であることを指摘し、ここでは従来の解析と異なり一層正確な解析が行なわれるため留意すべき点を挙げ、電力保存の関係も厳密に満足する一般性のある解析結果を示している。さらに数値計算をして、両回路の比較を行なっている。この解析はパラメーターを一般化しているので、計算結果も一般的なものである。なお従来の解析では、その能率の理論値が実験値より低い、ここでの解析結果より実際の理論値はもっと高くなることが示されている。

オ7章は電荷蓄積時の可変容量ダイオードの高周波動特性について解析したものである。信号が小さく主として逆バイアス領域で励振する場合は障壁容量の非直線性により周波数逓倍が行なわれ、他方信号を順バイアス領域に大きく振込む場合は少数キャリアの蓄積効

果によって周波数通倍が行なわれるとして、従来別々に解析がなされている。しかし、前者は順方向に振込める限界が定かでなく、また後者は可変容量特性を理想化する根拠が明確でなかった。従っていずれにしてもダイオードの特性を究明することが必要であるが、ここでは少数キャリアの蓄積を生ずる高周波大信号時の動特性について論じ、電荷蓄積効果による周波数通倍の解析に用うべきダイオード特性を与えることを目的としている。なお一般的可変容量ダイオードの場合、電荷蓄積効果を生ずる超大信号時の周波数通倍では、実際には上述の二つの通倍機構が含まれているので、ここでの考察は才8章における両機構を含めた周波数通倍の解析を行なうときに有用となる。

本章では、まずダイオードの各種可変容量について検討し、電荷蓄積を生ずる場合の可変容量の内、これまで明らかでない拡散容量に対して理論解析を行ない、この場合の理論的総合特性を与えた後、実験により確認している。

才8章では、一般のバラクターを用い、信号を順方向に大きく振込んだときは、才7章の結果より電荷蓄積効果はかりでなく障壁容量効果も考察して解析すべきことが示されたので、ここでは両効果を考慮した場合の解析をダイオード直列形およびダイオード並列形回路について行ない、具体的な数値計算をして両回路の差異を論じている。さらに、クロスガイド型通倍器による実験を行ない、理論値と比較している。その結果、従来明らかにされてないクロスガイド型通倍器の等価回路が解明された。また大電力になると入力電力に対して能率がしだいに減少するが、これは本章の理論で裏づけられることなどについて述べている。

才9章では周波数通倍と周波数通降の比較について述べることを目的とする。これまで、周波数通倍について論じているが、周波数通降も同じく可変容量ダイオードを用い、特に2通倍と $\frac{1}{2}$ 通降は同じような回路で行なわれるため、これらの差異を知ることは非常に興味がある。しかして、周波数通降は実用的価値があるが、これまでの解析は特殊な場合であるため一般論が必要である。従って、ここではまず基本的な二つの $\frac{1}{2}$ 通降回路についての一般的解析を試み、才2章で得られた周波数2通倍と比較検討する。さらに数値計算を行ない、2通倍と $\frac{1}{2}$ 通降、ダイオード直列形回路と並列形回路の見地から多くの比較資料を与えている。

才10章は、本論文の結論であり、研究で得られた主な成果をまとめて示している。

第2章 障壁容量による周波数通倍の大信号理論

2.1 緒 言

本章では可変容量ダイオードを用いた周波数通倍における、ダイオードの障壁容量効果による通倍（パラメトリック通倍）の大信号理論解析を行なっている。すなわちオ1章で述べた双対でない二つの通倍回路；ダイオード直列形回路，ダイオード並列形回路についての大信号時の回路方程式を導き，パラメトリック通倍における両回路の比較検討をすることを目的としている。

本章の構成は，先ずダイオード直列形回路およびダイオード並列形回路の理論解析を行なった後，変換能率の比較を具体的数値計算により行なっている。続いて両回路の最適負荷と入力抵抗について論じ，さらに一般の信号電源に対する場合を検討しこれまでの理想的電源に対して得られた能率等と比較する。

なお本章の理論解析は，以下に論ずるオ3章，オ5章，オ9章の問題を解析する際に基礎となるものである。

2.2 ダイオード直列形通倍回路

$p-n$ 接合可変容量ダイオードの障壁容量 C_{ti} は

$$C_{ti} = C_0' (V_\phi - V)^{-m} \quad (2.1)$$

で表わされる。ここに V_ϕ は電氣的形成を行ない $p-n$ 接合ができている場合の接合部分における接触電位差である。 m は接合状態によって定まる定数で，接合部における不純物濃度が急激に変る階段接合では $m=1/2$ ，また直線的に変化する傾斜接合では $m=1/3$ である。 C_0' は $C_0' V_\phi^{-m}$ が零バイアス時の容量に等しくなるように決めた定数である。また V はダイオードの両端に印加される電圧で，直流バイアス電圧 V_b と時間的変動電圧 v との和で表わされる。本章では v の大きさが $|v| < V_\phi - V_b$ の場合について論ずるものとし，(2.1) 式の C_{ti} を v に関するべき級数の形で表わすことにすると

$$\left. \begin{aligned} C_{ti} &= \sum_{k=0}^{\infty} C_k v^k \\ \text{ただし} \quad C_k &= \frac{(m+k-1)!}{(m-1)! k!} C_0' (V_\phi - V_b)^{-m-k} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

となり，この級数は収斂する。

図2.1 に示すような同調形 n 通倍ダイオード直列形回路においては、基本波および n 高調波の電圧振巾をそれぞれ V_1 および V_n とし、基本波の角周波数を ω とすると可変容量の両端に加わる交流電圧 v は

$$v = V_1 \cos \omega t + V_n \cos (n\omega t + \theta_n) \quad (2.3)$$

となる。ダイオードに流れる電流 i は

$$i = C i \frac{dv}{dt} \quad (2.4)$$

で表わされるので、これに(2.2)、(2.3)式を代入して i の基本波成分 $i(\omega)$ および n 高調波成分 $i(n\omega)$ を求めると(以下、簡単のため $\omega t = x_1$ 、 $n\omega t + \theta_n = x_n$ と書く)

$$\left. \begin{aligned} i(\omega) &= -\omega C_0 V_1 \sin x_1 - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha-1} V_n^{\alpha} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} M_{\alpha\beta\nu} \sin [(2\nu+1)x_n - \{(2\nu+1)n-1\}x_1] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta-1 \\ \nu \leq \beta}} N_{\alpha\beta\nu} \sin [\{(2\nu+1)+1\}x_1 - (2\nu+1)x_n] \right\} \\ i(n\omega) &= -n\omega C_0 V_n \sin x_n - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} K_{\alpha\beta\nu} \sin [(2\nu+1)nx_1 - 2\nu x_n] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{n(\nu-1) \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} L_{\alpha\beta\nu} \sin [2\nu x_n - (2\nu-1)nx_1] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

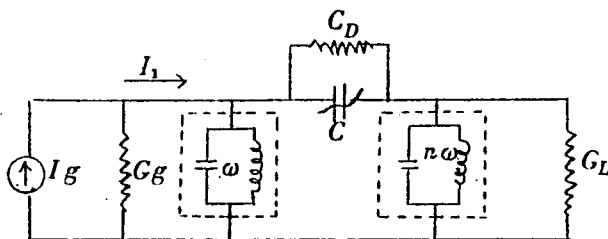


図2.1 ダイオード直列形通倍回路

となる． $\sum_{\substack{n \leq \alpha - \beta \\ \nu \leq \beta}}$ などは $\sum$ 記号の下に記した範囲にある零または正の整数 ν についての

和を意味している． $M_{\alpha\beta\nu}$, $N_{\alpha\beta\nu}$ などは α , β および ν によって定まる係数である．図 2.1 の回路において同調条件が成立している場合に，基本波および第 n 高調波ごとにキルヒホフの法則を適用する．すなわち， $\dot{V}_n = V_n \varepsilon^{j\theta n}$ なる複素数表示を用いると

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_1 + j\omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha-1} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \dot{V}_n \sum_{\nu} M_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{2j\nu\theta n} + \dot{V}_n^* \sum_{\nu} N_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{-2j\nu\theta n} \right\} \\ 0 &= (G_n + G_L) \dot{V}_n + j\omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\nu} K_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{-2j\nu\theta n} \sum_{\nu} L_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{2j\nu\theta n} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

なる関係が得られる．ここに G_1 および G_n は基本波および第 n 高調波における外部回路のコンダクタンスである．可変容量から回路側を見たアドミタンスの虚数部が各調波において零となるように回路が調整される条件を求めるため，(2.6)式を実数部，虚数部に分け， $\alpha \geq n+1$ かつ $\beta \geq 1$ なる項を省略すると

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_1 - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha-1} V_n \sum_{\beta=0}^{\alpha} (M_{\alpha\beta 0} - N_{\alpha\beta 0}) \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \sin \theta_n \\ 0 &= \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha-1} V_n \sum_{\beta=0}^{\alpha} (M_{\alpha\beta 0} + N_{\alpha\beta 0}) \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \cos \theta_n \\ 0 &= (G_n + G_L) V_n \cos \theta_n - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} L_{\alpha\beta 1} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \sin 2\theta_n \\ 0 &= (G_n + G_L) V_n \sin \theta_n + \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{n+2\alpha} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{\beta=0}^{\alpha} K_{\alpha\beta 0} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} + \sum_{\beta=1}^{\alpha} L_{\alpha\beta 1} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \cos 2\theta_n \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

となり，(2.7)の2式から $\theta_n = \pm \pi/2$ が得られるが，基本波と第 n 高調波との間の電力授受の関係を考慮すると

$$\theta_n = -\pi/2 \quad (2.8)$$

となる．従って

$$M_{\alpha\beta 0} - N_{\alpha\beta 0} = K_{\alpha\beta 0} - L_{\alpha\beta 1} \equiv H_{\alpha\beta} \quad (2.9)$$

とおき、(2.8)式を用いて(2.7)式を整理すると、基本波および才 n 高調波に対する電流-電圧式

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_1 + \left\{ \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H_{\alpha\beta} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \right\} V_1^{n-1} V_n \\ O &= (G_n + G_L) V_n - \left\{ \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H_{\alpha\beta} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \right\} V_1^n \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

が求められる。(2.9)式で定義した $H_{\alpha\beta}$ は明らかに $(V_1 \cos x_1 + V_n \sin n x_1)^{n+2\alpha-1} (V_1 \sin x_1 - n V_n \cos n x_1)$ の展開における $V_1^{n+2(\alpha-\beta)} V_n^{2\beta} \sin n x_1$ の係数に相当し

$$H_{\alpha\beta} = \frac{n}{2^{n+2\alpha-1}} \frac{(n+2\alpha-1)!}{(n+\alpha-\beta)! (\alpha-\beta)!} \frac{\beta^2 (3-\beta) - 1}{(2\beta-1)(\beta+1)(\beta!)^2} \quad (2.11)$$

で与えられる。いま

$$C_{n-1}^* = C_{n-1} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{n+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \quad (2.12)$$

とおくと(2.10)式は

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_1 + (\omega C_{n-1}^* / 2^{n-1}) V_1^{n-1} V_n \\ O &= (G_n + G_L) V_n - (\omega C_{n-1}^* / 2^{n-1}) V_1^n \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

となる。この式は小信号の場合と同一形式で、小信号時の C_{n-1} が C_{n-1}^* に置きかえられている。従って C_{n-1}^* は n 通倍に対する大信号時の実効容量係数といえる。

(2.13)式から

$$P_{in} = \frac{1}{2} G_1 V_1^2 + P_n \quad (2.14)$$

ここに P_{in} は基本波入力電力

$$P_{in} = \frac{1}{2} I_1 V_1 \quad (2.15)$$

、また P_n は才 n 高調波への変換電力

$$P_n = \frac{1}{2} (G_n + G_L) V_n^2 \quad (2.16)$$

であり、(2.14)式は電力保存の関係を表わしている。

これより、基本波からオ n 高調波への電力変換を表わす等価コンダクタンスが

$$G_{1 \rightarrow n} \equiv (\omega C_{n-1}^* / 2^{n-1}) V_1^{n-2} V_n \quad (2.17)$$

で与えられ、またオ n 高調波の電流源として

$$I_{gn} \equiv (\omega C_{n-1}^* / 2^{n-1}) V_1^n \quad (2.18)$$

を考えてよいことがわかる。(2.17)、(2.18)式の記号を用い、図2.1の通倍回路を基本波、オ n 高調波ごとの成分回路に分解して示すと図2.2のようになる。

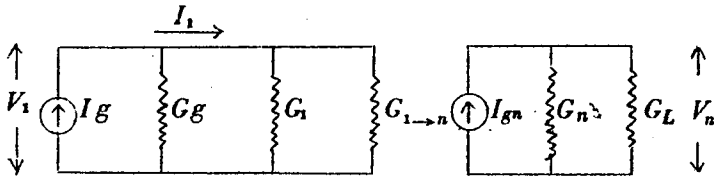


図2.2 図2.1の回路の成分回路への分解

G_1 および G_n はダイオードの拡がり抵抗 R_s だけによると仮定すると

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= (\omega C_o^*)^2 R_s \\ G_n &= (n\omega C_o^*)^2 R_s = n^2 G_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

となる。ここに C_o^* は障壁容量 C_{ti} の時間平均分である。すなわち (2.2) 式に (2.3) 式を代入し、奇数乗の項は時間平均すれば消えることを考慮すると

$$\begin{aligned} C_o^* &= C_o + \left\langle \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha} (V_1 \cos \omega t + V_n \sin n\omega t)^{2\alpha} \right\rangle_{\text{時間平均}} \\ &= C_o + \left\langle \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left\{ \frac{(2\alpha)!}{\{2(\alpha-\beta)\}! (2\beta)!} V_1^{2(\alpha-\beta)} V_n^{2\beta} \cos^2(\alpha-\beta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \omega t \sin^2 \beta n\omega t \right\} \right\rangle_{\text{時間平均}} \end{aligned}$$

となる。これに $\langle \cos^2 \alpha x \rangle = \langle \sin^2 \alpha x \rangle = (2\alpha)! / \{2^{2\alpha} (\alpha!)^2\}$ を用いると C_o^* は

$$C_o^* = C_o + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha} \{(\alpha-\beta)! \beta!\}^2} \left(\frac{V_n}{V_1} \right)^{2\beta} \quad (2.20)$$

で表わされる。さらに基本波および希望高調波に対するダイオードの Q をそれぞれ Q_{q1} および Q_{qn} とすると

$$\left. \begin{aligned} Q_{q1} &\equiv \frac{\omega C_o^*}{G_1} = \frac{1}{\omega C_o^* R_s} \\ Q_{qn} &\equiv \frac{n\omega C_o^*}{G_n} = \frac{1}{n\omega C_o^* R_s} = \frac{Q_{q1}}{n} \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

また、 G_L を G_n で規格化した量を g_L とすると

$$g_L = G_L / G_n \quad (2.22)$$

(2.13) , (2.21) , (2.22) 式より

$$\frac{V_n}{2} = \frac{Q_{qn}}{1+g_L} \left[\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^n \right] \quad (2.23)$$

が得られる。この式は V_1 と V_n との関係式であるが、(2.12) , (2.20) 式から分かるように C_{n-1}^* および C_o^* は V_1 のみならず V_n にも関係するから、(2.23) 式から V_1 を与えて V_n を求めるには繰返し法などの複雑な計算によらざるを得ない。しかし $(V_n/V_1) \ll 1$ なる条件が期待される場合、すなわち小信号のとき、または大信号の場合でも n が大きいときには、(2.12) 式および (2.20) 式において $\beta \geq 1$ の諸項を $\beta = 0$ の項に比して省略することができ、 C_{n-1}^* および C_o^* の近似値はそれぞれ

$$C_{n-1}^*, \text{approx} = C_{n-1} + n \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(n+2\alpha-1)!}{(n+\alpha)! \alpha!} C_{n+2\alpha-1} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha} \quad (2.12)'$$

$$C_o^*, \text{approx} = C_o + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{(\alpha!)^2} C_{2\alpha} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha} \quad (2.20)'$$

となり、(2.23) 式の右辺は V_1 だけの関数となるので、 V_1 を与えた場合 V_n を簡単に計算できる。

P_n および P_{in} はそれぞれ (2.16) 式および (2.14) 式を変形し

$$P_n = \frac{1}{1+g_L} \frac{2}{R_s} \left[\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^n \right]^2 \quad (2.24)$$

$$P_{in} = \frac{2\omega C_o^*}{Q_{q1}} \left(\frac{V_1}{2} \right)^2 + P_n \quad (2.25)$$

となる。変換率 η は、基本波入力電力に対する負荷で消費される n 高調波電力の比と定義すると、これらの式を用い

$$\eta = \frac{g_L}{1+g_L} \cdot \frac{P_n}{P_{in}} \quad (2.26)$$

で表わされる。 C_o^* および C_{n-1}^* に(2.12)', および(2.20)'の近似式を使用してよい場合には、これらは容易に計算できる。

具体的なダイオードについて変換率の数値計算を行なったがその結果は2.4および3章に示すことにし、ここでは同じダイオードに対して C_o^* および C_{n-1}^*/C_o^* の励振電力特性を(2.12)', (2.20)'に基いて計算した結果を図示しておく(図2.3, 図2.4)。図2.4および(2.24)~(2.26)式から

- (i) 入力が増すにつれ
 通倍率が增大すること。
 (ii) 通倍次数が大きい
 程(i)が顕著なこと。
 がわかる。
 なお一定の基本波電圧
 に対して最大の能率を与える g_L の値、

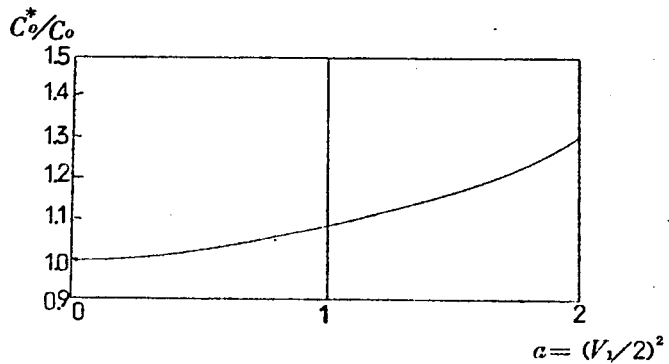
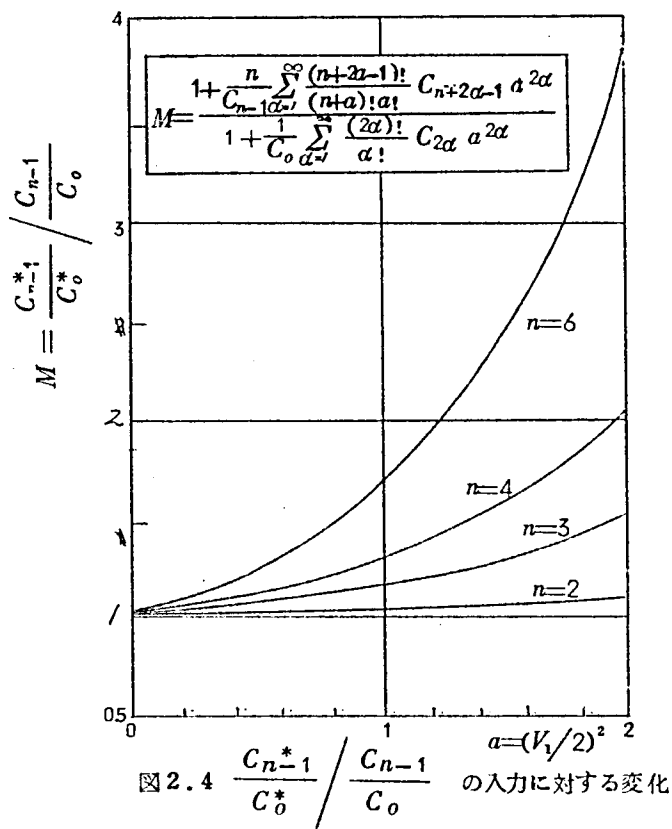


図2.3 C_o^*/C_o の入力に対する変化

$g_{L, \max}$ は

$$g_{L, \max} = \sqrt{1 + Q_{q1}^2 \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{n-1} \right)^2} \quad (2.27)$$

で与えられ、(2.12)'および(2.20)'式を用いれば、 V_1 の値に応じて一義的に決定できる。



2.3 ダイオード並列形過倍回路

この場合も可変容量ダイオードの障壁容量の一般式が(2.1)式のように与えられているとする。さて、(2.1)式の両辺を V で積分すると

$$Q = \frac{C_o'}{1-m} (V_\phi - V)^{1-m} \quad (m \neq 1) \quad (2.28)$$

を得る。この際、積分定数は電荷 Q の中に入れている。2.2で述べたように V は $V = V_b + v$ である、また Q を $Q = Q_b + q$ とおき、(2.28)式を v について解くと

$$v = - \left(\frac{1-m}{C_o'} \right)^{\frac{1}{1-m}} \sum_{k=1}^{\infty} D_k q^k \quad (2.29)$$

ここに D_k は

$$D_k = \frac{1}{1-m} C_k Q_b^{\frac{1}{1-m} - k}$$

$$= \frac{1}{k!} \left(\frac{1}{1-m} \right) \left(\frac{1}{1-m} - 1 \right) \left(\frac{1}{1-m} - 2 \right) \cdots \left(\frac{1}{1-m} - k + 1 \right) Q_b^{\frac{1}{1-m} - k} \quad (2.30)$$

である。 Q_b は V が V_b のときの電荷であり

$$Q_b = \frac{C_o'}{1-m} (V_\phi - V_b)^{1-m} \quad (2.31)$$

で与えられる。また電荷 q は、時間的変動電圧 v に対応するもので、時間的変動電荷といえる。

図 2.5 に示す同調形 n 通倍ダイオード並列形回路の場合には、基本波、および n 高調波の電荷振巾および電流振

巾をそれぞれ Q_1, Q_n および I_1, I_n とすると、ダイオードに蓄えられる時間的変動電荷 q およびダイオードに流れる時間的変動電流

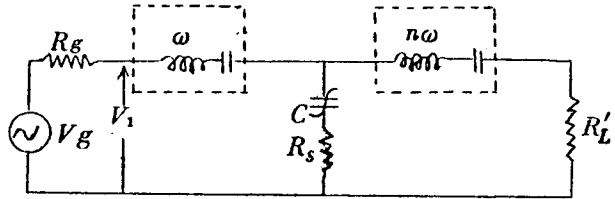


図 2.5 ダイオード並列形通倍回路

i は

$$q = Q_1 \cos \omega t + Q_n \cos (n\omega t + \theta'_n) \quad (2.32)$$

$$i = -I_1 \sin \omega t - I_n \sin (n\omega t + \theta'_n) \quad (2.33)$$

で表わされる。これら振巾の間には

$$Q_1 = \frac{I_1}{\omega}, \quad Q_n = \frac{I_n}{n\omega} \quad (2.34)$$

なる関係がある。ここで簡単のため

$$S_k \equiv - \left(\frac{1-m}{C_o'} \right)^{\frac{1}{1-m}} D_k \quad (2.35)$$

とおくと (2.29) 式は

$$v = \sum_{k=1}^{\infty} S_k q^k \quad (2.36)$$

となる。

(2.36) 式に (2.32) 式を代入して、 v の基本波成分 $v(\omega)$ および n 高調波成分 $v(n\omega)$ を求めると (簡単のため $\omega t = x_1$, $n\omega t + \theta_n' = x_n'$ とおく)

$$\left. \begin{aligned} v(\omega) &= S_1 Q_1 \cos x_1 + \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{n+2\alpha-1} Q_n^{\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} M'_{\alpha\beta\nu} \cos \left[(2\nu+1)x_n' - \{(2r+1)n-1\}x_1 \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} N'_{\alpha\beta\nu} \cos \left[\{(2\nu+1)n+1\}x_1 - (2\nu+1)x_n' \right] \right\} \\ v(n\omega) &= S_1 Q_n \cos x_n' + \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} \frac{Q_1^{n+2\alpha}}{n} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} K'_{\alpha\beta\nu} \cos \left[(2\nu+1)nx_1 - 2\nu x_n' \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{n\nu \leq \alpha-\beta-1 \\ \nu \leq \beta}} L'_{\alpha\beta\nu} \cos \left[2\nu x_n' - (2\nu-1)nx_1 \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

$M'_{\alpha\beta\nu}$, $N'_{\alpha\beta\nu}$ などは α , β および ν によって定まる係数である。図 2.5 の回路において、基本波および n 高調波ごとにキルヒホフの法則を適用し、同調条件が成立している場合の回路方程式を求めよう。すなわち $\dot{Q}_n = Q_n e^{j\theta_n'}$ なる複素数表示を用いると

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= R_1 I_1 - j \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{n+2\alpha-1} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \dot{Q}_n \sum_{\nu} M'_{\alpha\beta\nu} e^{2j\nu\theta_n'} + \dot{Q}_n^* \sum_{\nu} N'_{\alpha\beta\nu} e^{-2j\nu\theta_n'} \right\} \\ 0 &= (R_n + R_L) \dot{I}_n - j \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} \frac{Q_1^{n+2\alpha}}{n} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\nu} K'_{\alpha\beta\nu} e^{-2j\nu\theta_n'} + \sum_{\nu} L'_{\alpha\beta\nu} e^{2j\nu\theta_n'} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

なる関係が得られる。ここに R_1 および R_n はそれぞれ基本波および n 高調波における外部回路の抵抗である。回路が調整され、可変容量から回路側を見たインピーダンスの虚数部が各調波において零となる条件を求めるため、(2.38) 式を実数部、虚数部に分け、 $\alpha \geq n+1$ かつ $\beta \geq 1$ なる項を省略すると

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= R_1 I_1 + \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{n+2\alpha-1} Q_n \sum_{\beta=0}^{\alpha} (M'_{\alpha\beta 0} - N'_{\alpha\beta 0}) \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \sin 2\theta'_n \\ 0 &= - \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{n+2\alpha-1} Q_n \sum_{\beta=0}^{\alpha} (M'_{\alpha\beta 0} + N'_{\alpha\beta 0}) \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \cos 2\theta'_n \\ 0 &= (R_n + R'_L) I_n \cos \theta'_n + \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} \frac{Q_1^{n+2\alpha}}{n} \sum_{\beta=0}^{\alpha} L'_{\alpha\beta 1} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \sin 2\theta'_n \\ 0 &= (R_n + R'_L) I_n \sin \theta'_n - \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} \frac{Q_1^{n+2\alpha}}{n} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{\beta=0}^{\alpha} K'_{\alpha\beta 0} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} + \sum_{\beta=1}^{\alpha} L'_{\alpha\beta 1} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \cos 2\theta'_n \right] \end{aligned} \right\} (2.39)$$

となり、2番目の式から $\theta'_n = \pm \pi/2$ が得られるが、基本波と n 高調波との間のエネルギー保存則を考慮すると

$$\theta'_n = \pi/2 \quad (2.40)$$

となる。ここで

$$M'_{\alpha\beta 0} - N'_{\alpha\beta 0} = K'_{\alpha\beta 0} - L'_{\alpha\beta 1} \equiv H'_{\alpha\beta} \quad (2.41)$$

とおけば (2.38) 式は

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= R_1 I_1 + \left\{ \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H'_{\alpha\beta} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \right\} Q_1^{n-1} Q_n \\ 0 &= (R_n + R'_L) I_n - \frac{1}{n} \left\{ \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H'_{\alpha\beta} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \right\} Q_1^n \end{aligned} \right\} (2.42)$$

となる。(2.41) 式で定義した $H'_{\alpha\beta}$ は明らかに $(Q_1 \cos \omega t - Q_n \sin \omega t)^{n+2\alpha}$ の展開における $\frac{1}{n} Q_1^{n+2(\alpha-\beta)} Q_n^{2\beta} \cos n\omega t$ の係数であり、この事実に着目して $H'_{\alpha\beta}$ を求めると

$$H'_{\alpha\beta} = \frac{1}{2^{n+2\alpha-1}} \frac{(n+2\alpha)!}{(n+\alpha-\beta)! (\alpha-\beta)! (\beta+1)! \beta!} \quad (2.43)$$

となる。さらに

$$S_n^* \equiv S_n + \sum_{\alpha=1}^{\infty} S_{n+2\alpha} Q_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H'_{\alpha\beta}}{H'_{00}} \left(\frac{Q_n}{Q_1} \right)^{2\beta} \quad (2.44)$$

とおくと (2.42) 式は

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= R_1 I_1 + (S_n^* / 2^{n-1}) Q_1^{n-1} Q_n \\ 0 &= (R_n + R'_L) I_n - \frac{1}{n} (S_n^* / 2^{n-1}) Q_1^n \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

(2.34) 式を用いると上の式は

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= R_1 I_1 + \frac{1}{n\omega^n} (S_n^* / 2^{n-1}) I_1^{n-1} I_n \\ 0 &= (R_n + R'_L) I_n - \frac{1}{n\omega^n} (S_n^* / 2^{n-1}) I_1^n \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

となり、これがダイオード並列形回路における電圧 — 電流の関係式である。この式も小信号のときに得られる式と同じ形をしており、小信号時の S_n は S_n^* に置きかわっている。従って S_n^* は大信号のときの n 通倍における実効エラストランス係数といえる。

(2.46) 式より、基本波から n 高調波への電力変換に等価な抵抗が

$$R_{1 \rightarrow n}' \equiv \frac{1}{n\omega^n} (S_n^* / 2^{n-1}) I_1^{n-2} I_n \quad (2.47)$$

で与えられ、また n 高調波の電圧源として

$$V_{gn} \equiv \frac{1}{n\omega^n} (S_n^* / 2^{n-1}) I_1^n \quad (2.48)$$

を考えてよい。このような考えの下に (2.47), (2.48) 式の記号を用いて図

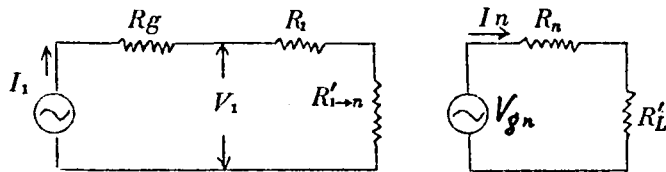


図2.6 図2.5の回路の成分回路への分解

2.5 の通倍回路を基本波および才 n 高調波ごとの成分回路に分解すると図 2.6 のようになる。

(2.46) 式より電力保存の関係式

$$P'_{in} = \frac{1}{2} R_1 I_1^2 + P'_n \quad (2.49)$$

が得られる。ここに P'_{in} は基本波入力電力、 P'_n は才 n 高調波に変換された電力でありそれぞれつぎのように示される。

$$P'_{in} = \frac{1}{2} V_1 I_1 \quad (2.50)$$

$$P'_n = \frac{1}{2} (R_n + R'_L) I_n^2 \quad (2.51)$$

R_1 , R_n はこの場合拡がり抵抗 R_s を考えればよい。また負荷抵抗 R'_L を R_s で規格化した量を r'_L で示すと r'_L は

$$r'_L = \frac{R'_L}{R_n} = \frac{R'_L}{R_1} = \frac{R'_L}{R_s} \quad (2.52)$$

で表わされる。さらに基本波および才 n 高調波に対するダイオードの Q を Q'_{g1} および Q'_{qn} とすると

$$\left. \begin{aligned} Q'_{q1} &\equiv \frac{S_o^*}{\omega R_1} = \frac{S_o^*}{\omega R_s} \\ Q'_{qn} &\equiv \frac{S_o^*}{n \omega R_n} = \frac{S_o^*}{n \omega R_s} = \frac{Q'_{q1}}{n} \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

となる。ここに S_o^* は S の時間平均分でありつぎのように求められる。すなわちエラストンス S は容量 C の逆数であり

$$S = 1/C = dv/dq \quad (2.54)$$

で定義されるのでこれに (2.32), (2.36) 式を代入すると

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} k S_k (Q_1 \cos \omega t - Q_n \sin n \omega t)^{k-1} \quad (2.55)$$

となる。従って S_o^* は

$$S_o^* = \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} k S_k (Q_1 \cos \omega t - Q_n \sin n \omega t)^{k-1} \right\rangle_{\text{時間平均}} \quad (2.56)$$

が与えられるが、奇数乗の項は時間平均を求めると消えるので

$$\begin{aligned} S_o^* &= \left\langle \sum_{\alpha=0}^{\infty} (2\alpha+1) S_{2\alpha+1} (Q_1 \cos \omega t - Q_n \sin n \omega t)^{2\alpha} \right\rangle_{\text{時間平均}} \\ &= \left\langle \sum_{\alpha=0}^{\infty} (2\alpha+1) S_{2\alpha+1} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left\{ \frac{(2\alpha)!}{\{2(\alpha-\beta)\}! (2\beta)!} Q_1^{2(\alpha-\beta)} Q_n^{2\beta} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos^{2(\alpha-\beta)} \omega t \sin^{2\beta} n \omega t \right\} \right\rangle_{\text{時間平均}} \end{aligned}$$

となる。これに $\langle \cos^{2\alpha} x \rangle = \langle \sin^{2\alpha} x \rangle = (2\alpha)! / \{2^{2\alpha} (\alpha!)^2\}$ の関係

および (2.34) 式を用いると S_o^* は

$$S_o^* = \sum_{\alpha=0}^{\infty} (2\alpha+1) S_{2\alpha+1} \frac{I_1^{2\alpha}}{\omega} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha} \{(\alpha-\beta)! \beta!\}^2 n^{2\beta}} \left(\frac{I_n}{I_1} \right)^{2\beta} \quad (2.57)$$

となる。

(2.34), (2.45) および (2.52) 式より

$$\frac{Q_n}{2} = \frac{1}{(1+r'_L)R_s} \frac{S_n^*}{n^2 \omega} \left(\frac{Q_1}{2} \right)^n \quad (2.58)$$

なる Q_1 と Q_n の関係を示す式を得るが、(2.44) 式からわかるように S_n^* は Q_1 のみならず Q_n にも関係しているので Q_1 を与え (2.58) 式から Q_n を求めるには繰返し法などの複雑な計算を行わなくてはならない。しかし $(Q_n/Q_1)^n \ll 1$ の条件が期待される場合、すなわち小信号のとき、または大信号の場合でも過倍次数が大きいときには、(2.58) 式において $\beta \geq 1$ の諸項を $\beta = 0$ の項に比して省略することができ、 S_n^* の近似式は

$$S_{n, \text{approx}}^* = S_n + \sum_{\alpha=1}^{\infty} S_{n+2\alpha} \left(\frac{Q_1}{2} \right)^{2\alpha} \quad (2.44)'$$

となる。従って、(2.58) 式の右辺は Q_1 だけの関数となるので、 Q_1 を与えると Q_n は簡単に計算できる。

つぎに、 P_n' および P_{in}' はそれぞれ

$$P_n' = \frac{2}{(1+r_L') R_s} \left[\frac{S_n^*}{n} \left(\frac{Q_1}{2} \right)^n \right]^2 \quad (2.59)$$

$$P_{in}' = 2 R_s \omega^2 \left(\frac{Q_1}{2} \right)^2 + P_n' \quad (2.60)$$

で表わされ、また負荷に供給される電力 P_L' は

$$P_L' = \frac{r_L'}{1+r_L'} P_n' \quad (2.70)$$

で示される。変換能率 η' は前節と同じ定義に従うものとする。これらの式を用い

$$\eta' = \frac{r_L'}{1+r_L'} \frac{P_n'}{P_{in}'} \quad (2.71)$$

で与えられる。 S_n^* として (2.44)' の近似式を使用してよい場合は、これらの値は容易に計算できる。具体的な可変容量ダイオードについて逡倍能率の数値計算を行なった結果は 2.4 に示している。

なお一定の基本波電荷に対して最大の能率を与える r_L' の量、 $r_{L, \text{max}}'$ は

$$r_{L, \text{max}}' = \sqrt{1 + \left[\frac{S_n^*}{n \omega R_s} \left(\frac{Q_1}{2} \right)^{n-1} \right]^2} \quad (2.72)$$

で与えられ、 S_n^* として (2.44)' 式を用いれは Q_1 の値に応じて一義的に決定できる。終りに S_0^* の近似式も示しておこう。すなわち S_n^* のときと同様な条件が期待される場合、 $\beta \geq 1$ の諸項を省略でき

$$S_{0, \text{approx}}^* = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \frac{(2\alpha+1)(2\alpha)!}{(\alpha!)^2} S_{2\alpha+1} \left(\frac{Q_1}{2} \right)^{2\alpha} \quad (2.57)'$$

となる。

2.4 両回路における変換能率の比較

ここでは、2.2におけるダイオード直列形回路および2.3におけるダイオード並列形回路の変換能率をダイオード定数および動作条件を同じ値にして計算した結果を比較検討してみよう。数値計算は2, 3, 4通倍について行なっている。

計算に用いた値は動作条件として、

$$\omega/2\pi = 1000 \text{ [Mc/s]}, \quad V_b = -2.55 \text{ [V]}$$

またダイオード定数は

$$m=0.46 \text{ および } \frac{1}{3}, \quad C_o = 1 \text{ [pF]}$$

$$R_s = 4 \text{ } [\Omega], \quad V_\phi = 0.6 \text{ [V]}$$

である。

数値計算は、ダイオード直列形回路の場合 C_n^*, C_o^* として $C_{n, \text{approx}}, C_{o, \text{approx}}$ を、また並列形回路の場合 S_n^* として $S_{n, \text{approx}}$ を用いて行なっている。このような近似計算で得られた結果は2.2, 2.3で述べたように

$$(i) \text{ 直列形回路} \cdots \cdots (V_n/V_1)^2 \ll 1$$

$$(ii) \text{ 並列形回路} \cdots \cdots (Q_n/Q_1)^2 \ll 1$$

が成立つ限りほぼ正しい。もし厳密な計算を行なう場合は、ここで得られる結果より能率は幾分良くなる。

計算結果は2通倍の場合を図2.7, 3通倍の場合を図2.8, 4通倍の場合を図2.9

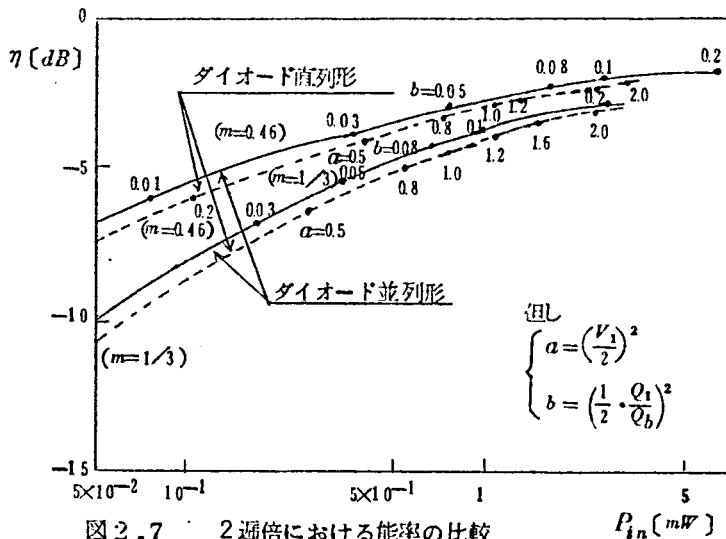


図2.7 2通倍における能率の比較

に示している。これ
らの図からつぎのこ
とがいえる。

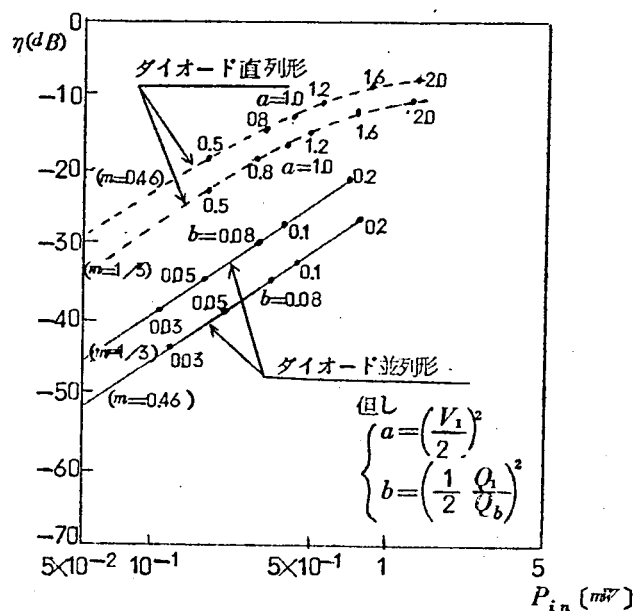


図 2.8 3 週倍における能率の比較

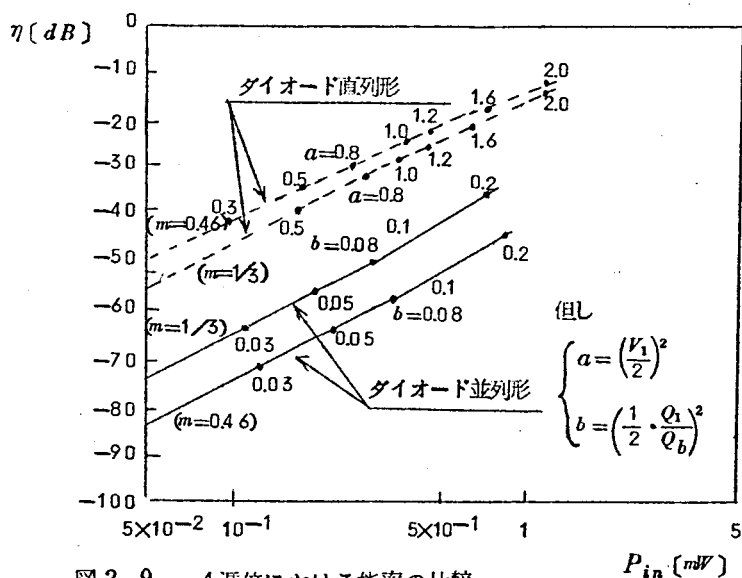


図 2.9 4 週倍における能率の比較

(i) 2 通倍

- イ. いずれの形の回路においても, m の大きい方 ($m=0.46$) が変換能率は大きい.
ロ. m が同じ値のときは, 両形回路の変換能率はほとんど差がないが, ダイオード並列形回路の方が少し上まわる.

(ii) 3 通倍

- イ. ダイオード直列形回路の場合, m が大きい程能率が良いが, 並列形回路の場合, m が大きくなり $1/2$ に近づく程能率が悪くなる.
ロ. 2 通倍の結果と異なり, ダイオード並列形回路の方が能率が悪く, 直列形回路に比べ

$$\left. \begin{array}{l} m = 0.46 \quad \cdots \cdots \text{平均 } 23 \text{ dB} \\ m = 1/3 \quad \cdots \cdots \text{平均 } 12 \text{ dB} \end{array} \right\}$$

能率が低下している。(なお, $m=1/2$ のときは並列形回路では 3 通倍以上の高調波は得られないことが理論式から明らかである。)

(iii) 4 通倍

- イ. 3 通倍イ項で述べた傾向が一層強まる。
ロ. このときもダイオード並列形回路は直列形回路に比べ

$$\left. \begin{array}{l} m = 0.46 \quad \cdots \cdots \text{平均 } 34 \text{ dB} \\ m = 1/3 \quad \cdots \cdots \text{平均 } 18 \text{ dB} \end{array} \right\}$$

能率が下まわる。

なお上に述べた両形通倍回路における変換能率の傾向は, 周波数により違いがないことが理論式より容易にわかる。

2.5 両回路における最適負荷と入力抵抗

2.5.1 最適負荷抵抗と入力抵抗の式

(1) 直列形通倍回路

最適負荷抵抗 $R_{L, \max}$ は

$$R_{L, \max} = \frac{1}{g_{L, \max} R_s (n\omega C_o^*)^2} \quad (2.73)$$

であり、また入力抵抗 R_{in} は

$$R_{in} = \frac{V_1^2}{2P_{in}} = 1 / \left\{ (\omega C_o^*)^2 R_s + \frac{1}{(1+g_{L,max}) R_s} \left[\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{n-1} \right] \right\} \quad (2.74)$$

で与えられる。(2.73)・(2.74)式中の $g_{L,max}$ は(2.27)式に与えられており、これを用いると常に R_{in} は $R_{L,max}$ より大きい値になる。

(2) 並列形通倍回路

最適負荷抵抗 $R'_{L,max}$ は

$$R'_{L,max} = r'_{L,max} R_s \quad (2.75)$$

であり、入力抵抗 R'_{in} は

$$R'_{in} = \frac{2P'_{in}}{I_1^2} = R_s + \frac{1}{(1+r'_{L,max}) R_s} \left[\frac{S_n^*}{n\omega} \left(\frac{Q_1}{2} \right)^{n-1} \right]^2 \quad (2.76)$$

で与えられる。これらの式にある $r'_{L,max}$ は(2.72)式に示すものである。

2.5.2 最適負荷抵抗および入力抵抗の比較

両形通倍回路の最適負荷抵抗および入力抵抗を、(2.73)～(2.76)式を用いて数値計算し、互に比較した。計算に用いた動作条件およびダイオード定数は2.4における値と同じものである。また C_o^* 、 C_{n-1}^* および S_n^* も前と同様 $C_{o,approx}^*$ などの近似式を用いている。計算の結果は図2.10、図2.11 および図2.12 に示すが、これらの図からつぎのことがわかる。

- (i) 並列形回路の最適負荷抵抗と入力抵抗はほとんど同じ値であり、数オーム程度である。一方、直列形回路では最適負荷抵抗は数百オーム程度、入力抵抗は数千オーム程度の異なる値となる。
- (ii) 並列形回路の最適負荷抵抗と入力抵抗は、入力が増加するにつれ増加する。一方、直列形回路では最適負荷抵抗も入力抵抗も入力が増加すると逆に減少する。
- (iii) 並列形回路では、能率の高い方の m ($n=2$ のときは $m=0.46$ 、 $n=3, 4$ のとき

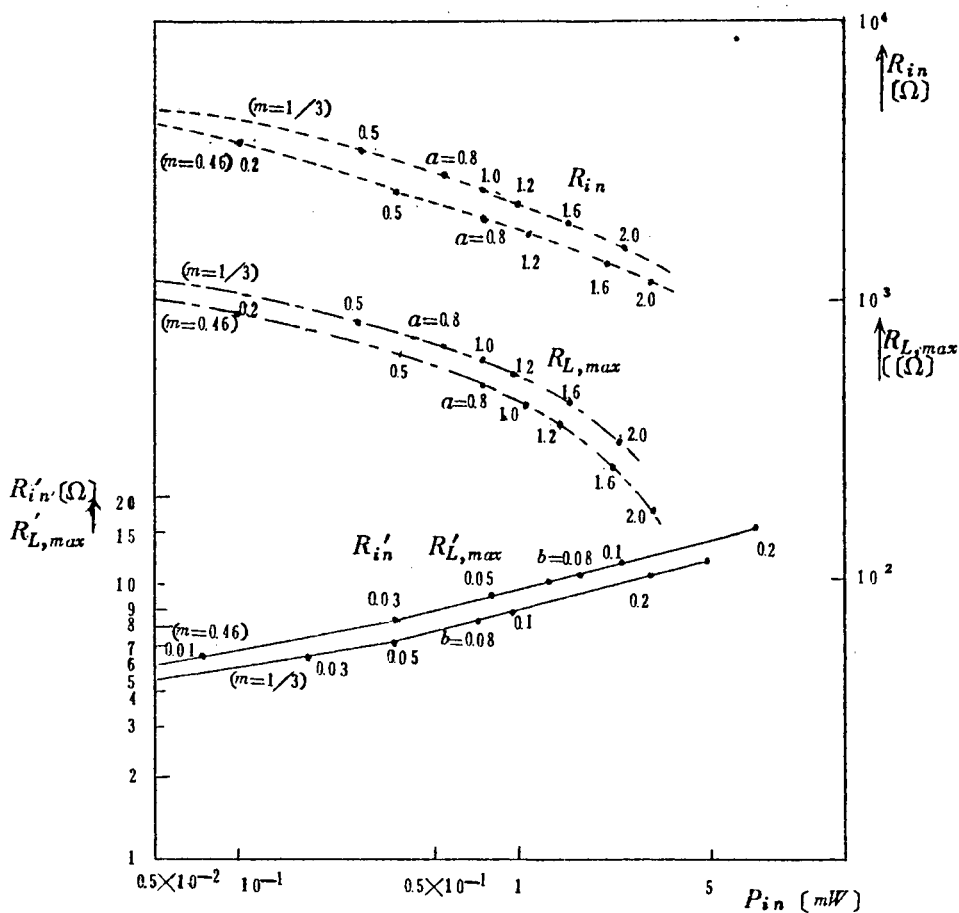


図2.10 2 通倍における最適負荷と入力抵抗

は $m = 1/3$) のダイオードを用いると最適負荷抵抗も入力抵抗も大きい。一方、直列形回路では、能率の低い方の m (通倍次数にかかわらず常に $m = 1/3$) のダイオードを用いると最適負荷抵抗も入力抵抗も大きい。

- Ⅳ) 並列形回路では、通倍次数が大きい程、最適負荷抵抗も入力抵抗も小さくなり、ついに R_s の値に収斂する。一方、直列形回路では通倍次数が大きい程、最適負荷抵抗は小さくなるが入力抵抗は大きくなる。

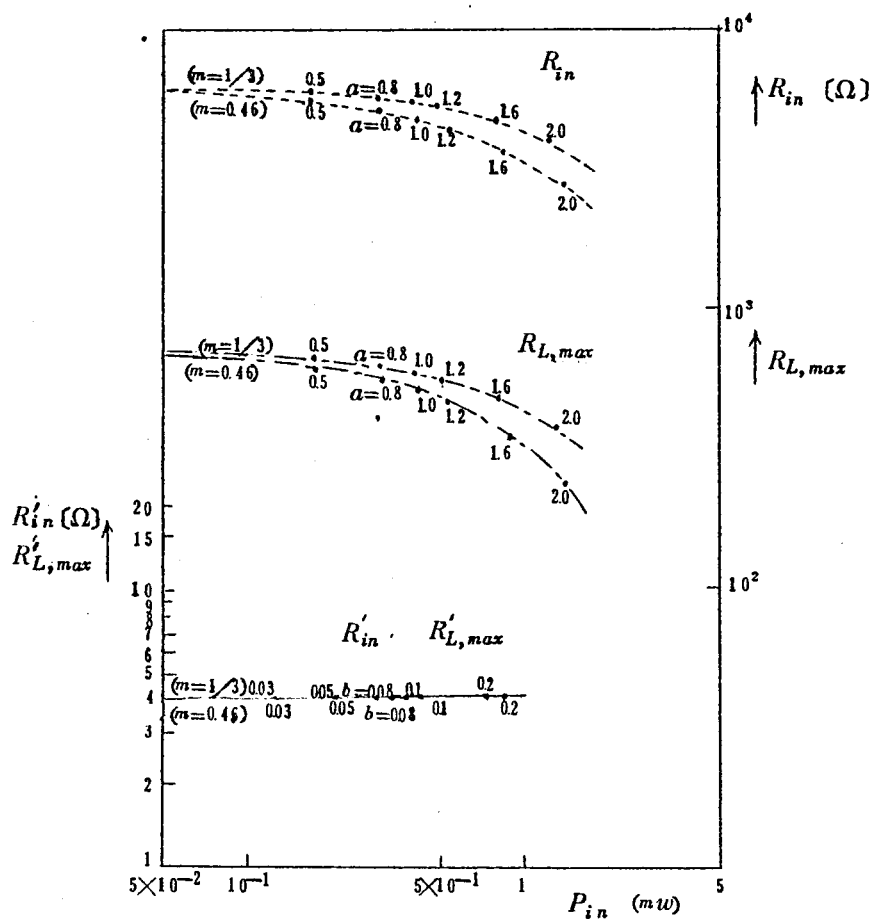


図2.11 3 通倍における最適負荷と入力抵抗

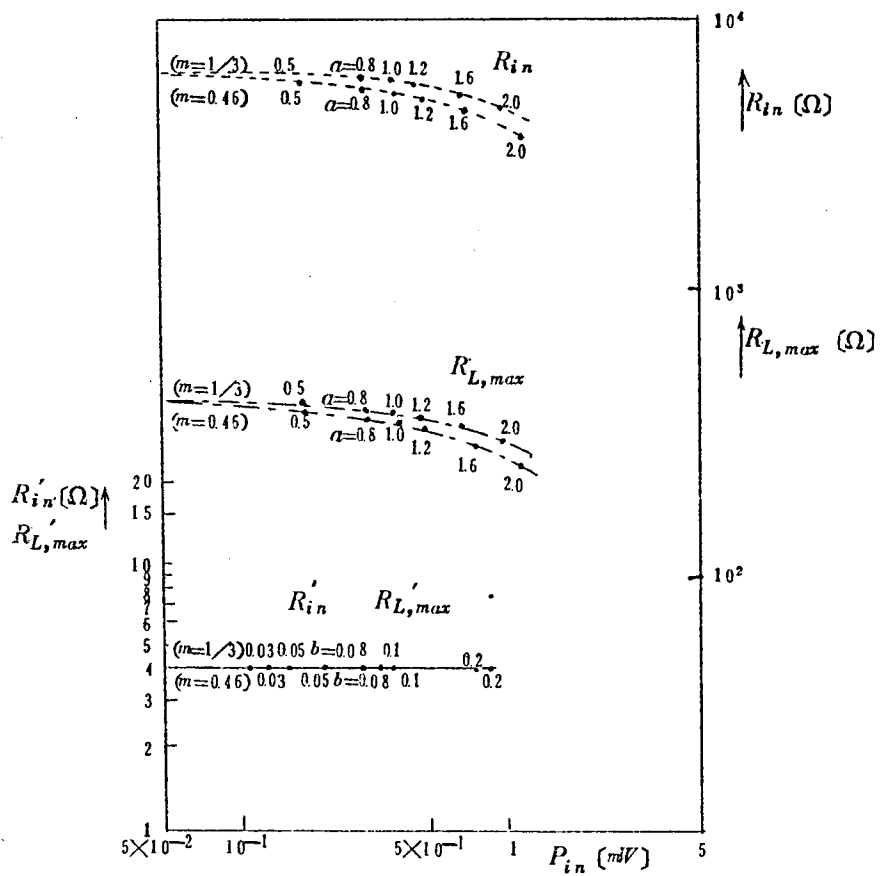


図2.12 4 連倍における最適負荷と入力抵抗

2.5.3 最適負荷抵抗と入力抵抗に関する考察

最適負荷抵抗と入力抵抗は，(2.73)～(2.76)式を用いて数値計算し，図2.10～図2.12の結果を得たが，これらの値は2.2および2.3で述べた基本波および n 高調波の成分波回路からも十分予想されるので，以下これについて考察することにしよう。

(1) 直列形連倍回路 (図2.2 参照)

小信号のときは， n 高調波回路における I_{gn} は定電流源と見なされる。このとき負

荷に最大電力を与える条件は $G_L = G_n$ であるので最適負荷抵抗は

$$R_{L, \max} = \frac{1}{G_n} = \frac{1}{n^2 G_1} \quad (2.77)$$

一方、基本波回路において小信号のとき、 $G_{1 \rightarrow n}$ が非常に小さく G_1 に比べて無視できる場合は、基本波回路における入力コンダンスは $G_{in} = G_1$ となる。従って入力抵抗は

$$R_{in} = \frac{1}{G_{in}} = \frac{1}{G_1} \quad (2.78)$$

で与えられる。

(2.77) および (2.78) 式より

$$R_{in} = n^2 R_{L, \max} \quad (2.79)$$

の関係が得られ、入力抵抗は最適負荷抵抗の n^2 倍になることがわかる。このことは 2.5.2 における計算結果、すなわち図 2.10 ~ 図 2.12 を説明するものといえよう。

さて、入力が次オに増加する場合は $G_{1 \rightarrow n}$ は大きくなり入力抵抗は減少する。また I_{gn} は定電流源でなくなるので、最適負荷抵抗は小信号時の値と異なりはつきりしなくなるが、それでも小信号時の値である $1/G_n$ にほぼ近いことが推察される。さらに (2.79) 式の関係は大信号になるにつれ判然としなくなる。

(2) 並列形通倍回路 (図 2.6 参照)

入力信号レベルが小さいときは、オ n 高調波の成分回路において V_{gn} は定電圧源と見なすことができる。このとき負荷に最大電力を与えるための条件は

$$R'_{L, \max} = R_n = R_s \quad (2.80)$$

すなわち、最適負荷抵抗が R_s になることがわかる。

一方、基本波の成分回路において、入力抵抗は

$$R'_{in} = R_1 + R_{1 \rightarrow n} = R_s + R_{1 \rightarrow n} \quad (2.81)$$

で表わされるが、入力信号が小さいときは $R_{1 \rightarrow n}$ は非常に小さく、入力抵抗は R_s と見なされ、最適負荷抵抗とほぼ等しいことが予想される。これも同じく図 2.10 ~ 図 2.13 を裏づけている。

入力信号が大きくなると、入力抵抗は R_s よりも幾分大きくなる。また V_{gn} は定電圧源でなくなり、このときの最適負荷抵抗ははつきりしない。しかし、 R_s に近いことは十分予想され、入力抵抗とそれ程変わらないと推察される。

2.6 一般の信号電源に対する理論

これまでは、最適負荷を決める $g_{L, \max}$ および $r'_{L, \max}$ は負荷の値を変化させても基本波電圧振巾および基本波電荷振巾は変化しないとして求めていた。すなわち一般の信号電源も含めて解析すると問題が極めて複雑となるので、通倍回路の部分のみに着目した理論であり、これは内部抵抗が零または無限大の理想化電源の場合に相当している。

そこで、本節では、一般の信号電源に対する考察を試み、変換能率、入力抵抗および最適負荷抵抗などを求めることにする。以下、直列形回路について述べる。

一般の電源側回路は、

図 2.13(a) のように表わされ、この等価回路は図 2.13(b) のようになる。ここに等価電流源

I_{eg} 、等価電源コンダク

タンス G_{eg} は

$$\left. \begin{aligned} I_{eg} &= w I_g \\ G_{eg} &= w^2 G_g \end{aligned} \right\} \quad (2.82)$$

で与えられる。 w はトランスジューサである理想変圧器の巻線比である。有能電力 P_a 、実際に通倍回路に入る電力を P_{in} 、負荷に与えられる電力を P_{out} とする。 P_a は

$$P_a = \frac{\dot{I}_{eg}^2}{8 G_{eg}} \quad (2.83)$$

であり、 P_{in} は

$$P_{in} = \frac{G_{in} I_{eg}^2}{2 (G_{eg} + G_{in})^2} \quad (2.84)$$

であるので

$$\frac{P_{in}}{P_a} = \frac{4 G_{eg} G_{in}}{(G_g + G_{in})^2} \quad (2.85)$$

の関係を得る。さて、 P_{out} / P_{in} は実際に通倍回路に入った電力に対する変換能率で

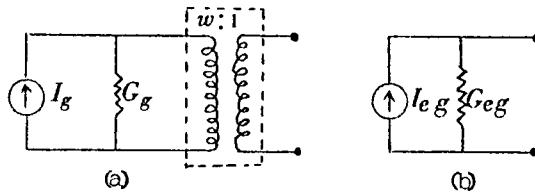


図 2.13 一般の電源側回路

(2.26) 式と同じものであることを考慮すると，一般の電源に対する変換能率 η_a は

$$\eta_a = \frac{P_{out}}{P_a} = \frac{P_{in}}{P_a} \eta \quad (2.86)$$

で表わされる。(2.24)，(2.25)，(2.26)，(2.85)式を用いて(2.86)式を変形すると

$$\eta_a = \frac{4}{G_{eg}} \frac{g_L F}{\left\{ \left(\frac{G_1}{G_{eg}} + 1 \right) g_L + \frac{F}{G_{eg}} + \frac{G_1}{G_{eg}} + 1 \right\}^2} \quad (2.87)$$

となる。ここに

$$F = \frac{1}{R_s} \left[\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{n-1} \right] \quad (2.88)$$

変換能率を最大にする最適負荷を求めるため，上式を g_L で偏微分すると

$$\frac{\partial \eta_a}{\partial g_L} = \frac{4}{G_{eg}} \frac{\left[\left(F + g_L \frac{\partial F}{\partial g_L} \right) \left\{ \left(\frac{G_1}{G_{eg}} + 1 \right) g_L + \frac{F}{G_{eg}} + \left(\frac{G_e}{G_{eg}} + 1 \right) \right\} - 2g_L F \left\{ \left(\frac{G_1}{G_{eg}} + 1 \right) + \frac{1}{G_{eg}} \frac{\partial F}{\partial g_L} + (1+g_L) \frac{1}{G_{eg}} \frac{\partial G_1}{\partial g_L} \right\} \right]}{\left\{ \left(\frac{G_1}{G_{eg}} + 1 \right) g_L + \frac{F}{G_{eg}} + \left(\frac{G_e}{G_{eg}} + 1 \right) \right\}^3} \quad (2.89)$$

となり，上式中に含まれる諸関係は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial g_L} &= \frac{1}{R_s} \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \right) \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2n-3} \left\{ \frac{\partial \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \right)}{\partial V_1} + (n-1) \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \right) \right\} \frac{\partial V_1}{\partial g_L} \\ \frac{\partial (\omega C_o^*)}{\partial V_1} &\doteq \frac{\partial (\omega C_{o, \text{approx}})}{\partial V_1} = \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{(\alpha-1)! \alpha!} \omega C_{2\alpha} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha-1} \\ \frac{\partial \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \right)}{\partial V_1} &\doteq \frac{\partial \left(\frac{C_{n-1}^*, \text{approx}}{nC_{o, \text{approx}}^*} \right)}{\partial V_1} \\ &= \frac{\sum_{\alpha=1}^{\infty} \left\{ nC_o \frac{(n+2\alpha-1)!}{(n+\alpha)!} C_{n+2\alpha-1} - C_{n-1} \frac{(2\alpha)!}{\alpha!} C_{2\alpha} \right\} \frac{1}{(\alpha-1)!} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha-1}}{nC_{o, \text{approx}}^*} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial g_L} = \frac{\frac{2(n-1)}{(1+g_L)R_s} \left[\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{n-1} \right]^2}{\left[G_{eg} + (\omega C_o^*)^2 R_s + \frac{1}{(1+g_L)R_s} \left[\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{n-1} \right]^2 \right.} \left. + 2R_s V_1 (\omega C_o^*) \frac{\partial(\omega C_o^*)}{\partial V_1} + \frac{4}{(1+g_L)R_s} \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \right) \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2n-1} \frac{\partial \left(\frac{C_{n-1}^*}{nC_o^*} \right)}{\partial V_1} \right]} \quad (2.90)$$

で与えられる。ここで $\partial \eta_a / \partial g_L = 0$ とおくと

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[1 + \frac{R_s}{G_{eg}} (\omega C_o^*)^2 \right] \frac{\partial F}{\partial g_L} - 4 \frac{FR_s}{G_{eg}} (\omega C_o^*) \frac{\partial(\omega C_o^*)}{\partial V_1} \frac{\partial V_1}{\partial g_L} \right\} g_L^2 \\ & + \left\{ \left[1 + \frac{R_s}{G_{eg}} (\omega C_o^*)^2 \right] \left(\frac{\partial F}{\partial g_L} - F' \right) - \frac{F}{G_{eg}} \frac{\partial F}{\partial g_L} \right\} g_L \\ & + \left\{ \left[1 + \frac{R_s}{G_{eg}} (\omega C_o^*)^2 \right] + \frac{F}{G_{eg}} \right\} F = 0 \end{aligned} \quad (2.91)$$

を得る。(2.88), (2.90) 式を用い, (2.91) 式より g_L を求めると最適負荷を決定することができる。ところでこのようは最適負荷を選ぶと有能電力が一定であるため V_1 が変化し, C_o^* , C_{n-1}^* , $\partial(\omega C_o^*) / \partial V_1$, $\partial(C_{n-1}^* / nC_o^*) / \partial V_1$, $\partial V_1 / \partial g_L$ も変化する。従って g_L の最適値 $g_{L, \max}$ を正確に求めるには一連の繰返し計算を行なわねばならない。

さて、一般の信号電源に対する最大能率は、等価電源コンダクタンスが通信回路の入力コンダクタンスに等しく、トランスジューサーは無損失なので有能電力がそのまま通信回路に入るといふ電源側の整合条件の下で、 η_a を最大にする g_L を求めることによって得られる。以下では、この場合の最適負荷を厳密に決定し、最大能率およびこのときの入力抵抗を計算する方法を述べる。

- (i) 適当な有能電力 P_a を選ぶ。この $P_a (=P_{in})$ に対応する $G_{in}^{(1)}$ を 2.5 で述べた図より求める。

(ii) (i)で決めた $P_a, G_{in}^{(1)}$ を用い次式より V_1 を求める。

$$V_1^{(1)} = \sqrt{\frac{2P_a}{G_{in}}} \quad (2.92)$$

(iii) $G_{eg}^{(1)}$ を $G_{in}^{(1)}$ と等しい値にする。

(iv) $V_1^{(1)}$ と $G_{eg}^{(1)}$ を用いて (2.88), (2.90), (2.91) 式より $g_{L,max}^{(1)}$ を求める。

(v) (2.74) 式より G_{in} を求め、これを $G_{in}^{(2)}$ とする。

(vi) (i)の P_a と $G_{in}^{(2)}$ を用いて $V_1^{(2)}$ を求める。以下前と同じ計算を繰返す。k 回繰返した後の $G_{in}^{(k+1)}$ が $G_{in}^{(k)}$ に等しくなったとするとこの $G_{in}^{(k+1)}$ が正確な入力コンダクタンス G_{in} として求められたことになる。入力抵抗は勿論この逆数で定まる。

(vii) $g_{L,max}$ として $g_{L,max}^{(k)}$ を用い、(2.73) 式より最適負荷抵抗を得る。

(viii) $g_{L,max}^{(k)}, G_{in}^{(k+1)}$ を用い (2.87) 式を変形した次式より最大能率が求められる。

$$\eta_{a,max} = \frac{g_{L,max}}{(1 + g_{L,max})^2} \frac{F}{G_{in}} \quad (2.93)$$

例えば、 $n=2, m=0.46, P_a=2.24 [mW]$ の場合についてこの繰返し計算を行なった。その結果、新たに求められた G_{in} の値は前に求めた G_{in} の値に次々に接近しある一定の値に収斂する。このように得られた値は、電源側を考慮せず負荷抵抗の変化に伴う諸値の変化を無視して求めた値 (図 2.7 図 2.10) に比べ、同一電力に対し入力抵抗は 1.08 倍、最適負荷抵抗は 0.71 倍、能率はほとんど同じ値になる。一定の有能電力を与えたときの計算は面倒であるので、ここでは理想化電源としたときの値に比べ比較的に差があると思われる一例について計算を行なったが、この結果が示すように一定の有能電力を与えたときの能率等の値は、 V_1 を一定としたときの計算結果から見当がつけられる。

さらに、並列形回路の場合も同様に考えられる。

2.7 結 言

パラメトリック過倍の大信号理論解析をダイオード直列形および並列形の両回路につい

て行ない，さらに変換能率，最適負荷抵抗，入力抵抗などの数値計算も行なうことにより
両回路の諸特性の比較をした。また一般の信号電源に対する検討も行なった。

本章はパラメトリック過倍に関する多くの情報を提供しており，特にオ3，オ5，オ9
章における研究に示唆を与えるものである。なお本章の解析は，小信号理論の形式をとり
ながら大信号動作も扱う点に特色があるといえよう。

第3章 可変容量ダイオードによる周波数逡倍の一方式 (中間同調式逡倍)

3.1 緒 言

周波数逡倍に用いる可変容量ダイオード~~が~~^は無損失ならば、基本波および希望高調波だけに同調する逡倍回路により能率100%の逡倍が可能である。しかし、才2章において述べたように実在のダイオードには損失があり、このため高次逡倍になるに従い能率の低下が著しい。またマイクロ波の領域では理想的な同調形逡倍回路を構成することが容易でなく、不要高調波の存在もある程度許さざるを得ない。さらに同調形周波数逡倍においては、単に基本波と希望高調波の同調回路を設けた逡倍回路より、この2つの同調回路のほかにある不要高調波の同調回路も設けた逡倍回路の方がかえって能率が向上する場合があることが知られている。⁽⁷⁾

このような状況にかんがみ、不要高調波の存在を積極的に活用し高次逡倍における能率向上のため考えられた方式がここに述べる“中間同調式”の同調形逡倍である。これは逡倍次数 n が適当な2つの整数 p 、 h の積になっているとき、逡倍回路中に基本波、希望高調波のほかに才 p 高調波（中間調波と呼ぶ）の同調回路を設け、単に1個のダイオードで p 逡倍と h 逡倍を相次いで、しかも同時に行なわせようとする方式である。この方式は、 p 逡倍と h 逡倍を相次いで行なわせるという点では従来の同調形逡倍（直接式と呼ぶ）のカスケード接続方式と似ており、事実小信号の場合には用いるダイオードの箇数以外に本質的な差はなく、両者とも単なる直接式逡倍より高能率を与えることが推測できる。

なお、中間の不要高調波を利用して高次の逡倍を行なう宇都宮等の方法⁽¹¹⁾が発表されているが、これはダイオード並列形逡倍回路では、才1章に示したように、3次以上の逡倍の能率が極度に低下するという事実に基づき、周波数の2逡倍と混合の過程を能率よく組合せて希望高調波を得る方法であり、同じ希望高調波を得るための種々の組合せ（モードと呼ばれている）のうち、最高の能率を与えるものを探すことにより能率の向上を計ろうとするものであり、用いるダイオードの箇数も1箇と限定していない。一方ここで述べる中間同調式逡倍はカスケード式逡倍の利点をもつほか、3.2に述べるように才2段の逡倍過程（ h 逡倍）にあずかる実効容量係数が基本波の存在により著しく増大することが能率向上の原因になっている。この点が実効容量係数増大の効果を含まない前者と根本的

に違っている。

本章では、才2章で示した大信号解析法を中間同調式通倍に適用し、その通倍機構を明らかにする。続いて直接式を2段カスケードに接続した方式の解析を行なっている。さらに、同じ n 通倍における直接式、中間同調式そしてカスケード式の変換能率の比較を具体的数値計算により示すことにする。

3.2 中間同調式通倍

中間同調式通倍の場合には、基本波および希望高調波のほかに、中間調波に対しても同調をとるための回路を設けるが、通倍次数 n が $n=p \times h$ (p, h は共に1でない整数)のときは才 p 高調波が中間調波になり等価回路は図3.1のようになる。

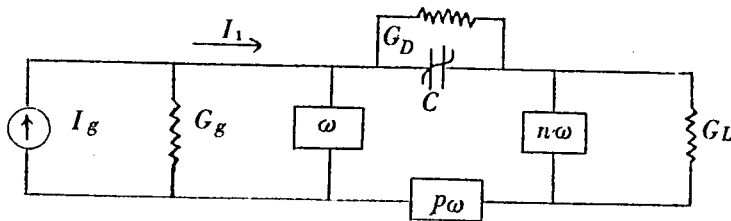


図 3.1 中間同調式通倍回路

図において、可変容量の両端に加わる交流電圧は

$$v = V_1 \cos \omega t + V_p \cos (p\omega t + \theta_p) + V_n \cos (n\omega t + \theta_n) \quad (3.1)$$

で与えられる。ここに V_1, V_p および V_n はそれぞれ基本波、中間調波および希望高調波の電圧振幅を示す。 ω は基本波の角周波数、また θ_p, θ_n はそれぞれ基本波に対する中間調波、希望高調波の位相差を表わしている。

基本波、中間調波および希望高調波に対する回路方程式を求めるため、才2章におけるのと同様つぎのを行なう。

- (i) (3.1), (2.2)式を(2.4)式に用い、 i の基本波成分、中間調波成分および才 n 高調波成分を求める。
- (ii) 各調波ごとにキルヒホッフの法則を適用し、このとき複素数表示を用いると各調波ごとの複素電流 — 電圧式として

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= G_1 V_1 + j (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) \dot{V}_1^{p-1} \dot{V}_p \\
 0 &= G_p \dot{V}_p + j (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) V_1^p \\
 &\quad + j (p \omega \Gamma_{h-1}^{**} / 2^{h-1}) (\dot{V}_p^*)^{h-1} \dot{V}_n \\
 0 &= (G_n + G_L) \dot{V}_n + j (p \omega \Gamma_{h-1}^{**} / 2^{h-1}) \dot{V}_p^h
 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

を得る。ここに、 G_1, G_p および G_n は基本波、中間調波および希望高調波における外部コンダクタンス、 G_L は負荷コンダクタンスである。また G_{p-1}^{**} および Γ_{h-1}^{**} はそれぞれ

$$C_{p-1}^{**} = C_{p-1} + 2^{p-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{p+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_p}{V_1} \right)^{2\beta} \sum_{r=0}^{\beta} H_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_n}{V_p} \right)^{2r} \quad (3.3)$$

$$\Gamma_{h-1}^{**} = C_{h-1} + 2^{h-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{h+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_p}{V_1} \right)^{2\beta} \sum_{r=0}^{\beta} J_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_n}{V_p} \right)^{2r} \quad (3.4)$$

で与えられる。

(3.3) 式における $H_{\alpha\beta r}$ が $(V_1 \cos x_1 + V_p \cos x_p + V_n \cos x_n)^{p+2\alpha-1} \times (V_1 \sin x_1 + p V_p \sin x_p + n V_n \sin x_n)$ の展開における $V_1^{p+2(\alpha+\beta)} V_p^{2(\beta-r)} V_n^{2r} \sin p x_1$ の係数として、また (3.4) 式における $J_{\alpha\beta r}$ が $(V_1 \cos x_1 + V_p \cos x_p + V_n \cos x_n)^{h+2\alpha-r} \times (V_1 \sin x_1 + p V_p \sin x_p + n V_n \sin x_n)$ の展開における $V_1^{h+2(\alpha-\beta)} V_p^{2(\beta-r)} V_n^{2r} \sin h x_p$ の係数として求められることは直接式の場合と同様である。ここに $x_1 = \omega t, x_p = p \omega t + \theta_p, x_n = n \omega t + \theta_n$ である。

(iii) 可変容量から外部回路を見たときのサセプタンスが零になるよう回路が調整されているとし、さらに電力授受の関係を考慮すると、(3.2) 式より各調波の位相 θ_p, θ_n は

$$\theta_p = -\frac{\pi}{2} \quad (3.5)$$

$$\theta_n = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (h=4r+2 \text{ のとき}) \\ 0 & (h=4r+3 \text{ のとき}) \\ -\frac{\pi}{2} & (h=4r+4 \text{ のとき}) \\ \pi & (h=4r+5 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (3.6)$$

となる。ここに r は正の整数である。

かくして、各調波に対する回路方程式が求まり

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_1 + (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) K^{p-1} V_p \\ 0 &= G_p V_p - (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) K^p \\ &\quad + (j\omega \Gamma_{h-1}^{**} / 2^{h-1}) V_p^{h-1} V_n \\ 0 &= (G_n + G_L) V_n - (j\omega \Gamma_{h-1}^{**} / 2^{h-1}) V_p^h \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

となる。 C_{p-1}^{**} および Γ_{h-1}^{**} は (3.3) および (3.4) 式で与えられ、それぞれ中間同調式選倍における、いわば才1段および才2段での実効容量係数と見なせる量である。

また中間同調式選倍における C_{ti} の時間平均分 C_o^{**} は

$$\left. \begin{aligned} C_o^{**} &= C_o + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha}} C_{2\alpha} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{1}{\{(\alpha-\beta)!\}^2} \left(\frac{V_p}{V_1}\right)^{2\beta} \\ &\quad \times \sum_{r=0}^{\beta} \frac{1}{\{(\beta-r)!\}^2} \left(\frac{V_n}{V_p}\right)^{2r} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

で与えられる。才2章と同様、才1近似として $\beta=r=0$ 以外の項を省略できる場合には、

(3.3)、(3.4) および (3.8) 式は

$$C_{p-1, \text{approx}}^{**} = C_{p-1+p} \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(p+2\alpha-1)!}{(p+\alpha)! \alpha!} C_{p+2\alpha-1} \left(\frac{V_1}{2}\right)^{2\alpha} \quad (3.3)'$$

$$\Gamma_{h-1, \text{approx}}^{**} = C_{h-1+h} \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(h+2\alpha-1)!}{h! (\alpha!)^2} C_{h+2\alpha-1} \left(\frac{V_1}{2}\right)^{2\alpha} \quad (3.4)'$$

$$C_o^{**, \text{approx}} = C_o^{*, \text{approx}} \quad (3.8)'$$

となる。当然のことながら (3.3)' 式は才 2 章の (2.12)' 式と同形になる。つぎに中間同調式逡倍のいわば才 2 段の逡倍 (逡倍次数 h) における実効容量係数と同じ逡倍次数 h の直接式逡倍における実効容量係数とを比較するため、 $\Gamma_{h-1}^{**}/hC_0^{**}$ と C_{h-1}^*/hC_0^* (ただし $h=2, 3$) の逡

振電力特性を (2.12)',

(2.20)', (3.4)' お

よび (3.8)' 式を用いて

計算した。結果を図 3.2

に示すが、この図からわか

るように、入力振巾が増大

すると共に Γ_{h-1}^{**} は C_{h-1}^*

に比べ著しく大きくなり、

このことが中間同調式逡倍

を高能率にする物理的根拠

になっている。これに関し

てさらに説明を加えよう。

従来、可変容量ダイオード

を用いた周波数逡倍の回路

は図 2.1 または図 2.5

に示したような直接式の回

路に限られ、その変換能率

はダイオード特性および回

路損失などにより自然と決

まるとされていたが、ここでの中間同調式逡倍は回路上の工夫により能率の向上が計られ

たものである。すなわち図 3.1 に示すように中間調波の同調回路も設けることにより 1

つのダイオードで p 逡倍と h 逡倍が続いて行なわれるが、この才 2 段の逡倍 (h 逡倍) で

は、振込電圧は中間調波に基本波が重畳された格好になり、その結果振込の大きさが大き

く波形も複雑になることが、ダイオードの実効的容量係数を増大させ、これが高能率の原

因になっている。なおこの効果は (3.4)' 式からわかるように $C_{h+2\alpha-1}$ (ただし $\alpha \geq 1$)

が大きい程顕著であり、従ってダイオード並列形回路ではこの効果は期待できない。

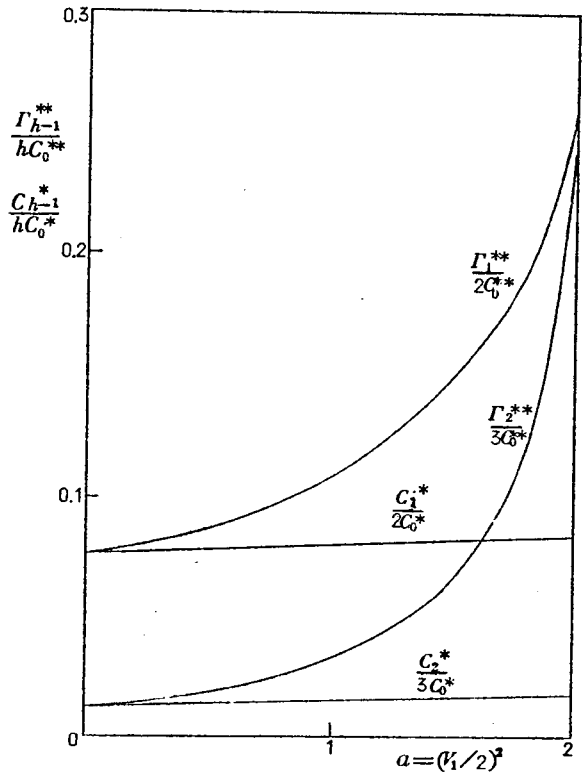


図 3.2 $\Gamma_{h-1}^{**}/hC_0^{**}, C_{h-1}^*/hC_0^*$ の
入力に対する変化の比較

(3.7) 式から

$$P_{in} = \frac{1}{2} G_1 V_1^2 + \frac{1}{2} G_p V_p^2 + P_n \quad (3.9)$$

が得られる。ここに P_{in} は入力電力であり

$$P_{in} = \frac{1}{2} V_1 I_1 \quad (3.10)$$

で与えられ、また P_n は希望高調波に変換された全電力であり

$$P_n = \frac{1}{2} G_n V_n^2 + P_{out} \quad (3.11)$$

で与えられる。 P_{out} は出力電力を表わし

$$P_{out} = \frac{1}{2} G_L V_n^2 \quad (3.12)$$

である。 $\frac{1}{2} G_1 V_1^2$ 、 $\frac{1}{2} G_p V_p^2$ 、 $\frac{1}{2} G_n V_n^2$ はそれぞれ基本波、中間調波、希望高調波における回路損失であるが、それらはダイオードの拡がり抵抗 R_s だけによるものとする。と、 G_1 、 G_p および G_n はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= (\omega C_o^{**})^2 R_s \\ G_p &= (p\omega C_o^{**})^2 R_s = p^2 G_1 \\ G_n &= (n\omega C_o^{**})^2 R_s = n^2 G_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

で与えられる。これらよりわかるように、(3.9) 式は電力保存の関係を表わしている。

(3.7) および (3.9) ~ (3.12) 式より、基本波からオ p 高調波への電力変換を表わす等価コンダクタンスが

$$G_{1 \rightarrow p} \equiv (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) V_1^{p-2} V_p \quad (3.14)$$

で与えられ、またオ p 高調波の電流源として

$$I_p \equiv (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) V_1^p \quad (3.15)$$

を考えてよい。さらにオ p 高調波からオ n 高調波への電力変換を表わす等価コンダクタンスが

$$G_{p \rightarrow n} \equiv (p\omega \hat{\Gamma}_{h-1}^{**} / 2^{h-1}) V_p^{h-2} V_n \quad (3.16)$$

で与えられ、またオ n 高調波の電流源として

$$I_n \equiv (p\omega \Gamma_{h-1}^{**}/2^{h-1}) V_p^h \quad (3.17)$$

を考えてよいことがわかる。(3.14)～(3.17)式の記号を用いると中間同調式通倍の各調波ごとの等価回路は図3.3のように表わすことができる。

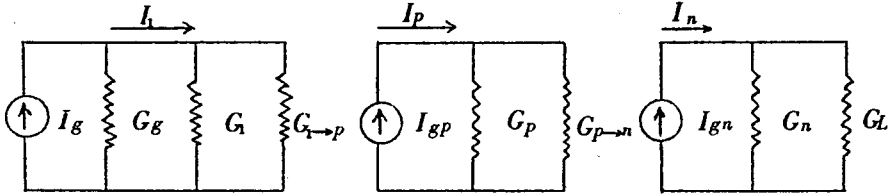


図3.3 各調波成分ごとの回路

基本波、中間調波および希望高調波に対するダイオードの Q をそれぞれ Q_{q1} 、 Q_{qp} および Q_{qn} とすると

$$\left. \begin{aligned} Q_{q1} &\equiv \frac{\omega C_o^{**}}{G_1} = \frac{1}{\omega C_o^{**} R_s} \\ Q_{qp} &\equiv \frac{p\omega C_o^{**}}{G_p} = \frac{1}{p\omega C_o^{**} R_s} = \frac{Q_{q1}}{p} \\ Q_{qn} &\equiv \frac{n\omega C_o^{**}}{G_n} = \frac{1}{n\omega C_o^{**} R_s} = \frac{Q_{qn}}{n} \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

また G_L は(2.22)式のように規格化した量 g_L で表わすことにする。

変換能率は、同じく基本波入力電力に対する希望高調波出力電力の比と定義すると、この場合も

$$\eta = \frac{g_L}{1 + g_L} \cdot \frac{P_n}{P_{in}} \quad (3.19)$$

で与えられ、 η を計算するための諸関係はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} Q_{qp} &\left[\frac{C_{p-1}^{**}}{pC_o^{**}} \left(\frac{V_1}{2} \right)^p \right] \\ &= \left(\frac{V_p}{2} \right) \left\{ 1 + \frac{Q_{qp}^2}{1 + g_L} \left[\frac{\Gamma_{h-1}^{**}}{hC_o^{**}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^{h-1} \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\frac{V_n}{2} = \frac{Q_{qn}}{1+g_L} \left[\frac{\Gamma_{h-1}^{**}}{hC_o^{**}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^n \right] \quad (3.21)$$

$$P_n = \frac{1}{1+g_L} \cdot \frac{4}{R_s} \left[\frac{\Gamma_{h-1}^{**}}{hC_o^{**}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^h \right] \quad (3.22)$$

$$P_{in} = \frac{4\omega C_o^{**}}{Q_{q1}} \left[\left(\frac{V_1}{2} \right)^2 + p^2 \left(\frac{V_p}{2} \right)^2 + P_n \right] \quad (3.23)$$

(3.20) 式において { } 内のオ 2 項は通常 1 に比べて小さいので省略し, η を最大にする g_L を求めると

$$g_{L, \max} = \sqrt{1 + Q_{q1}^2 \left[\frac{\Gamma_{h-1}^{**}}{hC_o^{**}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^h \right]^2 / \left[\left(\frac{V_1}{2} \right)^2 + p^2 \left(\frac{V_p}{2} \right)^2 \right]} \quad (3.24)$$

となる。また同じ近似により (3.22) 式を変形し P_n を V_n で表わすと

$$P_n = \frac{1}{1+g_L} \cdot \frac{4}{R_s} \left[Q_{qp}^h \left(\frac{C_{p-1}^{**}}{pC_o^{**}} \right)^h \frac{\Gamma_{h-1}^{**}}{hC_o^{**}} \left(\frac{V_1}{2} \right)^n \right]^2 \quad (3.25)$$

となるから, 同一の V_1 に対する P_n の比較を中間同調式と直接式について行なうと,

$$(3.25) \text{ 式と前章の (2.24) 式を比べてわかるように } \left[Q_{qp}^h \left(\frac{C_{p-1}^{**}}{pC_o^{**}} \right)^h \frac{\Gamma_{h-1}^{**}}{hC_o^{**}} \right]^2$$

と $\left[\frac{C_{n-1}^{**}}{nC_o^{**}} \right]^2$ の比較に帰する。

(3.20) ~ (3.24) 式を用いて (3.19) 式の η の厳密な計算は複雑であるが, 前章と同じように C_{p-1}^{**} , Γ_{h-1}^{**} および C_o^{**} の計算に (3.3)' ~ (3.8)' の近似式を使用できる場合には, 一連の数値計算を比較的容易に行ない得る。具体的数値計算の結果については 3.5 に示すことにする。

3.3 カスケード式通倍

変換能率は通倍次数が高くなると急速に低下する。従って高次の通倍を行なうには直接式により一度に通倍するよりも, 低次の直接式通倍を何段か重ねたいわゆる縦続接続で通倍するのがよいとされている。ここでは直接式を縦続に接続して通倍する方式をカスケ-

ド式通倍と呼ぶことにする。ところで同じ通倍次数の場合、このカスケード式通倍は前節で提案した中間同調式通倍に比べどうなるか、さらに実効容量変化率が增大するような大信号の場合、直接式、カスケード式あるいは中間同調式のうち何れが有利であるかは検討を要する問題である。

本節では、これまでの結果と比較するため、 $n = p \times h$ 次の 2 段カスケード式通倍について論ずることにする。2 段カスケード式通倍の等価回路は図 3.4 で表わされる。これを各調波成分ごとの回路に分解すると図 3.5 のようになる。この図の基本波成分回路に

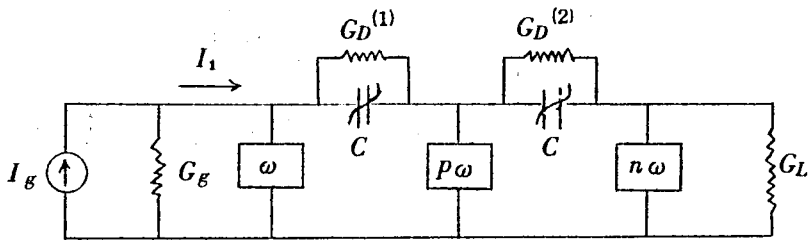


図 3.4 カスケード式通倍回路

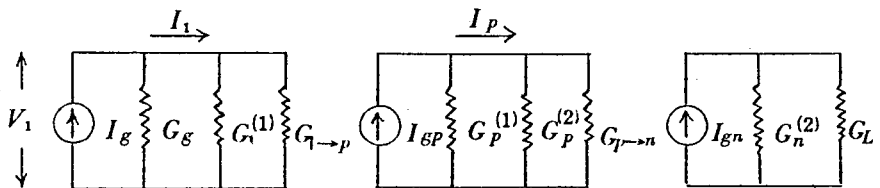


図 3.5 各調波成分ごとの回路

における $G_{1 \rightarrow p}$ は基本波から p 高調波への電力変換を表わす等価コンダクタンス、 $G_1^{(1)}$ は基本波における外部回路のコンダクタンスを示している。 p 高調波成分回路において I_{gp} は p 高調波の電流源、 $G_{p \rightarrow n}$ は p 高調波から n 高調波への電力変換を示し、また $G_p^{(1)}, G_p^{(2)}$ は共に外部回路のコンダクタンスを示すものである。さらに n 高調波成分回路において I_{gn} は n 高調波の電流源、 G_L は負荷コンダクタンス、 $G_n^{(2)}$ は外部回路のコンダクタンスを示している。ここで $G_1^{(1)}, G_p^{(1)}, G_p^{(2)}$ および $G_n^{(2)}$ はダイオードの拡がり抵抗だけによるものと仮定すると

$$\left. \begin{aligned}
 G_1^{(1)} &= (\omega C_o^{(1)*})^2 R_s^{(1)} \\
 G_p^{(1)} &= (p\omega C_o^{(1)*})^2 R_s^{(1)} = p^2 G_1^{(1)} \\
 G_p^{(2)} &= (p\omega C_o^{(2)*})^2 R_s^{(2)} = p^2 G_1^{(2)} \\
 G_n^{(2)} &= (n\omega C_o^{(2)*})^2 R_s^{(2)} = n^2 G_1^{(2)}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

で表わされる。また $G_{1 \rightarrow p}$, I_{gp} , $G_{p \rightarrow n}$ および I_{gn} は才 2 章で示したように

$$\left. \begin{aligned}
 G_{1 \rightarrow p} &= (\omega C_{p-1}^{(1)*} / 2^{p-1}) V_1^{p-2} V_p \\
 I_{gp} &= (\omega C_{p-1}^{(1)*} / 2^{p-1}) V_1^p \\
 G_{p \rightarrow n} &= (p\omega C_{h-1}^{(2)*} / 2^{h-1}) V_p^{h-2} V_n \\
 I_{gn} &= (p\omega C_{h-1}^{(2)*} / 2^{h-1}) V_p^h
 \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

で与えられる。(3.26) 式の $C_o^{(1)*}$, $C_o^{(2)*}$ は (2.20) 式と同様な式である。また (3.27) 式の $C_{p-1}^{(1)*}$ および $C_{h-1}^{(2)*}$ は (2.12) 式と同様に与えられる。ただし $G_1, G_p, G_n, C_o^*, C_{p-1}^*, C_{h-1}^*$ および R_s の右肩添字⁽¹⁾, ⁽²⁾ はそれぞれ才 1 段, 才 2 段で用いたダイオードの番号を示す。簡単のため $C_{p-1}^{(1)*}$, $C_{h-1}^{(2)*}$ については今後肩の添字は省略する。

選倍回路の才 1 段および才 2 段における電流 — 電圧式は図 3.5 より

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= (G_1^{(1)} + G_{1 \rightarrow p}) V_1 \\
 I_{gp} &= G_p^{(1)} V_p + I_p \\
 I_p &= (G_p^{(2)} + G_{p \rightarrow n}) V_p \\
 I_{gn} &= (G_n^{(2)} + G_L) V_n
 \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

となる。(3.27) 式を用い, (3.28) 式を書きかえ, 各調波ごとの回路方程式を求めると

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= G_1^{(1)} V_1 + (\omega C_{p-1}^* / 2^{p-1}) V_1^{p-1} V_p \\
 0 &= (G_p^{(1)} + G_p^{(2)}) V_p - (\omega C_{p-1}^* / 2^{p-1}) V_1^p + (p\omega C_{h-1}^* / 2^{h-1}) V_p^{h-1} V_n \\
 0 &= (G_n^{(2)} + G_L) V_n - (p\omega C_{h-1}^* / 2^{h-1}) V_p^h
 \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

となる。この式を (3.7) 式を比べると両式は同じような形で表わされているが、カスケード式は中間同調式に比べ能率が悪くなることがこれらの式および図 3.2 より予想される。

カスケード式の場合も、当然 (3.29) 式より

$$\left. \begin{aligned} P_{in} &= \frac{1}{2} G_1^{(1)} V_1^2 + \frac{1}{2} (G_p^{(1)} + G_p^{(2)}) V_p^2 + P_n \\ P_{in} &= \frac{1}{2} V_1 I_1 \\ P_n &= \frac{1}{2} G_n^{(2)} V_n^2 + \frac{1}{2} G_L V_n^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

なる電力保存の関係式が得られる。ここに P_{in} は入力電力、 P_n は才 n 高調波への変換電力、 $\frac{1}{2} G_1^{(1)} V_1^2$ 、 $\frac{1}{2} (G_p^{(1)} + G_p^{(2)}) V_p^2$ 、 $\frac{1}{2} G_n^{(2)} V_n^2$ は基本波、才 p 高調波、才 n 高調波におけるダイオード損失を表わし、 $\frac{1}{2} G_L V_n^2$ は出力電力を表わしている。

特に、(1)および(2)の2箇のダイオードの特性が同一とすると

$$Q_{qp} \left[\frac{C_{p-1}^*}{p C_o^{(1)*}} \left(\frac{V_1}{2} \right)^p \right] = \frac{V_1}{2} \left\{ 2 + \frac{Q_{qp}^2}{1 + g_L} \left[\frac{C_{h-1}^*}{h C_o^{(2)*}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^{h-1} \right]^2 \right\} \quad (3.31)$$

$$\frac{V_n}{2} = \frac{Q_{qn}}{1 + g_L} \left[\frac{C_{h-1}^*}{h C_o^{(2)*}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^h \right] \quad (3.32)$$

$$P_n = \frac{1}{1 + g_L} \frac{4}{R_s} \left[\frac{C_{h-1}^*}{h C_o^{(2)*}} \left(\frac{V_p}{2} \right)^h \right]^2 \quad (3.33)$$

$$P_{in} = 4 \frac{\omega C_o^{(1)*}}{Q_{q1}} \left[\left(\frac{V_1}{2} \right)^2 + 2 p^2 \left(\frac{V_p}{2} \right)^2 \right] + P_n \quad (3.34)$$

なる結果を得る。ここに Q_{q1} 、 Q_{qp} 、 Q_{qn} はダイオードの Q であり Q_{q1} 、 Q_{qn} は

(2.21) 式と同様に与えられ、また Q_{qp} は

$$Q_{qp} = \frac{p \omega (C_o^{(1)*} + C_o^{(2)*})}{G_p^{(1)} + G_p^{(2)}} \quad (3.35)$$

で与えられる。

変換能率は、同じく G_L を g_L で表わすと

$$\eta = \frac{g_L}{1 + g_L} \frac{P_n}{P_{in}} \quad (3.36)$$

で示され、(3.31)～(3.34)式を用いることにより計算できる。また(3.31)式における右辺{ }内のオ2項は通常2に比べ小さいので省略すると、一定の基本波電圧に対し能率を最大にする g_L の値は

$$g_{L, \max} = \sqrt{1 + Q_{q1}^2 \left[\frac{C_{h-1}^* \left(\frac{V_p}{2} \right)^h}{h C_d^{(2)*} \left(\frac{V_1}{2} \right)^2} \right]^2 / \left[\left(\frac{V_1}{2} \right)^2 + 2p^2 \left(\frac{V_p}{2} \right)^2 \right]} \quad (3.37)$$

となる。なおこれらの式を用いての数値計算は複雑であるが、 C_o^* 、 C_{p-1}^* および C_{h-1}^* の式はオ2章で示したような近似式を用いることにより比較的容易に計算できる。数値計算結果の一例は3.4に示している。

3.4 各方式の比較

本節では、ダイオード定数および動作条件などを適当に仮定し前節までに解析した周波数逡倍の諸方式、すなわち2.2における直接式、3.2における中間同調式、3.3におけるカスケード式の変換能率の比較を数値計算により行なうことにする。ここでの比較は入力周波数1000または4000Mcの4逡倍と6逡倍についてである。

計算に仮定した値は

$$\begin{aligned} m &= 0.46 & V_\phi &= 0.6 \text{ (V)} \\ C_o &= 1 \text{ (pF)} & V_b &= -2.55 \text{ (V)} \\ R_s &= 4 \text{ (}\Omega\text{)} \end{aligned}$$

である。

計算はすべて C_{n-1}^* などの代りに $C_{n-1, \text{approx}}^*$ などの近似式を用いて行なっているが、このようにして得られた結果は前にも述べたように

(i) 直接式逡倍では

$$(V_n/V_1)^2 \ll 1$$

(ii) 中間同調式およびカスケード式では

$$(V_p/V_1)^2 \ll 1 \text{ および } (V_n/V_p)^2 \ll 1$$

が成り立つとき正しいといえる。これに関して付言すれば、例えば $n=4$ の場合、直接式では $(V_4/V_1)^2 \ll 1$ の条件が V_1 の大きな範囲まで成立っているのに対し、カスケード式や特に中間同調式では V_1 が1程度以上 ($a = \frac{V_1}{2} \geq 0.3$) になると V_2 が V_1 また V_4 が V_2 と同程度になるので近似は直接式より悪くなる。そして上記の近似計算の結果はいずれの方式においても正確に計算したときの値より低い値を示しているが、誤差の大きさは直接式、カスケード式、中間同調式の順に大きくなる。従って正確な計算を行った場合は、中間同調式、カスケード式、直接式相互間の変換能率の差はここで得る結果よりさらに大きくなる見込である。

計算の結果は、基本波周波数 1000Mc の4逓倍を図3.6、6逓倍を図3.7に、また基本波周波数 4000Mc の4逓倍を図3.8、6逓倍を図3.9に示してある。

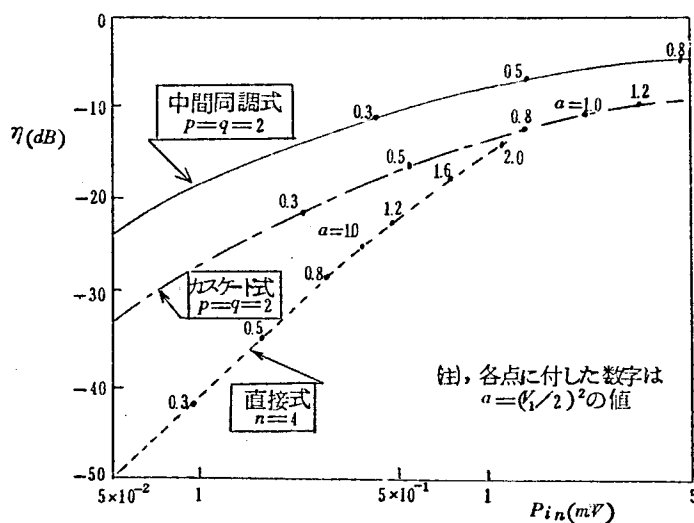


図3.6 4逓倍における各方式の比較

($\omega/2\pi = 1000\text{Mc}$)

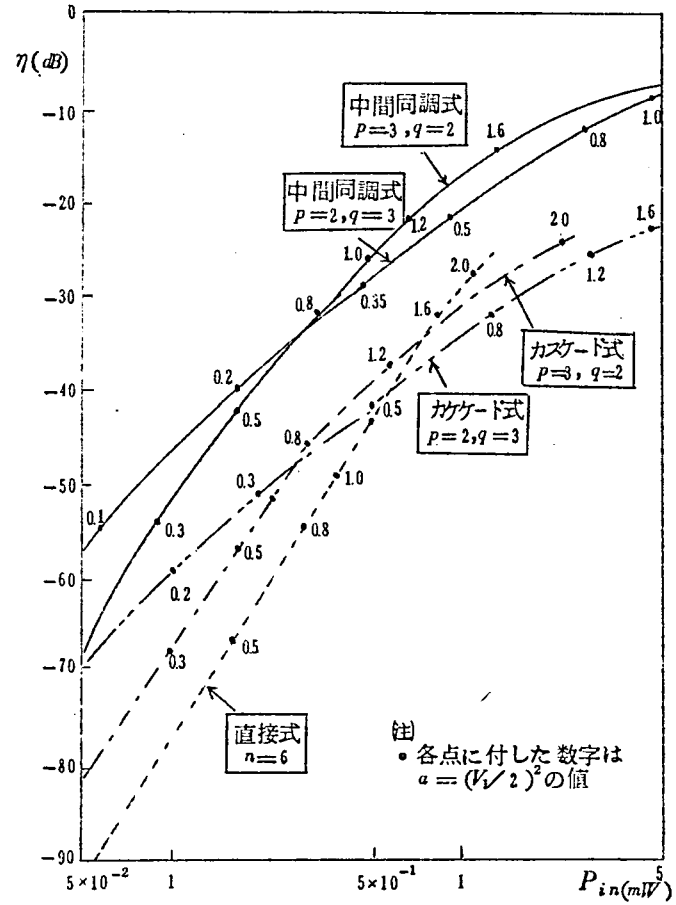


図 3.7 6 通倍における各方式の比較 ($\omega/2\pi=1000$ Mc)

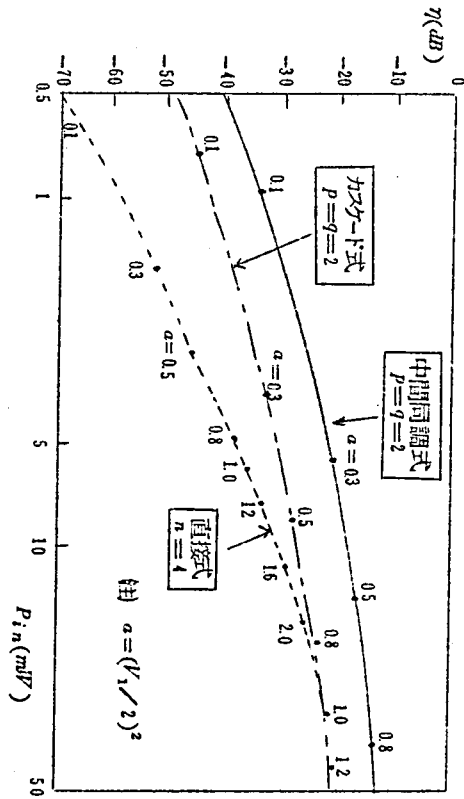


図 3.8 4 通倍における各方式の比較 ($\omega/2\pi=4000$ Mc)

これらの図からつぎ
のことがわかる。

- (i) 中間同調式が、 η (dB)
三方式のうちで最
大の変換能率を示
している。
- (ii) 中間同調式の優
位性は、4 通倍よ
りも 6 通倍におけ
る方が顕著である。
(中間同調式の優
位性が高次の通倍
における程著しく
なることは理論的
に十分予想できる。)

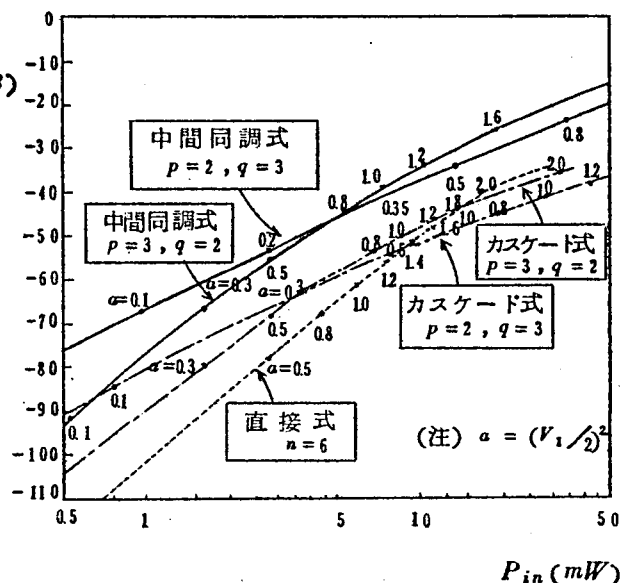


図 3.9 6 通倍における各方式の比較
($\omega/2\pi = 4000 \text{ Mc}$)

- (iii) 6 通倍の場合、 $p=2, h=3$ のときと $p=3, h=2$ のときの変換能率を比較すると、中間同調式もカスケード式も小信号では前者が後者に優るが大信号になるに従ってその差は小さくなる。
- (iv) 理論式からも予想できるが、入力の変化に対する各通倍方式の変換能率の大小の様子は基本波周波数によって変らない。

3.5 結 言

本章では高次通倍における能率向上を目的とする中間同調式通倍を提案し、才 2 章で詳述した大信号解析に従って解析し、通倍機構を明らかにして能率向上の根拠を与えた。続いて、比較のため 2 段カスケード式通倍の解析も行なった。

さらに、各通倍方式の能率を比べるため具体的ダイオード定数、動作条件を仮定して数値計算を行ない基本波周波数 1000 Mc および 4000 Mc の 4 通倍、6 通倍の結果を図 3.6～図 3.9 のように示すことができた。この計算結果より、中間同調式通倍が従来の直接式通倍やカスケード式通倍に比べ高能率になることが明らかとなった。

なお、中間同調式通倍の実験に関しては次章に述べることにする。

第4章 中間同調式通倍の実験

4.1 緒 言

前章における理論により中間同調式通倍の優位性が明らかにされたので、本章では、種々の試作立体回路通倍器による実験に関して述べることにする。

実験は、試作通倍器により実際に中間同調式通倍が行なわれていることを示すような実験法を採用し、この結果に説明を与えた。

本章の構成は、まず4.2において試作1～4号通倍器の実験について述べ、続いて4.3において、試作通倍器のうち、良き結果の得られたクロスガイドテーパー型通倍器についての詳しい考察を等価回路を用いて与えている。

4.2 試作通倍器による実験

4.2.1 1号通倍器

中間同調式通倍においては、基本波、希望高調波および中間調波の3周波に対して調整をとる必要があるが、各波に対して完全に調整できる通倍器を組立てることは難しく、また通倍器の構造が複雑になると回路損失のため変換能率がかえって低下することも予想される。従って、まず図4.1に示す比較的簡単な構造の通倍器を使用して実験を行なった。本通倍器は、従来の直接式通倍器のクロスガイド型とテーパー型とを組合せたもので、クロスガイド・テーパー型と呼ぶことにする。同図において l_1 は3周波すべての同調に影響を与える。一方 l_2 は導波管の遮断特性のために基本波に対する調整をほとんど崩すことなく中間調波および希望

高調波の同調をとるために使用できる。同様の理由からスタップSの調整は希望高調波にのみ関係をもっている。各周波の同調回路は単純なものでなく、また l_1 および l_2 の調整により、同軸部と導波管との結合状

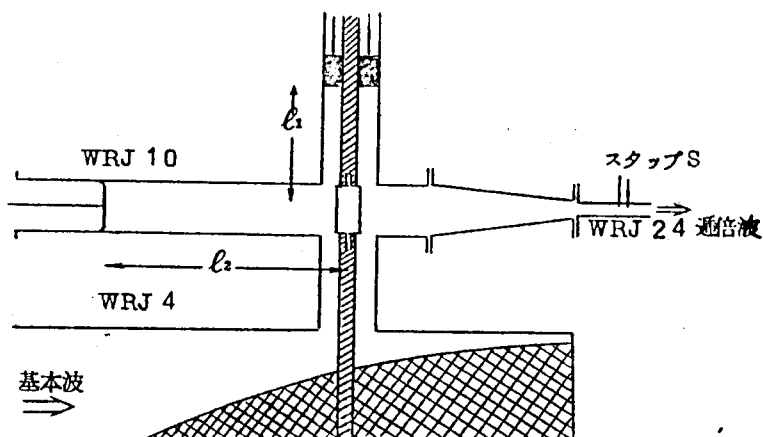


図4.1 1号通倍器構造図

態も同時に変化するので、理想的な中間同調式通倍が行なわれる状態に調整することは困難だが、この通倍器を使用して、中間調波の存在する状態で通倍率が明らかに向上することが確認できる。

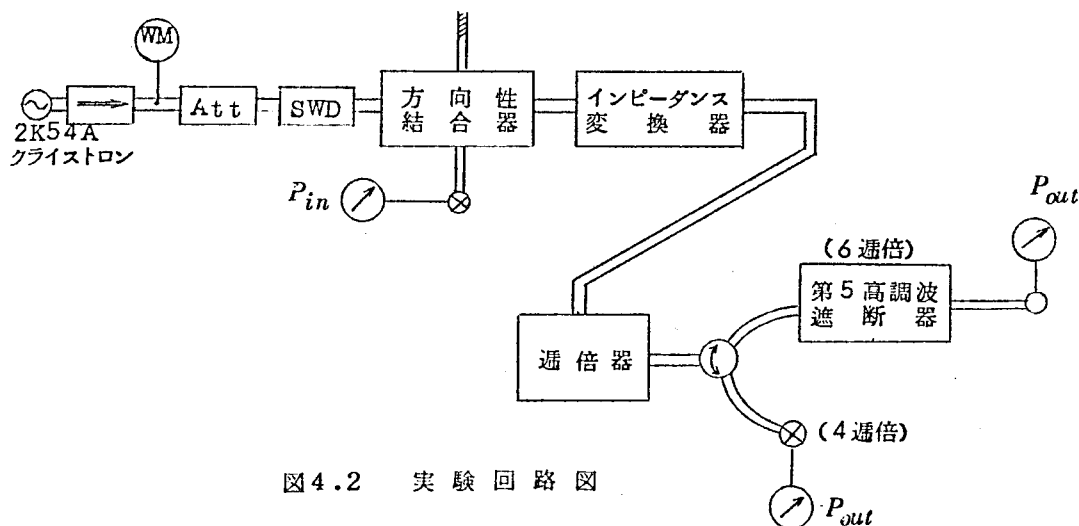


図4.2 実験回路図

実験には通信研究所試作の G_e シルバーボンドダイオードを使用し、基本波周波数4168 Mcの4通倍と6通倍とを行なった。実験回路図は図4.2に示してある。以下、実験の方法および結果について述べる。

(1) 予備実験

中間同調式通倍は基本波、希望高調波のほか、中間調波も同時に同調させる必要があり、この時に変換能率が高くなるはずである。従って中間調波が同調する ℓ_1 と ℓ_2 の値を予め知っておき、このような ℓ_1 、 ℓ_2 の値にしたとき希望高調波も同調できれば中間同調式通倍が行なわれることになる。

ここでの予備実験は、4通倍あるいは6通倍の実験を始めるに先だち、中間調波の同調する ℓ_1 、 ℓ_2 の値を知るために行なったもの

	高 調 波			
	2	3	4	6
同 軸 管 (TEM波)	36.0	24.0	18.0	12.0
WRJ 10 (TE ₁₀ 波)	58.3	28.3	19.6	12.4
" (TE ₂₁ 波)	—	—	69.2	15.7
" (TE ₃₀ 波)	—	—	—	22.2
WRJ 15 (TE ₁₀ 波)	—	36.9	21.9	13.0
" (TE ₂₁ 波)	—	—	—	22.3

<基本波周波数4168 Mc ($\lambda=72$ mm)>

表4.1 各高調波の管内波長 (単位 mm)

である。なお参考のために同軸および WRJ 10, WRJ 15 導波管における各高調波の管内波長を表 4.1 に示しておく。

(1.1) オ 3 高調波を取り出す実験

図 4.1 における WRJ 24 導波管の代りに WRJ 10 導波管を接続した図 4.3 に示す方法でオ 3 高調波を取り出す実験を行な

った。テーパ導波管はオ 3 高調波に対してリアクタンス減衰器として作用するが、その一部はこのテーパを透過する。この透過出力は、4 次以上の高調波出力より遙かに大きくなっているためオ 3 高調波出力といえる。なお取り出した高調波がオ 3 高

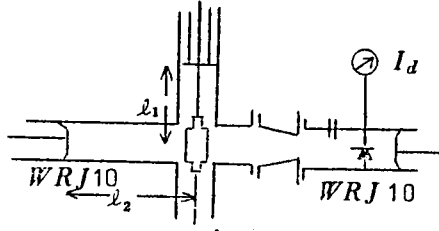


図 4.3 予 備 実 験

調波であることは出力検波用クリスタルマ

ウントの後のショートブランジヤーを動かした場合の出力の周期性により確認できる。さて、このようにしてオ 3 高調波の透過出力をとり出したことにより通倍器内部におけるオ 2 およびオ 3 高調波の電磁界分布が変わらないならば、図 4.3 の検波電流 I_d を各 l_1 および l_2 に対して測定することによってオ 3 高調波に対する l_1 および l_2 の同調、非同調点を知ることができる。また l_1 をパラメータとした l_2 対出力特性には後で述べるように、オ 2 高調波に対する l_2 の同調、非同調点も現われている。

結果を図 4.4 に示す。まず l_2 をパラメータとした出力対 l_1 特性を示す図(a)を見るとピークがオ 3 高調波の $\lambda/2$ の周期で並んでいる。(ただし $l_1 = 54 \text{ mm}$ 付近に現われるはずのピークがないのは $VSWR$ が大きいと思われる。) これよりオ 3 高調波の同調点がわかる。また図(b)の l_2 特性を見ると大勢的にはオ 2 高調波の $\lambda_{g2}/2$ の周期を示しており、オ 3 高調波の周期性は出力の極小値(谷の点)となって現われている。これよりオ 2 高調波の非同調点は $l_2 = 58, 87, 116 \text{ mm}$ の点であり、オ 3 高調波の非同調点は $l_2 = 53, 67, 82, 96, 111, 124, 138 \text{ mm}$ の点であることがわかる。

上の結果より、オ 3 高調波出力のうち、最高のピークはオ 2 高調波の同調によって現われたと見るが、このように基本波とオ 2 高調波の和周波としてオ 3 高調波を発生する機構は“準中間同調式通倍”と呼んでおく。2 番目に高いピークも同様な機構により生じたものと考えられるが、最も低いピークはオ 2 高調波がほとんど同調しない点で生じているの

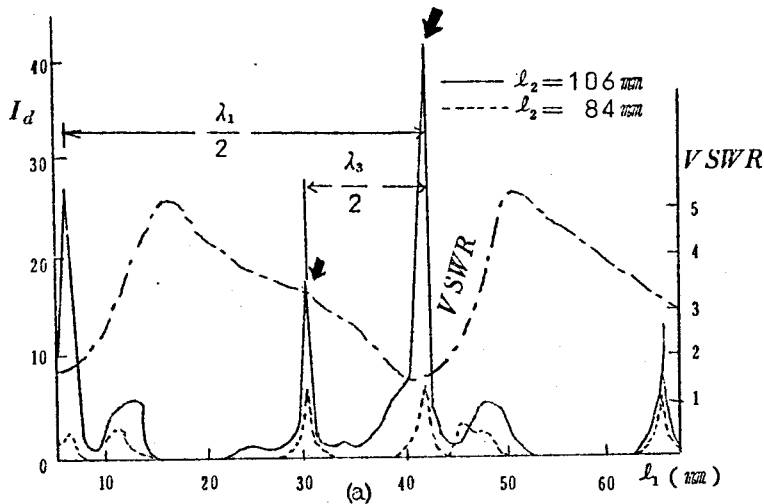
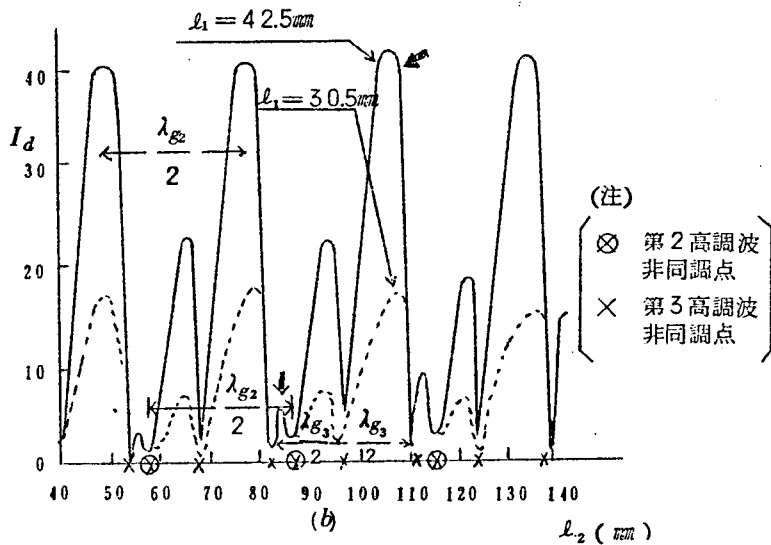


図4.4 オ3高調波をとり出した時の出力対 l_1, l_2 特性

で直接式過倍によるものと解される。

(1.2) オ2高調波をとり出す実験

図4.3のテーパ導波管のテーパ部をさらに短くした導波管を使用して、オ2高調波の一部を取り出す実験を行なった。これを用いるとオ2高調波の一部はテーパを透過し、その透過出力は3次以上の高調波出力より遙かに大きくなっている。

結果を図4.5に示す。同図(a)の l_1 特性より、オ2高調波の非同調点は $l_1 = 22.5$ ，

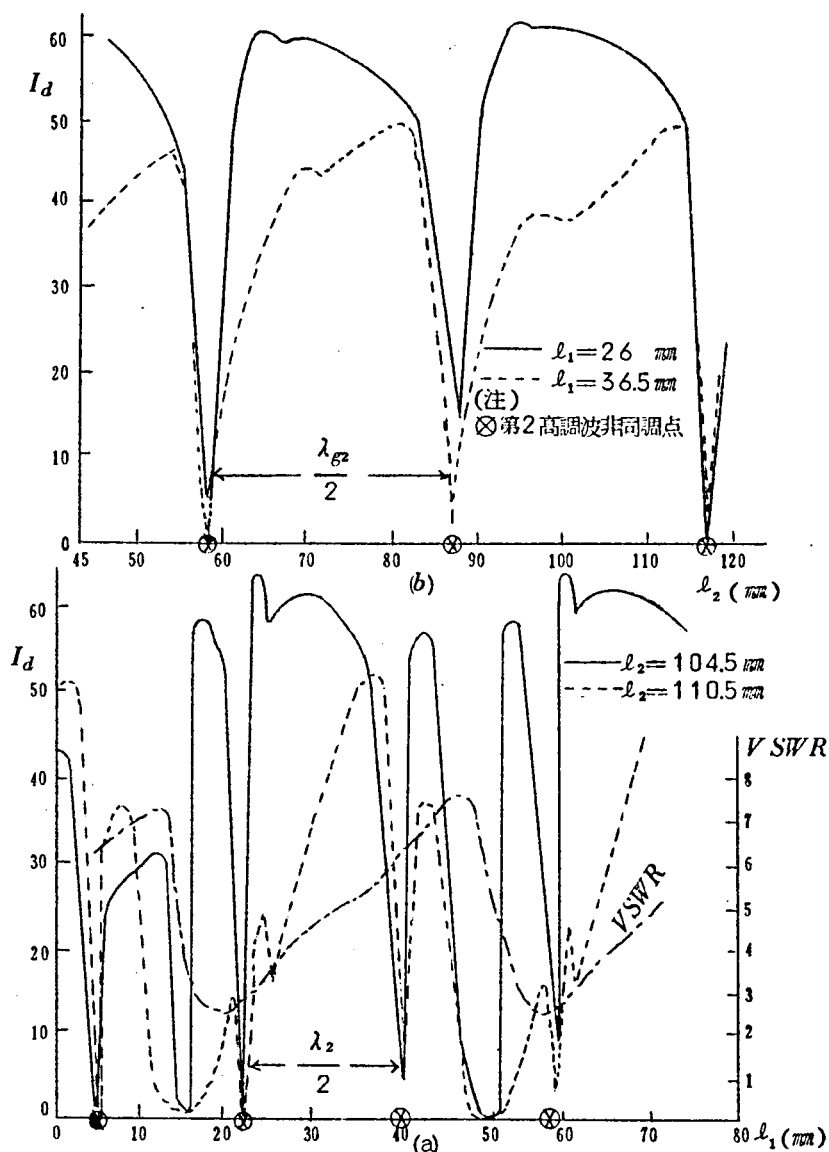


図4.5 オ2高調波をとり出した時の出力対 l_1 、 l_2 特性

40.5, 58.5 mm の各点, また同図(b)の l_2 特性よりオ2高調波の非同調点は $l_2 = 58$, 87, 116 mm の各点である。

かくして中間調波の一部を取り出す予備実験により, 中間調波に同調する l_1 および l_2 の範囲を測定することができた。この同調範囲は, その範囲内に必ず希望高調波の非同調点を含む程度に幅広いものである。

つぎに4通倍および6通倍における ℓ_1 をパラメーターにした希望高調波出力対 ℓ_2 特性(出力— ℓ_2 特性と呼ぶ) , 並びに ℓ_2 をパラメーターにした希望高調波出力対 ℓ_1 特性(出力— ℓ_1 特性と呼ぶ)を測定し, その結果から中間同調式通倍による変換能率向上の度合を推算したのでこれについて述べる。

(2) 4通倍の実験

実験結果を図4.6に示す。出力— ℓ_1 特性において $\ell_1=30.5\text{ mm}$ および 65.5 mm の点は中間調波(才2高調波)と希望高調波が同時に同調する点であり, 従ってこれらの点では中間同調式通倍が行なわれて大きい希望高調波出力を得る。

$\ell_1=30.5\text{ mm}$ から $\lambda_{g1}/2$ だけずれた点($\ell_1=38.5\text{ mm}$)ではほとんど中間調波の同調が期待できないために希望高調波だけの同調に基づく小さい出力を得るにすぎない。つぎに出力— ℓ_2 特性を見ると ℓ_1 が中間調波の同調に都合の良い長さ($\ell_1=30.5\text{ mm}$)の場合には ℓ_2 の変化と共に出力は大きく変化し大勢的に中間調波の影響を大きく受けた図形を得る。すなわち中間調波に対する最適同調点が $\ell_2=76, 105\text{ mm}$ などであり, また希望高調波と中間調波との管内波長が整数比の関係にないことを考慮すると, $\ell_2=105\text{ mm}$ のピークは希望高調波と中間調波が共に強く同調した結果生じたものであり, $\ell_2=73\text{ mm}$ および 82 mm のピークは中間調波の影響のやや弱いもの, さらに $\ell_2=66, 95\text{ mm}$ のピークは中間調波の影響をほとんど受けないものであると解釈される。また中間調波の同調に適しない ℓ_1 の値($\ell_1=38.5\text{ mm}$)における ℓ_2 —出力特性は図示のように ℓ_2 の変化により $\lambda_{g1}/2$ ごとに小さいピークを生じるだけで $\lambda_{g2}/2$ の周期性は見受けられない。このことは $\ell_1=38.5\text{ mm}$ のときは中間調波をほとんど存在させることができないことを示すものである。

いま中間調波と希望高調波とが同時に同調するとき, すなわち $\ell_1=30.5\text{ mm}$ のときの $\ell_2=104\text{ mm}$ の点で生じたピークを中間同調式通倍による出力と見なし, 他方, 中間調波が同調していないとき, すなわち $\ell_1=38.5\text{ mm}$ のときの $\ell_2=95\text{ mm}$ の点で生じたピークを直接式通倍による出力と見なすと前者の方が6 dB大きいことになる。なお才2高調波に対する同調点 $\ell_1=30.5\text{ mm}$ は予備実験の結果によれば才3高調波に対しても相当な程度同調する位置であるが, この ℓ_1 において測定した出力— ℓ_2 特性に才3高調波の影響がほとんど見られないのは才3高調波と基本波との混合の過程に基づく準中間同調式通倍が, ここで考えている中間同調式通倍に比べてはるかに低能率であることを示すものと解釈できる。

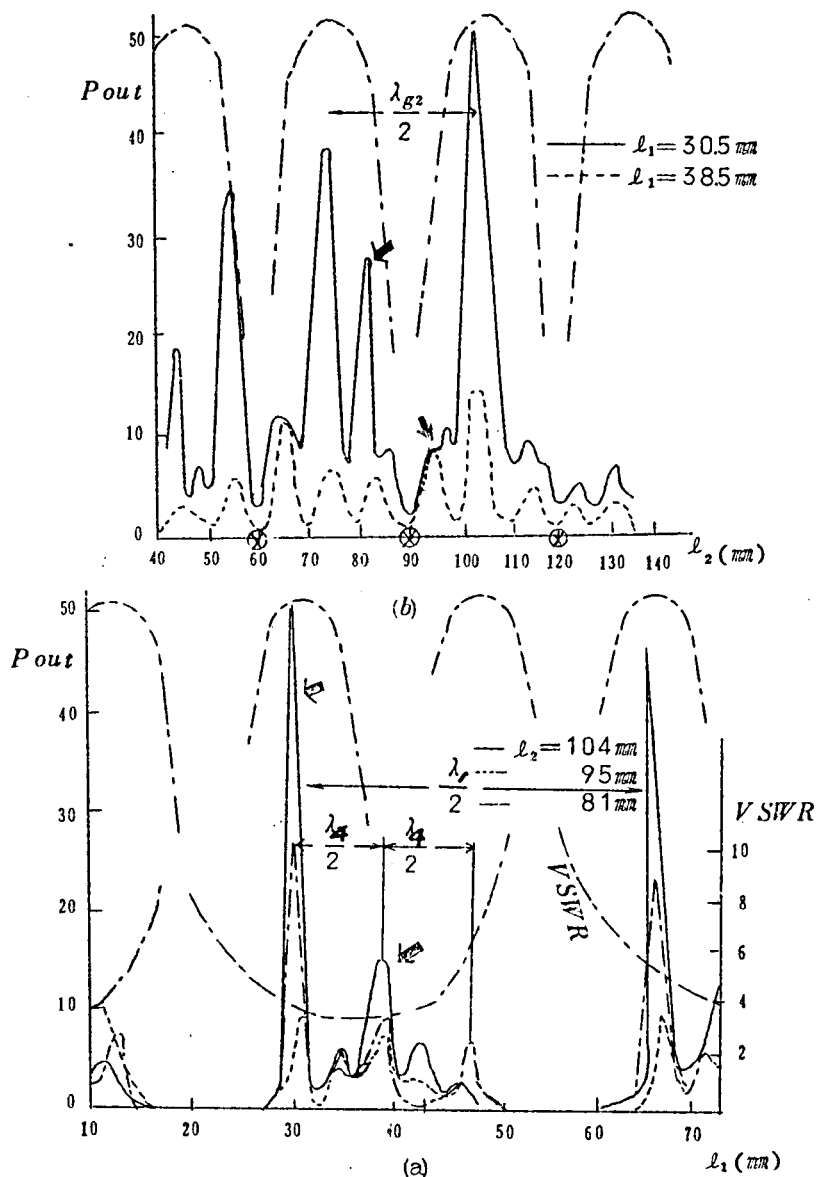


図4.6 4 通倍における出力— l_1, l_2 特性

(3) 6 通倍の実験

6 通倍の場合には、中間調波として才 2 高調波、才 3 高調波が考えられ、 l_1 および l_2 の値を変えることにより、それぞれの中間調波が同調する強さに変化を生ずるが、両者の同調する範囲は広いからほとんどの l_1, l_2 の値で両者は共存している*。このため純粋に

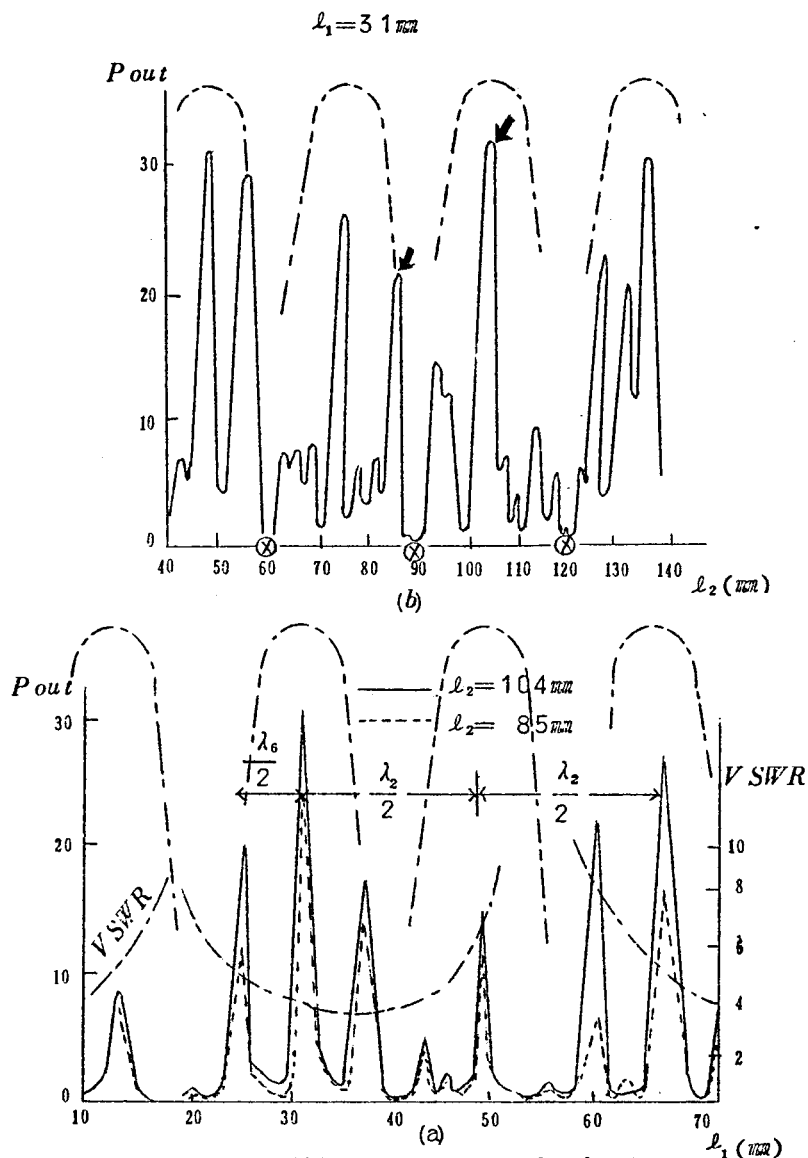


図 4.7 6 逓倍における出力 - l_1, l_2 特性

本論文の“中間同調式逓倍”の理論に対応する実験結果を得ることは難しい。しかし例えば才 2 高調波が才 3 高調波に比して一段と強く同調したときの実験結果をあげることができる。図 4.7 はその一例であって、使用した逓倍器の WRJ 10 導波管では希望高調波である才 6 高調波が 3 様のモード (TE_{20} , TE_{11} , TE_{30}) において伝播可能という事情

が加わって出力 $-\ell_2$ 特性を一層複雑なものにしているが、 ℓ_1 特性も ℓ_2 特性も共に ω 2 高調波の影響が大きく現われている。

上記の理由により、6 通倍においては直接式通倍との能率を比較するために従来のクロスガイド型の直接式通倍器を試作しこれによる通倍出力も測定した。その結果、入力 40 ~ 70 mW において図 4.7 における最大ピーク値の方が約 13 dB だけ高出力を示した。確認のためこの直接式通倍器による 4 通倍出力を求めたら、この出力は、既述の 4 通倍の実験で直接式通倍によると見なした出力より 0.5 dB だけ高い値を示した。

ここに理論値と実験値との比較の一例を挙げると、ダイオード定数や動作条件がやや異なるが、中間同調式と直接式との能率の差は入力 30 mW のとき、4 通倍の場合理論値では 8 dB、実験値では 6 dB 前者が優り、また 6 通倍の場合理論値では 8 ~ 13 dB、実験値では 12 dB 前者が優っている。

* 2つの中間同調波が同時に存在するときの実験結果の理論的説明を与えるには“複中間同調式通倍”の理論が必要である。この場合ここに述べる“中間同調式通倍”より変換能率が優る可能性はあるが、4つの周波数に同時に完全同調する通倍器を作ることは非常に困難と思われる。

4.2.2 2号通倍器

本通倍器は1号通倍器と同様な型であるが、異なっている点は、図 4.1 における WRJ 10 導波管の代りに WRJ 15 導波管を用いたことである。

本通倍器を試作した理由は、1号通倍器において、 ℓ_2 空間として WRJ 10 導波管を用いているため、6 通倍の場合、中間調波として ω 2、 ω 3 高調波の両者が存在し易く、純粋な中間同調式通倍の実験結果を得ることが難しいことにかんがみ、 ℓ_2 空間を WRJ 15 導波管に変えることにより中間調波として ω 3 高調波だけを同調させ、純粋な $p=3$ 、 $h=2$ の場合を実現するためである。

2号通倍器を用いた実験の方法および結果の解析は、1号通倍器の場合と同様であるので以下これらについて簡単に述べる。

(1) 予 備 実 験

ω 3 高調波を取り出す実験は、図 4.3 と同様な方法で行なった。実験結果を図 4.8 に示す。まず出力 $-\ell_2$ 特性を見ると予想されるように ω 3 高調波の周期が現われ、パ

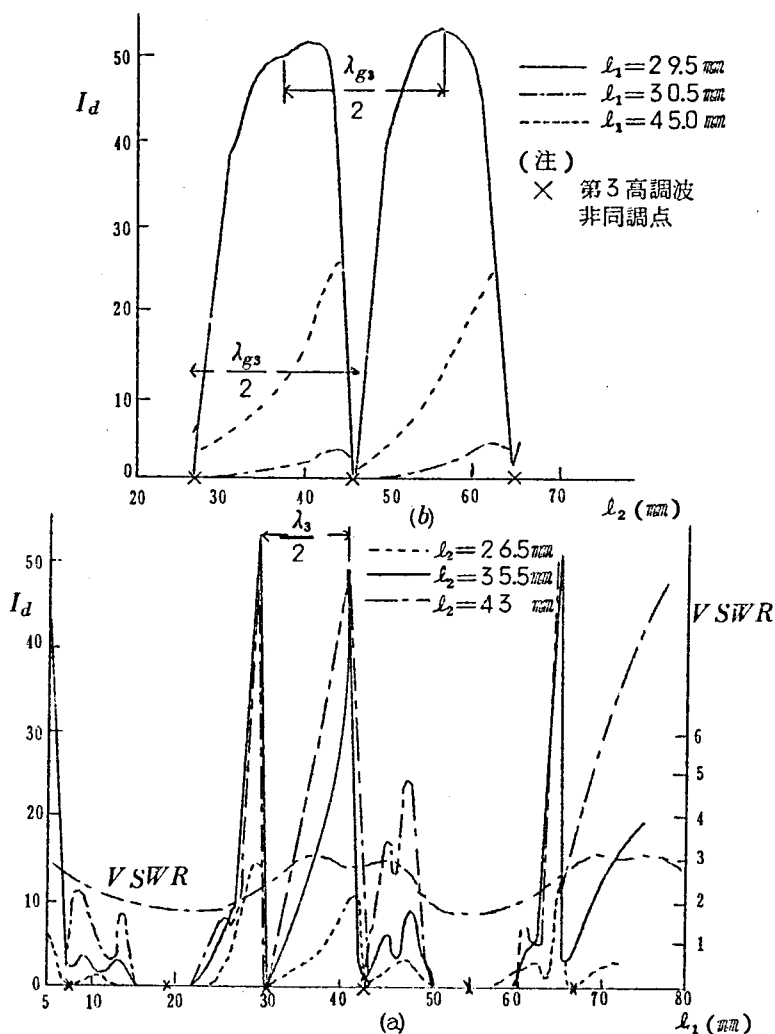


図4.8 オ3高調波をとり出した時の出力- l_1 , l_2 特性.

ラメータ l_1 の値により図のような形になる。 $l_2 = 26.5, 45.2, 63.5$ mmの点はオ3高調波の非同調点である。また $l_1 = 30.5$ mmもオ3高調波が同調できない点であることがわかる。つぎに出力 - l_1 特性を見ると $l_1 = 7, 19, 30.5, 42, 54.5, 66$ mmの各点はオ3高調波の非同調点である。

(2) 6 過 倍 実 験

既に述べたように本過倍器を用いると6過倍のときは $p=3$, $h=2$ の場合しか実現しないが、このことは予備実験の結果を考慮に入れるとここでの実験結果が十分実証してい

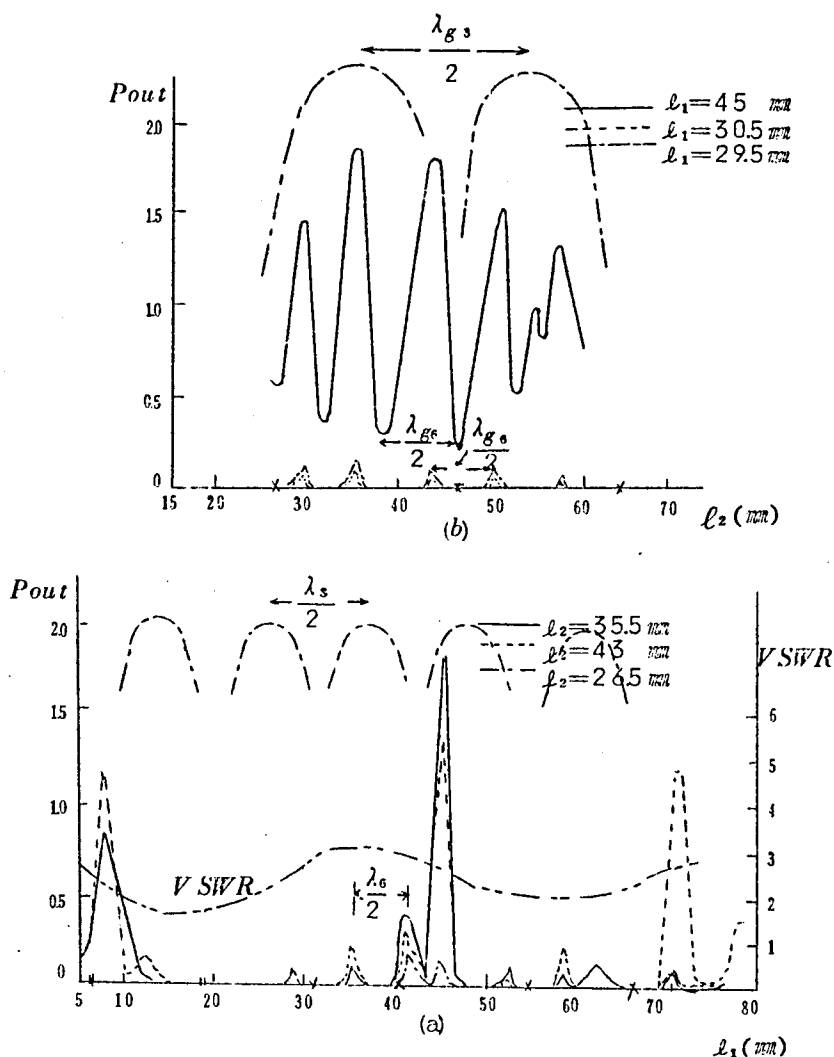


図4.9 6通倍における出力 — l_1 , l_2 特性

る。

実験結果は図4.9に示すが、1号通倍器による結果に比べ、出力 — l_1 特性、出力 — l_2 特性共に希望高調波であるオ6高調波の周期性がよく現われている。まず出力 — l_2 特性を見よう。 l_1 をオ3高調波の非同調点 ($l_1 = 30.5$ mm) にするとオ6高調波の周期で同じぐらいの高さの図形が表われるがこれは小さな値であり直接式通倍によるものと解釈される。つぎにオ3高調波が同調する $l_1 = 45$ mm のときは前に比べかなり大きな出力を得るが、これはオ3高調波の影響を受けた中間同調式通倍によるものである。

さらに出力 $-\ell_1$ 特性を見ると ℓ_2 がオ 3 高調波に同調しない $\ell_2 = 26.5\text{mm}$ のときは出力は直接式通倍によるものと推測され、 ℓ_2 がオ 3 高調波に同調する $\ell_2 = 35.5\text{mm}$ のときは中間同調式通倍により大きな出力が得られる。このように解釈すると、これらの結果より入力 30 mW で中間同調式の方が直接式より約 13 dB 能率がよいといえる。

4.2.3 3 号 通 倍 器

本通倍器の構造図は図

4.10 に示す。これは 1 号通倍器と同じ型であるが、異なる点はオ 1 にダイオードの位置が上下に移動できること、オ 2 に同軸部の中心からテーパまでの距離を連続的に変化できることである。

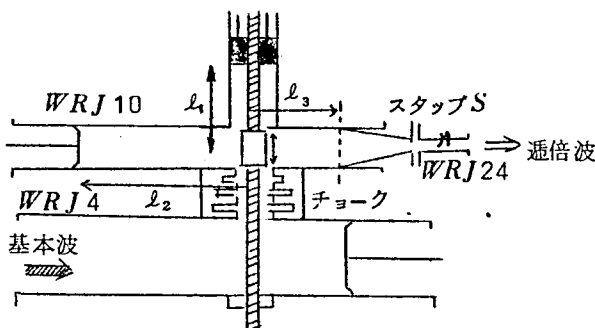


図 4.10 3号通倍器構造図

本通倍器を用いた一連

の実験も 1 号通倍器の場合と同様に行なったが、ここでは 1 号通倍器のときは得られない興味ある結果をとり上げて説明する。まずダイオードの上下方向の位置であるが、これはダイオードを出力側導波管のほぼ中央部に置いたとき最大の出力を得た。つぎに ℓ_1 は固定し、 ℓ_3 をパラメーターにして ℓ_2 を変化させたときの希望高調波出力特性を調べた。

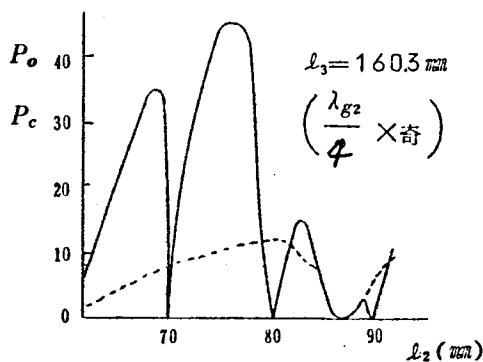


図 4.11 希望高調波出力と
プローブよりの出力

ℓ_3 はダイオードの中心からオ p 高調波に対する等価短絡面 T までの距離である。基本波周波数 4188.6 Mc の 4 通倍の結果を図 4.11 および図 4.12 に実線で示す。結果より ℓ_3 が $\lambda_{g2}/4$ の奇数倍近傍のときは大きな出力が得られるが、 ℓ_3 が $\lambda_{g2}/4$ の偶数倍近傍のときは大きな出力が得られない。またこれらの図形は ℓ_3 が $\lambda_{g2}/4$ の偶数倍近傍のときを除き 4 通倍の中間

調波であるオ2高調波の図形を包絡線とするような図形になっている。図中の点線はプロープ P_c (図4.14参照)よりとり出したオ2高調波の出力である。これについての詳しい考察は4.3で行なうことにする。

以上、クロスガイドテーパー型通倍器を用いた中間同調式通倍では、ダイオードは出力導波管のほぼ中央部に、ま

た ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 は最も適当な組合せを選ぶことにより能率を最大にすることができる。なお ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 間には最大能率を得るための大きな相補性はない。

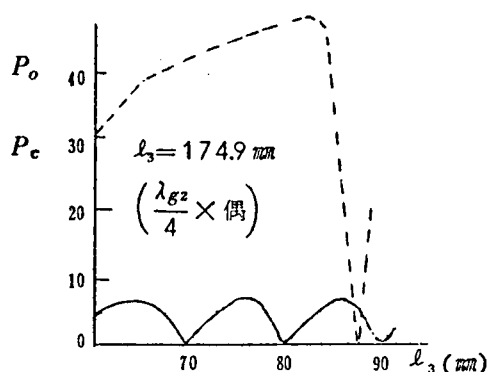


図4.12 希望高調波出力とプロープよりの出力

4.2.4 4号通倍器

4号通倍器は図4.13のような構造になっている。本通倍器試作の目的は1～3号通倍器が従来の直接式通倍器のクロスガイド型とテーパー型を組合せたもので、 ℓ_2 部導波管で中間調波と希望高調波の2周波の同調をとっており、ややもすると2波を共に最大に同調させることが難しい。従って、図4.13の通倍器(ダブルクロスガイド型と呼ぶ)を作り、各導波管部で各調波ごと単独に同調させようとするものである。なおこのような

構造は中間同調式通倍の等価回路にかなり合うように思われる。

しかし実験を行なった結果は、クロスガイドテーパー型通倍器に比べ、入力30mWで4通倍では6/7、6通倍では2/3と下まった。従ってダブルクロス型通倍器はクロスガイドテーパー型通倍器に比べ構造が複雑で低能率になったこ

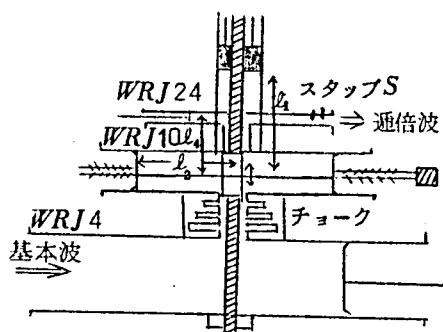


図4.13 4号通倍器構造図

と、および ℓ_1 を選定すれば能率の向上が期待されるかも知れないことを述べるに留めておく。

4.3 クロスガイド・テーパー型通倍器の考察

4.3.1 序

可変容量ダイオードを用いた周波数通倍において、通倍次数 n が整数 p と h の積になっている場合は、これまでの結果より中間同調式通倍が高能率を与えることを示すことができたが、立体回路で通倍器をどのように構成するかは難しい問題である。

4.2では、クロスガイドテーパー型通倍器やダブルクロスガイド型通倍器を試作し、4通倍や6通倍に関する多くの実験結果を得た。これによると両通倍器とも中間調波が存在する場合、希望高調波出力が大きくなる傾向が現われている。両者に関してはクロスガイドテーパー型の方が構造も簡単であり、且つ高能率の結果となった。

従ってここではクロスガイド・テーパー型通倍器についての考察を行なうことにする。今迄の実験結果によれば1, 2号通倍器では高能率を得よう同軸とテーパー間の距離 ℓ_1 を選定していた。また ℓ_1 を可変にできる3号通倍器では、図4.11に示したように ℓ_1 が能率にかなり影響することがわかった。かくして、このような型の通倍器は ℓ_1 の選定が重要であるので、本節は、通倍器の等価回路を与え実験結果を説明すべく解析を試みたものである。

さて、中間同調式通倍では、図3.1の基本回路からわかるように、中間調波(オ p 高調波)が同調したときは、中間調波の電圧がダイオードにかかったときであり、この状態で大きな希望高調波が得られることになる。図4.11, 図4.12に示す測定より得られた希望高調波出力の包絡線は、ダイオードにかかる中間調波の電圧に比例する大きさを示すものと推察されるので、これを確認するため通倍器の中間調波に関係する部分を図4.15の等価回路で表現しておき、プローブからとり出した中間調波出力からダイオードにかかる中間調波電圧をこの等価回路を用いて求めてみる。しかして本通倍器においては ℓ_1 の選定が重要であり、これが適当な長さ($\lambda_{gp}/4$ の奇数倍)になっているときに中間同調式通倍器が実現できることを述べる。

なお、オ5章でも述べるように種々の数値計算の結果から、中間同調式通倍では同じ振込みに対して中間調波としてオ2高調波を選ぶと高能率を与えることが知られているので、以下の解析においては具体的にはオ2高調波について行なうこととする。

4.3.2 中間調波に関する 等価回路

クロスガイドテーパー型過倍器の一部を図4.14に示す。図において P_A , P_C はそれぞれ A 点, C 点からプローブによりとり出した中間調波の出力である。プローブは管内の電磁界を乱さぬ程度の短いものである。 T は中間調波に対する等価短絡面である。

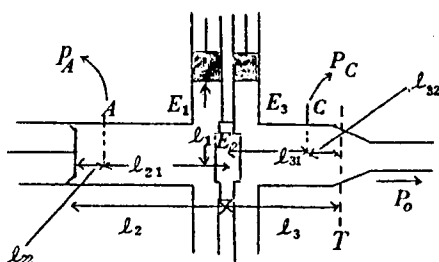


図4.14 3号過倍器の一部

図4.14 から中間調波に関する等価回路は図4.15のように表わすことができる。これを書き換えると図4.16になる。 I_{gp} は中間調波の等価電流源, C はダイオードの容量, G はダイオードによる損失コンダクタンスと希望高調波への電力変換を表わす等価コンダクタンスを合せたもので、図3.3と比較すると

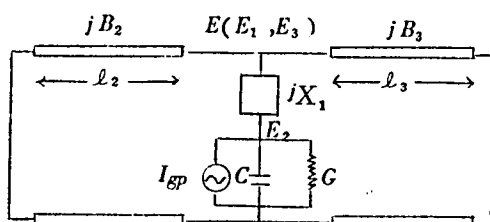


図4.15 等価回路 (その1)

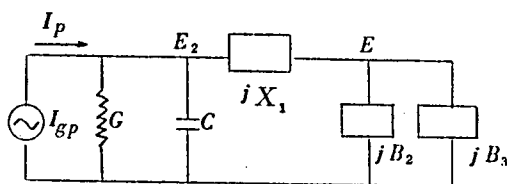


図4.16 等価回路 (その2)

$$G = G_p + G_{p \rightarrow n} \quad (4.1)$$

で与えられる。 X_1 はダイオード近傍の電磁界の乱れによるリアクタンス, ℓ_1 によるリアクタンスおよび ℓ_1 に無関係にダイオードの上下部に等価的に存在するリアクタンス等を総合したものである。 B_2 および B_3 は線路 ℓ_2 および ℓ_3 によるサセプタンスで、中間調波に関する $WRJ10$ 導波管の特性インピーダンスを Z_{02} とするとそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} B_2 &= -\frac{1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_2 \\ B_3 &= -\frac{1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_3 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

で表わされる。さらに図4.14に示すよう C 点より出力 P_C をとり出すときは図4.16

を図 4.17 の等価回路に

書き換えて考える。図中

L_{31} は長さ ℓ_{31} の分布線
路を示し、 B_{32} は

$$B_{32} = -\frac{1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_{32} \quad (4.3)$$

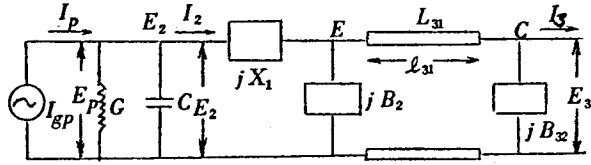


図 4.17 等価回路 (その 3)

で与えられる。なお A 点より出力 P_A をとり出して解析する際は図 4.17 と同様な図 4.18 の回路を用いるとよい。 L_{21} は長さ

ℓ_{21} の分布線路を表わす。

B_{22} は

$$B_{22} = -\frac{1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_{22} \quad (4.4)$$

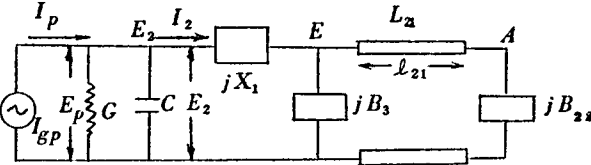


図 4.18 等価回路 (その 4)

で与えられる。

4.3.3 等価回路による解析

図 4.17 の等価回路に着目しよう。図に示すように E_p , I_p , E_2 および I_2 の間には

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_p \\ I_p \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ G & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ G + j\omega C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

の関係があり、また E_2 , I_2 , E_3 および I_3 の間には

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & jX_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta \ell_{31} & jZ_{02} \sin \beta \ell_{31} \\ j\frac{1}{Z_{01}} \sin \beta \ell_{31} & \cos \beta \ell_{31} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3 \\ I_3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{C} & \mathcal{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3 \\ I_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

の関係が成立する。ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \mathcal{U} &= (1-B_2 X_1)(\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) - X_1 \\
 &\quad \cdot \left(\frac{1}{Z_{01}} \sin \beta \ell_{31} + B_{32} \cos \beta \ell_{31} \right) \\
 \mathcal{B} &= j Z_{02} \sin \beta \ell_{31} (1-B_2 X_1) + j X_1 \cos \beta \ell_{31} \\
 \mathcal{C} &= j B_2 (\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) \\
 &\quad + j \frac{1}{Z_{02}} \sin \beta \ell_{31} + j B_{32} \cos \beta \ell_{31} \\
 \mathcal{D} &= -Z_{02} B_2 \sin \beta \ell_{31} + \cos \beta \ell_{31}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

点Cからはプローブによりわずかな出力とり出すので、ほとんど無負荷と考えると

$$I_3 = 0$$

従って、これを(4.6)式に用いると

$$\left. \begin{aligned}
 E_2 &= \left\{ (1-B_2 X_1)(\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) \right. \\
 &\quad \left. - X_1 \left(\frac{1}{Z_{02}} \sin \beta \ell_{31} + B_{32} \cos \beta \ell_{31} \right) \right\} E_3 \\
 I_2 &= \left\{ j B_2 (\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) \right. \\
 &\quad \left. + j \frac{1}{Z_{02}} \sin \beta \ell_{31} + j B_{32} \cos \beta \ell_{31} \right\} E_3
 \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

となる。プローブ出力 P_C は E_3 の2乗に比例する値であるので、例えば ℓ_2 を可変としたときの P_C から E_3 の相対的な値を知り、(4.8)式を用いてダイオードにかかる中間調波電圧 E_2 の相対的な値を求めることができる。

しかるに、(4.8)式を用いる前に X_1 の値を知る必要があるので、この求め方について先に検討する。以下の解析では ℓ_1 を固定し ℓ_2 または ℓ_3 を変化させる場合をとり扱うことにする。 ℓ_2 または ℓ_3 をある値より大きい領域で変化させる場合は X_1 は一定と見なせる。また I_{gp} 従って I_p および G もつぎに述べることからほぼ一定とすることができる。すなわち、まず基本波電力を一定とする限り、 ℓ_2 または ℓ_3 を変化させてもダイオードに加わる基本波電圧 V_1 がほとんど一定であることは、入力導波管側の定在波測定器により求めた $VSWR$ の実測値がほとんど一定であることにより実証されている。

なお入力電力 P_{in} と V_1 は一対一に対応している。従って I_p, G_n については

(i) I_p

等価回路における I_p は、オウ章で述べたように

$$I_p = (\omega C_{p-1}^{**} / 2^{p-1}) V_1^p$$

ここに

$$\begin{aligned} C_{p-1}^{**} &= C_{p-1} + 2^{p-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{p+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_p}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \times \sum_{r=0}^{\beta} H_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_n}{V_p} \right)^{2r} \\ &\simeq C_{p-1} + p \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(p+2\alpha-1)!}{(p+\alpha)! \alpha!} C_{p+2\alpha-1} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha} \end{aligned}$$

で与えられる。これからわかるように $\beta=r=0$ 以外の項を省略できる場合には、

I_p は V_1 だけの関数となり、 ℓ_2 または ℓ_3 を変化させても入力側の $VSWR$ が一定であることから一定と見なせる。

(ii) G

G は (4.1) 式に示したように G_p と $G_{1 \rightarrow n}$ の和である。 G_p と $G_{1 \rightarrow n}$ はオウ章に述べたように

$$G_p = (p \omega C_0^{**})^2 R_s$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } C_0^{**} &= C_0 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha}} C_{2\alpha} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{1}{\{\alpha-\beta\}!^2} \left(\frac{V_p}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \times \sum_{r=0}^{\beta} \frac{1}{\{\beta-r\}! r!^2} \left(\frac{V_n}{V_p} \right)^{2r} \\ &\simeq C_0 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{(\alpha!)^2} C_{2\alpha} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha} \end{aligned}$$

$$G_{p \rightarrow n} = (p \omega \Gamma_{h-1}^{**} / 2^{h-1}) V_p^{h-2} V_n$$

ここに

$$\begin{aligned} \Gamma_{h-1}^{**} &= C_{h-1} + 2^{h-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{h+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_p}{V_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \times \sum_{r=0}^{\beta} J_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_n}{V_p} \right)^{2r} \\ &\simeq C_{h-1} + h \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(h+2\alpha-1)!}{h! (\alpha!)^2} C_{h+2\alpha-1} \left(\frac{V_1}{2} \right)^{2\alpha} \end{aligned}$$

である。上式からわかるように G_p はほとんど V_1 だけに関係し、また V_1 は ℓ_2 および ℓ_3 には関係しないので、 G_p は ℓ_2 または ℓ_3 を変化させてもほとんど一定と見なされる。

一方、 $G_{p \rightarrow n}$ は式が示すよう V_1 と同様 V_p や V_n も関係しており、さらに ℓ_2 または ℓ_3 を変化させると、 V_1 は一定であるが V_p や V_n は変化するので $G_{p \rightarrow n}$ は一定とするわけにはいかない。しかしながら、もし $G_{p \rightarrow n}$ が G_p に比べて無視できるくらい小さい場合には、 G は ℓ_2 または ℓ_3 を変化させても一定として差し支えない。例えば $G_{p \rightarrow n}$ と G_p の比較を $V_1 = 1$ [V] の場合について行なって見よう。
 $n=4$ ($p=2$, $h=2$), $\omega/2\pi=4000$ [Mc], $R_s=4$ [Ω], $C_o=1$ [pF], $V_b=-2.55$ [V], $V_\phi=0.6$ [V] として計算すると

$$\frac{G_{p \rightarrow n}}{G_p} = \frac{\omega \Gamma_1^{**} V_1}{(2\omega C_o^{**})^2 R_s} = 4.49 \times 10^{-2} \ll 1$$

となり、この結果より G はほとんど G_p に等しく、従って G は ℓ_2 または ℓ_3 を変化させてもほぼ一定と見なせる。

で説明されるよう一定として解析できる。かくして ℓ_1 を固定し、 ℓ_2 または ℓ_3 を変化させる場合は、 X_1 , I_{gp} および G は一定として良いので、これを前提にして X_1 を求めることにする。(4.5) および (4.6) 式より

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_p \\ I_p \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ G+j\omega C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{X} & \mathcal{B} \\ \mathcal{C} & \mathcal{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s \\ I_s \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathcal{X}' & \mathcal{B}' \\ \mathcal{C}' & \mathcal{D}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s \\ I_s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \mathcal{X}' &= (1-B_2 X_1) (\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) \\
 &\quad - X_1 \left(\frac{1}{Z_{02}} \sin \beta \ell_{31} + B_{32} \cos \beta \ell_{31} \right) \\
 \mathcal{B}' &= j Z_{02} \sin \beta \ell_{31} (1-B_2 X_1) + j X_1 \cos \beta \ell_{31} \\
 \mathcal{C}' &= (G + j \omega C) \{ (1-B_2 X_1) (\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) \\
 &\quad - X_1 \left(\frac{1}{Z_{02}} \sin \beta \ell_{31} + B_{32} \cos \beta \ell_{31} \right) \\
 &\quad + j \{ B_2 (\cos \beta \ell_{31} - Z_{02} B_{32} \sin \beta \ell_{31}) + \frac{1}{Z_{02}} \sin \beta \ell_{31} \\
 &\quad \quad + B_{32} \cos \beta \ell_{31} \} \\
 \mathcal{D}' &= j (G + j \omega C) \{ Z_{02} \sin \beta \ell_{31} (1-B_2 X_1) + X_1 \cos \beta \ell_{31} \\
 &\quad - Z_{02} B_2 \sin \beta \ell_{31} + \cos \beta \ell_{31}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

$I_3 = 0$ であることを考慮すると上式より

$$I_p = (\mathcal{G} + j \mathcal{S}) E_3 \quad (4.11)$$

が得られる。ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \mathcal{G} &= G \left\{ \left(1 + \frac{X_1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_2 \right) (\cos \beta \ell_{31} + \sin \beta \ell_{31} \cot \beta \ell_{32}) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{X_1}{Z_{02}} (\sin \beta \ell_{31} - \cos \beta \ell_{31} \cot \beta \ell_{32}) \right\} \\
 \mathcal{S} &= \omega C \left\{ \left(1 + \frac{X_1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_2 \right) (\cos \beta \ell_{31} + \sin \beta \ell_{31} \cot \beta \ell_{32}) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{X_1}{Z_{02}} (\sin \beta \ell_{31} - \cos \beta \ell_{31} \cot \beta \ell_{32}) \right\} \\
 &\quad - \frac{\cot \beta \ell_2}{Z_{02}} (\cos \beta \ell_{31} + \sin \beta \ell_{31} \cot \beta \ell_{32}) \\
 &\quad + \frac{1}{Z_{02}} (\sin \beta \ell_{31} - \cos \beta \ell_{31} \cot \beta \ell_{32})
 \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

プローブの出力からは E_3 の絶対値に比例した値が得られるので、(4.11)式を書き換え

$$|I_p| = \sqrt{\mathcal{G}^2 + \mathcal{S}^2} |E_3| \quad (4.13)$$

とする。(4.13)式においては、 I_p 、 G および X_1 が未知数であるので、 ℓ_2 、 ℓ_{31} および ℓ_{32} の異なる3通りの場合について考慮し、これら三元の連立方程式より X_1 を決定できる。

かくて X_1 が求まれば、例えば ℓ_2 の変化に対するダイオードにかかる中間調波電圧の相対的な大きさは(4.8)式を用いて求められる。

つぎの4.3.4で具体的問題を取り扱うことにする。

4.3.4 解析の具体例

前に述べたように才2高調波を中間調波に選り解析する。まず X_1 を求めることから始めよう。図4.11の結果を用いることにすると ℓ_{31} および ℓ_{32} は

$$\ell_{31} = 145.73 \text{ mm} = 5/2 \lambda_{g2}$$

$$\ell_{32} = 14.57 \text{ mm} = 1/4 \lambda_{g2}$$

であるので

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta \ell_{31} &= 0 \\ \cos \beta \ell_{31} &= -1 \\ \cot \beta \ell_{32} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

となり、これを用いると(4.12)式の $\mathcal{G}$ および $\mathcal{H}$ は

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{G} &= -G \left(1 + \frac{X_1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_2 \right) \\ \mathcal{H} &= -\omega C \left(1 + \frac{X_1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_2 \right) + \frac{1}{Z_{02}} \cot \beta \ell_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

となる。 ℓ_2 の3点、すなわち

$$\left. \begin{aligned} \cot \beta \ell_2^{(-1)} &= -1 \\ \cot \beta \ell_2^{(0)} &= 0 \\ \cot \beta \ell_2^{(1)} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

を満足する $\ell_2^{(-1)}$ 、 $\ell_2^{(0)}$ および $\ell_2^{(1)}$ を選び、この時の $|E_s|$ の値がそれぞれ $|E_s^{(-1)}|$

$|E_s^{(0)}|$ および $|E_s^{(1)}|$ であるとしよう。これらを(4.13)式に用いると

$$\left. \begin{aligned} I_p^2 &= \{ G^2 (1-X_1 Y_{02})^2 + N^2 (1-X_1 Y_{02})^2 + 2NY_{02} (1-X_1 Y_{02}) \\ &\quad + Y_{02}^2 \} |E_3^{(-)}|^2 \\ I_p^2 &= (G^2 + N^2) |E_3^{(0)}|^2 \\ I_p^2 &= \{ G^2 (1+X_1 Y_{02})^2 + N^2 (1+X_1 Y_{02})^2 - 2NY_{02} (1+X_1 Y_{02}) \\ &\quad + Y_{02}^2 \} |E_3^{(1)}|^2 \end{aligned} \right\} (4.15)$$

ただし

$$N = 2\omega C, \quad Y_{02} = 1/Z_{02}$$

となり，三元連立方程式が得られる．従って (4.15) 式より

$$aX^2 + bX_1 + c = 0 \quad (4.16)$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} a = 4NY_{02}^3 (|E_3^{(-)}| |E_3^{(1)}|)^2 \\ b = 2NY_{02}^2 |E_3^{(0)}| (|E_3^{(1)}|^2 - |E_3^{(-)}|^2) \\ \quad - 4Y_{02}^3 (|E_3^{(-)}| |E_3^{(1)}|)^2 \\ c = 2NY_{02} |E_3^{(0)}|^2 (|E_3^{(1)}|^2 + |E_3^{(-)}|^2) \\ \quad - 4NY_{02} (|E_3^{(-)}| |E_3^{(1)}|)^2 + Y_{02}^2 |E_3^{(0)}|^2 (|E_3^{(-)}|^2 - |E_3^{(1)}|^2) \end{cases}$$

が得られ，これを解くことにより X_1 が求められる．

実際に数値を用いて X_1 を求めてみよう．計算に仮定した値は

$$2f = 8336 [\text{Mc}] \quad , \quad Z_{02} (W, V) = 542 [\Omega]$$

$$R_s = 4 [\Omega] \quad , \quad C = 0.25 [pF]$$

である．他方，図 4.11 の実験値より， $|E_3^{(-)}|^2$ ， $|E_3^{(0)}|^2$ および $|E_3^{(1)}|^2$ は

$$\left. \begin{aligned} |E_3^{(-)}|^2 &= 12 u^2 \\ |E_3^{(0)}|^2 &= 1.13 u^2 \\ |E_3^{(1)}|^2 &= 9.1 u^2 \quad (u^2 \text{ は定数}) \end{aligned} \right\}$$

となるので，これらの値を用いて計算すると (4.16) 式の係数は

$$a = 3.56 \times 10^{-8} u^4$$

$$b = -7.66 \times 10^{-5} u^4$$

$$c = 1.01 \times 10^{-3} u^4$$

となる．従って (4.16) 式により X_1 を求めると，今迄の実験結果を説明できる解

$X_1 = 15$ が得られる。すなわち

(i) ℓ_3 が $\lambda_{g2}/4$ の奇数倍

例えば、 $\ell_{31} = 5/2 \lambda_{g2}$ 、 $\ell_{32} = 1/4 \lambda_{g2}$ なる図 4.11 の場合において、 ℓ_2 を変化させたときのプローブ出力からダイオードに加わる中間波⁵⁰電圧の大きさを求める式は、(4.8)式を用いて

$$\begin{aligned} |E_2| &= |1 + X_1 Y_{02} \cot \beta \ell_2| |E_3| \\ &= |1 + 2.77 \times 10^{-2} \cot \beta \ell_2| |E_3| \end{aligned} \quad (4.17)$$

となり、これを図に示すと図 4.19

になる。

(ii) ℓ_3 が $\lambda_{g2}/4$ の偶数倍

例えば $\ell_{31} = (5/2 + 1/4) \lambda_{g2}$

$\ell_{32} = 1/4 \lambda_{g2}$ なる

図 4.12 の場合について検討

すると、(4.8)式を用いて

ダイオードにかかる中間調波電

圧の大きさは

$$\begin{aligned} |E_2| &= |X_1 Y_{02}| |E_3| \\ &= 2.77 \times 10^{-2} \cot \beta \ell_2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

で与えられる。これを図に示

すと図 4.20 になる。

かくして、図 4.11、図 4.

12、図 4.19 および図 4.20

を見較べることにより、希望高調

波出力の包絡線はダイオードに加

わる中間調波電圧に比例し、 ℓ_3

が $\lambda_{g2}/4$ の奇数倍のときは加

わる中間調波電圧が大きくなり出

力も大きいこと、一方 ℓ_3 が $\lambda_{g2}/4$ の偶数倍のときは中間調波電圧も小さく出力も小

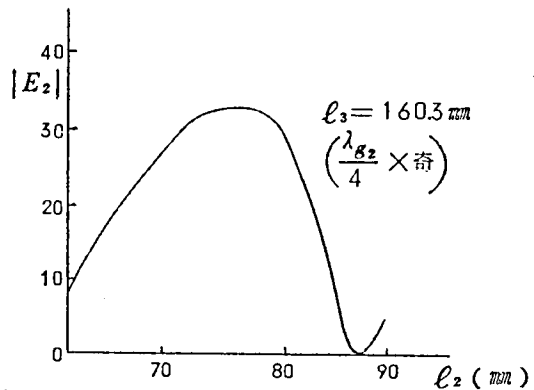


図 4.19 ダイオードに加わる中間調波電圧

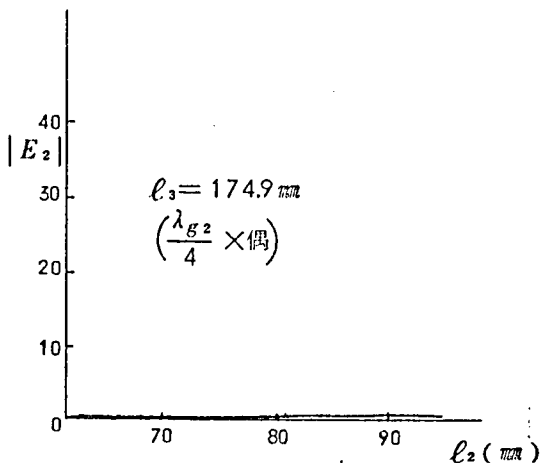


図 4.20 ダイオードに加わる中間調波電圧

さいことが明らかとなった。

従って、クロスガイドテーパ型通倍器では ℓ_3 を $\lambda g_2 / 4$ の偶数倍近傍に選ばず、 $\lambda g_2 / 4$ の奇数倍近傍に選ぶと良いことが示された。

4.4 結 言

前章で中間同調式通倍が高エネルギーであることの理論結果が得られたので、本章では、クロスガイドテーパ型通倍器（1～3号）およびダブルクロスガイド型通倍器（4号）を試作し実験した。まずクロスガイドテーパ型は、1号通倍器において中間同調式通倍が行なわれたと見て良い結果を得て、その優位性が理論値とほぼ一致した。続いて2号通倍器で、6通倍で $p=3$ 、 $h=2$ となる場合の結果を与え、さらに3号通倍器では、 ℓ_3 を可変としたときの結果を与え ℓ_3 の選定が重要なことを指摘した。また4号通倍器としてダブルクロスガイド型を試作したが、クロスガイドテーパ型に較べ回路が複雑で、高エネルギーも期待できないことを示した。

後半は、実験結果からクロスガイドテーパ型が優り、その際 ℓ_3 の選定が重要なことを知ったので、等価回路を用いて、この型の通倍器の考察を行なった。その結果、 ℓ_3 を $\lambda g_2 / 4$ の奇数倍近傍に選ぶと中間同調式通倍が有効に行なわれ高出力を与えることを確認することができた。

第5章 高次通倍における各種の方式

5.1 緒 言

可変容量ダイオードを用いた周波数通倍において、通倍次数が同じ場合、中間同調式通倍の能率が直接式通倍および2段のカスケード式通倍の能率にまさることは、すでに3章および4章において検討されているが、かなり高次の通倍の場合、いかなる方式で通倍を行なうかは興味ある問題である。

予想される高次の通倍方式としては

(i) 中間同調式の多段カスケード接続方式

(ii) 直接式の多段カスケード接続方式

(iii) 中間同調式

が考えられる。この内、前二者に関しては中間同調式と直接式の2段カスケード接続方式を比較する限り、すでに述べたように中間同調式の方が有利であるので、かなり高い次数の周波数通倍においても(i)の方が(iii)より優ることが予想される。

以下、3章および4章での大信号理論を拡張し、まず中間同調式の2段カスケード接続方式の解析を行なう。つぎに、後の比較のため、直接式の4段カスケード接続方式についても解析する。続いて16通倍の場合について、中間同調式の2段カスケード接続方式、直接式の4段カスケード接続方式および中間同調式の3つの通倍方式における変換能率を具体的数値計算により求め、相互に比較することにする。

5.2 中間同調式の2段カスケード接続方式

中間同調式の2段カスケード接続による n 通倍の場合の等価回路は図5.1のように表

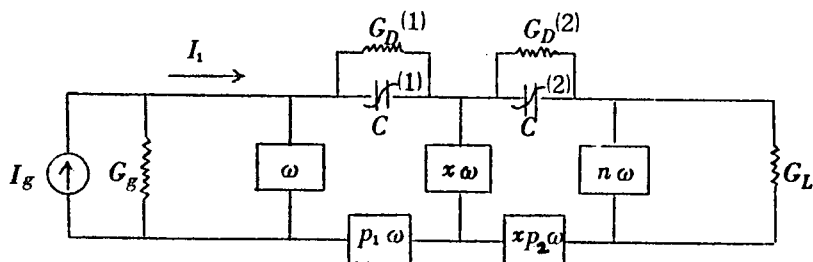


図 5.1 中間同調式の2段カスケード接続

わされる。図からわかるようダイオードは2箇所用いており、前段では $p_1 \times h_1$ 後段では $p_2 \times h_2$ の通倍が行なわれ、 x, n, p_1, h_1, p_2, h_2 の間には

$$\left. \begin{aligned} x &= p_1 h_1 \\ n &= x p_2 h_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

の関係がある。ここに p_1, h_1, p_2, h_2 は正の整数である。図5.1の回路を各調波ごとの成分回路に分解すると図5.2のようになる。図中、 $G_1^{(1)}, G_{p1}^{(1)}, G_x^{(1)}, G_x^{(2)}$ および $G_n^{(2)}$ は外部回路の損失を表わすコンダクタンスであるが、マイクロ波領

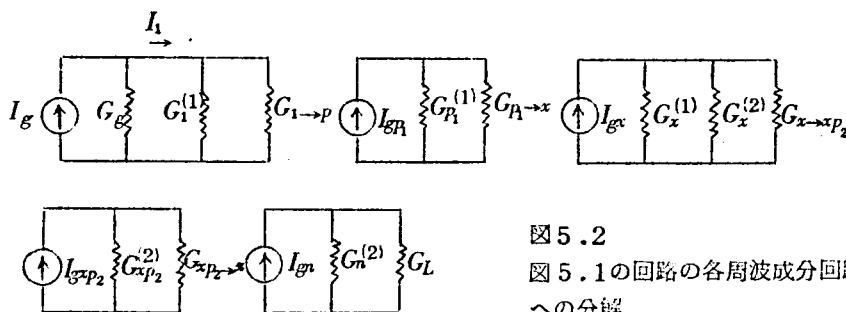


図5.2

図5.1の回路の各周波成分回路
への分解

域では、この損失はダイオードの伝わり抵抗 R_s だけによると考えることができるので、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} G_1^{(1)} &= (\omega C_o^{(1)})^{**2} R_s^{(1)} \\ G_{p1}^{(1)} &= (p_1 \omega C_o^{(1)})^{**2} R_s^{(1)} \\ G_x^{(1)} &= (x \omega C_o^{(1)})^{**2} R_s^{(1)} \\ G_x^{(2)} &= (x \omega C_o^{(2)})^{**2} R_s^{(2)} \\ G_{xp_2}^{(2)} &= (xp_2 \omega C_o^{(2)})^{**2} R_s^{(2)} \\ G_n^{(2)} &= (n \omega C_o^{(2)})^{**2} R_s^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

で与えられる。 $G_1^{(1)}, G_{p1}^{(1)}, \dots$ などの肩番号はダイオードの番号を示し、下部の添字は各調波を示す。従って、例えば $G_x^{(2)}$ は x 高調波におけるダイオード(2)による損失を表わすコンダクタンスである。前と同様、 ω は基本波の角周波数、 C_o^{**} は可変容量 C の時間平均でつぎの式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 C_o^{(1)**} &= C_o^{(1)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha}} C_{2\alpha}^{(1)} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{1}{\{(\alpha-\beta)!\}^2} \left(\frac{V_{p_1}}{V_1} \right)^{2\beta} \\
 &\quad \times \sum_{r=0}^{\beta} \frac{1}{\{(\beta-r)! r!\}^2} \left(\frac{V_x}{V_{p_1}} \right)^{2r} \\
 C_o^{(2)**} &= C_o^{(2)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha}} C_{2\alpha}^{(2)} V_x^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{1}{\{(\alpha-\beta)!\}^2} \left(\frac{V_x p_2}{V_n} \right)^{2\beta} \\
 &\quad \times \sum_{r=0}^{\beta} \frac{1}{\{(\beta-r)! r!\}^2} \left(\frac{V_n}{V_x p_2} \right)^{2r}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

ここに $V_1, V_{p_1}, V_x, V_x p_2$ および V_n はそれぞれ基本波，オ p_1 高調波，オ x 高調波，オ $x p_2$ 高調波およびオ n 高調波の電圧振巾である。また図 5.2 における $G_1 \rightarrow p_1, G_{p_1} \rightarrow x, G_x \rightarrow x p_2$ および $G_{x p_2} \rightarrow n$ はそれぞれその調波からつぎの調波への電力変換に等価なコンダクタンスであり，オ r 章と同様に考えると

$$\left. \begin{aligned}
 G_1 \rightarrow p &= (\omega C_{p_1-1}^{(1)**} / 2^{p_1-1}) V_1^{p_1-2} V_{p_1} \\
 G_{p_1} \rightarrow m &= (p_1 \omega \Gamma_{h_1-1}^{(1)**} / 2^{h_1-1}) V_{p_1}^{h_1-2} V_x \\
 G_x \rightarrow x p_2 &= (x \omega C_{p_2-1}^{(2)**} / 2^{p_2-1}) V_x^{p_2-2} V_x p_2 \\
 G_{x p_2} \rightarrow n &= (x p_2 \omega \Gamma_{h_2-1}^{(2)**} / 2^{h_2-1}) V_{x p_2}^{h_2-2} V_x
 \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

となる。各調波の等価電流源， $I_{g p_1}, I_{g x}, I_{g x p_2}$ および $I_{g n}$ などは

$$\left. \begin{aligned}
 I_{g p_1} &= (\omega C_{p_1-1}^{(1)**} / 2^{p_1-1}) V_1^{p_1} \\
 I_{g x} &= (p_1 \omega \Gamma_{h_1-1}^{(1)**} / 2^{h_1-1}) V_{p_1}^{h_1} \\
 I_{g x p_2} &= (x \omega C_{p_2-1}^{(2)**} / 2^{p_2-1}) V_x^{p_2} \\
 I_{g n} &= (x p_2 \omega \Gamma_{h_2-1}^{(2)**} / 2^{h_2-1}) V_{x p_2}^{h_2}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

で表わすことができる。ここに $C_{p_1-1}^{(1)**}, \Gamma_{h_1-1}^{(1)**}$ および $C_{p_2-1}^{(2)**}, \Gamma_{h_2-1}^{(2)**}$ はダイオード(1)および(2)におけるオ 1 段，オ 2 段での実効容量係数とみなせる量であり，(3.3)

(3.4) 式と同様

$$\left. \begin{aligned}
 C_{p_1-1}^{(1)**} &= C_{p_1-1}^{(1)} + 2^{p_1-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{p_1+2\alpha-1}^{(1)} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_{p_1}}{V_1} \right)^{2\beta} \sum_{r=0}^{\beta} H_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_x}{V_{p_1}} \right)^{2r} \\
 \Gamma_{h_1-1}^{(1)**} &= C_{h_1-1}^{(1)} + 2^{h_1-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{h_1+2\alpha-1}^{(1)} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_{p_1}}{V_1} \right)^{2\beta} \sum_{r=0}^{\beta} J_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_x}{V_{p_1}} \right)^{2r} \\
 C_{p_2-1}^{(2)**} &= C_{p_2-1}^{(2)} + 2^{p_2-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{p_2+2\alpha-1}^{(2)} V_x^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_{x p_2}}{V_x} \right)^{2\beta} \sum_{r=0}^{\beta} H_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_n}{V_{x p_2}} \right)^{2r} \\
 \Gamma_{h_2-1}^{(2)**} &= C_{h_2-1}^{(2)} + 2^{h_2-1} \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{h_2+2\alpha-1}^{(2)} V_x^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_{x p_2}}{V_x} \right)^{2\beta} \sum_{r=0}^{\beta} J_{\alpha\beta r} \left(\frac{V_n}{V_{x p_2}} \right)^{2r}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

で与えられる。また、 G_L は負荷のコンダクタンスである。

図 5.2 の成分回路における電流 — 電圧の関係は直ちに

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= (G_1^{(1)} + G_{1 \rightarrow p_1}) V_1 \\
 I_{g p_1} &= (G_{p_1}^{(1)} + G_{p_1 \rightarrow x}) V_{p_1} \\
 I_{g x} &= (G_x^{(1)} + G_x^{(2)} + G_{x \rightarrow x p_2}) V_x \\
 I_{g x p_2} &= (G_{p_2}^{(2)} + G_{x p_2 \rightarrow n}) V_{x p_2} \\
 I_{g n} &= (G_n^{(2)} + G_L) V_n
 \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

となる。(5.4), (5.5) 式を用いて整理すると

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= G_1^{(1)} V_1 + (\omega C_{p_1-1}^{(1)**} / 2^{p_1-1}) V_1^{p_1-1} V_{p_1} \\
 0 &= G_{p_1}^{(1)} V_{p_1} - (\omega C_{p_1-1}^{(1)**} / 2^{p_1-1}) V_1^{p_1-1} V_{p_1} + (p_1 \omega \Gamma_{h_1-1}^{(1)**} / 2^{h_1-1}) V_{p_1}^{h_1-1} V_x \\
 0 &= (G_x^{(1)} + G_x^{(2)}) V_x - (p_1 \omega \Gamma_{h_1-1}^{(1)**} / 2^{h_1-1}) V_{p_1}^{h_1-1} V_x + (x \omega C_{p_2-1}^{(2)**} / 2^{p_2-1}) V_x^{p_2-1} V_{x p_2} \\
 0 &= G_{x p_2}^{(2)} V_{x p_2} - (x \omega C_{p_2-1}^{(2)**} / 2^{p_2-1}) V_x^{p_2-1} V_{x p_2} + (x p_2 \omega \Gamma_{h_2-1}^{(2)**} / 2^{h_2-1}) V_{x p_2}^{h_2-1} V_n \\
 0 &= (G_n^{(2)} + G_L) V_n - (x p_2 \omega \Gamma_{h_2-1}^{(2)**} / 2^{h_2-1}) V_{x p_2}^{h_2-1} V_n
 \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

となり、これが中間同調式の 2 段カスケード接続の回路方程式である。

(5.8) 式から、電力保存の関係式

$$P_{in} = \frac{1}{2} G_1 V_1^2 + \frac{1}{2} G_{p1} V_{p1}^2 + \frac{1}{2} (G_x^{(1)} + G_x^{(2)}) V_x^2 + G_x p_2 V_x^2 p_2 + P_n \quad (5.9)$$

$$P_n = \frac{1}{2} G_n^{(2)} V_n^2 + P_{out} \quad (5.10)$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} V_1 I_1 \quad (5.11)$$

$$P_{out} = \frac{1}{2} G_L V_n^2 \quad (5.12)$$

が得られる。ここに P_{in} は基本波入力電力、 P_n はオ n 高調波への変換電力、 P_{out} はオ n 高調波出力電力、 $\frac{1}{2} G_1^{(1)} V_1^2$ などは各調波におけるダイオード損失を表わしている。

各調波に対するダイオードの Q は

$$\left. \begin{aligned} Q_{q1} &= \frac{\omega C_o^{(1)**}}{G_1^{(1)}} = \frac{1}{\omega C_o^{(1)**} R_s^{(1)}} \\ Q_{qp1} &= \frac{p_1 \omega C_o^{(1)**}}{G_{p1}^{(1)}} = \frac{Q_{q1}}{p_1} \\ Q_{qx} &= \frac{x \omega (C_o^{(1)**} + C_o^{(2)**})}{G_x^{(1)} + G_x^{(2)}} \\ Q_{qxp2} &= \frac{x p_2 \omega C_o^{(2)**}}{G_x p_2^{(2)}} = \frac{1}{x p_2 \omega C_o^{(2)**} R_s^{(2)}} \\ Q_{qn} &= \frac{n \omega C_o^{(2)**}}{G_n^{(2)}} = \frac{x p_2 Q_{qxp2}}{n} \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

で与えられる。また負荷コンダクタンス G_L は G_n で規格化し、その値 g_L は

$$g_L = \frac{G_L}{G_n} \quad (5.14)$$

変換能率は、これまでと同様に定義し

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{g_L}{1 + g_L} \frac{P_n}{P_{in}} \quad (5.15)$$

で与えられる。これを計算するには、まず (5.8) 式から得られた

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_n}{2} &= \frac{Q_{qn}}{1+g_L} \left[\frac{\Gamma_{h_2-1}^{(2)**}}{h_2 C_0^{(2)**}} \left(\frac{V_{xp_2}}{2} \right)^{h_2} \right] \\ Q_{qx p_2} \left[\frac{C_{p_2-1}^{(2)**}}{p_2 C_0^{(2)**}} \left(\frac{V_x}{2} \right)^{p_2} \right] &= \frac{V_{xp_2}}{2} \left\{ 1 + \frac{Q_{qx p_2} Q_{qn}}{h_2 (1+g_L)} \left[\frac{\Gamma_{h_2-1}^{(2)**}}{C_0^{(2)**}} \left(\frac{V_{xp_2}}{2} \right)^{h_2-1} \right]^2 \right\} \\ Q_{qx} \left[\frac{\Gamma_{h_1-1}^{(1)**}}{h_1 C_0^{(1)**}} \left(\frac{V_{p_1}}{2} \right)^{h_1} \right] &= V_x + Q_{qx} \left[\frac{C_{p_2-1}^{(2)**}}{C_0^{(2)**}} \left(\frac{V_x}{2} \right)^{p_2-1} \left(\frac{V_{xp_2}}{2} \right) \right] \\ Q_{qp_1} \left(\frac{C_{p_1-1}^{(1)**}}{p_1 C_0^{(1)**}} \right) \left(\frac{V_1}{2} \right)^{p_1} &= \frac{V_{p_1}}{2} + Q_{qp_1} \left(\frac{\Gamma_{h_1-1}^{(1)**}}{C_0^{(1)**}} \right) \left(\frac{V_{p_1}}{2} \right)^{h_1-1} \left(\frac{V_x}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

を用いて V_1 を与えたときの各調波電圧振幅 V_{p_1} , V_x , V_{xp_2} , V_n を求めた後、

(5.9), (5.10), (5.12) 式を用いて P_{in} , P_n を算出すればよい。この際、計算に用いる能率を最大にする g_L は、一定の基本波電圧に対し

$$g_{L,max} = \sqrt{1 + \frac{4Q_{q_1}^2 \left[\frac{\Gamma_{h_2-1}^{(2)**}}{h_2 C_0^{(2)**}} \left(\frac{V_{xp_2}}{2} \right)^{h_2} \right]^2}{V_1^2 + (p_1 V_{p_1})^2 + 2(x V_x)^2 + (x p_2 V_{xp_2})^2}} \quad (5.17)$$

で与えられる。

具体的な数値計算例については、5.4で説明する。

5.3 直接式の4段カスケード接続方式

直接式を4段カスケードに接続する場合、勿論4箇のダイオードを要し、その回路は図5.3のようになる。この場合は、ダイオード(1)により p_1 通倍、(2)により h_1 通倍、(3)により p_2 通倍、(4)により h_2 通倍されるものとし、これら p , h および n , x 間には

(5.1) 式の関係がある。図5.3の回路を各調波ごとの成分回路に分解して示すと図5.4になる。マイクロ波帯における回路の損失は、ダイオードの拡がり抵抗だけによるとすることができる。従って基本波における損失に等価なコンダクタンス $G_1^{(1)}$ 、オ p_1 高調波における $G_{p_1}^{(1)}$, $G_{p_1}^{(2)}$ 、オ x 高調波における $G_x^{(2)}$, $G_x^{(3)}$ 、オ $x p_2$ 高調波における

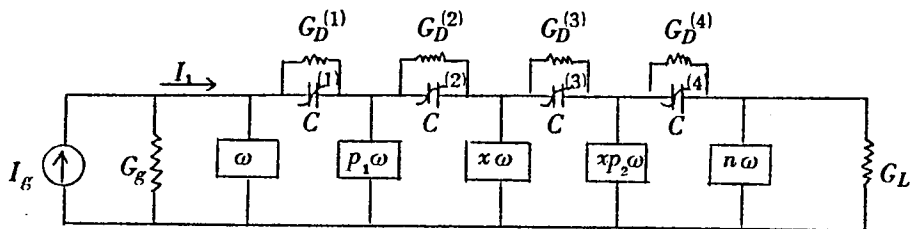


図5.3 直接式の4段カスケード接続

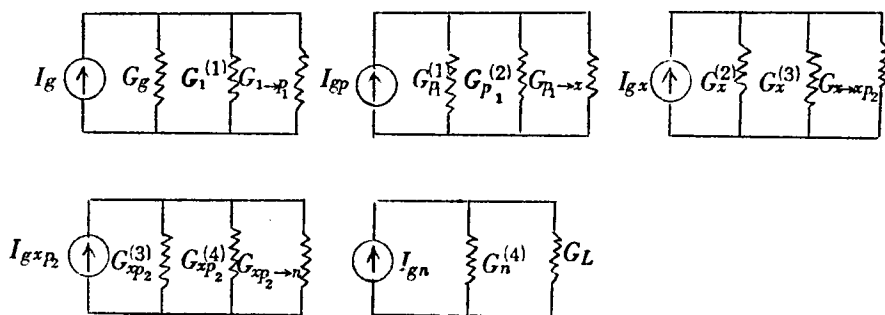


図5.4 図5.3の回路の各周波成分回路への分解

$G_{xp_2}^{(3)}$, $G_{xp_2}^{(4)}$, および n 高調波における $G_n^{(4)}$ はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned}
 G_1^{(1)} &= (\omega C_o^{(1)*})^2 R_s^{(1)} \\
 G_{p_1}^{(1)} &= (p_1 \omega C_o^{(1)*})^2 R_s^{(1)} \\
 G_{p_1}^{(2)} &= (p_1 \omega C_o^{(2)*})^2 R_s^{(2)} \\
 G_x^{(2)} &= (x \omega C_o^{(2)*})^2 R_s^{(2)} \\
 G_x^{(3)} &= (x \omega C_o^{(3)*})^2 R_s^{(3)} \\
 G_{xp_2}^{(3)} &= (xp_2 \omega C_o^{(3)*})^2 R_s^{(3)} \\
 G_{xp_2}^{(4)} &= (xp_2 \omega C_o^{(4)*})^2 R_s^{(4)} \\
 G_n^{(4)} &= (n \omega C_o^{(4)*})^2 R_s^{(4)}
 \end{aligned} \right\} (5.18)$$

となる。 $C_o^{(1)*}$, $C_o^{(2)*}$, $C_o^{(3)*}$, $C_o^{(4)*}$ はそれぞれの可変容量の時間平均分でありつ

ぎのように表わされる。

$$\begin{aligned}
 C_o^{(1)} &= C_o^{(1)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha}^{(1)} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} W_{\alpha\beta} \left(\frac{V_{p_1}}{V_1} \right)^{2\beta} \\
 C_o^{(2)} &= C_o^{(2)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha}^{(2)} V_{p_1}^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} W_{\alpha\beta} \left(\frac{V_x}{V_{p_1}} \right)^{2\beta} \\
 C_o^{(3)} &= C_o^{(3)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha}^{(3)} V_x^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} W_{\alpha\beta} \left(\frac{V_{xp_2}}{V_x} \right)^{2\beta} \\
 C_o^{(4)} &= C_o^{(4)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha}^{(4)} V_{xp_2}^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} W_{\alpha\beta} \left(\frac{V_n}{V_{xp_2}} \right)^{2\beta}
 \end{aligned} \quad (5.19)$$

ここに

$$W_{\alpha\beta} = \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha} \{(\alpha-\beta)! \beta!\}^2}$$

$V_1, V_{p_1}, V_x, V_{xp_2}$ および V_n は基本波, 第 p_1 高調波, 第 x 高調波, 第 $x p_2$ 高調波および第 n 高調波の電圧振巾である。図 5.4 でつぎの調波への電力変換に等価なコンダクタンス $G_{1 \rightarrow p_1}, G_{p_1 \rightarrow x}, G_{x \rightarrow xp_2}, G_{xp_2 \rightarrow n}$ などは

$$\begin{aligned}
 G_{1 \rightarrow p_1} &= \left(\omega C_{p_1-1}^{(1)*} / 2^{p_1-1} \right) V_1^{p_1-2} V_{p_1} \\
 G_{p_1 \rightarrow x} &= \left(p_1 \omega C_{h_1-1}^{(2)*} / 2^{h_1-1} \right) V_{p_1}^{h_1-2} V_x \\
 G_{x \rightarrow xp_2} &= \left(x \omega C_{p_2-1}^{(3)*} / 2^{p_2-1} \right) V_x^{p_2-2} V_{xp_2} \\
 G_{xp_2 \rightarrow n} &= \left(x p_2 \omega C_{h_2-1}^{(4)*} / 2^{h_2-1} \right) V_{xp_2}^{h_2-2} V_n
 \end{aligned} \quad (5.20)$$

で与えられる。また各調波の等価電流源 $I_{gp_1}, I_{gx}, I_{gx p_2}, I_{gn}$ などは

$$\begin{aligned}
 I_{gp_1} &= \left(\omega C_{p_1-1}^{(1)*} / 2^{p_1-1} \right) V_1^{p_1} \\
 I_{gx} &= \left(p_1 \omega C_{h_1-1}^{(2)*} / 2^{h_1-1} \right) V_{p_1}^{h_1} \\
 I_{gx p_2} &= \left(x \omega C_{p_2-1}^{(3)*} / 2^{p_2-1} \right) V_x^{p_2} \\
 I_{gn} &= \left(x p_2 \omega C_{h_2-1}^{(4)*} / 2^{h_2-1} \right) V_{xp_2}^{h_2}
 \end{aligned} \quad (5.21)$$

となる。 $C_{p_1-1}^{(1)*}, C_{h_1-1}^{(2)*}, G_{p_2-1}^{(3)*}, G_{h_2-1}^{(4)*}$ は各段における可変容量の実効容量係数

とみなすことができ

$$\left. \begin{aligned}
 C_{p_1-1}^{(1)*} &= C_{p_1-1}^{(1)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{p_1+2\alpha-1} V_1^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H_{\alpha\beta}}{H_{00}} \left(\frac{V_{p_1}}{V_1} \right)^{2\beta} \\
 C_{h_1-1}^{(2)*} &= C_{h_1-1}^{(2)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{h_1+2\alpha-1} V_{p_1}^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H_{\alpha\beta}}{H_{00}} \left(\frac{V_x}{V_{p_1}} \right)^{2\beta} \\
 C_{p_2-1}^{(3)*} &= C_{p_2-1}^{(3)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{p_2+2\alpha-1} V_x^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H_{\alpha\beta}}{H_{00}} \left(\frac{V_{x p_2}}{V_x} \right)^{2\beta} \\
 C_{h_2-1}^{(4)*} &= C_{h_2-1}^{(4)} + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{h_2+2\alpha-1} V_{x p_2}^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H_{\alpha\beta}}{H_{00}} \left(\frac{V_n}{V_{x p_2}} \right)^{2\beta}
 \end{aligned} \right\} (5.22)$$

ここに

$$H_{\alpha\beta} = \frac{n}{2^{n+2\alpha-1}} \frac{(n+2\alpha-1)!}{(n+\alpha-\beta)! (\alpha-\beta)!} \frac{\beta^2 (3-\beta) - 1}{(2\beta-1)(\beta+1)(\beta!)^2}$$

で表わされる。

各調波における電流 — 電圧の関係式は図 5.4 より

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 &= (G_1^{(1)} + G_{1 \rightarrow p}) V_1 \\
 I_{gp} &= G_{p_1}^{(1)} V_{p_1} + I_{p_1} \\
 I_{p_1} &= (G_{p_1}^{(2)} + G_{p_1 \rightarrow x}) V_{p_1} \\
 I_{gx} &= G_x^{(2)} V_x + I_m \\
 I_m &= (G_x^{(3)} + G_{x \rightarrow x p_2}) V_x \\
 I_{x p_2} &= G_{x p_2}^{(3)} + I_{x p_2} \\
 I_{x p_2} &= (G_{x p_2}^{(4)} + G_{x p_2 \rightarrow n}) V_{x p_2} \\
 I_{gn} &= (G_n^{(4)} + G_L) V_n
 \end{aligned} \right\} (5.23)$$

であることがわかる。(5.23)式を整理し、その際(5.20)。(5.21)式を用いると

$$\begin{aligned}
 I_1 &= G_1^{(1)} V_1 + (\omega C_{p_1-1}^{(1)*} / 2^{p_1-1}) V_1^{p_1-1} V_{p_1} \\
 0 &= (G_{p_1}^{(1)} + G_{p_1}^{(2)}) V_{p_1} - (\omega C_{p_1-1}^{(1)*} / 2^{p_1-1}) V_1 \\
 &\quad + (p_1 \omega C_{h_1-1}^{(2)*} / 2^{h_1-1}) V_{p_1}^{h_1-1} V_x \\
 0 &= (G_x^{(2)} + G_x^{(3)}) V_x - (p_1 \omega C_{h_1-1}^{(2)*} / 2^{h_1-1}) V_{p_1}^{h_1} \\
 &\quad + (x \omega C_{p_2-1}^{(3)*} / 2^{p_2-1}) V_x^{p_2-1} V_{xp_2} \\
 0 &= (G_{xp_2}^{(3)} + G_{xp_2}^{(4)}) V_{xp_2} - (x \omega C_{p_2-1}^{(3)*} / 2^{p_2-1}) V_x^{p_2} \\
 &\quad + (xp_2 \omega C_{h_2-1}^{(4)*} / 2^{h_2-1}) V_{xp_2}^{h_2-1} V_n \\
 0 &= (G_n^{(4)} + G_L) V_n - (xp_2 \omega C_{h_2-1}^{(4)*} / 2^{h_2-1}) V_{xp_2}^{h_2}
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

のように，直接式の4段カスケード接続の回路方程式が得られる。

(5.24) 式より電力保存の関係式

$$\begin{aligned}
 P_{in} &= \frac{1}{2} G_1^{(1)} V_1^2 + \frac{1}{2} (G_{p_1}^{(1)} + G_{p_1}^{(2)}) V_{p_1}^2 + \frac{1}{2} (G_x^{(2)} + G_x^{(3)}) V_x^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} (G_{xp_2}^{(3)} + G_{xp_2}^{(4)}) V_{xp_2}^2 + P_n
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

が求められる。ここに入力電力 P_{in} および，オ n 高調波への変換電力 P_n は

$$P_{in} = \frac{1}{2} V_1 I_1 \tag{5.26}$$

$$P_n = \frac{1}{2} G_n^{(4)} V_n^2 + \frac{1}{2} G_L V_n^2 \tag{5.27}$$

で与えられる。(5.25) 式の右辺が1～4項および(5.27) 式の右辺が1項はダイオードによる損失電力を表わし，(5.27) 式の右辺が2項は出力電力を表わしている。

各調波に対するダイオードの Q は

$$\begin{aligned}
 Q_{q_1} &= \frac{\omega C_o^{(1)*}}{G_1^{(1)}} = \frac{1}{\omega C_o^{(1)*} R_s^{(1)}} \\
 Q_{qp_1} &= \frac{p_1 \omega (C_o^{(2)*} + C_o^{(3)*})}{G_{p_1}^{(1)*} + G_{p_1}^{(2)*}}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 Q_{qx} &= \frac{x\omega (C_o^{(2)*} + C_o^{(3)*})}{G_x^{(2)} + G_x^{(3)}} \\
 Q_{qx p_2} &= \frac{x p_2 \omega (C_o^{(3)*} + C_o^{(4)*})}{G_x^{(3)} p_2 + G_x^{(4)}} \\
 Q_{qn} &= \frac{n\omega C_o^{(4)*}}{G_n^{(4)}} = \frac{1}{n\omega C_o^{(4)*} R_s^{(4)}}
 \end{aligned} \right\} (5.28)$$

で表わされる。負荷コンダクタンス G_L は、(5.14) 式のように G_n で規格化した g_L で表わす。

変換能率は、同じ定義に従がい、ここでも

$$\eta = \frac{g_L}{1 + g_L} \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (5.29)$$

で与えられる。基本波電圧を与えて能率を計算するには、まず (5.24) 式を変形して得られる

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{V_n}{2} &= \frac{Q_{qn}}{1 + g_L} \left[\frac{C_{h_2-1}}{h_2 C_o^{(4)*}} \left(\frac{V_x p_2}{2} \right)^{h_2} \right] \\
 Q_{qx p_2} \left[\frac{C_{p_2-1}^*}{p_2 C_o^{(3)*}} \left(\frac{V_x}{2} \right)^{p_2} \right] &= \left(\frac{V_x p_2}{2} \right) \left\{ 2 + \frac{Q_{qx p_2} Q_{qn}}{h_2 (1 + g_L)} \left[\frac{C_{h_2-1}^*}{C_o^{(4)*}} \left(\frac{V_x p_2}{2} \right)^{h_2-1} \right]^2 \right\} \\
 Q_{qx} \left[\frac{C_{h_1-1}^*}{h_1 C_o^{(2)*}} \left(\frac{V_{p_1}}{2} \right)^{h_1} \right] &= V_x + Q_{qx} \left(\frac{C_{p_2-1}^*}{C_o^{(3)*}} \right) \left(\frac{V_x}{2} \right)^{p_2-1} \left(\frac{V_x p_2}{2} \right) \\
 Q_{q p_1} \left(\frac{C_{p_1-1}^*}{p_1 C_o^{(1)*}} \right) \left(\frac{V_1}{2} \right)^{p_1} &= V_{p_1} + Q_{q p_1} \left(\frac{C_{h_1-1}^*}{C_o^{(2)*}} \right) \left(\frac{V_{p_1}}{2} \right)^{h_1-1} \left(\frac{V_x}{2} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

を用いて各調波の電圧振巾を求め、続いて (5.25)、(5.27) 式を用いて P_n 、 P_{in} を計算すればよい。なお、計算に用いる能率を最大にする g_L は、一定の基本波電圧に対し

$$g_{L, \max} = \sqrt{1 + \frac{4Q_{q_1}^2 \left[\frac{C_{h_2}^* - 1}{h_2 C_0^{(4)*}} \left(\frac{V_x p_2}{2} \right)^{h_2} \right]^2}{V_1^2 + 2(p_1 V_{p_1})^2 + 2(x V_x)^2 + 2(x p_2 V_x p_2)^2}} \quad (5.31)$$

を用いて求められる。

具体的な数値計算を行なった結果については、次節に述べる。

5.4 各方式の能率の比較

16 過倍について、下に示す各種高次過倍方式の変換能率を計算した。

- (i) 中間同調式の 2 段カスケード接続 { (2×2) × (2×2) }
- (ii) 直接式の 4 段カスケード接続 { 2×2×2×2 }
- (iii) 中間同調式 { 2×8 }
- (iv) 中間同調式 { 4×4 }
- (v) 中間同調式 { 8×2 }

比較のため、用いたダイオードの特性は同じとし、また動作条件も同一にしている。計算に仮定した値は

$$\begin{aligned} \omega / 2\pi &= 500 \text{ [Mc]}, & m &= 0.46 \\ V_b &= -2.55 \text{ [V]}, & C_o &= 1 \text{ [pF]} \\ n &= 16 & R_s &= 4 \text{ [\Omega]} \\ & & V_\phi &= 0.6 \text{ [V]} \end{aligned}$$

である。

計算は、勿論、(i) の方式は 5.2, (ii) の方式は 5.3, (iii), (iv), (v) の方式は 3.2 で論じた理論式を用いている。なお (i), (ii) の場合も実効容量係数や可変容量の時間平均分の計算は、才 2 章才 3 章で述べた条件の下に同じ様な近似式を使用して行なった。

基本波電圧の振巾 V_1 を横軸にとったときの、(i) ~ (v) 方式における変換能率を図 5.5 に示す。図よりつぎのことがわかる。

- (i) 能率は、小信号の範囲では中間同調式のカスケード接続方式が優るが、大信号になると中間同調式 ($p=2, h=8$) が優る。

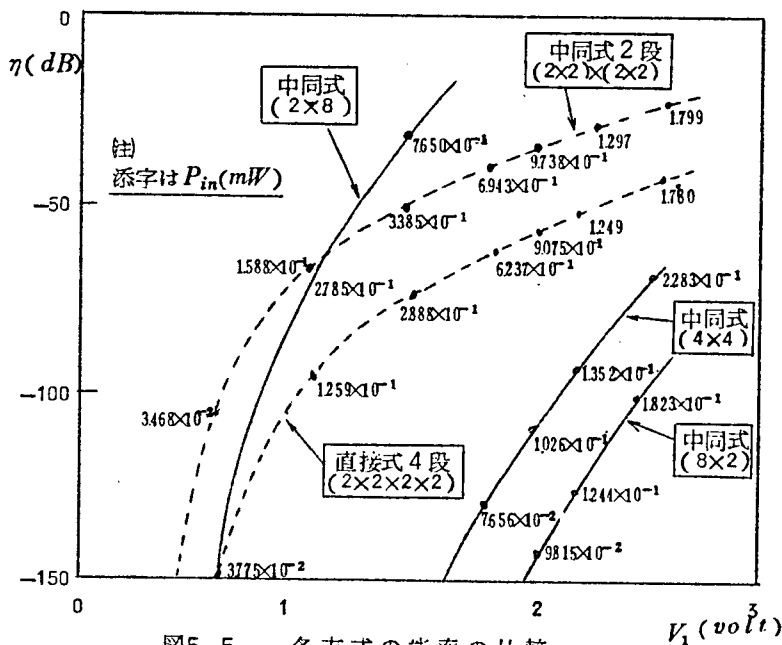


図5.5 各方式の能率の比較

- (ii) かなり高次の中間同調式通倍では、 p の値の選定により能率に大きな差を生ずる。
- (iii) 既に3.4にも述べたが、多段カスケード接続で通倍を行なうとき、中間同調式で行なう方が従来しばしば行なわれている直接式より高能率を与える。

5.5 結 言

かなり高次の通倍の場合、いかなる方式を用いれば高能率が得られるかに関し、中間同調式の多段カスケード接続、直接式の多段カスケード接続および中間同調式が考えられることを述べ、前の二者に関しての解析を行なった。

続いて、具体的に16通倍に関して数値計算を行ない、各高次通倍方式の能率を図示し、小信号では中間同調式のカスケード接続 $\{(2 \times 2) \times (2 \times 2)\}$ が、大信号では中間同調式 $\{2 \times 8\}$ が優るという結果を得た。

第6章 電荷蓄積効果による周波数通倍

6.1 緒 言

可変容量ダイオードを用いた周波数通倍において、信号をダイオードの順方向に大きく振り込んだ場合、少数キャリアの蓄積効果によって周波数通倍が行なわれる。特にマイクロ波帯での通倍では、ダイオードの障壁容量の非直線性が十分でないため、電荷蓄積効果を利用する方が変換能率が高いことが指摘され、いくつかの解析がなされている。⁽⁴⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾

通倍回路の入、出力両端子に同調回路のない広帯域の場合はLeenov, Uhlerにより解析されている⁽⁴⁾。しかし、実際には通倍回路の入、出力両端子にそれぞれ基本波、希望高調波の同調回路を設けた同調形を使用する場合が多く、これについては柚木が解析し⁽⁶⁾、渡辺は同じ考えの下に一層厳密な解析を行ない詳しい設計資料を与えている。⁽⁸⁾

しかしながら、これら同調形通倍の解析は、ダイオードの両端に基本波電圧および直流バイアス成分だけが加わるとした低能率通倍に対する解析または近似的解析である。従って、本章では、ダイオード直列形回路の場合、基本波および直流成分のみでなく希望高調波成分もダイオードに加わることを考慮するなど同調形の特質を失うことなく、非線形の問題を厳密に取扱い、またダイオードの等価回路、ダイオード損失に対しても注意をはらって回路方程式を導き、数値計算を行なって一般的諸特性を求めた。

またダイオード並列形回路の場合についても同様に解析し、一般的諸特性を得、直列形回路との比較を行ない両回路の差異を明らかにしている。

なお、本解析は電力保存の法則を完全に満足するものであり、従来解析に比べ明快なものと思われる。またここでの解析はパラメータが一般化され、結果も一般性のあるものを得ている。

6.2 従来解析との相異点

理論解析を行なうに先だち、従来論文と異なり、一層正確な解析ができるよう本章において留意した点をまとめて示すとつぎのようになる。

- (i) ダイオード直列形通倍回路の場合、基本波と希望高調波の同調回路があるため、ダイオードに加わる電圧としては、基本波電圧と直流バイアス電圧のほか希望高調波

電圧を考慮して解析する。高能率通倍になるほど希望高調波電圧もダイオードに加わることを無視できない。

ダイオード並列形通倍回路の場合も、電流励振によりダイオードに蓄積される電荷成分に、基本波および直流バイアス成分のほか希望高調波成分も含めて解析する。

(ii) 可変容量ダイオードの等価回路は、図6.

1(b)を用いずに図6. 1(a)をそのまま用いて解析する。

可変容量ダイオードの等価回路が一般に図(a)で示されるとき、その両端間のアドミッタンス Y は

$$Y = \frac{(\omega C)^2 R_s}{1 + (\omega C R_s)^2} + j \frac{\omega C}{1 + \omega (C R_s)^2}$$

図6.1

ダイオードの等価回路

となる。従ってダイオードの非導通時には、 C は微小な値であるため

$$Y = (\omega C)^2 R_s + j \omega C$$

となり、等価回路を図(b)のように表わしてよい。一方、ダイオードの導通時には C は非常に大きな値になるので

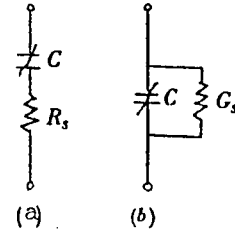
$$Y = 1/R_s$$

となる。

かくして、ダイオード直列形通倍回路の場合、信号をダイオードの負バイアス領域で励振する障壁容量による通倍（才2章参照）のときは、ダイオードを図(a)の代りに図(b)で等価的に表現してよい。しかしながら本章のように信号を正バイアス領域に大きく励振する電荷蓄積効果による通倍のときは、ダイオードの等価回路として図(b)を用いるのは適当でない。

(iii) ダイオード直列形通倍回路の場合、ダイオードの抜き抵抗による損失は基本波および希望高調波における損失だけでなく不要高調波における損失もあるので、これらすべての調波の損失を含めて解析する。

これらの点に着目することにより、後に示すよう同調形通倍回路の正確な解析が行なわれ、電力保存の関係も厳密に満足した一般性のある結果を得ることができる。



6.3 ダイオード直列形通倍回路

6.3.1 直列形回路の方程式

信号をダイオードの順バイアス方向に接触電位差を越えて大きく振込み，障壁容量の非線形効果によらず主に電荷の蓄積効果によって周波数通倍を行なう場合においては，ダイオードの容量特性は図6.2に示すように理想化して考え，正バイアス時には容量は無限大になり負バイアス時には容量は零になるとする。⁽⁴⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾

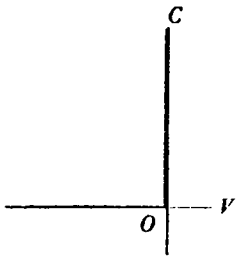


図6.2

容量対電圧特性

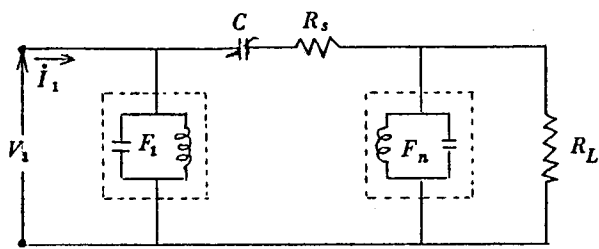


図6.3 ダイオード直列形通倍器の等価回路

図6.3に示すようなダイオード直列形回路の場合，ダイオードの両端子間に印加される電圧 V は，直流バイアス電圧 V_b と時間的変動電圧 v の和である．すなわち，基本波および n 高調波の電圧振巾をそれぞれ V_1 および V_n ，基本波の角周波数を ω とすると，時間的変動電圧は

$$v = V_1 \cos \omega t - V_n \cos (n\omega t - \theta_n) \quad (6.1)$$

で表わされる．従って同調形 n 通倍の場合，図6.3からわかるようダイオードには直流バイアス電圧のほか ω 波と $n\omega$ 波の電圧が印加され， $V(t)$ は

$$V(t) = V_1 \cos \omega t - V_n \cos (n\omega t - \theta_n) - V_b \quad (6.2)$$

で与えられる． V_n および V_b は， V_1 で規格化した量

$$V_n = V_n / V_1, \quad V_b = V_b / V_1 \quad (6.3)$$

を用いることにすると(6.2)式は書きかえられ

$$v(t) = V_1 \{ \cos \omega t - V_n \cos (n\omega t - \theta_n) - V_b \} \quad (6.4)$$

となる．この電圧がダイオードの正バイアス領域にあるとき，ダイオードの容量は無限大であり，ダイオードのインピーダンスは拡がり抵抗 R_s だけとなるので，ダイオードを流

れる電流 $I(t)$ は

$$I(t) = \frac{V_1}{R_s} \{ \cos \omega t - V_n \cos(n\omega t - \theta_n) - V_b \} \quad (6.5)$$

となる。続いて、電圧がダイオードの負バイアス領域に入ると、正バイアス領域に振り込んだとき容量に蓄えられた電荷が外部回路へ流出し、放電終了時に電流は不連続的に零になる。従って一周期における電流を図に示すと図 6.4 になり、式で示すと

$$I(t) = \frac{V_1}{R_s} \left\{ \begin{array}{l} \cos \omega t - V_n \cos(n\omega t - \theta_n) - V_b, -\alpha_1 \leq \omega t \leq \beta \\ 0, \beta \leq \omega t \leq 2\pi - \alpha_1 \end{array} \right\} \quad (6.6)$$

となる。図における α_1 および α_2 は

$$\cos \alpha_k - V_n \cos(n\alpha_k - \theta_n) - V_b = 0 \quad (6.7)$$

ただし $k=1, 2$; $\alpha_2 > -\alpha_1$

を満足する値である。つぎに α_1 , β 間の関係を求めてみよう。ダイオードを流れる電流とダイオードに蓄積される電荷 Q の間には、一般に電流連続の条件があり

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} = I(t) \quad (6.8)$$

の関係が成立っている。 τ は少数キャリアの寿命時間である。(6.8) 式の右辺に (6.6) 式を代入し Q について解くと

$$\begin{aligned} Q &= \frac{V_1}{R_s} \varepsilon^{-\frac{t}{\tau}} \int_{-\frac{\alpha_1}{\omega}}^t \varepsilon^{\frac{\xi}{\tau}} \{ \cos \omega \xi - V_n \cos(n\omega \xi - \theta_n) - V_b \} d\xi \\ &= \frac{V_1}{R_s} \left| V_b \left(\varepsilon^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) + \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 \tau^2}} \{ \cos(\omega t - \tau) - \varepsilon^{-\frac{t}{\tau}} \cos \tau \} \right. \\ &\quad \left. - \frac{V_n}{\sqrt{1+n^2 \omega^2 \tau^2}} \{ \cos(n\omega t - \theta_n - \tau n) - \varepsilon^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\theta_n + \tau n) \} \right|_{-\frac{\alpha_1}{\omega}}^t \quad (6.9) \end{aligned}$$

となり、これに $Q|_{t=\beta/\omega=0}$ の条件を用いると

$$\begin{aligned}
V_b \left(\varepsilon^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} - \varepsilon^{-\frac{\alpha_1}{\omega\tau}} \right) + \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \{ \cos(\beta-r) - \cos(\alpha_1+r) \\
- (\varepsilon^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} - \varepsilon^{-\frac{\alpha}{\omega\tau}}) \cos r \} - \frac{V_n}{\sqrt{1+n^2\omega^2\tau^2}} \{ \cos(n\beta-\theta_n-r_n) \\
- \cos(n\alpha_1+\theta_n+r_n) - (\varepsilon^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} - \varepsilon^{-\frac{\alpha_1}{\omega\tau}}) \cos(\theta_n-r_n) \} = 0 \quad (6.10)
\end{aligned}$$

$$\text{ただし } r = \tan^{-1}(\omega\tau), \quad r_n = \tan^{-1}(n\omega\tau)$$

なる α_1, β 間の関係が得られる。入力波信号の周波数が高く、その周期が用いたダイオードの寿命時間に比べかなり小さい場合には、少数キャリアの再結合を無視することができ、(6.10)式から α_1, β 間の関係は

$$\begin{aligned}
V_b (\beta + \alpha_1) = \sin \beta + \sin \alpha_1 \\
- \frac{V_n}{n} \{ \sin(n\beta - \theta_n) + \sin(n\alpha_1 + \theta_n) \} \quad (6.11)
\end{aligned}$$

となる。図6.4に示すような不連続な電流波形は高調波成分を含んでおり、この波形を調波分析することにより基本波成分 $\dot{I}_{11}$ と n 高調波成分 $\dot{I}_{n1}$ をとり出すことができ、 $\dot{I}_{11}$ および $\dot{I}_{n1}$ はそれぞれ

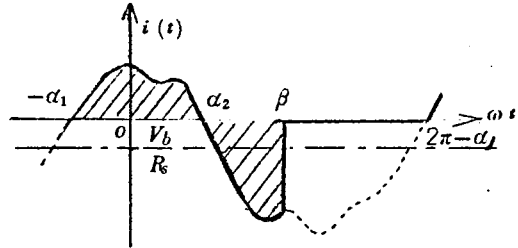


図6.4 ダイオードを流れる電流波形

$$\dot{I}_{11} = A_1 - jB_1 \quad (6.12)$$

$$\dot{I}_{n1} = A_n - jB_n \quad (6.13)$$

で表わされる。ここに、 A_1, B_1, A_n および B_n は電流の式をフーリエ級数に展開したときの係数でありつぎのように与えられる。(簡単のため $\omega t = x$ とする)

$$A_1 = \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos(n x - \theta_n) - V_b \} \cos x dx$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos (nx - \theta_n) - V_b \} \sin x dx \\ A_n &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos (nx - \theta_n) - V_b \} \cos nx dx \\ B_n &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos (nx - \theta_n) - V_b \} \sin nx dx \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

図 6. 3 に示す回路を各調波ごとの成分回路に分解すると図 6. 5 のようになる。図 6.

3 はモデル的な回路であるの

で、実際には図 6. 5 のように位相回路 B_ω , $B_{n\omega}$ を考えておく。 R_s' は希望高調波成分を除く全調波（基本波と不要高調波成分など）の電流が拡がり抵抗を通ることにより生ずるダイオード損失に対する等価な抵抗であり

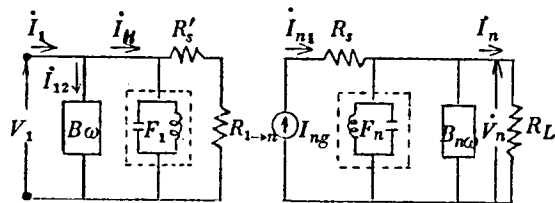


図 6. 5 ダイオード直列形回路の成分回路への分解

$$\frac{1}{2} I_n^2 R_s' = \frac{R_s}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{\beta} I^2 dx - \frac{1}{2} I_{n1}^2 R_s \quad (6.15)$$

の関係を満足する値である。ここに I_{n1} , I_{n1} は $\dot{I}_u$, $\dot{I}_{n1}$ の振巾であり

$$\left. \begin{aligned} I_{11} &= | \dot{I}_{11} | = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \\ I_{n1} &= | \dot{I}_{n1} | = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \end{aligned} \right\} \quad (6.16)$$

で与えられる。 $R_{1 \rightarrow n}$ は基本波から希望高調波への電力変換に対し等価な抵抗であり、

$$\frac{1}{2} I_n^2 R_{1 \rightarrow n} = \frac{1}{2} (I_{n1}^2 R_s + I_n^2 R_L) \quad (6.17)$$

を満足する。ここに $I_n = | \dot{I}_n |$ である。（6. 4）および（6. 12）式からわかる

よう、一般に入力端電圧とダイオードを流れる基本波電流とは位相が異なっているので、ここでは入力端電圧と入力電流が同相になる場合を論じよう。入力側の位相回路のサセプタンスを B_ω とし、回路各部の電流を図のように示すと入力端の電流 $\dot{I}_1$ は

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{12} = A_1 - jB_1 + jB_\omega V_1 \quad (6.18)$$

と表わせる。従って入力端電流と電圧が同相であるためには、(6.4) および (6.18) 式から

$$B_\omega = B_1 / V_1 \quad (6.19)$$

とすればよいことがわかり、この時の入力端電流は

$$\dot{I}_1 = I_1 = A_1 \quad (6.20)$$

となる、

希望の n 高調波に対する等価回路において、 I_{ng} は (6.13) 式で与えられる n 高調波の等価電流源である。 $\dot{I}_n$ は $\dot{I}_{n1}$ のうち、負荷を流れる電流であるが、負荷はリアクタンス分を持たない絶抵抗 R_L としているので $\dot{V}_n$ と同相になる。出力側の位相回路のサセプタンスを $B_{n\omega}$ とすると、 $\dot{I}_n$ と $\dot{I}_{n1}$ との関係は

$$\dot{I}_n = \dot{I}_{n1} - jB_{n\omega} \dot{V}_n = A_n - jB_n - jB_{n\omega} V_n e^{-j\theta_n} \quad (6.21)$$

となるが、位相回路のサセプタンスは $B_{n\omega} = 0$ として解析すると (6.21) 式は

$$\dot{I}_n = \dot{I}_{n1} = A_n - jB_n \quad (6.22)$$

となる。なお、この場合に変換能率が最大に近いことが知られている。⁽²⁰⁾ かくして、

(6.22) 式と

$$\dot{I}_n = \dot{V}_n / R_L \quad (6.23)$$

の実数部、虚数部をそれぞれ比較すると

$$A_n = V_n \cos \theta_n / R_L \quad (6.24)$$

$$B_n = V_n \sin \theta_n / R_L \quad (6.25)$$

なる関係が得られる。これらの式を書き換え、(6.3) 式を用いると

$$\theta_n = \tan^{-1} (B_n / A_n) \quad (6.26)$$

$$V_n V_1 = R_L \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (6.27)$$

となる。ただし A_n, B_n は (6.14) 式で与えられるものである。

6.3.2 電力の関係と変換能率

入力電力 P_{in} は、(6.20) 式を用いると

$$P_{in} = \frac{1}{2} V_1 \dot{I}_1^* = \frac{1}{2} V_1 A_1 \quad (6.28)$$

となる。一方、 n 高調波出力電力 P_{out} は (6.22), (6.23) 式を用いて

$$P_{out} = \frac{1}{2} V_n \dot{I}_n^* = \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) R_L \quad (6.29)$$

となる。また、全ての調波におけるダイオード損失電力 P_{loss} は

$$P_{loss} = \frac{R_s}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} I^2 dx \quad (6.30)$$

で表わされるが、(6.6), (6.11), (6.14), (6.26), (6.27) 式を用いると

$$P_{loss} = \frac{1}{2} V_1 A_1 - \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) R_L \quad (6.31)$$

となる。(付録 1. 参照) 従って (6.27), (6.29) および (6.31) 式より

$$P_{in} = P_{loss} + P_{out} \quad (6.32)$$

が得られ、電力保存の関係が成立していることがわかる。

さて、負荷抵抗 R_L , 直流バイアス比 V_b (直流バイアス電圧の基本波電圧振幅に対する割合) を与えたとき、定常状態における電力、変換能率、その他の回路状態を知るためにはそれらを計算するに必要な種々の値 $\alpha_1, \beta, V_n, \theta_n$ を先に求めておかねばならない。これら未知数を得るための関係式を再びまとめて列挙すると

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 - V_n \cos (n\alpha_1 + \theta_n) - V_b &= 0 \\ V_b (\beta + \alpha_1) &= \sin \beta + \sin \alpha_1 \\ -\frac{V_n}{n} \{ \sin (n\beta - \theta_n) + \sin (n\alpha_1 + \theta_n) \} &= 0 \\ \theta_n &= \tan^{-1} (b_n / a_n) \\ V_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} r_L \end{aligned} \right\} \quad (6.33)$$

である。 r_L は R_L を R_s で規格化した量で

$$r_L = R_L / R_s \quad (6.34)$$

であり、また a_n 、 b_n はそれぞれつぎの式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n+1} \sin (n+1) x + \frac{1}{n-1} \sin (n-1) x \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{V_n}{2} \left\{ \frac{1}{2n} \sin (2nx - \theta_n) + x \cos \theta_n \right\} - \frac{V_b}{n} \sin nx \right\}_{-\alpha_1}^{\beta} \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \left\{ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n+1} \cos (n+1) x + \frac{1}{n-1} \cos (n-1) x \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{V_n}{2} \left\{ \frac{1}{2n} \cos (2nx - \theta_n) - x \sin \theta_n \right\} + \frac{V_b}{n} \cos nx \right\}_{-\alpha_1}^{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (6.35)$$

変換能率 η は、通倍回路に入る電力 P_{in} に対する負荷抵抗で消費される電力 P_{out} の比と定義し、(6.27)、(6.28)、(6.29)、(6.34) 式を用いると

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{V_n^2}{a_1 r_L} \quad (6.36)$$

となる。ここに a_1 は

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} - \frac{V_n}{2} \left\{ \frac{1}{n+1} \sin \overline{(n+1)x - \theta_n} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{n+1} \sin \overline{(n-1)x - \theta_n} \right\} - V_b \sin x \right]_{-\alpha_1}^{\beta} \end{aligned} \quad (6.37)$$

6.3.3 数値計算法

先に n 、 V_b 、 r_L を与え、(6.33) 式を満足するよう α_1 、 β 、 V_n 、 θ_n を求めた後、(6.36) 式を用いて変換能率を計算するのだが、ここでは具体的に計算する手順について説明する。

(1) (6.33) 式の解法

通倍次数 n が決まり、 V_b 、 r_L が与えられれば (6.33) 式を解き、 α_1 、 β 、 V_n 、 θ_n を求めるのであるが、(6.33) 式は4元連立の超越方程式であるため解法が困難である。従って、以下に述べるように、物理的条件に合致するような V_b 、 V_n を先

に与えて、 $\alpha_1, \beta, \theta_n, r_L$ を求める方法を採用する。

n を決め、 V_b および V_n は物理的に適当な値 $V_{b①}$ および $V_{n①}$ にするとき、 $\theta_n, \alpha_1, \beta, r_L$ の順序で下記のように解いていく。

(i) この場合に満足すべき θ_n の値 $\theta_{n①}$ はつぎのようにして求める。

イ. $\theta_n = \theta_{n1}$ としたときの α_n の近似値を (6.33) のオ1式を用いてグラフにより求める。この値を $\alpha_n^{(0)}$ とする。

$$f(\alpha_n^{(0)}) = \cos \alpha_n^{(0)} - V_{n①} \cos(n\alpha_n^{(0)} + \theta_{n1}) - V_{b①}$$

を計算し、 $\alpha_n^{(0)}$ が α_n の値としてある誤差の範囲におさまるかどうか調べ、おさまる場合は $\alpha_n^{(0)}$ を解とする。もしそうでない場合は Newton Raphson の方法を用いる。すなわち

$$\alpha_n^{(i+1)} = \alpha_n^{(i)} - \frac{f(\alpha_n^{(i)})}{f'(\alpha_n^{(i)})}$$

$$\text{ただし } \begin{cases} f(\alpha_n^{(i)}) = \cos \alpha_n^{(i)} - V_{n①} \cos(n\alpha_n^{(i)} + \theta_{n1}) - V_{b①} \\ f'(\alpha_n^{(i)}) = -\sin \alpha_n^{(i)} + n V_{n①} \sin(n\alpha_n^{(i)} + \theta_{n1}) \end{cases}$$

を用いて近似度を高め、ある誤差範囲内におさまったときの $\alpha_n^{(i)}$ を α_n とする。

ロ. (6.33) のオ2式を用いてグラフにより β の近似値を求める。この値を $\beta_1^{(0)}$ とする。

$$f(\beta_1^{(0)}) = V_{b①} \beta_1^{(0)} - \sin \beta_1^{(0)} + \frac{V_{n①}}{n} \sin(n\beta_1^{(0)} - \theta_{n1}) + N$$

$$\text{ただし } N = V_{b①} \alpha_n - \sin \alpha_n + \frac{V_{n①}}{n} \sin(n\alpha_n + \theta_{n1})$$

を計算し、 $\beta_1^{(0)}$ が β_1 の値として設定誤差範囲内に入るかどうか調べ、入る場合には $\beta_1^{(0)}$ を解とする。もしそうでない場合は、イと同様に Newton Raphson の方法を用い近似度を高め、 $f(\beta_1)$ がある誤差範囲におさまったときの $\beta_1^{(i)}$ を β_1 とする。

ハ. $V_b = V_{b①}, V_n = V_{n①}, \theta_n = \theta_{n1}, \alpha_1 = \alpha_n, \beta = \beta_1$ の値を求めて

$\tan^{-1}(b_n/a_n)$ を計算しこれを $\{\tan^{-1}(b_n/a_n)\}_1$ とする。

ニ. V_b, V_n の値はそのままにし、 $\theta_n = \theta_{n2}, \theta_{n3}, \dots$ と θ_n をパラメーター

にして変化させたときの $\alpha_1, \beta, \tan^{-1}(b_n/a_n)$ をイ、ロ、ハと同じ方法で求める。

ホ. 各 $\theta_n (\theta_{n1}, \theta_{n2}, \dots)$ に対して上の計算で得られた $\tan^{-1}(b_n/a_n)$ を用いて $\tan^{-1}(b_n/a_n)$ 対 θ_n のグラフを画き $\theta_n = \tan^{-1}(b_n/a_n)$, つまり (6.33) のオ3式を満足する θ_n を求め, 必要ならば Newton Raphson の方法を用いて θ_n の近似度を高めこの値を $\theta_{n①}$ とする。

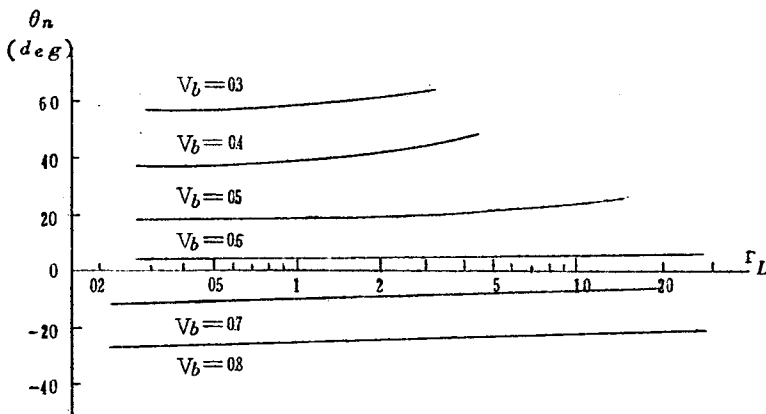
- (ii) α_1 の値 $\alpha_{1①}$ は θ_n の値として $\theta_{n①}$ を用い, (i). イ の方法で計算する。
- (iii) β の値 $\beta_{①}$ は, θ_n の値として $\theta_{n①}$, α_1 の値として $\alpha_{1①}$ を用い, (iii). ロ の方法で求める。
- (iv) これら $n, V_{b①}, V_{n①}, \theta_{n①}, \alpha_{1①}, \beta_{①}$ を用いて, (6.33) のオ4式より r_L の値 $r_{L①}$ を求める。

(2) (6.36) 式の計算法

最初に与えた $n, V_{b①}, V_{n①}$ および(1)で得られた $\theta_{n①}, \alpha_{1①}, \beta_{①}, r_{L①}$ を用いて計算すれば, $n, V_{b①}, r_{L①}$ を与えたときの変換能率が求まる。

6.3.4 計算結果

6.3.3で説明した計算法により, 京大KDC-1電子計算機を用いて数値計算を行なった。周波数2逡倍の結果の内, $\theta_n - r_L$ の関係を図6.6に, また $\eta - r_L$ の関係を図6.7に示す。



2 逡倍の
図 6.6 基本波電圧に対する希望高調波電圧の位相差 (ダイオード直列形)

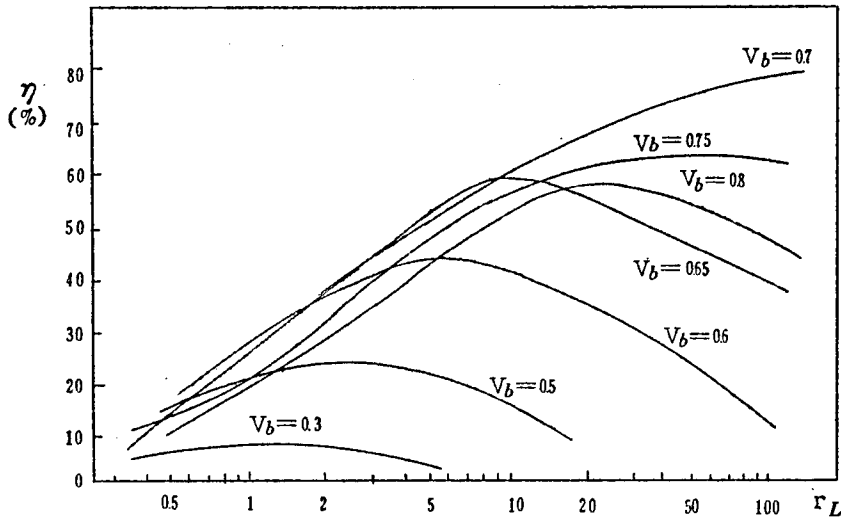


図 6.7 2 通倍の変換能率 (ダイオード直列形)

両図より、つぎのことがわかる。

- (i) V_b または r_L を変化させるときの θ_n は、 V_b に対しては大きく変化するが、 r_L に対しての変化量は少ない。
- (ii) 同調形においては、希望高調波成分もダイオードに加わるとして計算すると変換能率はかなり高くなる。従来の解析によると実験値が理論値を上まわるが、これは解析に希望高調波成分を考慮しなかったことが一因と思われる。
- (iii) 変換能率が入力電力の大きさ、周波数に関係しないことは Leenov 等の広帯域の場合の結果と同様であり、これは図 6.2 のような理想特性によって解析したためである。従って実際のダイオードでは、余り周波数が低いと少数キャリアが再結合するため蓄積効果が減ずる。一方、余り周波数が高いときは遮断効果が生ずるため、能率はここで得られた理論値より下ることが予想される。なお、理想特性の場合は、当然ながら V_b 、 r_L を一定とする限り出力電力の大きさは入力電力の大きさに比例する。

6.4 ダイオード並列形通倍回路

6.4.1 並列形回路の方程式

ダイオードを電圧で励振する場合は、可変容量の値が零から無限大に急に立上るとして

解析したが、電流で励振する場合は、電荷蓄積効果によるエラストンスの大きな変化は期待できないので、⁶⁾ $C-Q$ 特性は図6.8のように理想化し、この特性を用いて解析する。すなわち、理想特性は、正バイアス領域では容量は無限大であり、負バイアス領域では一定のある値 C_c をもつものとする。

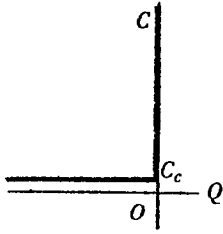


図6.8

容量対電荷特性

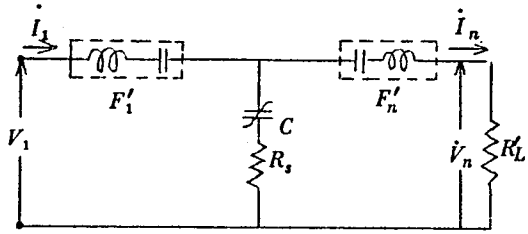


図6.9

ダイオード並列形倍倍器の等価回路

ダイオード並列形回路は図6.9に示す。同調回路 F'_1 、 F'_n が理想的なもので、それぞれ基本波、 n 高調波以外の調波を阻止するものとする、可変容量に蓄えられる電荷 Q は

$$Q(t) = Q_1 \cos \omega t + Q_n \cos(n\omega t - \theta'_n) + Q_b \quad (6.38)$$

で表わされる。ただし Q_1 は基本波成分の振巾、 Q_n は n 高調波成分の振巾、 Q_b は直流バイアス成分であり、 θ'_n は基本波に対する n 高調波の位相差である。ここで Q_n および Q_b を Q_1 で規格化した値

$$q_n = Q_n / Q_1, \quad q_b = Q_b / Q_1 \quad (6.39)$$

を用いると(6.38)式は

$$Q(t) = Q_1 \{ \cos \omega t + q_n \cos(n\omega t - \theta'_n) + q_b \} \quad (6.40)$$

となる。電荷 Q が正のときは、容量が無限大になるので、可変容量 C の両端子間電圧は零に保たれる。続いて Q の値が負になると C の両端には C_c によって定まる電圧が生ずる。

従って一周期における可変容量両端子間に生ずる電圧 V_c は

$$\left. \begin{aligned} V_c(t) &= 0 & , -\alpha' \leq \omega t \leq \beta' \\ V_c(t) &= \frac{Q_1}{C_c} \{ \cos \omega t + q_n \cos(n\omega t - \theta'_n) + q_b \} & \beta' \leq \omega t \leq 2\pi - \alpha' \end{aligned} \right\} \quad (6.41)$$

で与えられ、これを図示すると図6.10 のようになる。

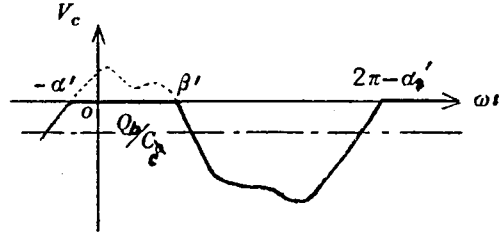


図6.10 ダイオード容量に生ずる電圧波形

ダイオードを流れる電流 I は

$$I = -\omega Q_1 \{ \sin \omega t + n q_n \sin (n\omega t - \theta'_n) \} \quad (6.42)$$

となり、拡がり抵抗両端間に生ずる電圧 V_s は

$$V_s = -\omega Q_1 R_s \{ \sin \omega t + n q_n \sin (n\omega t - \theta'_n) \} \quad (6.43)$$

となる。

図6.10に示すような不連続な電圧波形は高調波成分を含んでおり、この波形を調波分析すると基本波成分 $\dot{V}_{c1}$ および n 高調波成分 $\dot{V}_{cn}$ が得られ、それぞれ

$$\dot{V}_{c1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_c e^{-j\omega t} d(\omega t) = A'_1 - jB'_1 \quad (6.44)$$

$$\dot{V}_{cn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_c e^{-jn\omega t} d(\omega t) = A'_n - jB'_n \quad (6.45)$$

で表わされる。ここに A'_1 , B'_1 および A'_n , B'_n は上式で示す電圧の式 (6.41) をフーリエ展開したときの基本波および n 高調波に関する係数で、つぎのように与えられる。(簡単のため $\omega t = x$ とする)

$$\left. \begin{aligned} A'_1 &= \frac{1}{2\pi C_c} \int_0^{2\pi} \{ Q(x) - |Q(x)| \} \cos x \, dx \\ B'_1 &= \frac{1}{2\pi C_c} \int_0^{2\pi} \{ Q(x) - |Q(x)| \} \sin x \, dx \end{aligned} \right\} \quad (6.46)$$

$$\left. \begin{aligned} A'_n &= \frac{1}{2\pi C_c} \int_0^{2\pi} \{ Q(x) - |Q(x)| \} \cos nx dx \\ B'_n &= \frac{1}{2\pi C_c} \int_0^{2\pi} \{ Q(x) - |Q(x)| \} \sin nx dx \end{aligned} \right\}$$

可変容量 C をその両端に生じている電圧で等価的に置き換え、図6.9の回路を各調波ごとの成分回路に分けて示すと

図6.11の等価回路が得られる。図6.9はモデル的な回路であり、実際には図6.11のように位相回路も含めて考慮する。図中の $\dot{V}_{c1}$ 、 $\dot{V}_{cn}$ はそれぞれ(6.44)、(6.45)式

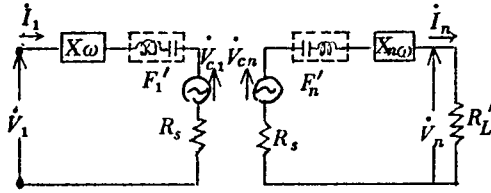


図6.11 ダイオード並列形回路の成分回路への分解

で示されるものである。基本波に関する等価回路において、一般に $\dot{V}_1$ と $\dot{I}_1$ は必ずしも同相でないので、ここでは同相になるように考えよう。電荷 Q の基本波成分 $\dot{Q}_1$ を基準に選ぶと、入力端の電流 $\dot{I}_1$ は

$$\dot{I}_1 = j\omega Q_1 \quad (6.47)$$

で与えられる。位相回路のリアクタンスを X_ω とすると入力端の電圧 $\dot{V}_1$ は

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= jX_\omega \dot{I}_1 + R_s \dot{I}_1 + \dot{V}_{c1} \\ &= A'_1 - \omega X_\omega Q_1 + j(\omega R_s Q_1 - B'_1) \end{aligned} \quad (6.48)$$

で表わされる。 $\dot{V}_1$ と $\dot{I}_1$ が同相であるためには

$$X_\omega = A'_1 / (\omega Q_1) \quad (6.49)$$

とすればよく、このとき $\dot{V}_1$ は

$$\dot{V}_1 = R_s \dot{I}_1 - jB'_1 \quad (6.50)$$

となる。

つぎに同図右側のオ n 高調波回路に着目しよう。電流 $\dot{I}_n$ は

$$\begin{aligned} \dot{I}_n &= jn\omega \dot{Q}_n = jn\omega Q_n \varepsilon^{-j\theta'_n} \\ &= n\omega Q_n \sin \theta'_n + jn\omega Q_n \cos \theta'_n \end{aligned} \quad (6.51)$$

で表わされる。位相回路のリアクタンスを $X_{n\omega}$ とすると、出力端に発生する電圧 $\dot{V}_n$ は

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{cn} - jX_{n\omega} \dot{I}_n - R_s \dot{I}_n \quad (6.52)$$

で表わされる。前章と同様、ここでも $X_{n\omega} = 0$ として解析することにとすると $\dot{V}_n$ は

(6.52) 式に (6.45), (6.51) 式を用いて

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= A'_n - n\omega Q_n R_s \sin \theta'_n \\ &\quad - j(B'_n + n\omega Q_n R_s \sin \theta'_n) \end{aligned} \quad (6.53)$$

となる。今、負荷としてはリアクタンスを含まない純抵抗を考え、これを R'_L とすると $\dot{V}_n$ と $\dot{I}_n$ は同相で

$$\dot{V}_n = R'_L \dot{I}_n = n\omega Q_n R'_L \sin \theta'_n + jn\omega Q_n R'_L \cos \theta'_n \quad (6.54)$$

の関係を満足する。(6.53), (6.54) 式から、(6.46) 式を用いることにより

$$n\omega Q_n (R'_L + R_s) \sin \theta'_n = \frac{1}{2\pi C_c} \int_0^{2\pi} \{Q(x) - |Q(x)|\} \cos nx \, dx \quad (6.55)$$

$$n\omega Q_n (R'_L + R_s) \cos \theta'_n = \frac{1}{2\pi C_c} \int_0^{2\pi} \{Q(x) - |Q(x)|\} \sin nx \, dx \quad (6.56)$$

が得られる。 R'_L を R_s で規格化した量を r'_L とすると r'_L は

$$r'_L = R'_L / R_s \quad (6.57)$$

で表わされる。(6.55), (6.56) 式を変形し、その際 (6.39), (6.57) 式を用いると

$$\left. \begin{aligned} nq_n k (1+r'_L) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |q(x)| \sin (nx - \theta'_n) \, dx \\ q_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |q(x)| \cos (nx - \theta'_n) \, dx \\ \text{ただし } q(x) &= \cos x + q_n \cos (nx - \theta'_n) + q_b \end{aligned} \right\} \quad (6.58)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} k &= \omega / \omega_c \\ \text{ただし } \omega_c &= 1 / C_c R_s \end{aligned} \right\} \quad (6.59)$$

6. 4. 2 電力の関係と変換能率

入力電力 P'_{in} は, (6.47), (6.50) 式を用い

$$P'_{in} = \frac{1}{2} \dot{V}_1 \dot{I}_1^* = \frac{1}{2} I_1^2 R_s^2 + \frac{1}{2} \omega Q_1 (-B'_1) \quad (6.60)$$

となる. 右辺オ1項は基本波におけるダイオード損失電力を表わし, オ2項は後で示すようオ n 高調波への変換電力を表わしている. また出力電力 P'_{out} は

$$P'_{out} = \frac{1}{2} \dot{V}_n \dot{I}_n^* = \frac{1}{2} I_n^2 R'_L = \frac{1}{2} (n\omega Q_n)^2 R'_L \quad (6.61)$$

ここで可変容量両端間の電圧 V_c とそこを流れる電流 I とで構成する電力 P_o について検討してみよう. P_o は

$$P_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_c \cdot I \, dx \quad (6.62)$$

で表わされる. この式に (6.41), (6.42) 式を代入すると

$$P_o = P_1 + P_2 + P_3 \quad (6.63)$$

となる. ここに P_1, P_2, P_3 はそれぞれつぎのような式で与えられる.

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{4\pi C_c} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} Q_b \{ \omega Q_1 \sin x + n\omega Q_n \sin (nx - \theta'_n) \} dx \\ &= -\frac{\omega Q_b}{4\pi C_c} \left[Q_1 \cos x + Q_n \cos (nx - \theta'_n) \right]_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} \end{aligned} \quad (6.64)$$

$$P_2 = \frac{1}{4\pi C_c} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} \omega Q_1 \{ Q_1 \cos x + Q_n \cos (nx - \theta'_n) \} \sin x \, dx \quad (6.65)$$

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{1}{4\pi C_c} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} n\omega Q_n \{ Q_1 \cos x + Q_n \cos (nx - \theta'_n) \} \\ &\quad \times \sin (nx - \theta'_n) \, dx \end{aligned} \quad (6.66)$$

Q は x 軸と $x = -\alpha', \beta'$ で交わるので

$$\left. \begin{aligned} Q_1 \cos x + Q_n \cos (nx - \theta'_n) + Q_b \Big|_{x=2\pi-\alpha'} &= 0 \\ Q_1 \cos x + Q_n \cos (nx - \theta'_n) + Q_b \Big|_{x=\beta'} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.67)$$

となる。(6.67)式を(6.64)式に用いると

$$P_1 = 0 \quad (6.68)$$

となる。(6.65)式に(6.66)式を加えて整理すると

$$P_2 + P_3 = \frac{1}{8\pi C_c} \left[\{ Q_1 \cos \beta' + Q_n \cos (n\beta' - \theta_n') \}^2 - \{ Q_1 \cos \alpha' + Q_n \cos (n\alpha' + \theta_n') \}^2 \right] \quad (6.69)$$

となり、これに(6.67)式を用いると

$$P_2 + P_3 = 0 \quad (6.70)$$

従って、(6.63)、(6.68)、(6.70)式より

$$P_0 = 0 \quad (6.71)$$

となり、 V_c と I は実効電力を構成しないことが示された。従ってこの解析においては、電力授受の関係が成立っていることがわかる。

(6.62)式に(6.41)、(6.42)式を代入し、(6.46)、(6.55)、(6.56)、(6.71)式を用いれば

$$-\frac{1}{2} \omega Q_1 B_1' - \frac{1}{2} (n \omega Q_n)^2 (R_L' + R_s) = 0 \quad (6.72)$$

が得られる。これより(6.60)式の右辺の2項は基本波から n 高調波への変換電力であることがわかる。図6.11の基本波成分回路を等価的に書き換え図6.12のように表わすと、電力変換に等価な抵抗 $R_{1 \rightarrow n}'$ は

上での結果より

$$R_{1 \rightarrow n}' = -B_1' / \omega Q_1 \quad (6.73)$$

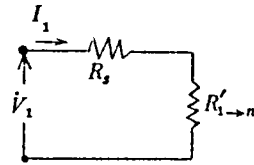


図6.12 信号側の等価回路

となる。 B_1' が負であることは(6.72)式より明らかである。

全ての調波におけるダイオード損失電力 P_{loss}' は

$$P_{loss}' = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} I^2 R_s dx \quad (6.74)$$

で表わされるが、(6.42)式を用いると(6.74)式は

$$P_{loss}' = \frac{R_s}{2} \{ (\omega Q_1)^2 + (n\omega Q_n)^2 \} \quad (6.75)$$

となる。従って(6.60)，(6.61)，(6.72)，(6.75)式より

$$P_{in}' = P_{loss}' + P_{out}' \quad (6.76)$$

が得られ、この場合も電力保存の関係が成立っている。

変換能率 η' は、これまでと同じ定義に従うものとする(6.57)，(6.59)，(6.60)，(6.61)式から

$$\eta' = \frac{P_{out}'}{P_{in}'} = \frac{(nq_n)^2 r_L'}{1 + (nq_n)^2 (1 + r_L')} \quad (6.77)$$

となる。

6.4.3 数値計算法

逡倍次数 n および(6.59)式の k に対し、 q_b および r_L' を与えたとき(6.58)式を用いて未知数 q_n および θ_n' を求めた後、この物理状態を決定する一組の値(q_b 、 r_L' 、 q_n 、 θ_n')を用いることによりその定常状態での変換能率、諸電力などを計算することができる。

以下、具体的に計算法を述べることにする。上に述べたように q_b および r_L' を与えたときの q_n および θ_n' は(6.58)式を用いて解くのであるが、この解法は困難であるので、ここでも物理的条件を満足する q_b 、 q_n を先に与えて、(6.58)のオ2式より θ_n' を求め、続いて(6.58)のオ1式より r_L' を求める方法を探る。

(1) (6.58)式の解法

(6.58)のオ2式は q_n を一定とすると θ_n' の関数となる。今、

$$Y(\theta_n') = q_n - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |q(x)| \cos(nx - \theta_n') dx$$

なる $Y(\theta_n')$ を考えよう。 $Y(\theta_n')$ の零点近傍に初期値を選びこれを θ_{n0}' とし $Y(\theta_{n0}')$ を計算する。つぎに零点近傍のも一つの初期値 θ_{n1}' を選んで $Y(\theta_{n1}')$ を

計算する。二点 $\{\theta'_{n_0}, Y(\theta'_{n_0})\}$, $\{\theta'_{n_1}, Y(\theta'_{n_1})\}$ を通る直線の交点を求め、これを新しい θ_{n_1} とし、もとの θ'_{n_1} を新しい θ'_{n_0} として同じような計算を繰り返す。かくして、 $Y(\theta'_n)$ が設定誤差範囲内に入ったときの θ'_n を根とする。 $Y(\theta'_n)$ 中の積分は KDC-1 により、サブルーティン GAUSS を用いて計算する。

q_b, q_n が与えられ、このように θ'_n が定まれば、 r'_L は (6.58) のオ 1 式より直ちに求まる。

(2) (6.77) 式の計算法

最初に与えた n, k, q_b, q_n および (1) で得られた θ'_n, r'_L を用いて計算すれば、 n, k, q_b, r'_L を与えたときの変換能率が求まる。

6.4.4 計算結果

6.4.3 で述べた計算法に従い、KDC-1 計算機を用いて数値計算を行なった。周波数 2 週倍の結果の内、 $\theta'_n - r'_L$ の関係を図 6.13 に、 $\eta' - r'_L$ の関係を図 6.14 に示した。

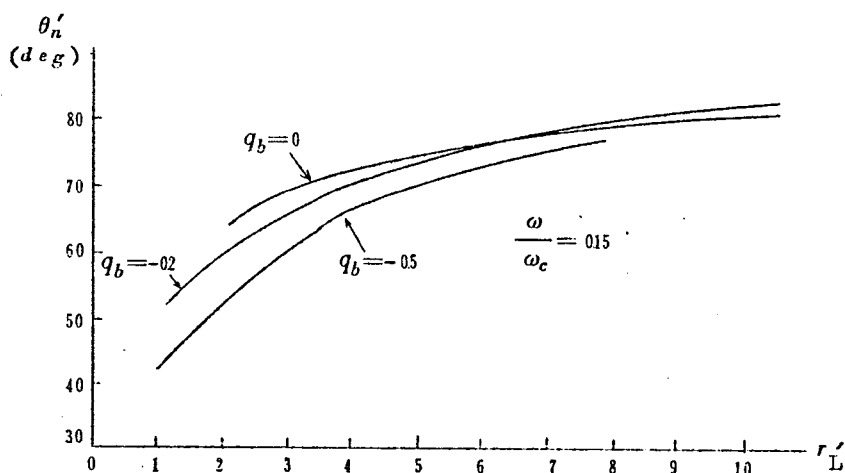


図 6.13 2 週倍の基本波電流に対する希望高調波電流の位相差 (ダイオード並列形回路)

両図よりつぎのことがいえる。

- (i) q_b, r'_L を変化させたとき、 θ'_n はバイアス比 q_b に対しては余り変化しないが、 r'_L に対しての変化量は大きい。これは直列形回路の結果と比べ、逆の関係になっている。
- (ii) 変換能率は周波数に関係し、例えば $q_b = 0.1$ で $k = 0.045$ のときは 57%、 $k = 0.15$ のと

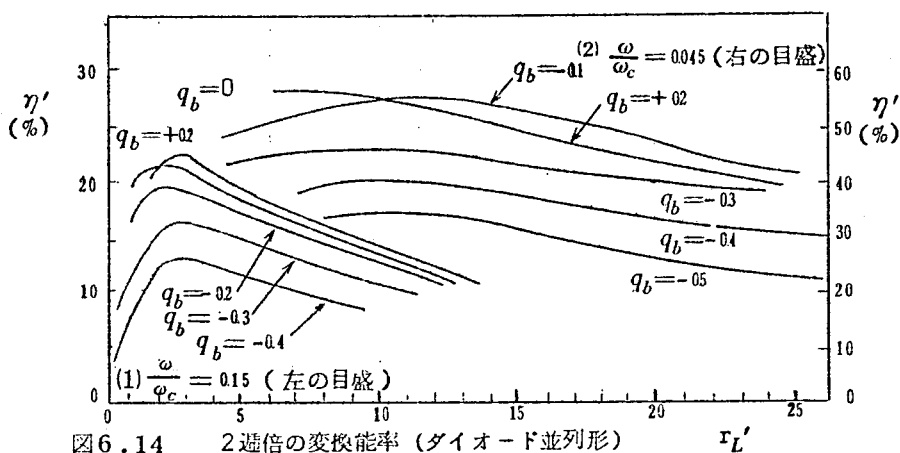


図 6.14 2 重倍の変換能率 (ダイオード並列形)

きは 22.8% の最大値が得られる。また能率は仮定した C_c により相当異なる値になり、並列形回路の場合 C_c を可変にすることの効果が大きいと予想される。

ダイオード直列形回路に比べると能率は低い、これは電圧励振による容量の大きな変化は期待できても、電流励振によるエラストンスの大きな変化は期待できないことから特性を図 6.8 のようにして解析したからである。

- (iii) 周波数、負荷、バイアス比が一定のとき、能率は基本波電力に関係せず出力電力は入力電力に比例する。

6.5 結 言

電荷蓄積効果による同調形重倍の厳密な解析をダイオード直列形と並列形の両回路についてパラメーターを一般化して行ない両者を比較した。

まず、直列形回路の場合、従来の解析と異なり、同調形の特質を失わず非線形の問題を厳密に取扱った。その結果、理想特性に従うときの最大変換能率を得たがこの値はかなり大きい。従来の解析によれば理論値が実験値より低い、真の理論値はさらに大きくなることが示された。

つぎに、並列形回路の場合は、電流励振であるので Leeson の考慮に従い、図 6.8 の特性を用いて解析した結果、能率は直列形よりも低い値になった。

また、障壁容量による重倍の解析で $\pi/2$ と知られている基本波に対する希望高調波の位相差は、電荷蓄積効果による重倍のとき図 6.6、図 6.13 に示すような値になることが示された。

本解析は電力保存の法則を満たす明快なものであり、一般の同調形周波数重倍の厳密な解析法を示唆していると思われる。従ってここでは理想特性の場合の電荷蓄積効果による重倍の解析をしたが、負バイアス領域での容量を可変とすべきダイオードを用いる場合は、次章でまずダイオードの動特性を究明し、才 8 章でその場合の周波数重倍の解析を行なうことにする。その際にも本章の解析法は有用である。

第7章 可変容量ダイオードの高周波動特性

7.1 緒 言

可変容量ダイオードを用いた周波数通倍の通倍機構は二つに分かれ、その一つは小振巾励振の場合障壁容量の高次成分によるパラメトリック通倍であり、他の一つは大振巾励振の場合少数キャリアの蓄積放出により電圧または電流波形が不連続になることによる通倍で電荷蓄積効果による通倍といわれるものである。これら周波数通倍に対する理論解析は、従来別々に行なわれており、本論文においては第2章～第5章が前者の通倍機構における解析であり、第6章が後者の機構における解析となっている。

しかし、障壁容量の一般式を用いる前者においては、取扱う信号が小さく逆バイアス領域から順バイアス領域にわずかに振込む場合は問題はないが、さらに信号を順方向に振込むと少数キャリアの蓄積が生じてくるため理論が適用できなくなりその理論を用いてよい順方向の振込み限界がこれまで明らかでなかった。一方、電荷蓄積効果による後者は、可変容量の特性を理想化して用いているが特性の根拠は明確でなく、超大信号に対して障壁容量を理想化するか、あるいは順バイアス領域では電荷拡散による容量が指数関数的に増加するという定性的考察⁽¹⁾の下に、可変容量を順バイアス領域では無限大、逆バイアス領域では零または微小な一定値として解析している。

本章は、このような状況にかんがみ、少数キャリアの蓄積を生ずる高周波大信号の場合の可変容量ダイオードの動特性を論じており、電荷蓄積効果による通倍の解析に用うべき、より実際に近いダイオードの特性を与えようとしたものである。なお超大信号動作の周波数通倍に用いるダイオードが一般的な可変容量ダイオードの場合は、上に述べた二つの通倍機構が実際には混合しており、従って両機構を含めた解析を行なう際にもここでの考察は有用と思われる。

本章では、まず $p-n$ 接合ダイオードの各種可変容量について検討し、電荷蓄積が生ずる高周波超大信号時に考慮すべき可変容量の内、特に電荷蓄積効果特性について詳細に解明する。続いて、実験により高周波動特性を求め理論値と比較した後、周波数通倍解析に用うべき可変容量特性を論じている。

7.2 p-n接合ダイオードの可変容量

従来、周波数逡倍の解析は振込む信号の大きさが接触電位差を越えないとき、障壁容量

の一般式
$$C_{ii} = C'_0 (V_\phi - V)^{-m} \quad (7.1)$$

を可変容量として用いている。ここに V_ϕ は接触電位差、 $C'_0 V_\phi^{-m}$ は零バイアス容量、 V は印加電圧、 m はダイオードの特性で定まり、階段接合では $1/2$ 、傾斜接合では $1/3$ であることが知られている。しかし、この式が適用できるのは逆および小さな順バイアス領域であり、信号を順方向に大きく振込むに従い可変容量特性は (7.1) 式から離れていく。これは信号が大きくなると拡散効果が現われ少数キャリアが蓄積しこれによる等価な容量が生ずるからである。この拡散効果に関しては可変容量が電圧に対し指数関数的に増加することを述べた文献⁽¹⁹⁾等があるが、定性的な見解を与えたにすぎず詳しい解析を論じていない。従って、ここでは $p-n$ 接合ダイオードの可変容量の定義に立戻り、電荷蓄積を生ずる高周波大信号時の可変容量について考察することにしよう。

$p-n$ 接合ダイオードの可変容量は、ダイオード両端間電圧が変化したときのダイオード内電荷の変化率で、式では

$$C_t = dQ/dV \quad (7.2)$$

と定義し、これを三種類の容量成分に分けて考えることができる。⁽²⁴⁾ すなわち

$$C_t = C_{ii} + C_{ic} + C_d \quad (7.3)$$

ここに C_{ii} 、 C_{ic} 、 C_d はそれぞれつぎの式で表わされる。(図7.1参照)

$$C_{ii} = -q \frac{d}{dV} \int_{-Z_p}^0 N(z) dz \quad (7.4)$$

$$C_{ic} = q \frac{d}{dV} \int_{-Z_p}^{Z_n} p dz \quad (7.5)$$

$$C_d = q \frac{d}{dV} \left[\int_{-Z_a}^{-Z_p} n dz + \int_{Z_n}^{Z_b} p dz \right] \quad (7.6)$$

C_{ii} は遷移領域の片方における空間電荷の変化による容量、 C_{ic} は遷移領域内の自由正孔量の変化による容量、 C_d は P および N 領域へ少数キャリアが拡散したことによる容量を表わしている。 $N(z)$ は N_d 、 N_a を

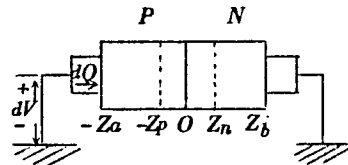


図7.1 p-n接合ダイオード

それぞれイオン化したドナー密度，アクセプター密度とすると， $N(x)=N_d-N_a$ である。 n は導電体中の単位体積当りの電子の密度， p は価電子帯中の単位体積当りの正孔の密度 q は電子電荷である。 Sah は上式を用いて各容量を求めたが，⁽²⁴⁾ C_{ii} は当然(7.1)式に帰着し，逆バイアス領域でこれが最も顕著になる。また順バイアス領域では P および N 領域の少数キャリアは再結合で失われるため C_d は小さく，このため C_{ie} が最も顕著になりこれは印加電圧に対し指数関数的に増加すると述べている。

しかし， Sah の理論は，直流ないし低周波信号に対して成立つものであり，これを電荷蓄積を生ずるときの周波数逡倍の解析に用いることはできない。すなわち電荷蓄積効果による周波数逡倍の場合は， P および N 領域に拡散した少数キャリアが再結合する前に印加電圧の向きが反転し，少数キャリアは引戻される必要があり，このためには高周波でなければならない。実際，高周波およびマイクロ波領域の周波数逡倍において電荷の蓄積効果を積極的に利用する場合，高周波に対する電荷蓄積を考慮した可変容量特性を解析しなければならない。

かくして，電荷蓄積効果が生ずる場合は，遷移領域でのキャリアの発生および再結合はほとんどなく C_{ie} は無視でき⁽²⁵⁾，後の実験結果も示すように逆および小さな順バイアス領域では障壁容量 C_{ii} が顕著になり，大きな順バイアス領域(0.5~0.6V以上)では少数キャリアによる拡散容量 C_d が顕著になる。

電荷蓄積を生ずるときの $p-n$ 接合ダイオードの可変容量は， C_{ii} と C_d であることを指摘したが， C_{ii} についてはすでに十分解析されその一般式(7.1)はここでの実験値とも良く合うので，次節では C_d に関する高周波特性の理論解析を行なう。

7.3 電荷蓄積効果による特性

可変容量ダイオードに適当な高周波超大信号を加えると少数キャリアの拡散が行なわれ，周波数逡倍やパラメトリック増巾に有効な電荷蓄積効果を生じ，これに対しての等価な可変容量が考えられるが，この可変容量は Sah の定義式に従うことにする。なお以下の解析で取扱う信号の大きさは，少数キャリアの密度が多数キャリアの密度に比べて小さいという条件が期待される範囲とする。

7.3.1 階段接合ダイオード

少数キャリアは，正孔が N 領域に電子が P 領域に注入蓄積されるが，まず正孔に着目し

て解析しよう。

電流密度 i_p に関する式は一般に

$$i_p = q \left[E \mu_p p - D_p \frac{\partial p}{\partial z} \right] \quad (7.7)$$

で与えられる。ここに E は電界強度、 μ_p は移動度、 p は正孔密度、 D_p は拡散定数である。階段接合の場合は電界 E をほとんど零とみなすことができるので (7.7) 式は

$$i_p = -q D_p \frac{\partial p}{\partial z} \quad (7.8)$$

となる。一方、電荷に対する連続の式は

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p_n - p}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial i_p}{\partial z} \quad (7.9)$$

である。ここに p_n は N 領域における正孔の熱平衡時の濃度、 τ_p は正孔の寿命時間である。(7.8) および (7.9) 式から正孔に対する偏微分方程式

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p_n - p}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (7.10)$$

が得られる。今、順バイアスを加えることにより、新たに正孔が注入されたときの過剰正孔密度 $\tilde{p}$

$$\tilde{p} = p - p_n \quad (7.11)$$

に着目すれば、(7.10) 式は (7.11) 式を用いて書き換えられ

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = -\frac{\tilde{p}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial z^2} \quad (7.12)$$

となる。これが z_n から z_b の N 領域での正孔濃度分布の時間変化を与える式である。

$z = z_n$ を新しい z 軸の原点に選び、 $\tilde{p}(z, t)$ の初期条件および境界条件を

$$\tilde{p}(z, 0) = 0 \quad (7.13)$$

$$\tilde{p}(0, t) = p_0(t) \quad (7.14)$$

のように与え (7.12) 式を解くと

$$\tilde{p}(z, t) = \frac{e^{-\frac{z}{L_p}}}{2\sqrt{\pi D_p}} \int_0^t \frac{p_0(\xi) \exp \left[-\frac{z^2}{4D_p(t-\xi)} + \frac{\xi}{\tau_p} \right]}{(t-\xi)^{3/2}} d\xi \quad (7.15)$$

となる。

$t=0$ から、新たに正孔が N 領域に注入されることによる蓄積電荷量 Q_p は

$$Q_p = q \int_{z_b}^{z_n} \tilde{p}(z, t) dz \quad (7.16)$$

で与えられ、これに(7.15)式を代入すればよい。しかし、ここでは周波数が非常に高く、過剰正孔が N 領域の外端に到達しない場合を考えると

$$\tilde{P}(z_b - z_n, t) = 0$$

とすることができ、(7.16)式の積分の上限を無限大に置き換えて計算できる。すなわち(7.15)および(7.16)式から Q_p は

$$\begin{aligned} Q_p &= \frac{1}{2\sqrt{\pi D_p}} \frac{-t}{\varepsilon \tau_p} \int_0^t \frac{p_o(\xi) \exp(\xi/\tau_p)}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \int_0^\infty z \exp\left(-\frac{z^2}{4D_p(t-\xi)}\right) dz \\ &= q \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \frac{-t}{\varepsilon \tau_p} \int_0^t \frac{p_o(\xi) \exp(\xi/\tau_p)}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \end{aligned} \quad (7.17)$$

となる。接合端における過剰正孔密度は、印加電圧を $V(t)$ とすると

$$p_o(t) = p_n \left(\frac{qV(t)}{\varepsilon kT} - 1 \right) \quad (7.18)$$

で与えられるので、これを(7.17)式に用いると

$$Q_p = q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \frac{-t}{\varepsilon \tau_p} \int_0^t \frac{\left(\frac{qV(\xi)}{\varepsilon kT} - 1 \right) \varepsilon \frac{\xi}{\tau_p}}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \quad (7.19)$$

が得られる。

さて、 $V(t)$ の変化分に対する Q_p の変化分の比が電荷蓄積に等価な容量であるので、これを C_{dp} とすると（ $(t-\xi)^{1/2} = \zeta$ とおく）、（付録2参照）

$$\begin{aligned} C_{dp} &= \frac{dQ_p}{dV} \\ &= q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \frac{1}{\frac{dV}{dt}} \left\{ \frac{\varepsilon \frac{-t}{\tau_p}}{\sqrt{t}} \left(\frac{qV(o)}{\varepsilon kT} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2q}{kT} \int_0^{\sqrt{t}} \frac{\partial V(t-\zeta^2)}{\partial t} \exp\left[\frac{qV(t-\zeta^2)}{kT} - \frac{\zeta^2}{\tau_p} \right] d\zeta \right\} \quad (7.20) \end{aligned}$$

となり、これが任意の印加電圧に対し正孔が蓄積されたことによる等価な拡散容量の一般式である。つぎに具体的な印加電圧を与え、(7.20)式より C_{dp} を求めてみよう。

$$(i) V(t)=V_o \sin \omega t ; \quad (7.21)$$

C_{dp} は

$$C_{dp} = \frac{2q^2 p_n}{kT \cos \omega t} \int \frac{D_p}{\pi} \sqrt{\frac{t}{\tau_p}} \cos \omega (t - \zeta^2) \times \exp \left[\frac{qV_o}{kT} \sin \omega (t - \zeta^2) - \frac{\zeta^2}{\tau_p} \right] d\zeta \quad (7.22)$$

となる。 C_{dp} の電圧特性は、時間 t をパラメーターにして(7.21), (7.22)

式を用いて計算できる。

$$(ii) V(t)=V_b+V_o \sin \omega t ;$$

C_{dp} は

$$C_{dp} = \frac{2q^2 p_n}{kT \cos \omega t} \int \frac{D_p}{\pi} \left\{ \frac{qV_b}{\epsilon kT} \right\} \sqrt{\frac{t}{\tau_p}} \cos \omega t (t - \zeta^2) \times \exp \left[\frac{qV_o}{kT} \sin \omega (t - \zeta^2) - \frac{\zeta^2}{\tau_p} \right] d\zeta + \frac{kT (\epsilon \frac{qV_b}{kT} - 1)}{2qV_o \omega \sqrt{t}} \epsilon \frac{t}{\tau_p} \quad (7.24)$$

となり、電圧特性は(i)と同様にして求められる。

$$(iii) V = \omega V_o t / \pi ; \quad (7.25)$$

$0 \leq t \leq \pi / 2\omega$ の範囲で論ずれば、これは(i)の場合を三角波で近似したことになる。このときは C_{dp} は簡単になり

$$C_{dp} \simeq p_n \int \frac{q^3 \pi D_p}{2\omega V_o kT} \exp \left[\frac{q\omega V_o}{kT \pi} t \right] \quad (7.26)$$

となる。

以上はキャリアの内の正孔について考察したのであるが、 $p-n$ 接合ダイオード全体としての拡散容量を求めるときは、(7.6)式に示すように、 p 領域における電子の寄与を考慮しなければならない。

電子に関しては、正孔と同様に考えることができるので、簡単に結果を示すことにする。

P 領域では、 $-z_p$ を新しい z 軸の原点に選ぶと電子による蓄積電荷量 Q_n は

$$Q_n = q \int_{-z_a+z_p}^0 \tilde{n}(z, t) dz \quad (7.27)$$

ここに $\tilde{n}(z, t)$ は過剰電子密度であり，正孔と同様な初期および境界条件

$$\tilde{n}(z, 0) = 0 \quad (7.28)$$

$$\tilde{n}(0, t) = n_o(t) \quad (7.29)$$

を与えると

$$\tilde{n}(z, t) = \frac{t}{\epsilon \tau_n} \frac{z}{2\sqrt{\pi D_n}} \int_0^t \frac{n_o(\xi) \exp\left[-\frac{z^2}{4D_n(t-\xi)} + \frac{\xi}{\tau_n}\right]}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \quad (7.30)$$

である。高周波における解析であるので，(7.27)，(7.28) 式より Q_n は

$$Q_n = q \int \frac{D_n}{\pi} \frac{t}{\epsilon \tau_n} \int_0^t \frac{n_o(\xi) \epsilon \frac{\xi}{\tau_n}}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \quad (7.31)$$

となる。ここに D_n は電子の拡散定数， τ_n は電子の寿命時間である。接合端の印加電圧を $V(t)$ ， p 領域における電子の熱平衡時の濃度を n_p とすると，接合端での過剰電子密度は

$$n_o(t) = n_p \left(\frac{qV(t)}{\epsilon kT} - 1 \right) \quad (7.32)$$

で与えられる。この式を(7.31) 式に代入すると Q_n は

$$Q_n = q n_p \int \frac{D_n}{\pi} \frac{t}{\epsilon \tau_n} \int_0^t \frac{\left(\frac{qV(\xi)}{\epsilon kT} - 1 \right) \epsilon \frac{\xi}{\tau_n}}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \quad (7.33)$$

電子蓄積による等価な容量 C_{dn} は， $V(t)$ の変化分に対する Q_n の変化分の比で表わされるので $((t-\xi)^{1/2} = \zeta$ とおく)

$$C_{dn} = q n_p \int \frac{D_n}{\pi} \frac{1}{\frac{dV}{dt}} \left\{ \frac{\frac{t}{\epsilon \tau_n}}{\sqrt{t}} \left(\frac{qV(0)}{\epsilon kT} - 1 \right) + \frac{2q}{kT} \int_0^{\sqrt{t}} \frac{\partial V(t-\zeta^2)}{\partial t} \exp\left[\frac{qV(t-\zeta^2)}{kT} - \frac{\zeta^2}{\tau_p}\right] d\zeta \right\} \quad (7.34)$$

となる。これが任意の電圧に対し電子が蓄積されたことによる等価な拡散容量の一般式である。

かくして，拡散による全蓄積電荷量 Q は

$$Q = Q_p + Q_n \quad (7.35)$$

で示され、 Q_p および Q_n はそれぞれ (7.19) および (7.33) 式で与えられる。また等価な全拡散容量 C_d は (7.6) 式より

$$C_d = C_{dp} + C_{dn} \quad (7.36)$$

で表わされる。ただし C_{dp} および C_{dn} としては (7.20) および (7.34) 式を用いる。

具体的な電圧波形に対する全拡散容量は、上に示すようそれぞれ (7.22), (7.24) (7.26) 式において、 p_n を n_p に、 D_p を D_n に、 τ_p を τ_n に置き換えた式をそれぞれの元の式に加え合えれば直ちに求まる。

7.3.2 傾斜接合ダイオード

この場合も先に正孔の蓄積について考えよう。一般に傾斜接合ダイオードの内部電界は一定でないが、解析的に厳密に解くことは困難なので、実験結果を説明できる程度の正確さをもち一定電界近似を行なう。⁽⁸⁾

電流密度に関する式 (7.7) の E を一定値 E_0 とし、この式および電荷連続に関する式 (7.9) を結合すると過剰正孔密度 $\tilde{p}$ に関する式

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = -\frac{\tilde{p}}{\tau_p} - \mu_p E_0 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + D_p \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial z^2} \quad (7.37)$$

を得る。 z 軸の原点を新しく z_n に選び、 $\tilde{p}(z, t)$ の初期条件および境界条件を前と同じく (7.13) および (7.14) 式のように与える。(7.37) 式は拋物型偏微分方程式であるが、適当に変数変換を行なうと (7.12) 式のような形に帰着する。初期および境界条件を考慮し (7.37) 式の解を求めると (付録3 参照)

$$\begin{aligned} \tilde{p}(z, t) = & \frac{z}{2\sqrt{\pi D_p}} \exp \left[\alpha_p z - \beta_p t \right] \\ & \times \int_0^t \frac{p_o(\xi) \exp \left[-\frac{z^2}{4D_p(t-\xi)} + \beta_p \xi \right]}{(t-\xi)^{3/2}} d\xi \end{aligned} \quad (7.38)$$

となる。ただし $\alpha_p = \frac{\mu_p E_0}{2\sqrt{D_p}}$, $\beta_p = \alpha_p^2 + \frac{1}{\tau_p}$ である。

ここでも高周波の場合を考えることにし、接合端での過剰正孔密度を同じく (7.18) 式で与えて、正孔拡散による蓄積電荷量を求めると

$$Q_p = q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \exp(-\beta_p t) \int_0^t \frac{\frac{q V(\xi)}{\varepsilon k T} - 1}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi$$

$$\times \left\{ 1 + \alpha_p \sqrt{\pi} (t - \xi)^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{\alpha_p^2 (t - \xi)} \right\} \varepsilon^{\beta_p \xi} d\xi \quad (7.39)$$

正孔蓄積による等価な容量 C_{dp} は (付録 4 参照)

$$\begin{aligned} C_{dp} = q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \varepsilon^{-\beta_p t} \frac{1}{\frac{dV}{dt}} & \left\{ \frac{\varepsilon^{-\beta_p t}}{\sqrt{t}} \left(\varepsilon^{\frac{qV_0}{kT}} - 1 \right) (1 + \alpha_p \sqrt{\pi t} \varepsilon^{\alpha_p^2 t}) \right. \\ & + \frac{2q}{kT} \int_0^{\sqrt{t}} \frac{\partial V(t - \zeta^2)}{\partial t} (1 + \alpha_p \sqrt{\pi} \zeta \varepsilon^{\alpha_p^2 \zeta^2}) \\ & \left. \times \exp\left(\frac{qV(t - \zeta^2)}{kT} - \beta_p \zeta\right) d\zeta \right\} \quad (7.40) \end{aligned}$$

となる。ただし $\zeta = (t - \xi)^{\frac{1}{2}}$ である。

(7.38) 式の $\tilde{p}(z, t)$, (7.39) 式の Q_p , (7.40) 式の C_{dp} は, $E_o = 0$ すなわち, $\alpha_p = 0$ とすると, 当然ながら階段接合ダイオードの式(7.15), (7.19), (7.20) 式にそれぞれ一致する。

以上は正孔に関してであるが, 他方, 電子が P 領域に拡散したことによる蓄積電荷量 Q_n および等価な拡散容量 C_{dn} は正孔と同様に

$$\begin{aligned} Q_n = q n_p \sqrt{\frac{D_n}{\pi}} \varepsilon^{-\beta_n t} \int_0^t & \frac{\varepsilon^{\frac{qV(\xi)}{kT}} - 1}{(t - \xi)^{\frac{1}{2}}} \\ & \times \left\{ 1 + \alpha_n \sqrt{\pi} (t - \xi)^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{\alpha_n^2 (t - \xi)} \right\} \varepsilon^{\beta_n \xi} d\xi \quad (7.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{dn} = q n_p \sqrt{\frac{D_n}{\pi}} \varepsilon^{-\beta_n t} \frac{1}{\frac{dV}{dt}} & \left\{ \frac{\varepsilon^{-\beta_n t}}{\sqrt{t}} \left(\varepsilon^{\frac{qV_0}{kT}} - 1 \right) (1 + \alpha_n \sqrt{\pi t} \varepsilon^{\alpha_n^2 t}) \right. \\ & + \frac{2q}{kT} \int_0^{\sqrt{t}} \frac{\partial V(t - \zeta^2)}{\partial t} (1 + \alpha_n \sqrt{\pi} \zeta \varepsilon^{\alpha_n^2 \zeta^2}) \\ & \left. \times \exp\left(\frac{qV(t - \zeta^2)}{kT} - \beta_n \zeta\right) d\zeta \right\} \quad (7.42) \end{aligned}$$

で与えられる。ただし $\alpha_n = \frac{\mu_n E_o}{2\sqrt{D_n}}$, $\beta_n = \alpha_n^2 + \frac{1}{\tau_p}$ である。

ダイオード全体に関する少数キャリア拡散による蓄積電荷量は同じく(7.35)式で与えられ、その際(7.39)、(7.41)式を用いればよい。また、等価な全拡散容量は、同じく(7.36)式に(7.40)、(7.42)式を用いて求められる。

7.3.3 ダイオード特性の数値計算

先に得られた諸式を用いて、階段接合ダイオードの場合の種々の値を計算しその特性を求めた。印加電圧は(7.21)式で与えられ、計算に用いた値は $V_o = 1$ [V]、 $\omega/2\pi = 10.5$ [Mc]および35.5 [Mc]である。

少数キャリアによる蓄積電荷量は、単位断面積当たり(7.35)式で与えられるので、接合断面積を S とし、

$$QS = \frac{2qS}{\sqrt{\pi}} \left[p_n \sqrt{D_p} \int_0^{\sqrt{t}} \left\{ \epsilon \frac{qV_o}{kT} \sin \omega(t-\zeta^2) - 1 \right\} \frac{\zeta^2}{\epsilon \tau_p} d\zeta \right. \\ \left. + n_p \sqrt{D_n} \int_0^{\sqrt{t}} \left\{ \epsilon \frac{qV_o}{kT} \sin \omega(t-\zeta^2) - 1 \right\} \frac{\zeta^2}{\epsilon \tau_p} d\zeta \right] \quad (7.43)$$

に従って計算した。また、単位断面積当りの拡散容量は、(7.36)式で与えられたので全体の拡散容量は

$$C_d S = \frac{2q^2 S}{kT \sqrt{\pi} \cos \omega t} \left\{ p_n \sqrt{D_p} \int_0^{\sqrt{t}} \cos \omega(t-\zeta^2) \epsilon \frac{qV_o}{kT} \sin \omega(t-\zeta^2) - \frac{\zeta^2}{\tau_p} d\zeta \right. \\ \left. + n_p \sqrt{D_n} \int_0^{\sqrt{t}} \cos \omega(t-\zeta^2) \epsilon \frac{qV_o}{kT} \sin \omega(t-\zeta^2) d\zeta \right\} \quad (7.44)$$

に従って求めている。

計算に仮定したダイオード定数は

$$\begin{aligned} p_n &= 1 \times 10^8 \text{ [cm}^{-3}\text{]} & \tau_p &= 20 \text{ [ns]} \\ n_p &= 1 \times 10^6 \text{ [cm}^{-3}\text{]} & \tau_n &= 20 \text{ [ns]} \\ D_p &= 13 \text{ [cm}^2\text{/s]} & S &= 5 \times 10^{-6} \text{ [cm}^2\text{]} \\ D_n &= 38 \text{ [cm}^2\text{/s]} \end{aligned}$$

である。

電子計算機KDC-1を用いて得られた結果のうち、蓄積電荷量対電圧特性は図7.2に、⁸⁾拡散容量対電圧特性は図7.3に、また拡散容量対蓄積電荷量の関係は図7.4に示している。図中の Q 、 C_d は全断面積に対する量である。

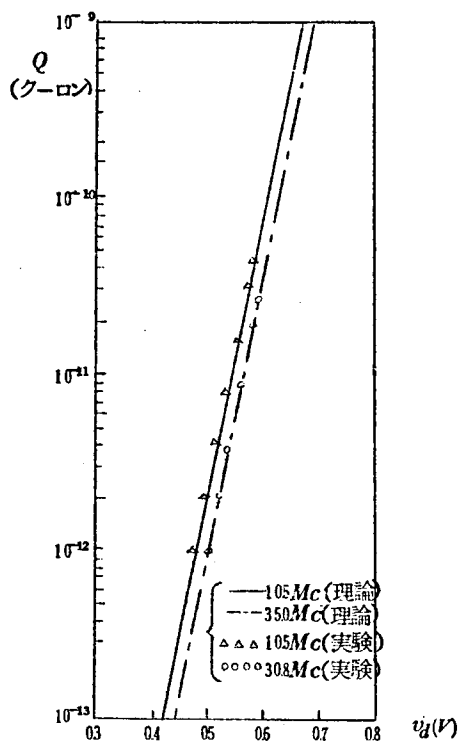


図7.2 蓄積電荷量の電圧に対する特性

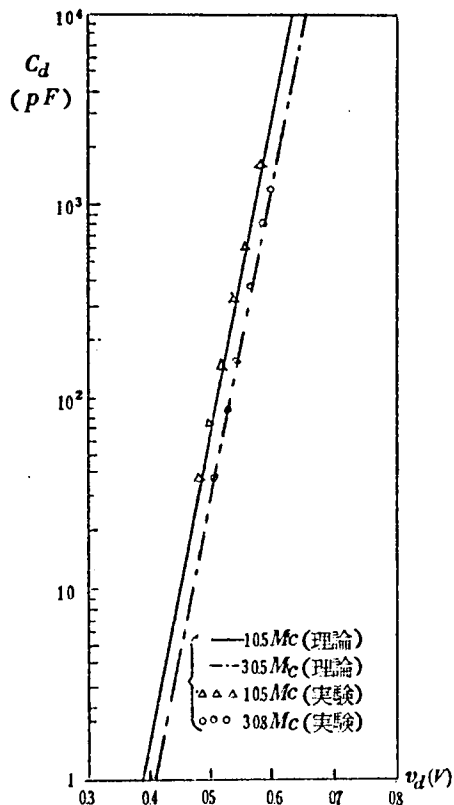


図7.3 拡散容量の電圧に対する特性

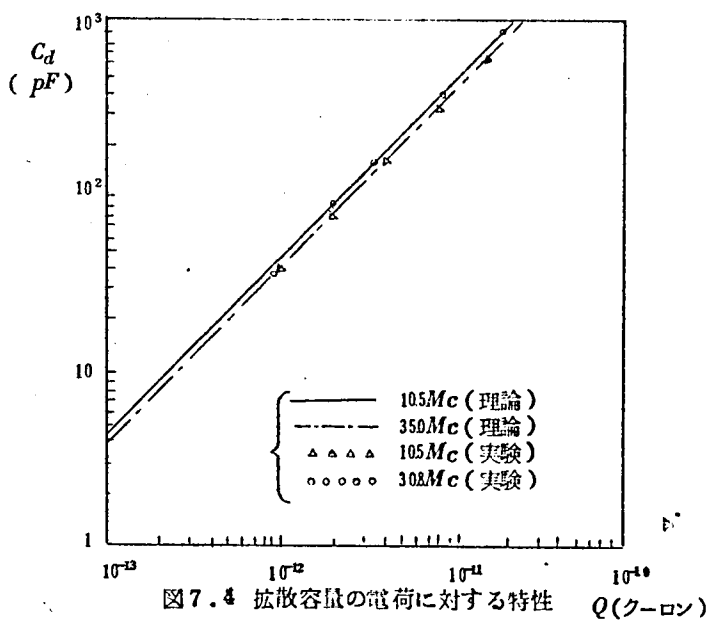


図7.4 拡散容量の電荷に対する特性

これらの結果より

- (i) 蓄積電荷量および拡散容量は $0.4 \sim 0.5 V$ より電圧に対し指数関数的に増加する。
- (ii) 蓄積電荷量に対する拡散容量の関係は直線的である。

ことがわかる。

7.4 実験

7.4.1 高周波動特性の測定法

電荷蓄積を生ずる高周波大信号の場合の変容量ダイオードの特性は動的な特性であり、同一のダイオードでも回路状態、動作条件でその特性は異なる。電荷蓄積効果による周波数乗倍の解析に必要な特性はこの動的な特性であり、実際にダイオードを励振した時の特性である。

本方法は通倍回路に近い回路で被測定ダイオードを励振してその電圧および電流波形を分析し、動的動作条件の下での特性を知ろうとするもので、シンクロスコープの他はブリッジ等の特別な装置を用いていない。

測定回路は図7.5に示す。 C が測定のダイオード、 R_B はバラスト用の抵抗、 R_L はダイオード電流を知るための抵抗である。測定はPC-115-10ダイオードについて行ない、シンクロスコープとしてはサンプル値スコープ(Tectro 6661)を用いた。図7.5のA B間には、ダイオードの電流波形が電圧波形となって出ているので、これをサンプル値スコープで観測し、XY記録器で得る。またBD間はダイオードの電圧波形が出ておりこれも同様にXY記録器で求める。これを幾分模式的に示すと図7.6のように表わされる、同図 $t_b t_d$ 間は

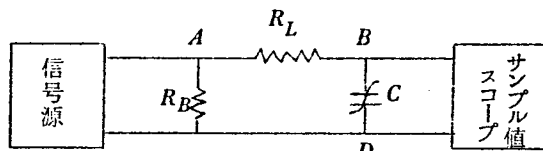


図7.5 ダイオード特性測定回路

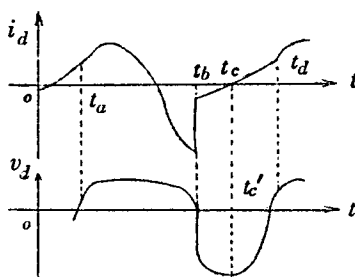


図7.6 ダイオード電流電圧の模式図

ダイオードが逆および小さな順バイアス方向にバイアスされた時、障壁容量 C_{ii} によって流れる電流であり、電流の零の点 t_c と電圧の最小点 t_c' が対応し、これより電圧と電流間の位相関係が定まる。かくして、電圧、電流の大きさおよび位相関係を知れば、 $t_b t_d$ 間の波形を解析することにより逆および小さな順バイアス時のダイオード特性がわかり、また $t_a t_b$ 間の波形を解析することにより電荷蓄積時のダイオード特性がわかる。

波形分析によるダイオード特性の求め方は 7.4, 2 以降に述べるが、このような方法により、ダイオードの容量は逆および小さな順バイアス時には C_{ii} 、電荷注入蓄積時には C_d で代表されることがわかるであろう。

7.4.2 逆および小さな順バイアス時の特性

ダイオード $PC-115-10$ を $1.05Mc$ で励振したときの電圧電流波形は図 7.7 のようになりかなりの電荷蓄積効果が見られる。

このバイアス時において障壁容量 C_{ii} は

$$C = \frac{dQ}{dV} = i_d / \left(\frac{dv_d}{dt} \right) \quad (7.45)$$

を用いて解析すると、 $1.05Mc$ のときは図 7.8 になり、その逆自乗特性は図 7.9 に示すようにほぼ直線になる。この直線を延長し $1/C_{ii}^2$ が零になるときの v_d を求めると $0.71V$ となる。従って、この領域での容量は (7.1) 式を満足し、 $PC-115-10$ は $m=1/2$ 、 $V_\phi=0.71V$ 、 $C'_0 V_\phi^{-1/2}=26.0 \text{ pF}$ の階段接合であることがわかる。同じダイオードを $3.08Mc$ で励振したときのダイオード電圧電流波形は図 7.10 になり、この場合図 7.11 の結果を得る。この場合、 $m=1/2$ 、 $V_\phi=0.7V$ 、 $C'_0 V_\phi=25.8 \text{ pF}$ である。なお SRD ダイオードは傾斜接合の特性に近いことが知られているが^(*) $FD-600$ の電圧電流波形は図 7.12 となり、 $1/C_{ii}^2$ 対電圧特性は図 7.13 に示すよう直線になり、傾斜接合であることを確認することができる。

従って、この逆および小さな順バイアス領域 ($0.3 \sim 0.4V$ 以下) では、ダイオード両端の電圧はほぼ空乏層両端間電圧に等しく、(7.1) 式で与えられる障壁容量が顕著なことが知られているが、本実験および解析法でもこれがかなり正確に成立つことが示された。

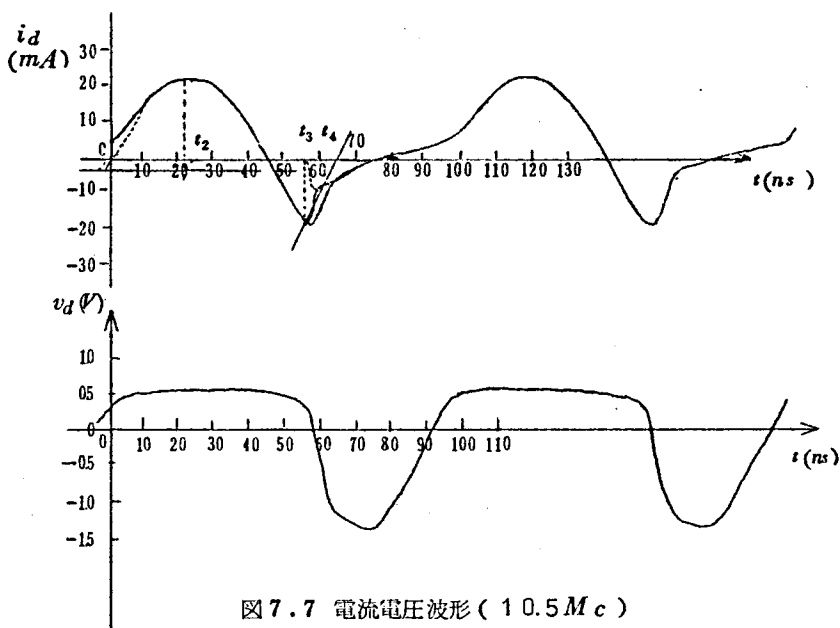


図 7.7 電流電圧波形 (10.5 Mc)

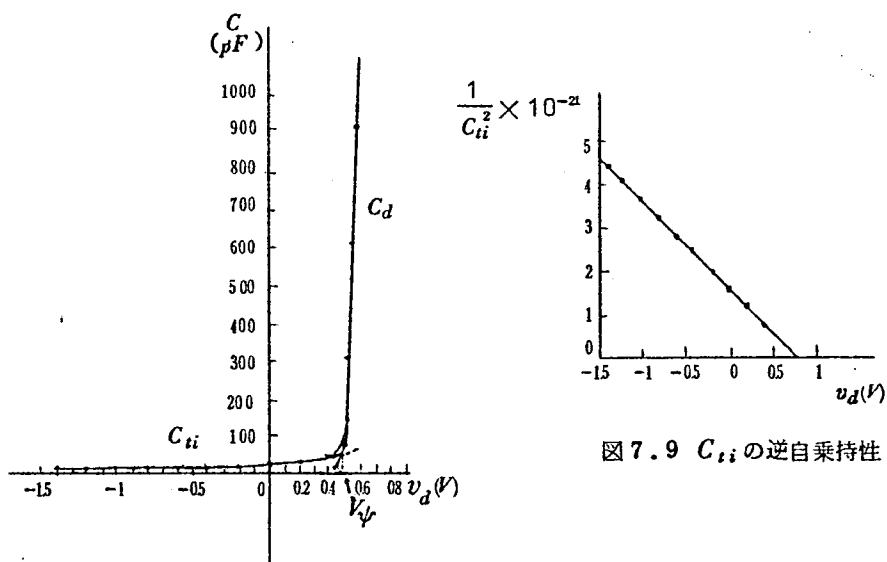


図 7.8 可変容量特性 (10.5 Mc)

図 7.9 C_{ii} の逆自乗特性

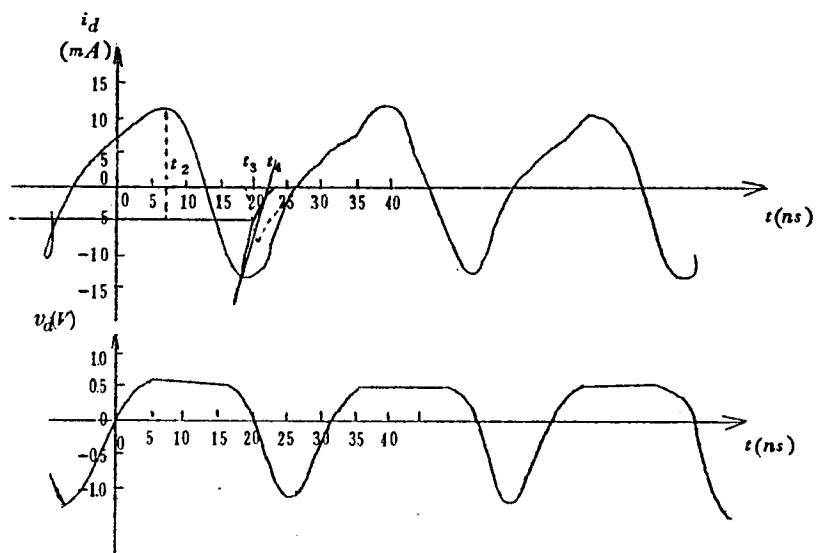


图 7.10 电流电压波形 (3 0.8 Mc)

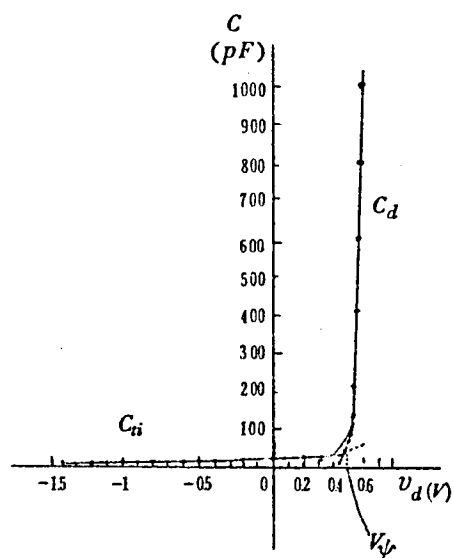


图 7.11 可变容量特性 (3 0.8 Mc)

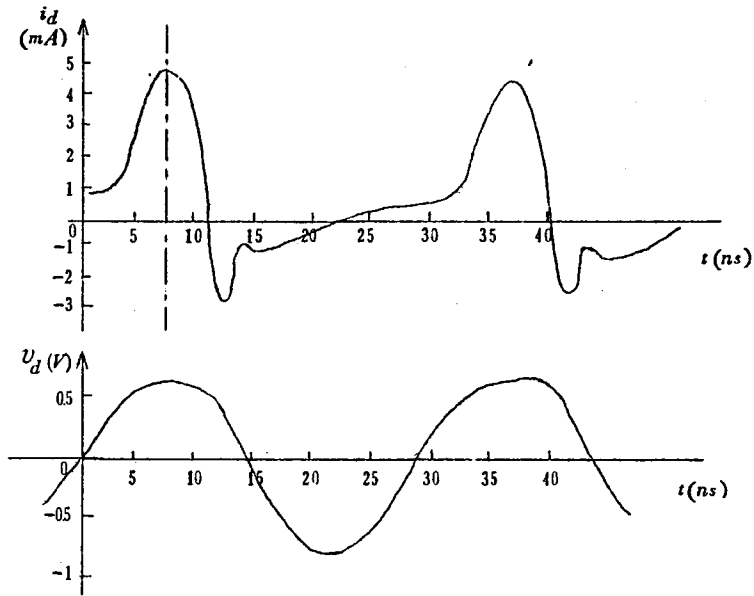


図7.12 電流電圧波形 (FD600)

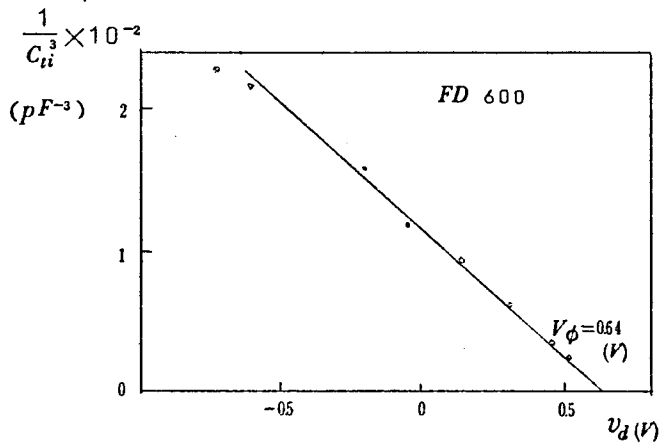


図7.13 C_{ii} の逆三乗特性

7.4.3 電荷蓄積バイアス時の特性

高周波で順バイアス値が $0.5 \sim 0.6 \text{ V}$ 以上になると電荷蓄積現象が顕著になり、定常状態における半導体少数キャリアの振舞は蓄積電荷に対する連続の式

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} = i_d \quad (7.46)$$

に従う。(10)(2)ここに i_d は導通時の観測電流波形, Q は少数キャリア蓄積電荷量, τ は少数キャリアの寿命時間である。(7.46) 式を Q について解くと

$$Q = \epsilon \frac{t}{\tau} \int_0^t \epsilon \frac{\xi}{\tau} i_d(\xi) d\xi \quad (7.47)$$

となり, 電流波形 i_d が得られれば, 直ちに蓄積電荷の式が求められる。

実際のダイオードの観測波形は図 7.14 に示すよう拡散による導通領域と C_{ti} による領域とが, $t_1 \sim t_2$ ($t_5 \sim t_6$) 間, $t_3 \sim t_4$

間において重なっている。従って(7.47) 式に用いる i_d は, これら重なっている領域に関しては C_{ti} による成分を差し引いて考えなければならない。重なっている領域での C_{ti} による成分は, 先に求めた C_{ti} の値と電圧波形から $C_{ti} (dv_d/dt)$ により計算すると点線のようになり, その領域での拡散による成分は鎖線のようになる。かくして, (7.47) 式に用いる i_d の関数形は $t_1 \leq t \leq t_3$ のとき

$$i_d = I_1 \{ \cos(\omega t - \phi) - b \} \quad (7.48)$$

が実測値によく合致し, $t_3 \leq t \leq t_4$ 間は直線

$$i_d = A(t - t_4) \quad (7.49)$$

で近似する。ただし

$$A = \frac{I_1}{t_3 - t_4} \{ \cos(\omega t_3 - \phi) - b \}$$

(7.48) および(7.49) 式に代入し, Q を求めると

$$Q_1 = I_1 \tau \left[b \left(\epsilon \frac{t}{\tau} - 1 \right) + \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \left\{ \cos(\omega t - \phi - r) - \epsilon \frac{t}{\tau} \cos(\phi + r) \right\} \right]$$

$$\text{ただし } r = \tan^{-1} \omega \tau, \dots t_1 \leq t \leq t_3 \quad (7.50)$$

$$Q_2 = \frac{I_1 \tau \epsilon \frac{t}{\tau}}{t_3 - t_4} \left\{ \cos(\omega t_3 - \phi) - b \right\} \left\{ t \epsilon \frac{t}{\tau} - t_4 \epsilon \frac{t}{\tau} - (\tau + t_4) \left(\epsilon \frac{t}{\tau} - \epsilon \frac{t_4}{\tau} \right) \right\}$$

$$\dots t_3 \leq t \leq t_4 \quad (7.51)$$

となる。 Q に対する式は与えられたが, 今 τ の値がわからないので逆に(7.50), (7.

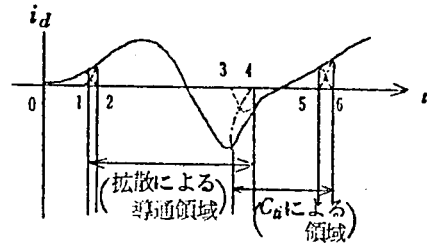


図 7.14 電流波形の構成

51) 式を用い

$$Q_1|_{t_3} = Q_2|_{t_3}, Q_2|_{t_3} = 0 \quad (7.52)$$

の条件を適用すると, τ に関する式

$$\epsilon^{y/x} = \frac{bx^2 + x \sin \phi}{bx^2 - x \sin(y-\phi) + b - \cos(y-\phi)} \quad (7.53)$$

$$+ \frac{1+x^2}{y-z} \{ \cos(y-\phi) - b \} \left\{ x \left(\epsilon^{\frac{z-y}{x}} - 1 \right) + y - z \right\}$$

ただし $x = \omega\tau$, $\phi = \omega t_1$, $y = \omega t_3$, $z = \omega t_4$

が得られる. 表 7.1 は $1.05 Mc$ および $3.08 Mc$ で励振した場合の τ の計算に用いた値 (図 7.7 および図 7.10 参照) および計算で得られた τ の値である. なお寿命時間に関して, *Krakauer* は I_f と I_r から算出する式 (図 7.15 参照)

f	t_1	t_2	t_3	b	τ
$1.05 Mc$	$2.15 ns$	$56.6 ns$	$63.6 ns$	0.15	$2.14 ns$
3.08	6.47	18.8	22.0	0.319	2.18

表 7.1 τ の計算 (電圧励振)

$$x = \omega\tau = \frac{I_r}{I_f} \times 0.876$$

ただし $0 \leq x \leq 0.3$

を与えているので, (7.53) 式を用いて得られる値と比較してみた. その結果, 図 7.12 の SRD の i_d から *Krakauer* の式を用いて計算すると $\alpha = 0.316$ となり, 一方 (7.53) 式によると $\alpha = 0.32$ となり両者はほとんど一致している.

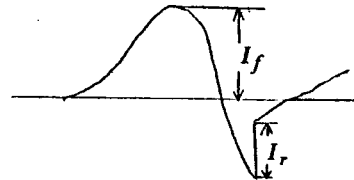


図 7.15 I_f と I_r

つぎに (7.50) および (7.51) 式を用いて蓄積電荷を計算し電圧に対する蓄積電荷の関係を求めると $1.05 Mc$ の場合は図 7.16, $3.08 Mc$ の場合図 7.17 になる. これら $Q-v_d$ 特性には履歴現象が見られるが, これは電圧減少時は増加時と異なり, 電圧が下がり接合面での少数キャリア濃度が減じててもまだ相当数の少数キャリアが PN 領域に拡

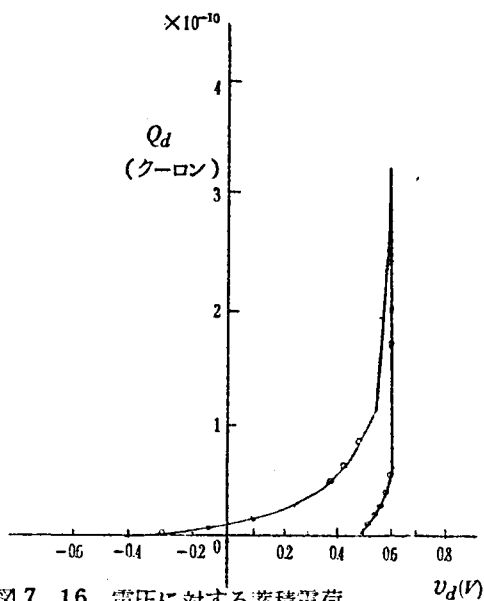


図 7.16 電圧に対する蓄積電荷
(10.5Mc)

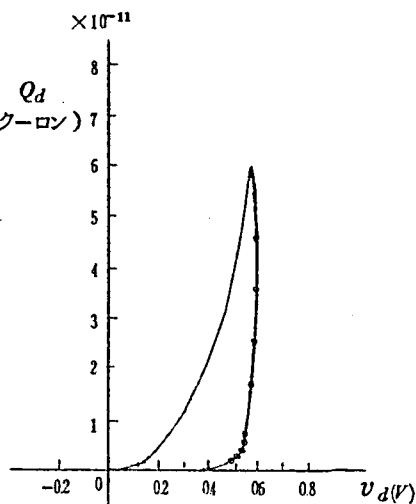


図 7.17 電圧に対する蓄積電荷
(30.8Mc)

散し存在しているためで、理論的にうなづける現象である。拡散容量は、前章と同じ定義

$$C_d = dQ / dv_d$$

に従い、電圧が増加するときの値を求め、 v_d に対する特性を図 7.8 および図 7.11 に重ねて示す。

実験値と理論値の比較のため、 $Q-v_d$ 特性、 C_d-v_d 特性、 C_d-Q 特性の実験値を理論値の図 7.2，図 7.3，図 7.4 に重ねて示した。理論計算に用いたダイオード定数や動作条件が実験における値と幾分異なっているので、絶対量としての比較はできないが、

- (i) $Q-v_d$ および C_d-v_d 特性が指数関数的であり、この程度の周波数では低い方が同じ v_d の値に対し Q も C_d も大きいこと。
- (ii) C_d-Q 特性は一次関数的であり、周波数に対する差異は余りないこと。

等の点で理論値と実験値は一致する傾向を示している。

7.4.4 動的総合特性

$p-n$ 接合可変容量ダイオードの動特性は、実際に電荷蓄積を生ずる高周波大信号でダイオードを励振し、ダイオード電圧および電流波形を分析して求めるが、すでにこれまで

電圧励振形に近い回路で実験し、7.4.2では逆および0.3～0.4 V以下の順バイアス領域の解析を行ない、また7.4.3では0.5～0.6 V以上の順バイアス領域の解析を行なった。

従って動的総合特性は、各バイアス領域における特性を組合せば良く、可変容量は7.4.2における C_{ii} と7.4.3における C_d を組合せたもので、10.5 Mcの場合は図7.8を30.8 Mcの場合は図7.11を全バイアス領域にわたりそのまま総合特性とすることが出来る。蓄積電荷に関しては、少数キャリア蓄積電荷と C_{ii} による電流から求めた空乏層両端部分の空間電荷を組合せ同時に示したもので、10.5 Mcの場合の総合特性は図7.18 30.8 Mcの総合特性は図7.19である。

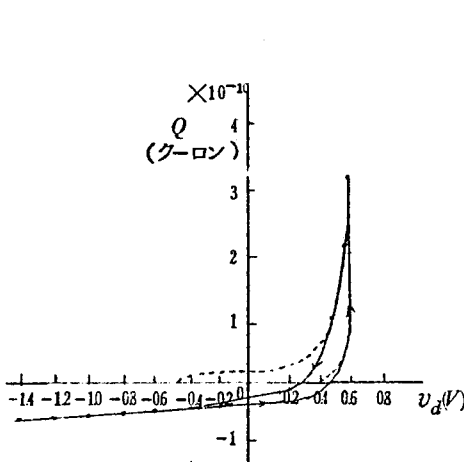


図7.18 電荷の総合特性 (10.5 Mc)

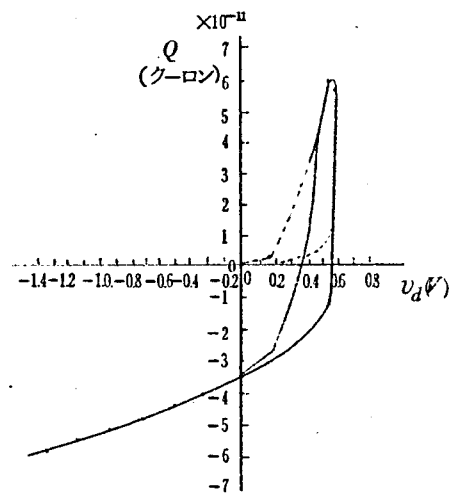


図7.19 電荷の総合特性 (30.8 Mc)

注意すべきは、動的総合特性は、同一のダイオードでも回路状態や動作条件で変わる。換言すれば、特性はダイオードと回路との相互作用で決まることである。従って実験および(7.53)式で得られた寿命時間もその時の状態条件で定まる等価的寿命時間といえる。なお寿命時間が、周囲温度、励振波形、その大きさ、直流バイアス値および蓄積電荷量で変わることは、他の文献⁽⁵⁾にも述べられている。後の便宜のため、 C_{ii} と C_d が交わる時の電圧を立上り電圧 V_{ψ} と呼んでおく。

7.4.5 正弦波電流励振時の特性

図7.20に示すように、測定回路にフィルターを入れ、励振電流を強制的に正弦波にし

たときの動特性も調べた。ダイオード電流および電圧波形は、 $1.10Mc$ の場合図7.21、 $3.20Mc$ の場合図7.22に示している。

諸特性の求め方は、電圧励振時の7.4.2～7.4.4における分析法と同様であるので省略し、結果を示すことにする。

まず、逆バイアス時の容量特性は、ほとんど(7.1)式に帰着することがわかった。つぎに電荷蓄積バイアス時では、寿命時間は、(7.53)式を用いて求めたが、その計算に用いた値および得られた結果は表7.2の通りである。

総合特性としての v_d-Q 特性および $S-Q$ 特性を求めると、 $1.10Mc$ の場合、図7.23および図7.24になり、 $3.20Mc$ の場合図7.25および図7.26になる。この場合の v_d-Q 特性も電荷蓄積を生ずる領域では履歴現象があるが、ここでの $S-Q$ 特性は電荷が増加する場合について求めている。

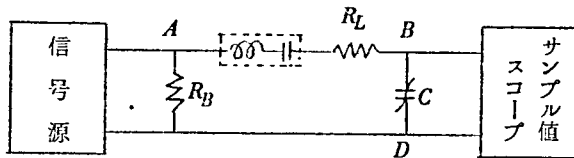


図7.20 測定回路(電流励振)

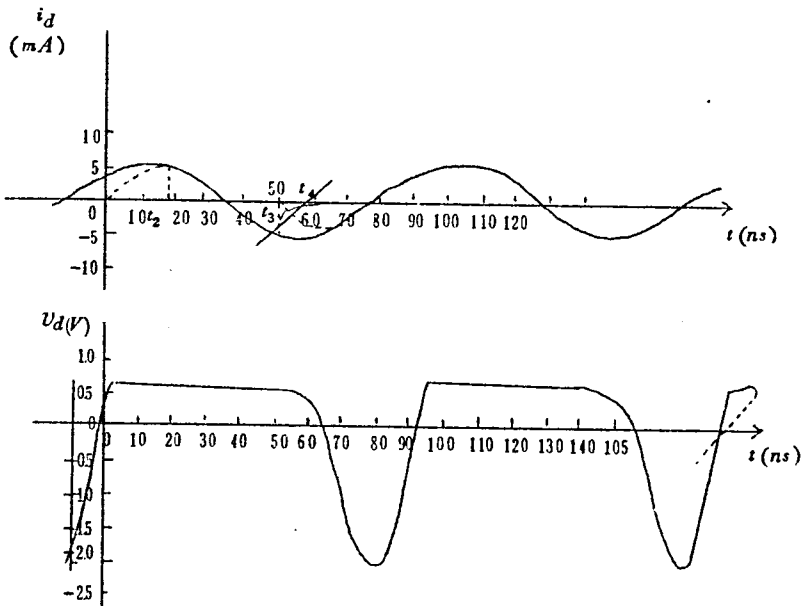


図7.21 ダイオード電流電圧波形(1.10MC)

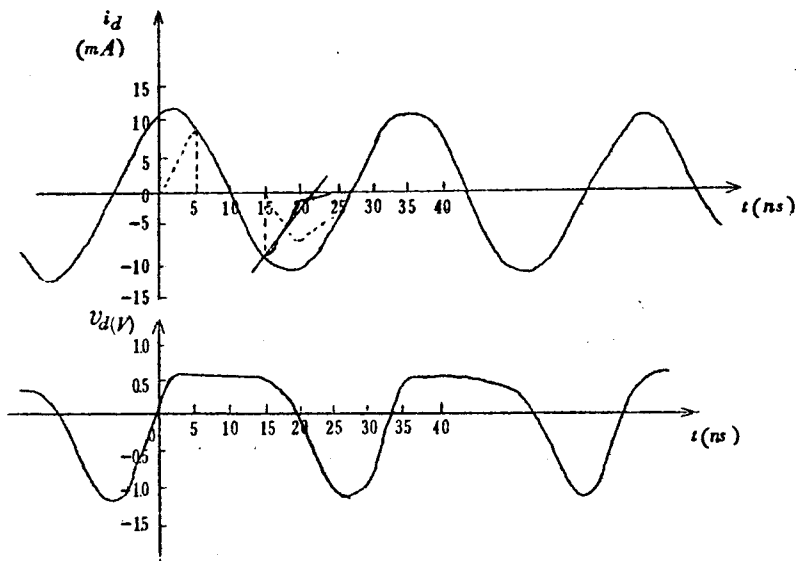


図 7.22 ダイオード電流電圧波形 (32.0Mc)

t_1	t_2	t_3	t_4	b	τ
11.0Mc	16.5 ns	49.5	59.5	0	28.4 ns
32.0	4.8	16.0	23.9	0	23.4

表 7.2 τ の計算 (電流励振)

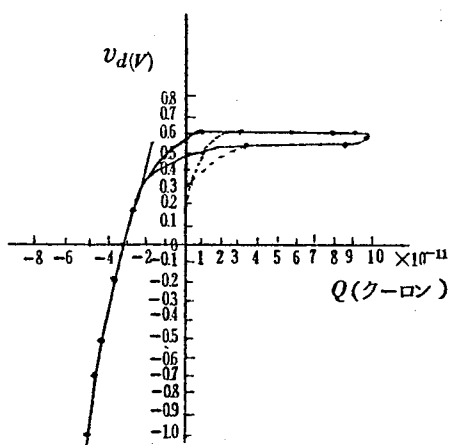


図 7.23 電圧電荷特性
(11.0Mc)

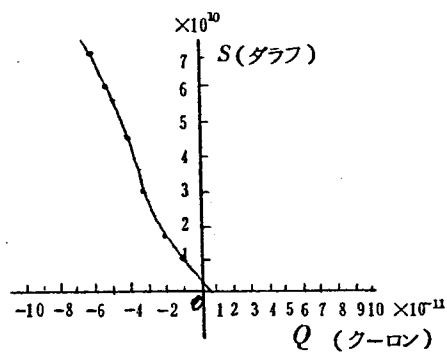


図 7.24 エラストンスの特性
(11.0Mc)

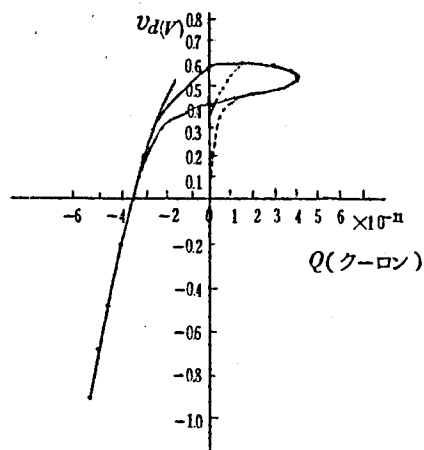


図 7.25 電圧対電荷特性
(32.0 Mc)

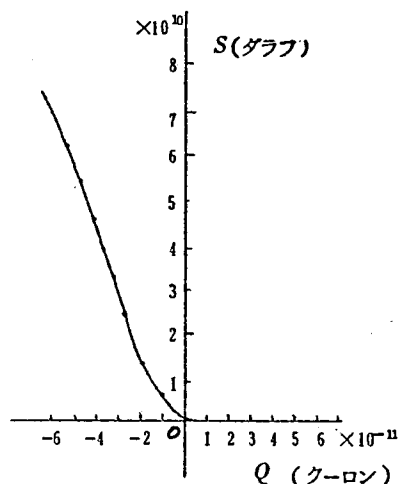


図 7.26 エラスタンスの特性
(32.0 Mc)

7.5 結 言

周波数通倍の機構は二つに分かれ、理論的解析は従来別々に行なわれているが、両者いずれの場合も理論を一層現実的なものにするには可変容量特性を極めたいところである。さらに電荷蓄積を生ずる高周波信号でダイオードを励振し周波数通倍を行なうとき、実際上は障壁容量効果による通倍と電荷蓄積効果による通倍の両機構を含めて解析しなければならぬ場合が多いのでこのためにもダイオードの動特性を考察する必要がある。

本章では、周波数通倍の解析を行なうに際し、さらにダイオード特性を知る必要を痛感し、電荷蓄積を生ずる場合の特性について解析したのであるが、その要点をまとめてみよう。7.2 では可変容量を(7.2)式で定義し(7.3)式のように分類するが、Sah の解析が低周波で、PN領域に電荷蓄積を生じない場合であるのに対し、ここでは高周波で電荷蓄積を生ずる場合であり、実験結果からも判断し可変容量の総合特性は C_{ti} と C_d で表現できることを述べた。

つぎに、具体的な理論値の検討であるが、逆および小さな順バイアス領域での障壁容量はすでに十分討議され、後の実験値にも良く合うので、7.3 では電荷蓄積バイアス領域に着目しこの領域の解析をした。Sah の解析が準静的で $\partial p / \partial t = 0$ としたのに対し、ここでは $\partial p / \partial t \neq 0$ とせず解析し、階段および傾斜接合の場合を論じ、少数キャリア蓄積電荷の式および(7.6)式に基づく拡散容量の式を導出した。さらに具体的電圧波形

に対する諸式を与え、数値計算を行ない実験値と比較のための諸値を求めた。

7.4 は実験であるが、高周波動特性はダイオードと回路との相互作用で決まり、励振波の形、大きさ、周波数等で異なるので実際に励振したときの電圧電流波形を分析して求めるのが良いとし、この方法を採用した。用いたダイオードはかなり低損失の非線形容量であるので、その電圧電流波形からの容量に対する解析は比較的容易であった。周波数逡倍回路は基本的に二つあり、7.4.1～7.4.4 では電圧励振形に近い回路での結果を示し、7.4.5 では電流励振形に近い回路での結果を示した。結果より、前者の場合、

- (i) 逆および小さな順バイアス領域の容量は(7.1)式の障壁容量と一致する。
- (ii) 電荷蓄積領域では $Q-v_d$ および C_d-v_d 特性が理論値と一致する傾向を示す。
- (iii) 可変容量の動的総合特性は C_{ii} と C_d で表現でき、接触電位差より低い立上りから C_d に従い急に立上る。

等がわかった。後者の場合は理論的考察をしていないので理論との比較検討はできないが、これらは電流励振時の解析に役立つ資料を提供していると思われる。

以上、電荷蓄積を生ずる高周波時のダイオードの特性を理論と実験の両面から検討したが、ほぼ満足できる結果が得られたと思う。パラメトリック増巾器においても少数キャリアの蓄積効果が重大な影響を与えることを指摘しているが^(*)、本章は周波数逡倍に限らず可変容量ダイオードを用いた諸装置の研究^(*)の一助になるものと思われる。

第8章 障壁容量および電荷蓄積効果による周波数通倍

8.1 緒 言

先に述べたように，バラクターを用いた周波数通倍の機構は，ダイオードの非直線性のいずれを用いるかにより，障壁容量効果による通倍（パラメトリック通倍）と電荷蓄積効果による通倍に分けることができる．従来の周波数通倍の解析は，信号の振込が接触電位差を越えないときは前者の機構によるとして障壁容量の一般式を用いた解析がなされ，また信号を接触電位差を越えて大きく振込むときは，可変容量は逆バイアスでは零か微小な一定値，順バイアスでは無限大の理想化した特性を用い，その通倍機構は後者によるとして解析されている．

しかし第7章での考察により，このような解析が成立するのは，前者の解析に対しては信号が立上り電圧を越えないときであり，一方後者の解析に対しては信号が十分大きく，用いるダイオードの特性をそのように理想化しても大きな誤差を生じないときであることがわかった．さて一般のバラクターでは立上り電圧を越え信号を順方向に大きく振込んで周波数通倍を行なうときは，実際には電荷蓄積効果ばかりでなく障壁容量効果も考慮して解析しなければならぬ場合が多いので，本章ではこれについて論ずることとする．

この場合解析に用いる可変容量特性としては，電荷蓄積効果を生ずるような高周波動特性でなければならない．実際に周波数通倍が行なわれているときの動特性を知ることは困難なので，ここでは第7章で得られた動特性に基づき，これを幾分理想化して解析する．ここではこのほか，6.2で述べた事項にも留意して解析を行なっている．

- 本章では，まずダイオード直列形通倍回路およびダイオード並列形回路の理論解析を行なった後，数値計算結果に基づいて両通倍回路の比較を論じている．さらにクロスガイド型通倍器を用いた実験結果を述べ，理論値と比較検討している．

8.2 ダイオード直列形通倍回路の理論

8.2.1 直列形回路の方程式

信号をダイオードの順方向に立上り電圧 V_{ψ} を越えて大きく振込み，電荷蓄積効果と共に障壁容量効果も考慮して周波数通倍の解析をしなければならないときは，第7章で得られた容量特性を図8.1のように近似して用いる．すなわち， V_{ψ} は障壁容量 C_{ji} と拡散

容量 C_d が交わる点の電圧であり、容量はこの電圧で垂直に立上り、この電圧より小さいバイアス領域では障壁容量に従うとして論ずることにする。

ダイオード直列形回路は図 6.3 で示される。同調形 n 乗倍の場合、ダイオードの両端子間に印加される電圧 V は時間的変動電圧 v 、直流バイアス電圧を V_b とすると

$$V(t) = v - V_b$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } v &= V_1 \cos \omega t - V_n \cos(n\omega t - \theta_n) \end{aligned} \right\}$$

で与えられる。 V_1 および V_n はそれぞれ基本波および第 n 高調波の電圧振幅、 θ_n は基本波に対する第 n 高調波の位相差を表わす。ここで

$$V_n = V_n / V_1, \quad V_b = V_b / V_1 \quad (8.2)$$

のように V_n および V_b を V_1 で規格化した値、 V_n 、 V_b を用いて (8.1) 式を書き直すと

$$V(t) = V_1 \{ \cos \omega t - V_n \cos(n\omega t - \theta_n) - V_b \} \quad (8.3)$$

となる。

信号電圧がダイオードの立上り電圧より大きくなると、図 8.1 に示すよう、ダイオードの可変容量は無限大になりダイオードのインピーダンスは純がり抵抗 R_s のみとなるので、

$$I(t) = \frac{V_1}{R_s} \{ \cos \omega t - V_n \cos(n\omega t - \theta_n) - V_b \}$$

で与えられる電流がダイオードに流れ、少数キャリアが蓄積される。つぎにこの信号電圧が減少し立上り電圧より小さくなると、今迄容量に蓄積された少数キャリアが外部回路に流出しこの電荷がなくなったとき電流は不連続に零になろうとする。このときより印加電圧および障壁容量 C_{ti} によって定まる電流

$$I(t) = C_{ti} \frac{dV}{dt}$$

が流れ始め、信号電圧が再び立上り電圧より大きくなって拡散電流が流れ始める迄持続する。ここに C_{ti} は前に示したように一般に

$$C_{ti} = C'_0 (V_\phi - V)^{-m} \quad (8.4)$$

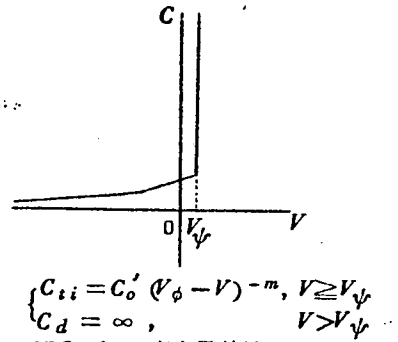


図 8.1 可変容量特性
(ダイオード直列形)

$$(3.1)$$

で与えられる。従ってダイオードに流れる電流を一周期にわたりまとめて示すと

$$I(t) = \frac{V_1}{R_s} \left\{ \begin{aligned} &\cos \omega t - V_n \cos(n\omega t - \theta_n) - V_b \quad , \quad -\alpha_1 < \omega t \leq \beta \\ &-\omega C_{ti} V_1 \{ \sin \omega t - n V_n \sin(n\omega t - \theta_n) \} \quad , \quad \beta \leq \omega t \leq 2\pi - \alpha_1 \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

となり、これを図で示すと図 8.2 のようになる。図における $-\alpha_1$ は明らかに

$$\begin{aligned} &\frac{V_1}{R_s} \{ \cos \alpha_1 - V_n \cos(n\alpha_1 + \theta_n) - V_b \} \\ &= \frac{V_\psi}{R_s} \end{aligned} \quad (8.6)$$

を満足する値である。つぎに α_1 , β 間の関係は、第 6 章と同様にして求められるので、結果だけを示す

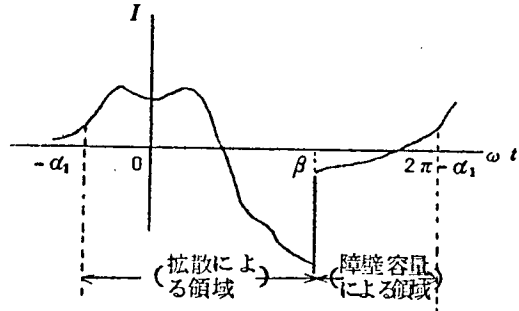


図 8.2 ダイオード電流

$$\begin{aligned} &V_b \left(\epsilon \frac{\beta}{\omega \tau} - \epsilon \frac{\alpha_1}{\omega \tau} \right) + \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \left\{ \cos(\beta - \gamma) - \cos(\alpha_1 + \gamma) - \left(\epsilon \frac{\beta}{\omega \tau} - \epsilon \frac{\alpha_1}{\omega \tau} \right) \cos \gamma \right\} \\ &- \frac{V_n}{\sqrt{1 + n^2 \omega^2 \tau^2}} \left\{ \cos(n\beta - \theta_n - \gamma_n) - \cos(n\alpha_1 + \theta_n + \gamma_n) \right. \\ &\quad \left. - \left(\epsilon \frac{\beta}{\omega \tau} - \epsilon \frac{\alpha_1}{\omega \tau} \right) \cos(\theta_n + \gamma_n) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (8.7)$$

ただし $\gamma = \tan^{-1}(\omega \tau)$, $\gamma_n = \tan^{-1}(n\omega \tau)$

となる。取扱う信号の周波数が高く、少数キャリアの再結合を無視できる場合、(8.7)式は

$$V_b(\beta + \alpha_1) = \sin \beta + \sin \alpha_1 - \frac{V_n}{n} \{ \sin(n\beta - \theta_n) + \sin(n\alpha_1 + \theta_n) \} \quad (8.8)$$

のように簡単になる

図 8.2 に示すような不連続な電流波形は様々な高調波成分を含んでいるので、これを調波分析することにより必要な調波電流が得られる。今基本波成分および第 n 高調波成分をとり出し、それらを $\dot{I}_n$ および $\dot{I}_{n1}$ とすると

$$\dot{I}_n = A_{b1} - jB_{b1} \quad (8.9)$$

$$\dot{I}_{n1} = A_{bn} - jB_{bn} \quad (8.10)$$

で表わされる。ここに A_{b1} , B_{b1} , A_{bn} , B_{bn} は電流の式(8.5)をフーリエ級数に展開し

たときの係数であり，それぞれつぎのように与えられる．（簡単のため $\omega t = x$ と書く）

$$\left. \begin{aligned}
 A_{b1} &= A_{11} + A_{12} \\
 \left(\begin{aligned}
 A_{11} &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos(n x - \theta_n) - V_b \} \cos x \, dx \\
 A_{12} &= -\frac{\omega V_1}{\pi} \int_{\beta}^{2\pi - \alpha_1} C_{ti} \{ \sin x - n V_n \sin(n x - \theta_n) \} \cos x \, dx
 \end{aligned} \right. \\
 B_{b1} &= B_{11} + B_{12} \\
 \left(\begin{aligned}
 B_{11} &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos(n x - \theta_n) - V_b \} \sin x \, dx \\
 B_{12} &= -\frac{\omega V_1}{\pi} \int_{\beta}^{2\pi - \alpha_1} C_{ti} \{ \sin x - n V_n \sin(n x - \theta_n) \} \sin x \, dx
 \end{aligned} \right. \\
 A_{bn} &= A_{n1} + A_{n2} \\
 \left(\begin{aligned}
 A_{n1} &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos(n x - \theta_n) - V_b \} \cos n x \, dx \\
 A_{n2} &= -\frac{\omega V_1}{\pi} \int_{\beta}^{2\pi - \alpha_1} C_{ti} \{ \sin x - n V_n \sin(n x - \theta_n) \} \cos n x \, dx
 \end{aligned} \right. \\
 B_{bn} &= B_{n1} + B_{n2} \\
 \left(\begin{aligned}
 B_{n1} &= \frac{V_1}{\pi R_s} \int_{-\alpha_1}^{\beta} \{ \cos x - V_n \cos(n x - \theta_n) - V_b \} \sin n x \, dx \\
 B_{n2} &= -\frac{\omega V_1}{\pi} \int_{\beta}^{2\pi - \alpha_1} C_{ti} \{ \sin x - n V_n \sin(n x - \theta_n) \} \sin n x \, dx
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right\} (8.11)$$

電荷蓄積効果と共に障壁容量効果を考慮した周波数逡倍における回路方程式は，基本波および第 n 高調波成分電流が(8.9)～(8.11)式で与えられることにより，第6章での解析と同様に考えることができる．逡倍の基本回路を各調波ごとの成分回路に分解すると，前と同じく図8.3に示す回路が得られる． R'_s は第 n 高調波

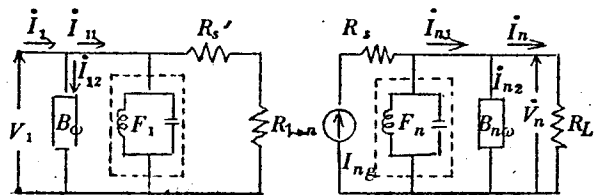


図8.3 調波成分ごとの等価回路

成分を除く全調波成分電流が流れるために生ずるダイオード損失に対する等価な抵抗であり

$$R_s' = \frac{R_s}{I_{11}^2} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_1}^{\beta} I^2 dx - I_{n1}^2 \right) - \frac{V_b}{\pi I_{11}^2} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I dx \quad (8.12)$$

を満足する値である。ここに I_{11} , I_{n1} は $\dot{I}_{11}$, $\dot{I}_{n1}$ の振巾であり

$$\left. \begin{aligned} I_{11} &= \sqrt{A_{b1}^2 + B_{b1}^2} \\ I_{n1} &= \sqrt{A_{bn}^2 + B_{bn}^2} \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

で与えられる。基本波から第 n 高調波への電力変換に等価な抵抗 $R_{1 \rightarrow n}$ は

$$R_{1 \rightarrow n} = \frac{1}{I_{11}^2} (I_{n1}^2 R_s + I_n^2 R_L) \quad (8.14)$$

を満足する。ここに I_n は $\dot{I}_n$ の振巾である。入力端の電流 $\dot{I}_1$ は

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{12} = A_{b1} - jB_{b1} + jB_{\omega} V_1 \quad (8.15)$$

で表わされる。入力端電流と電圧が同相であるには (8.3) (8.15) 式からわかるよう位相回路のサプタンスが

$$B_{\omega} = B_{b1} / V_1 \quad (8.16)$$

を満足すればよく、このとき入力端電流は

$$\dot{I}_1 = I_1 = A_{b1} \quad (8.17)$$

となる。

第 n 高調波の等価回路において、 I_{ng} は第 n 高調波の等価電流源であり、電流 $\dot{I}_{n1}$ は (8.10) 式で与えられる。 $\dot{I}_n$ は $\dot{I}_{n1}$ のうち負荷を流れる電流であるが、負荷は純抵抗 R_L を考えているので $\dot{V}_n$ と同相になり、その関係は

$$\dot{I}_n = \dot{V}_n / R_L \quad (8.18)$$

で与えられる。また $\dot{I}_n$ は

$$\dot{I}_n = \dot{I}_{n1} - jB_{n\omega} \dot{V}_n = A_{bn} - jB_{bn} - jB_{n\omega} V_n \varepsilon - j\theta_n \quad (8.19)$$

で表わされるが、位相回路のサセプタンスを零として解析すると

$$\dot{I}_n = \dot{I}_{n1} = A_{bn} - jB_{bn} \quad (8.20)$$

となる。(このような完全同調の場合に変換能率が最大に近いことが知られている。⁽²⁰⁾)

(8.18) (8.20) 式の実数部虚数部を比べることにより

$$A_{bn} = V_n \cos \theta_n / R_L \quad (8.21)$$

$$B_{bn} = V_n \sin \theta_n / R_L \quad (8.22)$$

なる関係が得られる。これらの式を書き換え (8.2) 式を用いると

$$\theta_n = \tan^{-1} (B_{bn} / A_{bn}) \quad (8.23)$$

$$V_n V_1 = R_L \sqrt{A_{bn}^2 + B_{bn}^2} \quad (8.24)$$

となる。ただし A_{bn} , B_{bn} は (8.11) 式で与えられる。

8.2.2 電力の関係と変換能率

通倍回路に入る入力電力 P_{in} は (8.17) 式を用いると

$$P_{in} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} V_1 \dot{I}_1 dx = \frac{1}{2} V_1 A_{b1} \quad (8.25)$$

となる。第 n 高調波出力電力 P_{out} は (8.18), (8.20) 式を用いて

$$P_{out} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} V_n \dot{I}_n dx = \frac{1}{2} (A_{bn}^2 + B_{bn}^2) R_L \quad (8.26)$$

となる。また全調波の拡がり抵抗によるダイオード損失電力 P_{loss} は

$$P_{loss} = \frac{R_s}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} \dot{I}^2 dx - \frac{V_b}{\pi I_n} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I dx \quad (8.27)$$

で与えられる。これら (8.25) ~ (8.27) 式の間には

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss} \quad (8.28)$$

なる電力保存の関係が成り立っている。(付録5参照)

つぎに変換能率について考えよう。変換能率 η は通倍回路に入る電力 P_{in} に対する負荷抵抗で消費される電力 P_{out} の比と定義すると, (8.24), (8.25), (8.26) 式を用い

$$\eta = \frac{(A_{bn}^2 + B_{bn}^2) R_L}{A_{b1} V_1} = \frac{V_n^2 V_1}{A_{b1} R_L} \quad (8.29)$$

となる。ここに A_{b1} は (8.11) 式で与えられる。

8.2.3 数値計算とその結果

定常状態における基本波電圧の振幅 V_1 , 周波数 $\omega/2\pi$, 負荷抵抗 R_L , 直流バイアス電圧の基本波電圧に対する割合 V_b を与えたときの入力, 出力電力, 変換能率等の回路状態を知るためには, それらを計算するのに必要な種々の値 α_1 , β , V_n , θ_n を先に求めておかねばならない。これらの未知数を求めるためすでに得られた関係式を再び列挙すると,

つぎのような4元連立の超越方程式になる。

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 - V_n \cos(n\alpha_1 + \theta_n) - V_b &= V_\psi / V_1 \\ V_n(\beta + \alpha_1) &= \sin \beta + \sin \alpha_1 - \frac{V_n}{n} \{ \sin(n\beta - \theta_n) + \sin(n\alpha_1 + \theta_n) \} \\ \theta_n &= \tan^{-1}(B_{bn}/A_{bn}) \\ V_n V_1 &= \sqrt{A_{bn}^2 + B_{bn}^2} R_L \end{aligned} \right\} (8.30)$$

ここに A_{bn} , B_{bn} は(8.11)式で与えられるものである。

方程式(8.30)は、第6章におけるのと同様に電子計算機を用いて数値計算を行なうことができる。ここでは基本波周波数 4000Mc の2通倍について計算をした。用いたダイオード定数は日本電気製 $GSB-1$ に対する値

$$V_\phi = 0.6 \text{ [V]}, \quad m = 1/2, \quad C'_0 = 0.173 \times 10^{-12}$$

$$R_s = 4 \text{ [}\Omega\text{]}, \quad V_B \text{ (破壊電圧)} = -6 \text{ [V]}$$

であり、 V_ψ は第7章における考察に従い $V_\psi = 0.5 \text{ [V]}$ としている。

得られた理論特性を図8.4～図8.8に示す。図8.4は $V_b = 1.5\text{V}$ のときの変換率の負荷抵抗に対する特性である。図8.5は直流バイアス電圧を固定し、基本波電圧振巾をパラメータにしたときの変換率の入力電力に対する特性であり、一例として $V_b = 1.5\text{V}$ の場合を示した。 V_1 一定の各曲線は、負荷抵抗を変えて得られ、これら V_1 一定の曲線群の各最大値を連ねてできた曲線(点線)は、入力電力とバイアス電圧が与えられたとき、負荷抵抗を最適値に

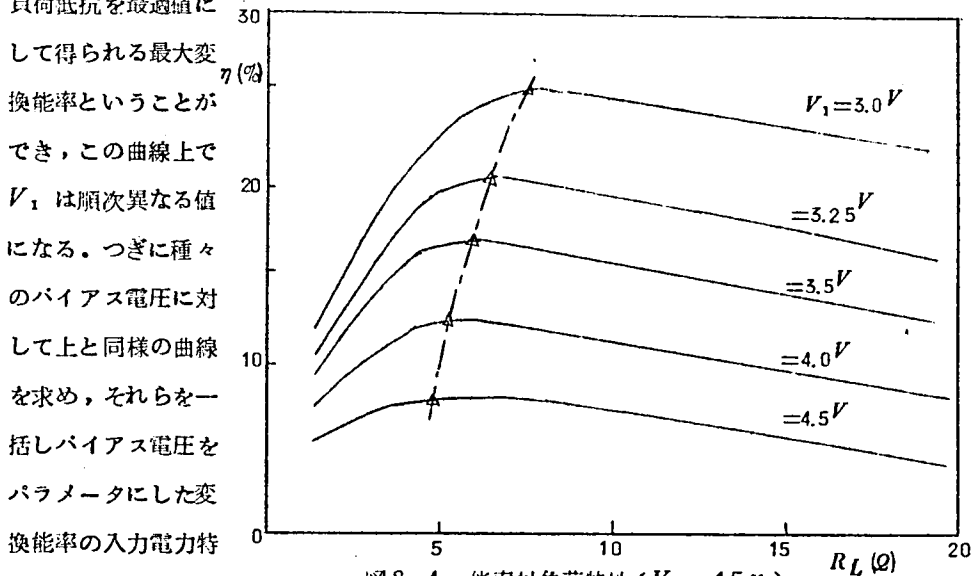


図8.4 能率対負荷特性 ($V_b = 1.5\text{V}$)

性が図8.6である。図8.6の変換能率の値は与えられた入力電力、バイアス電圧に対して得られる最大値といえる。図8.7は入力電力をパラメータにしたときの変換能率のバイアス電圧特性である。図よりバイアス電圧の変化が能率に著しい影響を与えることがわかる。

図8.8は入力抵抗 $R_{in} = (V_1^2 / 2 P_{in})$ の入力電力に対する特性である。

マイクロ波立体回路通倍器では、基本波および第 n 高調波の電圧振巾、負荷抵抗の絶対量を知ることはできないが、入力、出力電力、変換能率、直流バイアス電圧は測定可能であり、これらの理論値は実験値と比較することが出来る。これについては8.5 で論ずることにしよう。

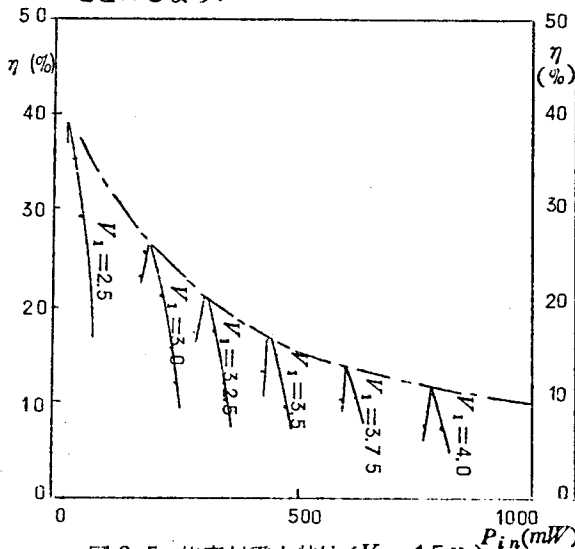


図8.5 能率対電力特性 ($V_b = 1.5V$)

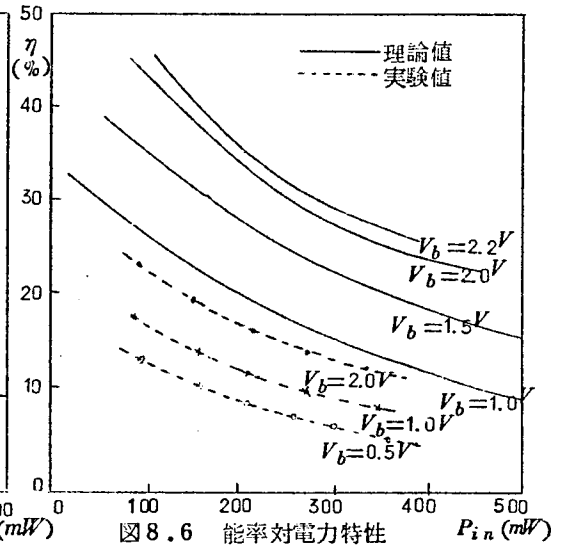


図8.6 能率対電力特性

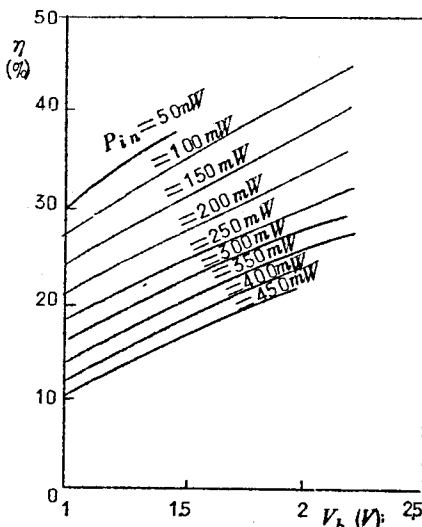


図8.7 能率対バイアス特性

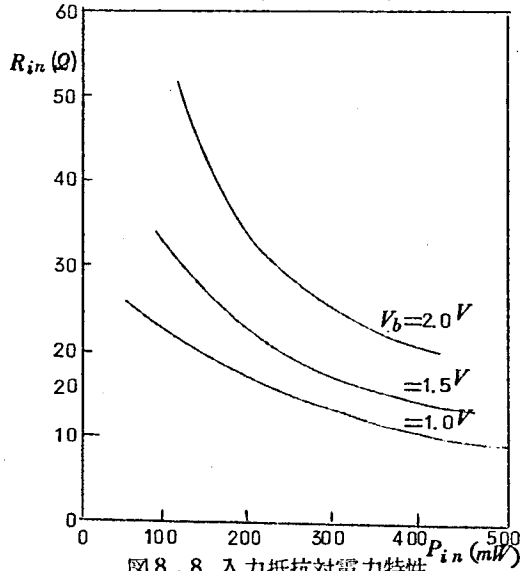


図8.8 入力抵抗対電力特性

8.3 ダイオード並列形通倍回路の理論

8.3.1 並列形回路の方程式

並列形通倍回路の理論解析には、第7章での考察に従い、図8.9の可変容量特性を用いることにする。ダイオード並列形回路は図6.9.

に示すものであり、ここでも同調回路 F_1' および F_n' は理想フィルターでそれぞれ基本波および第 n 高調波以外の調波を阻止するものとする、外部から可変容量 C に加えられる電荷 Q は

$$Q(t) = Q_1 \cos \omega t + Q_n \cos(n\omega t - \theta_n') + Q_b \quad (8.31)$$

で表わされる。ここに Q_1 は基本波電荷の振巾、 Q_n は第 n 高調波電荷の振巾、 Q_b は直流

バイアス成分であり、 θ_n' は第 n 高調波の基本波に対する位相差である。可変容量は図8.

9に示したように

$$C = \begin{cases} C_{ti} = C_o'^{\frac{1}{1-m}} \{ (1-m)(Q_\phi - Q) \}^{\frac{m}{1-m}}, & Q \leq Q_\psi \\ C_d = +\infty, & Q \geq Q_\psi \end{cases} \quad (8.32)$$

であるので、可変容量の両端子間電圧 V_c は、 Q が Q_ψ より小さいときは(7.1)式より

$$V_c = - \left\{ \frac{1-m}{C_o'} (Q_\phi - Q) \right\}^{\frac{1}{1-m}} + V_\phi$$

となり、 Q が Q_ψ より大きいときは立上り電圧に固定される。従って(8.31)式のような電流励振を行なうときの可変容量端子間の電圧を一周期にわたって示すと、

$$V_c(t) = \begin{cases} V_\psi, & -\alpha' \leq \omega t \leq \beta' \\ - \left\{ \frac{1-m}{C_o'} (Q_\phi - Q) \right\}^{\frac{1}{1-m}} + V_\phi, & \beta' \leq \omega t \leq 2\pi - \alpha' \end{cases} \quad (8.33)$$

となる。 $-\alpha'$ および β' は

$$Q(-\alpha') = Q(\beta') = Q_\psi \quad \text{ただし } \alpha' < \beta' \quad (8.34)$$

を満足する値である。以上の考察より(8.31)式の $Q(t)$ 、(8.33)式の $V_c(t)$ を模式

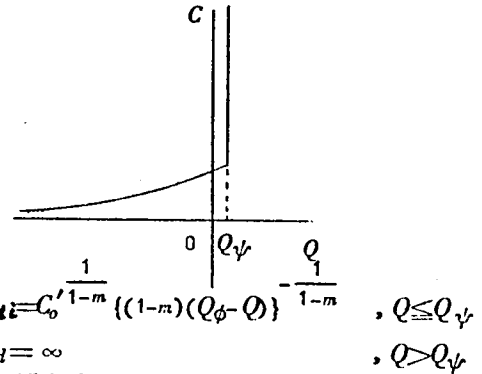


図8.9 可変容量特性(ダイオード並列形)

的に示すと図8.10になる。一方拡がり抵抗 R_s を流れる電流 I は

$$\left. \begin{aligned} I(t) &= \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} \\ -\alpha' \leq \omega t \leq \beta' \\ I(t) &= \frac{dQ}{dt} \\ \beta' \leq \omega t \leq 2\pi - \alpha' \end{aligned} \right\} \quad (8.35)$$

となるが、前節と同様ここでも取扱う信号の周波数が高く、その周期が少数キャリアの寿命時間に比べ十分小さい場合を考えると再結合が無視できるので、(8.35)式に示した電流は一

周期にわたり

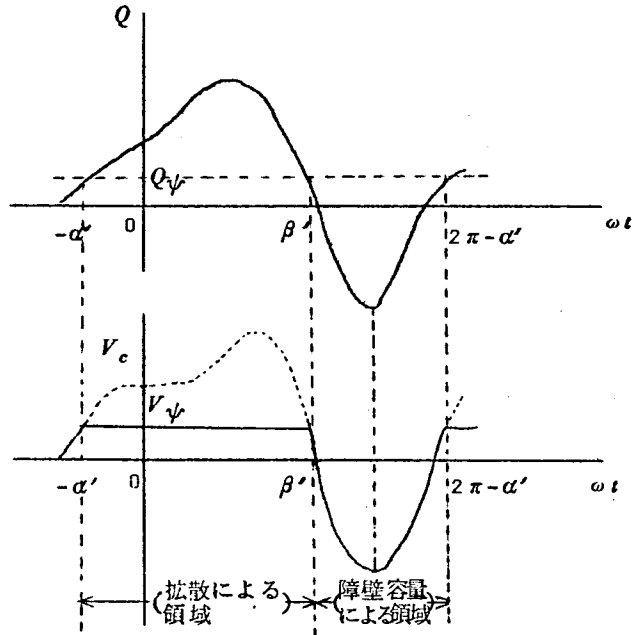


図8.10 電荷および電圧波形

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -\omega \{ Q_1 \sin \omega t + n Q_n \sin(n\omega t - \theta'_n) \} \quad (8.36)$$

として解析する。このとき拡がり抵抗の両端子間に発生する電圧 V_s は

$$V_s = R_s I = -\omega R_s \{ \theta_1 \sin \omega t + n \theta_n \sin(n\omega t - \theta'_n) \} \quad (8.37)$$

で表わされる。

図8.10に示す不連続な電圧波形は各種調波成分を含んでおり、これをフーリエ級数に展開して調波分析すれば、同調形逡倍の解析に必要な基本波成分 $\dot{V}_{c1}$ および第 n 高調波成分 $\dot{V}_{cn}$ が得られる。すなわち基本波成分は

$$\dot{V}_{c1} = A_{b1}' - jB_{b1}' \quad (8.38)$$

第 n 高調波成分は

$$\dot{V}_{cn} = A_{bn}' - jB_{bn}' \quad (8.39)$$

となる。ここに A_{b1}' 、 B_{b1}' 、 A_{bn}' 、 B_{bn}' は電圧の式(8.33)をフーリエ級数に展開したときの係数であり、それぞれつぎのように与えられる。(簡単のため $\omega t = \pi$ とする)

$$A_{b1}' = A_{11}' + A_{12}'$$

$$\left(\begin{aligned} A_{11}' &= \frac{V_{\psi}}{\pi} \int_{-\alpha'}^{\beta'} \cos x dx \\ A_{12}' &= \frac{V_{\phi}}{\pi} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} \cos x dx - \frac{1}{\pi} \left(\frac{1-m}{C_o'} \right)^{\frac{1}{1-m}} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} (Q_{\phi} - Q)^{\frac{1}{1-m}} \cos x dx \end{aligned} \right.$$

$$B_{b1}' = B_{11}' + B_{12}'$$

$$\left(\begin{aligned} B_{11}' &= \frac{V_{\psi}}{\pi} \int_{-\alpha'}^{\beta'} \sin x dx \\ B_{12}' &= \frac{V_{\phi}}{\pi} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} \sin x dx - \frac{1}{\pi} \left(\frac{1-m}{C_o'} \right)^{\frac{1}{1-m}} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} (Q_{\phi} - Q)^{\frac{1}{1-m}} \sin x dx \end{aligned} \right. \quad (8.40)$$

$$A_{bn}' = A_{n1}' + A_{n2}'$$

$$\left(\begin{aligned} A_{n1}' &= \frac{V_{\psi}}{\pi} \int_{-\alpha'}^{\beta'} \cos nx dx \\ A_{n2}' &= \frac{V_{\phi}}{\pi} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} \cos nx dx - \frac{1}{\pi} \left(\frac{1-m}{C_o'} \right)^{\frac{1}{1-m}} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} (Q_{\phi} - Q)^{\frac{1}{1-m}} \cos nx dx \end{aligned} \right.$$

$$B_{bn}' = B_{n1}' + B_{n2}'$$

$$\left(\begin{aligned} B_{n1}' &= \frac{V_{\psi}}{\pi} \int_{-\alpha'}^{\beta'} \sin nx dx \\ B_{n2}' &= \frac{V_{\phi}}{\pi} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} \sin nx dx - \frac{1}{\pi} \left(\frac{1-m}{C_o'} \right)^{\frac{1}{1-m}} \int_{\beta'}^{2\pi-\alpha'} (Q_{\phi} - Q)^{\frac{1}{1-m}} \sin nx dx \end{aligned} \right.$$

ここで可変容量をその両端に発生する電圧に置きかえ、基本波および第 n 高調波の成分回路に分解して示すと図 8.11 のようになる。なお図 8.11 には、図 6.9 の原

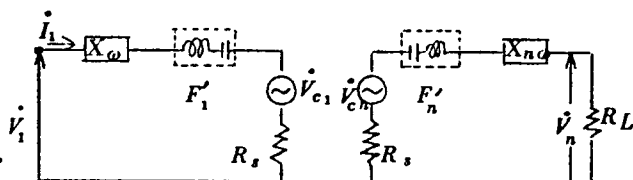


図 8.11 調波成分ごとの等価回路

理的回路に含めてない位相回路 $X_\omega, X_{n\omega}$ を含めて示している。図の左側の基本波に対する等価回路において $\dot{V}$ と $\dot{I}$ は必ずしも同相ではないので、ここでも同相にすることを考えよう。電荷 Q の基本波成分 $\dot{Q}_1$ を基準ベクトルに選ぶと、入力電流 $\dot{I}_1$ は

$$\dot{I}_1 = j\omega Q_1 \quad (8.41)$$

となる。入力端の電圧 $\dot{V}_1$ は位相回路のリアクタンスを X_ω とすると、図から明らかなように

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= jX_\omega \dot{I}_1 + R_s \dot{I}_1 + \dot{V}_{b1} \\ &= A_{b1}' - \omega X_\omega Q_1 + j(\omega R_s Q_1 - B_{b1}') \end{aligned} \quad (8.42)$$

の関係で示される。 $\dot{I}_1$ と $\dot{V}_1$ が同相になるには(8.41)、(8.42)式からわかるよう

$$X_\omega = A_{b1}' / \omega Q_1 \quad (8.43)$$

となるよう X_ω を決めればよい。従ってこのとき(8.42)式の $\dot{V}_1$ は

$$\dot{V}_1 = j(\omega R_s Q_1 - B_{b1}') = \dot{I}_1 R_s - jB_{b1}' \quad (8.44)$$

となる。

つぎに、図8.11の右側の第 n 高調波回路について考えてみよう。電流 $\dot{I}_n$ は

$$\begin{aligned} \dot{I}_n &= jn\omega \dot{Q}_n = jn\omega Q_n e^{-j\theta_n'} \\ &= n\omega Q_n \sin\theta_n' + jn\omega Q_n \cos\theta_n' \end{aligned} \quad (8.45)$$

で表わされる。出力端に発生する電圧 $\dot{V}_n$ は位相回路のリアクタンスを $X_{n\omega}$ とすれば

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_{cn} - jX_{n\omega} \dot{I}_n - R_s \dot{I}_n \\ &= n\omega Q_n (X_{n\omega} \cos\theta_n' - R_s \sin\theta_n') + A_{bn}' \\ &\quad - j \{ n\omega Q_n (X_{n\omega} \sin\theta_n' + R_s \cos\theta_n') + B_{bn}' \} \end{aligned} \quad (8.46)$$

の関係で示されるが、ここでの解析は、前章と同様に $X_{n\omega} = 0$ の完全同調について行なうものとする(8.46)式は

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= A_{bn}' - n\omega Q_n R_s \sin\theta_n' \\ &\quad - j(n\omega Q_n R_s \cos\theta_n' + B_{bn}') \end{aligned} \quad (8.47)$$

となる。いま、負荷としてはリアクタンス分がなく、純抵抗 R_L' を考えることにすると $\dot{V}_n$ と $\dot{I}_n$ は同相であり

$$\dot{V}_n = R_L' \dot{I}_n = n\omega Q_n R_L' \sin\theta_n' + jn\omega Q_n R_L' \cos\theta_n' \quad (8.48)$$

の関係を満足する。従って(8.47)および(8.48)式の実数部、虚数部を比べることにより

$$\left. \begin{aligned} n\omega Q_n (R_L' + R_s) \sin\theta_n' &= A_{bn}' \\ n\omega Q_n (R_L' + R_s) \cos\theta_n' &= B_{bn}' \end{aligned} \right\} \quad (8.49)$$

が得られる。ここに A_{bn}' および B_{bn}' は (8.40) 式で与えられるものである。

8.3.2 電力の関係と変換効率

入力電力 P_{in}' は、(8.41)、(8.44) 式を用い

$$P_{in}' = \frac{1}{2} \dot{V}_1 \dot{I}_1^* = \frac{1}{2} I_1^2 R_s + \frac{1}{2} \omega Q_1 (-B_{b1}') \quad (8.50)$$

となる。右辺第1項は、基本波におけるダイオード損失を表わす。第2項は後に述べるように基本波から第 n 高調波への変換電力を表わすものである。また出力電力 P_{out}' は (8.45)、(8.48) 式を用いることにより

$$P_{out}' = \frac{1}{2} \dot{V}_n \dot{I}_n^* = \frac{1}{2} (n\omega Q_n)^2 R_L' \quad (8.51)$$

となる。

可変容量両端間の電圧 V_c とそこに流れる電流 I とが実効電力を構成せずに

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_c I dx = 0 \quad (8.52)$$

の関係が成立つことは第6章と同様に証明できるので省くことにする。(8.52) 式の左辺に (8.33)、(8.36)、(8.40)、(8.49) 式を用いると

$$-\frac{1}{2} \omega Q_1 B_{bn}' = \frac{1}{2} (n\omega Q_n)^2 (R_L' + R_s) \quad (8.53)$$

の関係が得られる。(8.53) 式の右辺は第 n 高調波の出力電力および第 n 高調波におけるダイオード損失を表わしている。従って、この式より (8.50) 式の右辺第2項は、第 n 高調波への変換電力に等価なものであること、また B_{b1}' は常に負の値であることが明らかとなる。かくして、これらの結果より、以上の諸式は電力保存の関係を満足していることがわかる。なお電力変換に対する等価な抵抗 $R_{1 \rightarrow n}'$ は (8.41)、(8.50) 式より、直ちに得られ

$$R_{1 \rightarrow n}' = -\frac{B_{b1}'}{\omega Q_1} \quad (8.54)$$

となる。

効率 η' は、同じく通倍回路に実際に入った電力 P_{in}' に対する負荷抵抗で消費される電力 P_{out}' の比で表わすものとする、(8.50)、(8.51)、(8.53) 式を用いて

$$\eta' = \frac{P_{out'}}{P_{in'}} = \frac{n^2 Q_n^2 R_L'}{(Q^2 + n^2 Q_n^2) R_s + n^2 Q_n^2 R_L'} \quad (8.55)$$

で与えられる。

8.3.3 数値計算とその結果

通倍次数 n , 基本波周波数 $\omega/2\pi$, 負荷抵抗 R_L' , 定常状態における基本波電荷振巾 Q_1 および固定バイアス電荷 Q_b が与えられたときの入力電力, 出力電力, 変換能率, 入力抵抗などを求めるには, 予めそれらを計算するのに必要な種々の値 α' , β' , Q_n , θ_n' を求めておかねばならない。これら4つの未知数を求めるための関係式を再び列挙すると直列形回路のときと同様, つぎの4元連立の超越方程式になる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 \cos \alpha' + Q_n \cos(n\alpha' + \theta_n') + Q_b &= Q_\psi \\ Q_1 \cos \beta' + Q_n \cos(n\beta' - \theta_n') + Q_b &= Q_\psi \\ n\omega Q_n (R_L' + R_s) \sin \theta_n' &= A'_{bn} \\ n\omega Q_n (R_L' + R_s) \cos \theta_n' &= B'_{bn} \end{aligned} \right\} \quad (8.56)$$

ここに, α' , β' は $-\alpha' < \beta'$ であり, また A'_{bn} , B'_{bn} は (8.40) 式で与えられる。

数値計算に用いた値は, ダイオード直列形回路で用いた値と同じく

$$n=2, \omega/2\pi=4000 \text{ [Mc]}, m=1/2, V_\phi=0.6 \text{ [V]}$$

$$V_\psi=0.5 \text{ [V]}, V_B=-6 \text{ [V]}, R_s=4 \text{ [\Omega]}, C_o'=0.173 \times 10^{-12}$$

$$Q_\phi=0.268 \times 10^{-12} \text{ [C]}, Q_\psi=0.1586 \times 10^{-12} \text{ [C]}$$

とした。ここに Q_ϕ , Q_ψ はそれぞれ V_ϕ , V_ψ に対する Q の値であり, 障壁容量の一般式 (8.4) より得られる式

$$\left. \begin{aligned} Q &= -\frac{C_o'}{1-m} (V_\phi - V)^{1-m} + Q_\phi \\ \text{ただし } Q_\phi &= \frac{C_o'}{1-m} V_\phi^{1-m} \end{aligned} \right\} \quad (8.57)$$

によって求めた値である。

ダイオード定数 m , R_s , C_o' , V_ϕ , V_ψ および動作条件や回路定数 n , ω , Q_b , Q_1 , R_L' が与えられたとき, ダイオード直列形回路の場合と同様 (8.55) , (8.56) 式により電子計算機を用いて解く。得られた結果は図 8.12 ~ 図 8.14 に示す。

まず, バイアス電荷 Q_b を固定し, Q をパラメータにして η' の R_L' 特性を求めた。一例として

$Q_b=0$ の場合の特性を図 8.12 に示す。これより最適負荷が存在することがわかる。一方同じく Q_b を固定し、 Q_1 をパラメータにした P_{in}' の R_L' 特性を求め、一例として $Q_b=0$ の場合を図 8.13 に示している。この 2 つの図より最適負荷抵抗に対する η' の P_{in}' 特性を求めることができる。図 8.14 は、このようにして得られたもので様々な Q_b のとき $\eta' - P_{in}'$ 特性を与えている。これより破壊電圧を越えない範囲で入力電力が増加すると変換効率も増加することがわかる。

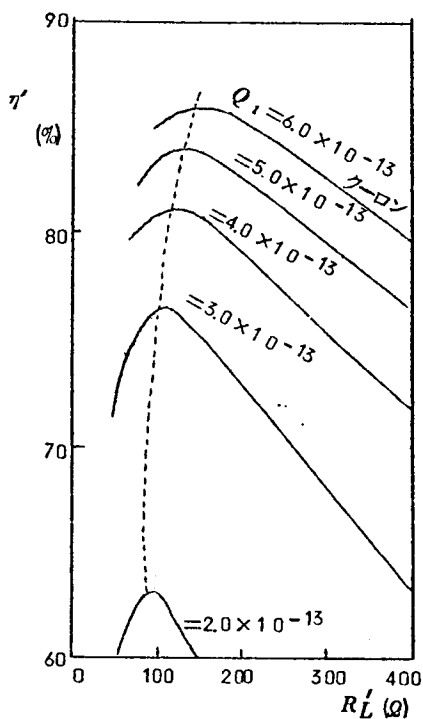


図 8.12 能率対負荷特性
($Q_b=0$ クローン)

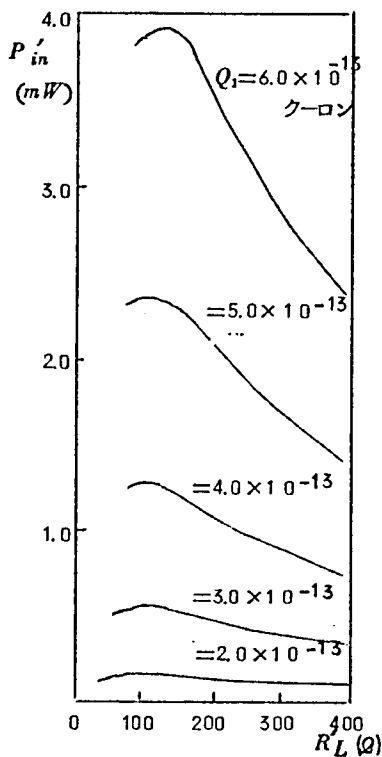


図 8.13 入力対負荷特性
($Q_b=0$ クローン)

8.4 兩回路に対する計算結果の比較

8.2.3 で得られたダイオード直列形通倍回路の計算結果と、8.3.3 で得られたダイオード並列形通倍回路の計算結果を比較検討する。

8.4.1 入力電力

通倍回路の許容入力電力は、直流バイアスがある値に達したときダイオードの破壊電圧

で規定されるものとし、^{最大値}能率最大時の入力電力を比較すると、両逡倍回路ではその値が相当異なる。すなわちダイオード直列形逡倍回路に対しては、図8.6に示すよう数百ミリワットの入力が可能であるが、ダイオード並列形回路に対しては図8.14に示すよう数ミリワットの入力しか可能でない。

まず、ダイオード並列形回路の場合、パラメトリック逡倍における許容入力電力および能率の算出式をLeonard⁽²⁸⁾およびBurckhardt⁽²⁹⁾が与えているので、これらの式により本章でのダイオード定数を用いて計算すると

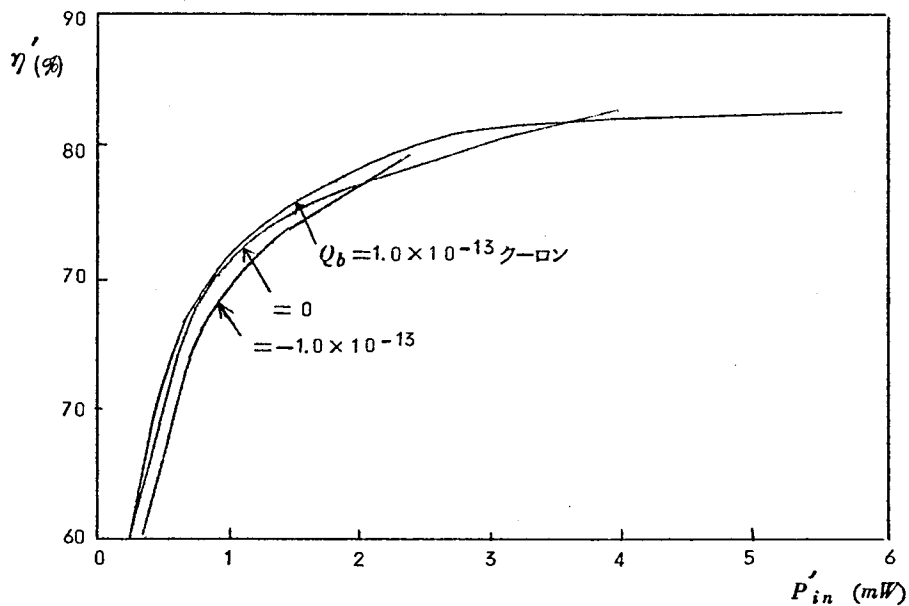


図8.14 能率対入力電力特性

Leonard $P_{in}', max = 2.248 mW$ $\eta' = 86.83 \%$

Burckhardt $2.06 mW$ 89.5%

となる。これらは信号が立上り電圧を越えても接触電位差以下では障壁容量の一般式に従うとした解析であるので、許容入力電力は厳密な意味でのパラメトリック逡倍における値より幾分大きくなっていると思われるが、これらの電力値を本章で得られた計算結果と比較すると大きな差がない。従ってダイオード並列形回路における能率が最大となる入力電力はGSBダイオードのような場合電荷蓄積効果を生じてもパラトリック逡倍での値とそ

れ程変らないといえる。このように入力電力に余り差がないことは図8.15を用いて説明できる。すなわち電流励振のとき、電荷蓄積を生ずる過励振の場合はダイオードに生ずる電圧が、パラメトリック効果を生ずる領域では障壁容量に従い、また電荷蓄積効果を生ずる領域では立上り電圧や拡がり抵抗で定まる値に押えられるため、パラメトリック通倍のみ期待される励振の場合の値とほとんど差がないことからわかる。

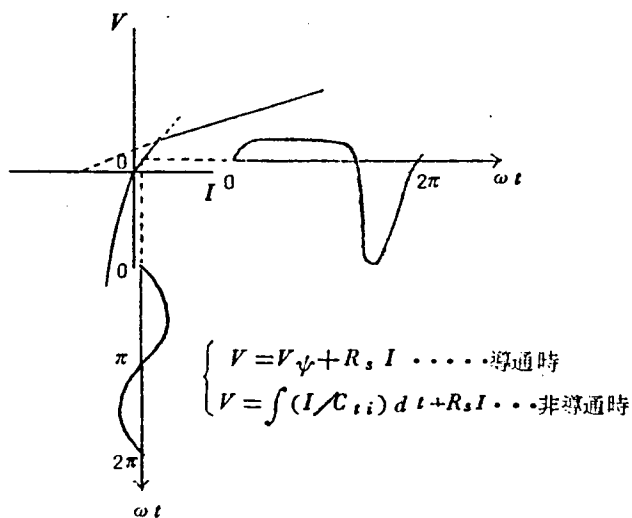


図8.15 電流励振時の電流・電圧

つぎにダイオード直列形回路では、電荷蓄積を生ずる過励振の場合の入力電力は、パラメトリック通倍における値に比べかなり大きくなる。このことは、電圧励振の場合図8.16に示すように、電荷蓄積時の導通領域の電流が、障壁容量により定まる電流に比べかなり大きくなることから明らかといえる。

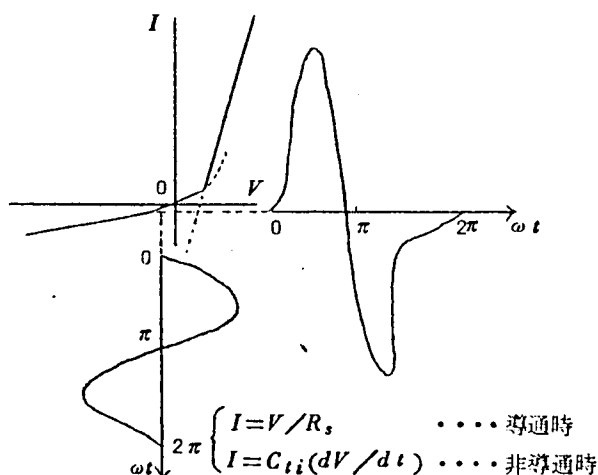


図8.16 電圧励振時の電流・電圧

8.4.2 変換能率とその電

力特性・バイアス特性

変換能率の大きさに着目すれば、

図8.6、図8.14に示すように、周波数2通倍ではダイオード直列形回路に比べダイオード並列形回路の方が大きい。またこれらの結果をパラメトリック通倍に比べるとダイオード並列形の場合8.4.1で示したようにほぼ同じくらいの大きさになるが、ダイオード

直列形の場合は少し下がることが推定される。

入力電力に対する変換能率の特性も、両形の回路において興味ある差異を示している。すなわち図からわかるように入力電力が増加すると共に、変換能率はダイオード並列形回路の場合は増加するが、ダイオード直列形の場合は逆に減少している。なおパラメトリック通倍の場合、両形の回路共、入力電力の増加に対し能率が増加することがわかっている。(3)(4) 従ってGSBダイオードを用いた並列形2通倍回路は、能率の大きさおよびその電力特性の点から電荷蓄積効果の影響が余りないといえよう。

さらに変換能率のバイアス依存性は、ダイオード直列形回路に対しては大きい、並列形回路に対してはそれ程大きくないことが図8.6, 図8.14 からわかる。

8.4.3 最適負荷抵抗

変換能率が最大となる最適負荷抵抗値は図8.4, 図8.12 よりダイオード並列形回路の方が大きくなっているが、導波管回路での負荷抵抗値は明確に知ることができないので、ここでは単に集中定数回路に対する示唆を与えるに留めておく。

8.5 クロスガイド型通倍器を用いた実験

8.2~8.4 において、2つの基本的な通倍回路すなわちダイオード直列形回路と並列形回路について理論解析を行ない、基本波周波数4000McでGSBダイオードを用いた2通倍について数値計算をした結果、両回路では種々の特性において、かなり異なることが明らかになった。従って本節ではこの差異に着目し、従来判然としなかったクロスガイド型通倍器がいずれの回路であるかを解明する。然る後クロスガイド型通倍器を用いて実験を行ない得られた結果を理論値と比較する。

なおこのように通倍器を解明し、得られた等価回路とそれを構成する立体回路素子との対応が明らかになれば、立体回路通倍器の改善、すなわち大電力化、高能率化、高安定化、広帯域化、低雑音化などの諸々の問題の解決に対する大きな指針を与えるであろう。

8.5.1 通倍器等価回路の理論的考察

クロスガイド型通倍器を図示すると図8.17になる。図において ℓ はショートブランジャーの位置を示し、 ℓ_1 は入力側導波管(ここではWRJ-4)における基本波に対する電氣的等価短絡面の位置、 ℓ_2 は出力側導波管(ここではWRJ-10)における希望高調

波に対する電気的等価短絡面の位置を表わしている。また図には示していないが、 $WRJ-10$ 導波管と $WRJ-4$ 導波管を継ぐ同軸線路には第2高調波を阻止するフィルタを設けている。

図8.17の通倍器に対し予想される等価回路を図8.18に示し、以下これについて説明しよう。まず図8.17における入力側導波管短絡板は基本波に対し導波管同軸変換部から短絡板を見たインピーダンスが無限大になるように調整する整合素子であるから、この導波管区間は $P_1 Q_1$ 端子に入る並列共振回路に等価なものと見做さねばならず⁽²⁾、これは図8.18において導波管同軸変換部から電源側を見たインピーダンス Z_{g1} に並列に $P_1 Q_1$ 端子に入る並列共振回路 Z_{g1}' となっている。出力側導波管の短絡板に対しても同様に考えることができ、図8.18ではダイオードから負荷側を見たインピーダンス Z_{gn} に並列に $P_n Q_n$ 端子に入る並列共振回路 Z_{gn}' になっている。

同軸短絡板は、ダイオードに流れる電流に直接関係し基本波および希望高調波の双方に影響を与える素子である。同軸導波管変成器の等価回路表示の理論⁽²⁾により、これは図8.18における $S_n Q_n$ 端子を結ぶ可変リアクタンスとなり、基本波および希望高調波に対する重要な整合素子で、短絡板の位置を変えることにより基本波および希望高調波に対しそれぞれインピーダンスが変化する。

以上は可変部の等価回路表示についてであるが、つぎに固定部の等価回路表示について考えよう。図8.17における導波管同軸変換部 $R_1 S_1$ は変成器の理論により、 $Q_1 R_1$ 端子に入る固定リアクタンスと見做され、図8.18にはこれを X_o で示した。また $P_1 P_n$ 間の同軸部のインピーダンスは、図8.18では Z_o で示している。なお希望高調波阻止用フィル

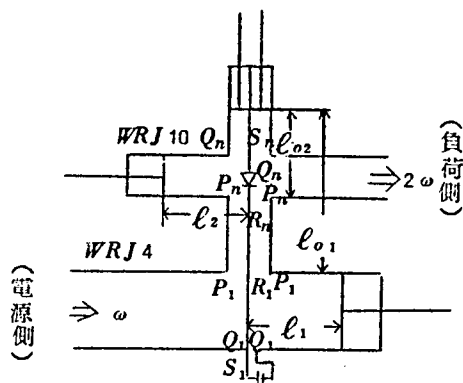


図8.17 クロスガイド型通倍器

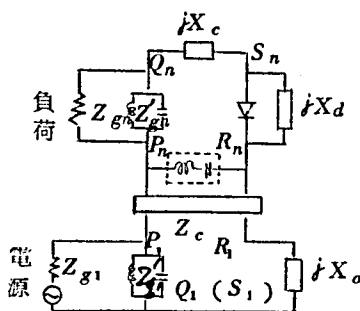


図8.18 通倍器の等価回路(1)

ターは理想的なものとしてい
る。

図 8.18 の等価回路は以上
のように説明されるが、これ Z_{g1}
を見易く表現すると図 8.19
になる。ここでは jX_o, jX_d
および Z_c 等はすべてダイオ
ードに直列のリアクタンス X_{oc}
に含めている。このリアク
タンスは図 8.17 からわかるよ
うに基本波および希望高調波
に対しては異なった値になり、
それぞれ別々に考えるべきで
ある。さらに、通倍器の等価
回路が図 8.20 のようになることは後に示すことにする。

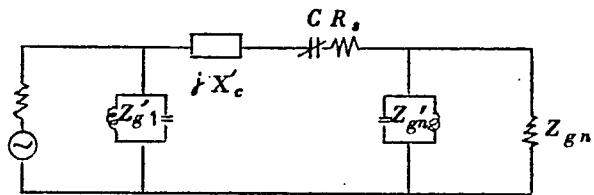


図 8.19 通倍器の等価回路(2)

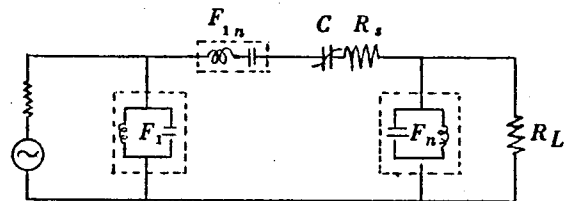


図 8.20 通倍器の等価回路(3)

8.5.2 等価回路の確認実験

等価回路の確認実験においては、各可変部の距離 ℓ の精密性が要求される。従ってまず各短絡素子の短絡板位置と電気的等価短絡面の位置との関係を測定した。その結果、各部の実測長 ($\ell'_o, \ell'_1, \ell'_2$) と等価短絡面位置 ($\ell_{o1}, \ell_{o2}, \ell_1, \ell_2$) との関係式は、基本波周波数 $4180Mc$ に対して

$$\begin{aligned} \ell_{o1} &= \ell'_o + 3.091 \text{ cm} & , & & \ell_1 &= \ell'_1 + 2.113 \text{ cm} \\ \ell_{o2} &= \ell'_o + 1.340 \text{ cm} & , & & \ell_2 &= \ell'_2 + 13.133 \text{ cm} \end{aligned}$$

となった。

(1) 同軸部の等価回路表示

図 8.19 に示したリアクタンス X_c を実験によりさらに具体的に究明してみよう。

$\ell'_o, \ell'_1, \ell'_2$ を最適と思われる位置に調整し、 ℓ'_1, ℓ'_2 を固定 ℓ'_o を変化させたときの出力電力および自己バイアス電圧を測定したところ図 8.21 を得た。このときの基本波周波数は $4214Mc$ であり、波長は $\lambda_1 = 7.116 \text{ cm}$ 、また管内波長は $WRJ-4$ 導波管内の基本波に対し $\lambda_{g1} = 8.992 \text{ cm}$ 、 $WRJ-10$ 導波管内の第 2 高調波に対し λ_{g2}

$= 5.48 \text{ cm}$ である。

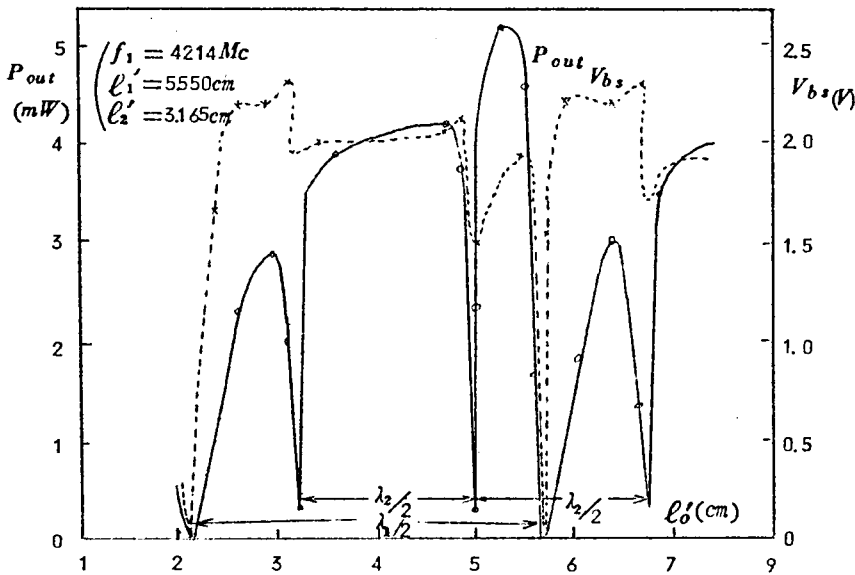


図 8.21 l'_0 を変化させたときの出力，自己バイアス特性(1)

図 8.21 において，出力が極小になる点（以下不適点という）に 2 種類あり，それらは波長との関係から，それぞれ基本波と第 2 高調波に対するものであることが明らかである。この図より本通倍では l'_0 を同時に双方の不適点の中間近傍 ($l'_0 \approx 4 \text{ cm}$) にすることが可能なので， $l'_0 = 4.13 \text{ cm}$ とし， l'_1 ， l'_2 を再び調整して出力が最大になるようにする。ここで再び l'_1 ， l'_2 を固定し l'_0 を変化させたときの出力および自己バイアス電圧を測定したところ図 8.22 を得た。これを図 8.21 と比較すると，出力が極小になる 2 種の不適点となる l'_0 の値は両図でほとんど差がないが，出力が極大になる l'_0 に対しては大きな差異を生じ，後から得られた結果（図 8.22）の方が最大出力は大きくなり，かつ l'_0 の広い範囲にわたり大きな出力となっている。バイアス特性は，両図において大差がない。注目すべきは，基本波に対する不適点と思われる l'_0 の位置では，バイアス電圧は出力電力と共に急減し零になるが，第 2 高調波に対する不適点の l'_0 に対してはバイアス電圧は少々下り出力は急減するが零にはならない。然るに自己バイアス電圧はダイオードに流れる高周波電流によって生ずるものであるから，以上の結果より l'_0 が基本波に対する不適点になるとダイオードに基本波電流が流れず出力が零であるが，第 2 高調波に対する不適点に

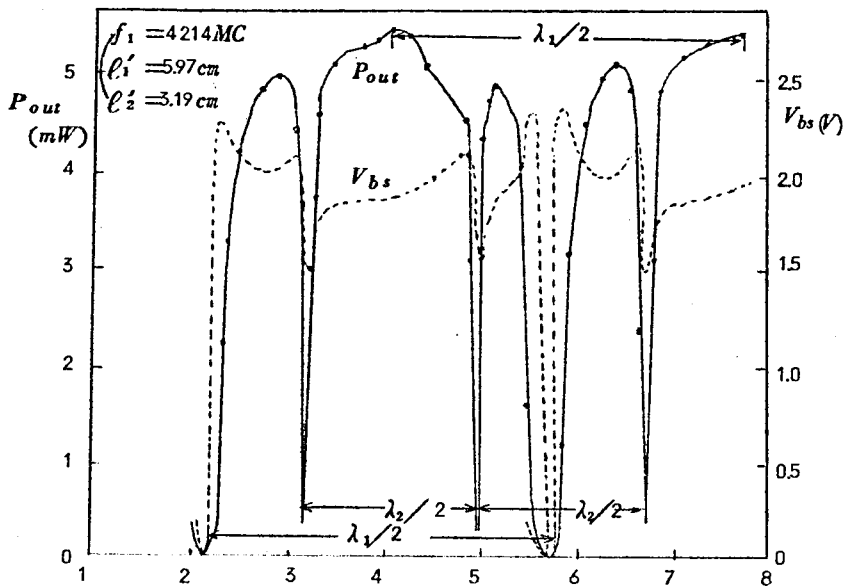


図8.22 l'_0 を変化させたときの出力，自己バイアス特性(2) l'_0 (cm)

なるとダイオードに基本波電流は流れていても第2高調波電流は流れず，出力はほとんど零になることがわかる。

上に述べた考察により，リアクタンス X_c' としては LC 直列共振回路が考えられる．すなわち l'_0 が基本波に対する不適点のときは jX_c' が基本波に対して開放となりダイオードに電流が流れず出力も零となり，また l'_0 が第2高調波に対し不適点のときは， jX_c' は第2高調波に対して開放されダイオードには基本波および第2高調波以外の高調波が流れるため自己バイアス電圧は生ずるとしても出力は殆んど零になる．従って図8.19は jX_c' を直列共振回路 F_{1n} で置きかえると図8.20 となり，これがクロスガイド型通倍器の最も簡単な等価回路といえよう。

(2) 等価回路の正当性

ここでは，(1)で得られた実験結果を基にし，さらに実験を行なうことにより，図8.20の等価回路で良いことを幾分定量的に示してみる。

l'_0 ， l'_1 ， l'_2 を前と同様最適値に調整した後， l'_0 ， l'_2 を固定し l'_1 を変化させたときの出力電力および自己バイアス電圧を求め図示すると図8.23となる．これより l'_1 は基本波のみに関係し，その不適点では自己バイアス電圧も出力も零になっている．この

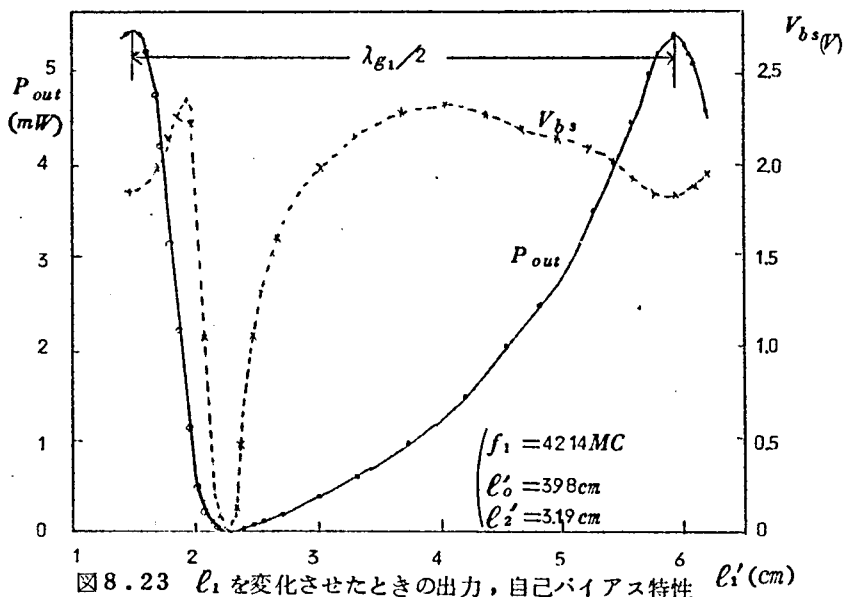


図 8.23 l_1 を変化させたときの出力，自己バイアス特性 $l_1'(\text{cm})$

ことは図 8.20 において基本波に対する並列共振回路 F_1 が基本波に対し短絡になったことに対応する。また l_1 の最適点は不適点より $1/4$ 波長のところからかなりずれている。つぎに l_0' 、 l_1' を最適点に固定し、 l_2' を変化させたときの出力電力および自己バイアス電圧を示したものが図 8.24 である。これより l_2 は第 2 高調波のみに関係しその不適点では出力はほとんど零になる

が自己バイアス電圧は零にならない。このことは図 8.20 の等価回路において並列共振回路 F_n が第 2 高調波に対して短絡されたことに対応する。 l_2 の最適点も不適点から $1/4$ 波長よりずれたところに存在する。

以上の実験結果に基づき，不適点と最適点を定量的に分析することによりクロスガイド

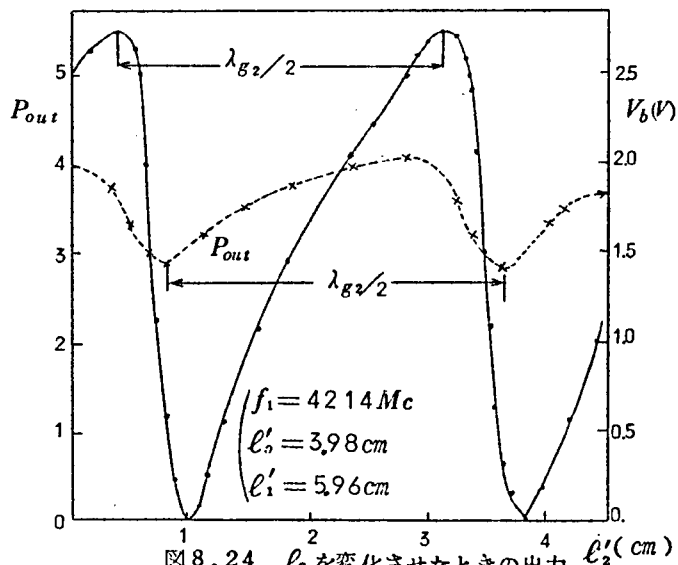


図 8.24 l_2 を変化させたときの出力，自己バイアス特性 $l_2'(\text{cm})$

型通倍器の等価回路は図 8.20 で良いことを整理して示すことにしよう。

不適点について：

(i) ℓ_o ($\ell_1' = 5.97\text{cm}$, $\ell_2' = 3.19\text{cm}$ で共に最適点)……図 8.22 参照

(i) 第 1 種不適点 (基本波に対する不適点)

実験結果…… $\ell_o' = 5.70\text{cm}$ ($\ell_{o1} = 3.19\text{cm}$) で出力も自己バイアスも零, 入力側の定在波比は無限大になる。

考 察……ダイオードには基本波電流が流れず入力是全反射されている。

ℓ_{o1} は $\frac{\lambda_1}{4} \times 5 = 8.895\text{cm}$ の開放点近傍になっている。

従って導波管同軸変換部において $WRJ-4$ 導波管から同軸を見たインピーダンスは基本波に対し無限大となっており, このことは図 8.20 で F_{1n} が基本波に対し開放になったことに対応する。

(ii) 第 2 種不適点 (希望高調波に対する不適点)

実験結果…… $\ell_o' = 3.19\text{cm}$ ($\ell_{o2} = 4.530\text{cm}$) で出力はほとんど零, 自己バイアス電圧はある値をもつ。入力側の定在波比は 1.0~2.0 位である。

考 察……ダイオードには基本波および不要高調波が流れ, ダイオード損失を生じ

るので入力は全反射されない。 ℓ_{o2} は $\frac{\lambda_1}{4} \times 5 = 4.445\text{cm}$ の開放点近

傍になっている。従って同軸から $WRJ-10$ 導波管を見たインピーダンスが第 2 高調波に対しては無限大となり, このことは図 8.20 の F_{1n} が第 2 高調波に対して開放になることに対応する。なおこの場合, X_c' のうちの固定リアクタンス分は殆んど無視できる。

(iii) ℓ_1 ($\ell_o' = 4.13\text{cm}$, $\ell_2' = 3.19\text{cm}$ で共に最適点)……図 8.23 参照

実験結果…… $\ell_1' = 2.26\text{cm}$ ($\ell_1 = 4.373\text{cm}$) で出力も自己バイアスも零, 入力側の定在波比は無限大である。

考 察……入力は全反射される。 ℓ_1 は $\frac{\lambda_{g1}}{4} \times 2 = 4.496\text{cm}$ の短絡点近傍になっ

ておりこのことは図 8.20 で F_1 が基本波に対し短絡されたことに対応する。

(iii) ℓ_2 ($\ell_o' = 4.13\text{cm}$, $\ell_1' = 5.97\text{cm}$ で共に最適点)……図 8.24 参照

実験結果…… $\ell_2' = 0.97\text{cm}$ ($\ell_2 = 1.4103\text{cm}$) で出力は零となるが自己バイア

スが生じている。

考 察…… ℓ_2 は $\frac{\lambda_{g2}}{4} \times 10 = 14.120 \text{ cm}$ の短絡点近傍になっており、このこ

とは図 8.20 で F_n が第 2 高調波に対し短絡されたことに対応する。

最適点について：

実験結果……すべての可変部を最適にし出力が最大になっており、このとき

$\ell_{o1}' = 4.13 \text{ cm}$, $\ell_{1}' = 5.97 \text{ cm}$, $\ell_{2}' = 3.19 \text{ cm}$ である。

考 察……

(i) ℓ_o

基本波に対しては $\ell_{o1} = 7.220 \text{ cm}$ で $\frac{\lambda_1}{4} \times 4 = 7.116 \text{ cm}$ の短絡点の

近傍になっている。第 2 高調波に対しては $\ell_{o2} = 5.51 \text{ cm}$ で $\frac{\lambda_2}{4} \times 6 =$

5.334 cm の短絡点近傍になる。このことは図 8.20 において F_{1n} が基

本波および第 2 高調波の双方に対してインピーダンスが最小になるよう

調整されたことに対応する。実験に用いた通倍器は、基本波および希望

高調波の双方に対し同時に ℓ_o' を最適にすることができたが、もし入力

および出力側導波管を継ぐ同軸線の長さが不適当であればこのような最

適調整は不可能である。従って通倍器設計にあたってはこの部分の長さ

に注意する必要がある。また、このような調整や広帯域化のためここに

移相器を挿入することも考えられよう。なおこの場合にも、固定リアク

タンス分は余り影響していない。

(ii) ℓ_1, ℓ_2

$\ell_1 = 8.073 \text{ cm}$, $\ell_2 = 16.323 \text{ cm}$ でありそれぞれ $\frac{\lambda_{g1}}{4} \times 3 = 6.7$

4.4 cm , $\frac{\lambda_{g2}}{4} \times 11 = 15.552 \text{ cm}$ のように $\frac{\lambda_g}{4}$ の奇数倍から少し離

れた点で最適になる。これは同軸の内部導体のところに定在波の節がく

るときは定在波は余り乱されず、 ℓ_1, ℓ_2 を $\frac{\lambda_g}{4}$ の偶数倍にする

ことにより F_1, F_n は短絡となるが、定在波の腹にきたときは定在波

は乱れ、近くのインピーダンスも共振に関係し、 ℓ_1, ℓ_2 が $\frac{\lambda_g}{4}$ の

奇数倍とは離れた点で F_1 、 F_n が開放になることを示すものである。

以上の説明より図8.20の等価回路はほぼ適当なものと思われるが、さらにこれを確認するためにつぎのような実験を行なった。すなわち、もしこの等価回路が適当であり先 ℓ_0 は F_{1n} 、 ℓ_1 は F_1 、 ℓ_2 は F_2 にそれぞれ独立に対応しているならば、そのうちの一つが先に述べた不適点にあるときは、他の素子をいかに調整しようとも出力が得られないはずである。実験はまず ℓ_0 を第1種不適点に選び ℓ_1 、 ℓ_2 を種々変えてみたが予定通り出力は常に零であった。同様の実験を残りの3つの不適点に対しても行なったが同じく出力は得られないことが確められた。なお入力電力を変えても同様な結果を得た。

8.5.3 逡倍実験の結果と理論の検討

クロスガイド型逡倍器により4120Mcを2逡倍する実験を行なった。用いたダイオードは、通信研究所試作のGSBダイオードである。立体回路逡倍器を用いるとき理論値と比較できるものは、入出力電力、変換能率および直流バイアス電圧である。従って実験はバイアス電圧を一定にし、電荷蓄積効果を生ずるような大電力の範囲で入力電力を変化させたときの出力電力の測定を行ない、変換能率を求めた。

実験に使用したクロスガイド型逡倍器は、これまでの考察により、ダイオード直列形回路であることがわかっているのので、実験結果は直列形回路理論に従って求められた図8.6の理論値に重ねて示した。図8.6により理論と実験を比較すると変換能率の実験値は理論値に比べ低いが、

- (i) 入力電力が大きくなると能率が小さくなる。
- (ii) バイアス電圧が深いと能率が大きくなる。

等の点で両者の傾向は一致している。実験値が低い理由としては

- (i) ダイオード定数が異なる。
- (ii) 逡倍器の同調回路、フィルタが不完全である。
- (iii) 理論では再結合を無視している。

こと等が考えられる。

8.6 結 言

本章では、一般のバラクターを用い、信号を立上り電圧を越え大きく振込んで周波数逡倍を行なうときは、電荷蓄積効果ばかりでなく障壁容量効果も考慮しなければならぬ場合が多いことから両効果を含めた解析を行なった。

理論解析は第6章と同様同調回路の特質を失うことなく非線形の問題を厳密に取扱うように注意し、ここでも周波数通倍の代表回路といわれるダイオード直列形とダイオード並列形の両回路について解析をした。さらにGSBダイオード定数を用い4000Mcの2通倍の数値計算を両回路に対して行ない、許容入力電力、能率、入力抵抗などが両回路で互に大部異なる結果を得、これについて説明を与えた。

さらに従来クロスガイド型通倍器の等価回路の概念が漠然としていることおよび理論計算により、電力、能率の特性に両回路ではかなり違いがでたことからクロスガイド型通倍器の等価回路を知る必要を生じ、これについての解明を行ない理論的実験的考察からダイオード直列形回路になることを確めた。

周波数通倍の実験は通信研究所試作のGSBダイオードを用い4120Mcの2通倍について行ない、その変換能率の電力特性をダイオード直列形回路理論による計算値と比較した結果大よそ一致することがわかった。K. K. N. Chang⁽³⁾は障壁容量によるパラメトリック通倍の解析を行ない実験値と比較しその結果は図8.25のようであり、小電力では理論と実験は一致するが

大電力では両者は一致しないと述べ、大電力での実験結果に対して明らかな説明をしていない。筆者もGSBダイオードを用い、Changと同様小電力では電力が大きくなるにつれ能率が大きくなるが、大電力では電力が大きくなるにつれ能率は小さくなる結果を得ているが、入力電力が小さい範囲ではパラメトリック通倍の理論が実験と良く合うと知られているのに対し、大電力での実験結果は本章の理

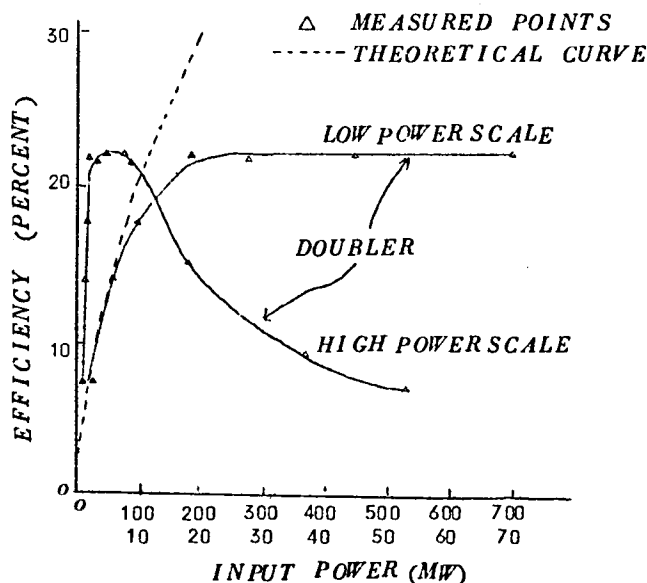


図8.25 K.K.N. CHANGの結果⁽³⁾

論により説明が可能になったといえよう。

なおクロスガイド型通倍器の等価回路に対する考察はこれが立体回路通倍器の基本であ

ることから，通倍器における今後の問題点である広帯域化，大電化，安定性などの解決に
益するものと思われる。

第9章 周波数逡倍と周波数逡降

9.1 緒 言

可変容量ダイオードによる周波数逡降は、二安定素子としてデジタル計算機、低い周波数を得るための電力変換、周波数の比較および制御に有用であることが指摘され、 $1/2$ 逡降に関し電圧励振形で小信号の場合⁽¹⁾および電流励振形で障壁容量⁹定数 m が $1/2$ の特別な場合⁽²⁾について解析されている。すなわち前者の解析は、障壁容量⁹と一次式で近似しているため分数調波電圧が大きくなる程諸式の誤差が大きくなり、従って取扱える信号の大きさも小さく後に示す負コンダクタンスも小となり低能率の電力変換しか与えてくれない。しかも発振器としての解析に主眼をおき、具体的数値計算を行わず、逡降に関する十分な検討を与えていない。また後者の解析は、逡降に関して詳しいもので設計データなども与えているが、これはダイオードにポンプ波と分数調波の電流のみが流れる電流励振の場合であり、エラストランスを用いて式が簡単になる $m=1/2$ についてのみ扱っている。

本章は、これらと同様、障壁容量による周波数 $1/2$ 逡降について論ずるが、理論を拡張し m が任意の場合の大信号解析を電圧励振形と電流励振形の両者について系統的に行なうて、一般的結果を得るようにしたものである。また周波数2逡倍と周波数 $1/2$ 逡降は同じ素子や同じような回路構成で実現できるので、周波数逡倍と逡降の差異を理論的に究明し、さらにマイクロ周波数領域について具体的数値計算によりその特性を調べ、両者を比較検討した。

本章の構成は、まず9.1でダイオード直列形周波数逡降回路について、続いて9.2でダイオード並列形周波数逡降回路について論じ、最後に9.3で周波数逡倍と周波数逡降の比較を行なっている。

9.2 ダイオード直列形逡降回路

9.2.1 直列形回路の方程式

2ω 波から ω 波への $1/2$ 逡降の定常状態における解析は、周波数逡倍のときと同様な方法で行なえる。ここでは電圧励振形の場合について論ずることにしよう。

角周波数 2ω のポンプ電圧を可変容量ダイオードに印加すると、可変容量は角周波数 ω 、

に同調の外部回路に対して負性抵抗を示し、この負性抵抗が角周波数 ω の同調回路の発振を持続させることになる。電圧励振の場合の等価回路は図9.1に

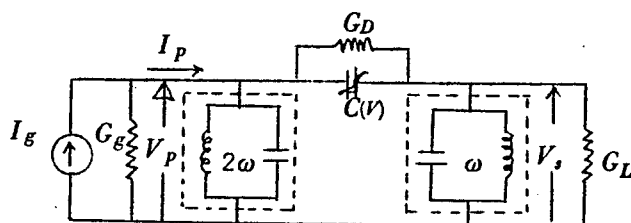


図9.1 ダイオード直列形通降回路

示す。同調回路が理想的な場合、可変容量に加わる時間的変動電圧 v は、

$$v(t) = V_p \cos 2\omega t + V_s \cos(\omega t + \theta) \quad (9.1)$$

である。直流バイアス電圧も含めると可変容量に加わる全電圧 V は

$$\begin{aligned} V(t) &= v + V_b \\ &= V_p \cos 2\omega t + V_s \cos(\omega t + \theta) + V_b \end{aligned} \quad (9.2)$$

で示される。ここに V_p はポンプ波の電圧振巾、 V_s は分数調波電圧の振巾、 V_b は直流バイアス電圧である。 θ はポンプ波電圧に対する分数調波電圧の位相であり、後に示すよう発振が行なわれるための値は2つあり、それらは180度異なっている。

可変容量を流れる電流 i は

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (9.3)$$

で表わされる。ここに C は可変容量であるが、今ポンプ波の振込が立上り電圧を越えず、主として逆バイアス領域で行なわれるときは、可変容量としては次式の障壁容量を考えればよい。

$$C_{ii} = C_o' (V_\phi - V)^{-m} \quad (9.4)$$

時間的変動電圧は $|v| < V_\phi - V_b$ を満足するので、(9.4)式は v に関するべき級数

$$C_{ii} = \sum_{k=0}^{\infty} C_k V^k \quad (9.5)$$

$$\text{ただし} \quad C_k = \frac{(m+k-1)!}{(m-1)! k!} C_o' (V_\phi - V_b)^{-m-k}$$

に展開でき、この級数は収斂する。

ポンプ波および1/2分数調波に対する電流——電圧式を求めるためにつぎの事を行なう。

(付録6参照)

(i) (9.2), (9.5)式を用いて, (9.3)式より i のポンプ波成分 $i(\omega)$ と分数調波成分 $i(\omega)$ を求める。

(ii) ポンプ波, 分数調波ごとにキルヒホフの法則を適用する。(このときは複素数表示を用いる)

(iii) 可変容量から回路側を見たアドミタンスの虚数部が零となるよう回路が調整されたとする。(同調条件)

(iv) 電力授受の関係を考慮して θ を求める。

かくして θ は,

$$\theta = \pi/4, \quad \theta = 5\pi/4 \quad (9.6)$$

となり, この2つの θ に対してのみ発振は成長し, このいずれかの θ において発振は最終的に定常状態になる。各調波の電流 — 電圧の関係式は

$$\left. \begin{aligned} I_p &= G_p V_p + \left\{ \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H_{\alpha\beta} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^{2\beta} \right\} V_s^2 \\ O &= (G_s + G_L) V_s - \left\{ \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H_{\alpha\beta} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^{2\beta} \right\} V_s V_p \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

となる。ここに

$$H_{\alpha\beta} = \frac{1}{2^{2\alpha}} \frac{(2\alpha+1)!}{(\alpha-\beta+2)!(\alpha-\beta)!} \cdot \frac{\beta^3(3-\beta)-1}{(2\beta-1)(\beta+1)(\beta!)^2} \quad (9.8)$$

いま,

$$C_1^* = C_1 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H_{\alpha\beta}}{H_{00}} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^{2\beta} \quad (9.9)$$

とおくと, (9.7)式は

$$\left. \begin{aligned} I_p &= G_p V_p + (\omega C_1^* / 2) V_s^2 \\ O &= (G_s + G_L) V_s - (\omega C_1^* / 2) V_s V_p \end{aligned} \right\} \quad (9.10)$$

となる。これらの式の G_p , G_s は, それぞれポンプ波, 分数調波における外部回路のコンダクタンスであるが, 取扱う周波数が高く, ダイオードの拡がり抵抗 R_s だけによると仮定すると

$$\left. \begin{aligned} G_p &= 4R_s(\omega C_o^*)^2 = 4G_s \\ G_s &= R_s(\omega C_o^*)^2 \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

で表わされる。ここに C_0^* は C_{ii} の時間平均分であり

$$C_0^* = C_0 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} C_{2\alpha} V_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{(2\alpha)!}{2^{2\alpha} \{(\alpha-\beta)! \beta!\}^2} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^{2\beta} \quad (9.12)$$

I_p はポンプ波の電流振幅, G_L は負荷コンダクタンスである。また I_s を分数調波の電流振幅とすると

$$I_s = -G_L V_s \quad (9.13)$$

の関係がある。

(9.10) 式より

$$P_p = \frac{1}{2} G_p V_p^2 + P_s \quad (9.14)$$

が得られる。ここに P_p はポンプ波入力電力, P_s は分数調波に変換された電力でありそれぞれ

$$P_p = \frac{1}{2} I_p V_p \quad (9.15)$$

$$P_s = \frac{1}{2} G_s V_s^2 + \frac{1}{2} G_L V_s^2 \quad (9.16)$$

である。(9.14) 式の右辺第1項はポンプ波におけるダイオード損失を表わし、(9.16) 式の右辺第1項は分数調波におけるダイオード損失、第2項は出力電力を表わしている。従って、(9.14) 式は電力保存の関係を示すといえる。

これらよりポンプ波 (2ω) から分数調波 (ω) への電力変換に等価なコンダクタンスが $G_{trans} \equiv (\omega C_1^* / 2) V_s^2 / V_p$

$$(9.17)$$

で与えられ、分数調波における負性コンダクタンスとして

$$G_- \equiv -(\omega C_1^* / 2) V_p \quad (9.18)$$

を考えてよいことがわかる。

(9.17) および

(9.18) 式の記号を用

いて、図9.1を各調波

ごとの成分回路に分解す

ると図9.2のようになる。

図9.2 各調波ごとの成分回路

9.2.2 電力・電圧・入力コンダクタンスの関係

これまで論じたことから、ポンプ波電力に関して

$$P_p = \frac{1}{2} (G_p + G_{trans}) V_p^2 \quad (9.19)$$

ポンプ波から分数調波への電力変換に関して

$$\frac{1}{2} G_{trans} V_p^2 = -\frac{1}{2} G_- V_s^2 \quad (9.20)$$

分数調波における電力関係に関して

$$-\frac{1}{2} G_- V_s^2 = \frac{1}{2} (G_s + G_L) V_s^2 \quad (9.21)$$

が成立つことが明らかである。(9.21)式から直ちに

$$-G_- = G_s + G_L \quad (9.22)$$

これに(9.11)および(9.18)式を代入すると

$$V_p = \frac{(\omega C_0^*)^2 R_s + G_L}{\omega C_1^*/2} \quad (9.23)$$

を得る。ここで V_s は V_p に比べて十分大きいという条件が期待される場合、(9.9)式および(9.12)式は、つぎのような近似式で置き換えられる。

$$C_1^*, approx = C_1 + 2 \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha+1)!}{(\alpha+2)! \alpha!} C_{2\alpha+1} \left(\frac{V_s}{2}\right)^{2\alpha} \quad (9.9')$$

$$C_0^*, approx = C_0 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{(2\alpha)!}{(\alpha!)^2} C_{2\alpha} \left(\frac{V_s}{2}\right)^{2\alpha} \quad (9.12')$$

従って V_p 対 V_s の関係は(9.23), (9.9)' および(9.13)'式より一義的に与えられる。

つぎに(9.11)および(9.18)式を用いて(9.19)式を書き換えると

$$P_p = \frac{V_p^2}{2} \left\{ 4(\omega C_0^*)^2 R_s + \frac{\omega C_1^*}{2} \frac{V_s^2}{V_p} \right\} \quad (9.24)$$

となり、この式および(9.23)式を用いれば、ある負荷コンダクタンスを与え、 V_s をある値で発振させたいときの最小電力が求められる。また逆にある電力を与えたときの発振時の V_s はこれらの式より得られる。

さらに入力コンダクタンス G_{in} は

$$\begin{aligned} G_{in} &= \frac{2P_p}{V_p^2} = G_p + G_{trans} \\ &= 4(\omega C_0^*)^2 R_s + \frac{\omega C_1^*}{2} \cdot \frac{V_s^2}{V_p} \end{aligned} \quad (9.25)$$

で求められる。

9.2.3 変換能率

一般に通降能率 η_d は

$$\eta_d = \frac{\text{分数調波出力}}{\text{電源の有能電力}} \quad (9.26)$$

で定義される。有能電力 P_a は

$$P_a = \frac{I_g^2}{8G_g} \quad (9.27)$$

で定義される。ここに G_g は電源コンダクタンスである。電源電流 I_g として

$$I_g = (G_g + G_p + G_{trans})V_p \quad (9.28)$$

を用い、(9.27)式を書き換えると

$$P_a = \frac{(G_g + G_p + G_{trans})^2 V_p^2}{8G_g} \quad (9.29)$$

となる。定常状態においては、発振周波 (ω 波) における全コンダクタンスが零なので

$$G_- + G_s + G_L = 0 \quad (9.30)$$

の関係があるが、これは電力関係より得られた(9.22)式と一致する。

負荷コンダクタンスに消費される出力 P_{out} は(9.16)式に示したように

$$P_{out} = \frac{1}{2} G_L V_s^2 \quad (9.31)$$

であるが、(9.30)式を用いると

$$P_{out} = \frac{1}{2} (-G_- - G_s) V_s^2 \quad (9.32)$$

となる。(9.26)、(9.29)および(9.32)式より、能率は

$$\eta_d = \frac{P_{out}}{P_a} = \frac{4G_g(-G_- - G_s)V_s^2}{(G_g + G_p + G_{trans})^2 V_p^2} \quad (9.33)$$

今、整合条件

$$G_g = G_{in}(=G_p + G_{trans}) \quad (9.34)$$

が成立つ場合を考えよう。これを用い(9.33)式を変形すると

$$\eta_d = \frac{(-G_- - G_s)V_s^2}{(G_p + G_{trans})V_p^2} \quad (9.35)$$

V_s が V_p に比べてかなり大きいときには G_p は G_{trans} に比べて無視し、また(9.20)

式の関係を用いると

$$\eta_d = 1 - \frac{2}{Q_{qs} V_p} \left(\frac{C_0^*}{C_1^*} \right) \quad (9.36)$$

となる。ここに Q_{qs} は発振周波に対するダイオードの Q で

$$Q_{qs} = 1 / (\omega C_0^* R_s) \quad (9.37)$$

与えられる。(9.36)式より高能率の通降を行なうためには、ダイオードの Q が高いことが要求される。

なお一定の V_p に対して最大の能率を与える最適負荷コンダクタンスを求めよう。簡単のため G_L を G_s で規格化し、その値を g_L とすると

$$g_L = G_L / G_s \quad (9.38)$$

(9.35)式を変形すると

$$\eta_d = \frac{g_L}{(1+g_L) \left\{ 1 + (1+g_L) \left(\frac{4 G_s}{\omega C_1^* V_s} \right)^2 \right\}} \quad (9.39)$$

$\partial \eta_d / \partial g_L = 0$ の条件より、最大能率を与える g_L は

$$g_{L, max} = \sqrt{1 + \left\{ Q_{qs} \frac{C_1^*}{2 C_0^*} \left(\frac{V_s}{2} \right) \right\}^2} \quad (9.40)$$

与えられる。これを(9.39)式に用いれば最大能率が得られる。

9.3 ダイオード並列形通降回路

9.3.1 並列形回路の方程式

前節と同様、ポンプ波 2ω から分数調波 ω への周波数 $1/2$ 通降について論ずることにしよう。ここでは電流励振形を取扱うので、等価回路は図9.

3 のようになり、可変容量に蓄えられる時間的変動電荷 q は

$$q = Q_p \cos 2\omega t + Q_s \cos(\omega t + \theta') \quad (9.41)$$

可変容量に流れる時間的変動電流 i は

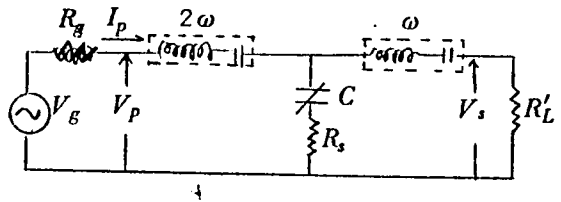


図9.3 ダイオード並列形通降回路

$$i = -I_p \sin 2\omega t - I_s \sin(\omega t + \theta') \quad (9.42)$$

で表わされる。ここに Q_p , Q_s および I_p , I_s はそれぞれポンプ波, 分数調波の電荷振巾 および電流振巾であり, これらの間には

$$Q_p = \frac{I_p}{2\omega}, \quad Q_s = \frac{I_s}{\omega} \quad (9.43)$$

の関係がある。また θ' はポンプ波に対する分数調波の位相角である。

つぎに, (9.41) 式のような時間的変動電荷でダイオードを励振したときに生ずる時間的変動電圧を求めてみよう。前節と同様ここでも主として逆バイアス領域で信号を励振する場合を検討するのでダイオードの可変容量としては(9.4)式で与えた障壁容量を用いばよい。(9.4)式から

$$Q = \frac{C'_0}{1-m} (V_\phi - V)^{1-m} \quad (9.44)$$

なる関係が得られる。ここに Q は全電荷, V は全電圧であり

$$Q = Q_b + q \quad (9.45)$$

$$V = V_b + v \quad (9.46)$$

で与えられる。ただし Q_b は $V = V_b$ のときの電荷であり

$$Q_b = \frac{C'_0}{1-m} (V_\phi - V_b)^{1-m} \quad (9.47)$$

(9.45) および (9.46) 式を (9.44) 式に代入すると

$$v = \sum_{k=1}^{\infty} S_k q^k \quad (9.48)$$

の関係が求まる。ここに

$$S_k = -\frac{1}{k!} \left(\frac{1}{1-m} \right) \left(\frac{1}{1-m} - 1 \right) \left(\frac{1}{1-m} - 2 \right) \cdots \cdots \\ \cdots \cdots \left(\frac{1}{1-m} - k + 1 \right) \left(\frac{1-m}{C'_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} Q_b^{\frac{1}{1-m} - k} \quad (9.49)$$

ポンプ波および分数調波に対する電圧—電流(電荷)式を得るために前節と同様つぎのを行なう。(付録7参照)

- (I) (9.48) 式に (9.41) 式を代入し, v のポンプ波成分 (2ω) と分数調波成分 (ω) を求める。

(ii) ポンプ波，分数調波ごとにキルヒホフの法則を適用する。（この際，複素数表示を用いる）

(iii) 同調条件を満足させる。

(iv) 電力授受の関係も満足するよう θ' を決める。

かくして，つぎのような2つの位相角がこれらの条件を満たしている。

$$\theta' = 3\pi/4, \quad 7\pi/4 \quad (9.50)$$

これらは互に180度異なり，この2つの位相角に対してのみ発振は成長し，このいずれかの θ' の値において発振は最終的に定常状態になる。 θ' が定まると各調波の電圧—電荷の関係式は

$$\left. \begin{aligned} V_p &= 2\omega R_p Q_p + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\beta=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H'_{\alpha\beta} \left(\frac{Q_p}{Q_s} \right)^{2\beta} \right\} Q_s^2 \\ O &= \omega(R+R'_L) Q_s - \left\{ \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} H'_{\alpha\beta} \left(\frac{Q_p}{Q_s} \right)^{2\beta} \right\} Q_s Q_p \end{aligned} \right\} \quad (9.51)$$

となる。ここに V_p はポンプ波の電圧振巾， R_p および R はそれぞれポンプ波および分数調波における外部回路の損失抵抗である。また $H'_{\alpha\beta}$ は

$$H'_{\alpha\beta} = \frac{1}{2^{2\alpha+1}} \frac{(2\alpha+2)!}{(\alpha-\beta+2)!(\alpha-\beta)!(\beta+1)! \beta!} \quad (9.52)$$

いま，

$$S_2^* = S_2 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_s^{2\alpha} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{H'_{\alpha\beta} \left(\frac{Q_p}{Q_s} \right)^{2\beta}}{H'_{00}} \quad (9.53)$$

とおき，(9.43)式を用い，また回路の損失はダイオードの拡がり抵抗だけによるとすると(9.51)式は

$$\left. \begin{aligned} V_p &= R_s I_p + \frac{1}{4\omega^2} S_2^* I_s^2 \\ O &= (R_s + R'_L) I_s - \frac{1}{4\omega^2} S_2^* I_s I_p \end{aligned} \right\} \quad (9.54)$$

となり，電圧—電流の関係式が得られる。分数調波の電圧振巾 V_s は図9.3から明らかのように

$$V_s = R'_L I_s \quad (9.55)$$

の関係をもつ。

(9.54) 式から

$$P'_p = \frac{1}{2} R_s I_p^2 + P'_s \quad (9.56)$$

なる電力保存の関係が得られる。ここに P'_p はポンプ波電力, P'_s は分数調波へ変換された電力であり, それぞれ

$$P'_p = \frac{1}{2} V_p I_p \quad (9.57)$$

$$P'_s = \frac{1}{2} R_s I_s^2 + \frac{1}{2} R'_L I_s^2 \quad (9.58)$$

で与えられる。(9.56) 式の右辺第 1 項はポンプ波におけるダイオード損失を表わし, (9.58) 式右辺第 1 項は分数調波におけるダイオード損失, 第 2 項は出力電力を表わしている。

これらより, ポンプ波 (2ω) から分数調波 (ω) への電力変換に等価な抵抗が

$$R'_{trans} \equiv \frac{S_2^*}{4\omega^2} \frac{I_s^2}{I_p} \quad (9.59)$$

で与えられ, 分数調波における負性抵抗として

$$R'_- \equiv -\frac{S_2^*}{4\omega^2} I_p \quad (9.60)$$

を考えてよいことがわかる。

(9.59) および (9.60)

式の記号を用い, 図 9.3 の
通降回路をポンプ波および分
数調波ごとの成分回路に分解

して示すと図 9.4 のように

なる。

9.3.2 電力・電流・入力抵抗の関係

図 9.4 から通降回路に入るポンプ波電力は,

$$P'_p = \frac{1}{2} (R_s + R'_{trans}) I_p^2 \quad (9.61)$$

ポンプ波から分数調波への電力変換に関して

$$\frac{1}{2} R'_{trans} I_p^2 = -\frac{1}{2} R'_- I_s^2 \quad (9.62)$$

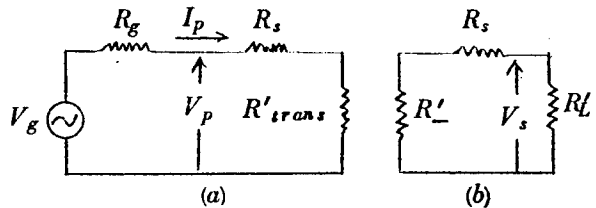


図 9.4 各調波ごとの成分回路

分数調波における電力関係に関して

$$-\frac{1}{2}R'_-I_s^2 = \frac{1}{2}(R_s + R'_L)I_s^2 \quad (9.63)$$

が成立つことがわかる。上式から

$$-R'_- = R_s + R'_L \quad (9.64)$$

これに(9.60)式を代入し、 I_p について解くと

$$I_p = \frac{4\omega^2}{S_2^*} (R_s + R'_L) \quad (9.65)$$

(9.43)式を用いれば上式は

$$Q_p = \frac{2\omega}{S_2^*} (R_s + R'_L) \quad (9.66)$$

となる。これは Q_s と Q_p の関係を示しているが、(9.53)式からわかるよう S_2^* は Q_s のみならず Q_p にも関係しているので、 Q_s を与え Q_p を求めるには繰返し法などの複雑な計算を行なわねばならない。しかし、 Q_s が Q_p に比べて十分大きいという条件が期待される場合、 S_2^* の近似式は

$$S_{2,approx}^* = S_2 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} S_{2\alpha+2} \left(\frac{Q_s}{2}\right)^2 \frac{(2\alpha+2)!}{(\alpha+2)! \alpha!} \quad (9.67)$$

となり、 Q_s を与えたときの Q_p が(9.66)式より求まる。従って I_p と I_s 間の関係も求めることが出来る。

つぎに(9.61)式に(9.59)式を用いると

$$P'_p = \frac{I_p^2}{2} \left\{ R_s + \frac{S_2^*}{4\omega^2} \frac{I_s^2}{I_p} \right\} \quad (9.68)$$

となる。この式および(9.65)式を用いれば、負荷抵抗が R'_L のとき、ある I_s で発振を持続するのに必要な電力が得られる。

さらに、入力抵抗は

$$R'_{in} = \frac{2P'_p}{I_p^2} = R_s + \frac{S_2^*}{4\omega^2} \frac{I_s^2}{I_p} \quad (9.69)$$

で与えられる。

9.3.3 変換能率

一般の電源に対する周波数遷降の能率は、前節(9.26)式と同様に定義する。

有能電力 P'_a は

$$P'_a = \frac{V_g^2}{8R_g} \quad (9.70)$$

で定義する。ここに V_g は電源電圧、 R_g は電源抵抗である。

$$V_g = (R_g + R_s + R'_{trans}) I_p \quad (9.71)$$

を用いて (9.70) 式を書き換えると

$$P'_a = \frac{(R_g + R_s + R'_{trans})^2 I_p^2}{8 R_g} \quad (9.72)$$

となる。定常状態においては、発振周波 (ω 波) における全抵抗は零、すなわち

$$R'_- + R_s + R'_L = 0 \quad (9.73)$$

の関係があるが、これは電力関係より得られる (9.64) 式と一致する。

負荷抵抗に消費される電力は (9.58) 式に示したよう

$$P'_{out} = \frac{1}{2} R'_L I_s^2 = \frac{I_s^2}{2} (-R'_- - R_s) \quad (9.74)$$

である。

従って (9.72) および (9.74) 式を用いると通降能率 η'_d は

$$\eta'_d = \frac{P'_{out}}{P'_a} = \frac{4 R_g (-R'_- - R_s) I_p^2}{(R_g + R_s + R'_{trans})^2 I_p^2} \quad (9.75)$$

となる。今、

$$R_g = R'_{in} (= R_s + R'_{trans}) \quad (9.76)$$

の整合条件が考えられるときは、(9.75) 式は

$$\eta'_d = \frac{(-R'_- - R_s) I_s^2}{(R_s + R'_{trans}) I_p^2} \quad (9.77)$$

I_s が I_p に比べてかなり大きいときには、 R_s は R'_{trans} に比べて無視でき、さらに (9.62) 式を用いると

$$\eta'_d = 1 - \frac{4 \omega^2 R_s}{S_2^* I_p} \quad (9.78)$$

簡単のため R'_L を R_s で規格化した量 r'_L は

$$r'_L = R'_L / R_s \quad (9.79)$$

となる。(9.77) 式を変形し、 r'_L を用いると

$$\eta'_d = \frac{r'_L}{(1 + r'_L) \left\{ 1 + (1 + r'_L) \left(\frac{4 R_s \omega^2}{S_2^* I_s} \right)^2 \right\}} \quad (9.80)$$

最大能率を与える r'_L の値 $r'_{L, max}$ は $\partial \eta'_d / \partial r'_L = 0$ の条件より求まり

$$r'_{L, max} = \sqrt{1 + \left\{ \frac{S_2^* I_s}{4 R_s \omega^2} \right\}^2} \quad (9.81)$$

となり、これを(9.80)式に用いれば最大能率が得られる。

9.4 周波数通倍と通降の比較

周波数1/2通降の定常状態における m が任意な場合の大信号解析は周波数通倍の解析と同様な方法で行なうことができたので、ここでは理論式の検討および具体的数値計算を行ない、周波数通倍(ω 波 $\rightarrow 2\omega$ 波)と周波数通降(2ω 波 $\rightarrow \omega$ 波)の能率、最適負荷等を求めることにより両者を比較する。

ここでの計算に用いた数値は、

$$\begin{pmatrix} \omega/2\pi = 4500 \text{ [Mc]} \\ V_b = -2.55 \text{ [V]} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} m = 0.46 \\ C'_0 = 0.2 \times 10^{-12} \\ V_\phi = 0.6 \text{ [V]} \\ R_s = 4 \text{ [\Omega]} \end{pmatrix}$$

である。

9.4.1 ダイオード直列形回路

$V_2(V_p)$, G_L , G_{in} , $\eta(\eta_d)$, $P_{in}(P_p)$ を周波数通倍の場合は V_1 で、周波数通降の場合は V_s で表わすことにすると表9.1のようになる。周波数通倍の場合、 V_1 を独立変数にした理由は V_1 が入力波電圧であり、しかも V_1 が V_n に較べてかなり大きいから C_1^* が V_1 のみで表わされ、従って諸関係もこれで表現し易いからである。一方周波数通降の場合出力波電圧であるにもかかわらず V_s を用いる理由は V_s が V_p に比べかなり大きいことから C_1^* が V_s で表わされ、従って V_p を与えるよりも先に V_s を与える方が種々の計算が行ない易いからである。

周波数通倍の場合、一定の基本波電圧に対して最大の能率を与える正規化負荷コンダクタンス $g_{L, max}$ が、(2.27)式で与えられた。一方周波数通降に関しては一定の出力波電圧に対して最大の能率を与える正規化負荷コンダクタンスを(9.40)式で与えている。さらにこのように V_s が一定のときの η_d を最大にする g_L は、 V_p が一定のとき η_d を最大にする g_L と同じ値になることがわかっている。

以下の(1), (2)……では、そのように能率が最大になる場合について論ずることにする。

を縦軸にとると図 9.5 に示すようになる。

(3) 入力コンダクタンス G_{in}

V_1, V_s が同じ値のとき、逡降の G_{in} が逡倍の G_{in} の 4 倍になる。 G_{in} の入力電力に対する関係は同じく図 9.5 に示している。

(4) 変換能率 η (η_d)

V_1, V_s が同じ値のとき逡倍も逡降も変換能率は同じ大きさとなるが、入力電力に対しての能率を示すと図 9.6 のようになり、逡降の能率は逡倍の能率に比べ劣る。

(5) 入力と出力

入力を零から増加させて行くと、逡倍の場合は入力を零から徐々に加えた瞬間より出力を生ずる。

しかるに逡降の場合はすぐに出力を生ぜず入力がある大きさに初めて出力が生ずる。これは既知の事実ではあるが、ここでの理論式を用いれば明快に説明できる。まず周波数逡倍の場合は、 $P_{in}=0$ のとき表 9.1(e) 式からわかるよう $V_1=0$ である。このとき $V_2=0$ となることは(a)式からわかる。さらに $P_{out}=\frac{1}{2}G_L V_2^2$ より $P_{out}=0$ となる。かくして周波数逡倍では入力が零のとき出力も零となり入力が加わると出力が生ずることがわかる。一方周波数逡降では、 $P_{out}=0$ のとき $P_p=0$ とならずある値 $P_{p,min}$ になることを示そう。すなわち $P_{out}=0$ のときは、 $P_{out}=\frac{1}{2}G_L V_s^2$ より $V_s=0$ となる。このとき(j)式は $P_p=8R_s(1+g_L)^2\omega^4|C_o^*|^2_{V_s=0}/|C_1^*|^2_{V_s=0}$ となりこれが $P_{p,min}$ にほかならない。従って入力を加えて行くと $P_p=P_{p,min}$ になって初めて発振出力を生じ、入力の増加と共に出力も増加することがわかる。かくして逡降の場合、ダイオード定数、発振周波数が与えられると任意の負荷コンダクタンスに対して発振可能な入力 $P_{p,min}$ が上式を変形した

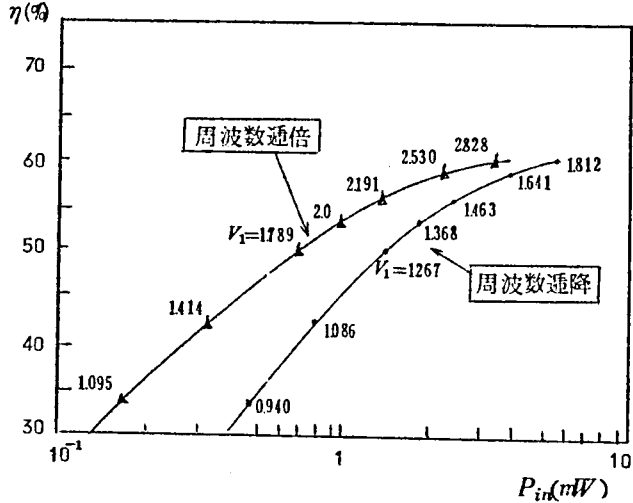


図 9.6 能率 (ダイオード直列形)

$$P_{p, \min} = \frac{8R_s |C_0^*|^2 \{R_s (\omega |C_0^*|_{V_s=0})^2 + G_L\}^2}{|C_1^*|_{V_s=0}^2} \quad (9.82)$$

で与えられる。計算

で得られた励振電力

と負荷コンダクタン

スの関係は図 9.7

に示している。比較

のため能率最大曲線

を再掲した。

9.4.2 ダイ

オード並列形回路

$Q_2 (Q_p), R'_L,$

$R_{in}, \eta'(\eta_d),$

$P_{in}' (P_p')$ を通倍

の場合は Q_1 で通降の

場合は Q_s で表わすと表 9.2 のようになる。通倍の場合、そのまま基本波の電荷 Q_1 で諸式を表わし易いが、通降の場合は、ポンプ波の電荷 Q_p で表わすより出力波の電荷 Q_s で表わす方が諸式の表現が容易であり、通倍と比較するにも都合がよい。

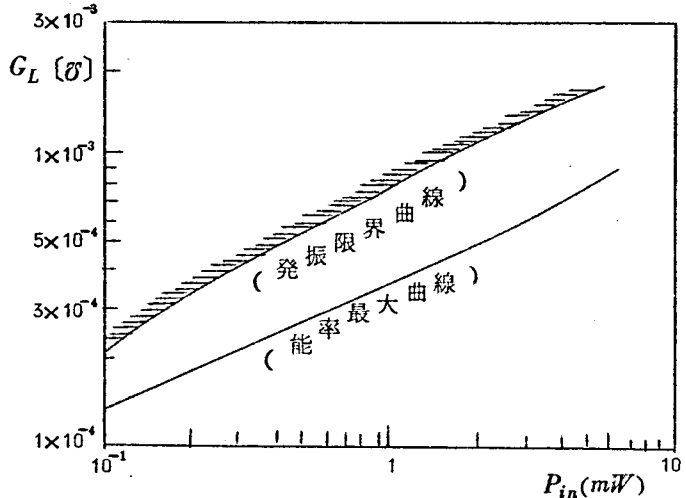


図 9.7 最小励振電力と負荷コンダクタンスの関係 (ダイオード直列形)

	周波数通倍	周波数通降
$Q_2 (Q_p)$	$\frac{S_2^* Q_1^2}{8(1+r'_L)\omega R_s} \quad (k)$	$\frac{2(1+r'_L)\omega R_s}{S_2^*} \quad (p)$
R'_L	$r'_L R_s \quad (l)$	$r'_L R_s \quad (q)$
R_{in}'	$R_s + \frac{1}{(1+r'_L)R_s} \left[\frac{S_2^* (Q_1)}{2\omega} \right]^2 \quad (m)$	$R_s + \frac{1}{(1+r'_L)R_s} \left[\frac{S_2^* (Q_s)}{2\omega} \right]^2 \quad (r)$
η'	$\frac{r'_L}{1+r'_L} \frac{1}{\left\{ 1 + (1+r'_L) \left[\frac{2\omega R_s}{S_2^*} \left(\frac{Q_1}{2} \right) \right]^2 \right\}} \quad (n)$	$\frac{r'_L}{1+r'_L} \frac{1}{\left\{ 1 + (1+r'_L) \left[\frac{2\omega R_s}{S_2^*} \left(\frac{Q_s}{2} \right) \right]^2 \right\}} \quad (s)$
$P_{in}' (P_p')$	$\frac{\omega^2}{2} \left\{ R_s + \frac{1}{(1+r'_L)R_s} \left[\frac{S_2^* (Q_1)}{2\omega} \right]^2 \right\} Q_1^2(o)$	$2\omega^2 \left\{ R_s + \frac{1}{(1+r'_L)R_s} \left[\frac{S_2^* (Q_s)}{2\omega} \right]^2 \right\} \left[\frac{2\omega(1+r'_L)R_s}{S_2^*} \right]^2 \quad (t)$

表 9.2 通倍と通降の式の比較

逕倍の場合，一定の基本波電荷に対して最大能率を与える r'_L, max が (2.72) 式で示された．一方逕降に対しては計算が容易なため一定の出力波電荷に対して最大能率を与える r'_L, max を (9.81) 式のように与えているが，この r'_L, max は一定のポンプ波電荷に対して最大能率を与える r'_L, max と同じになる．

以下ではこのような最大能率が得られる場合について論議する．

(1) 入力電力 $P'_{in} (P'_p)$

逕倍の Q_1 と逕降の Q_s が同じ値のときは表 9.2 (0)，(1) 式からわかるよう逕降の入力電力は逕倍の $\{4\omega(1+r'_L)R_sQ_s/S_2^*\}^2$ となる．数値計算結果では $P'_{in} < P'_p$ となる．

(2) 負荷抵抗 R'_L

Q_1 と Q_s が同じ値のと R'_{in}, R'_L (0) 式より逕倍と逕降の R'_L は等しい．しかし同一の入力電力に対しては図 9.8 の計算結果が示すよう逕倍の R'_L が大きい値になる．このことは，(1) から判断しても容易にわかる．

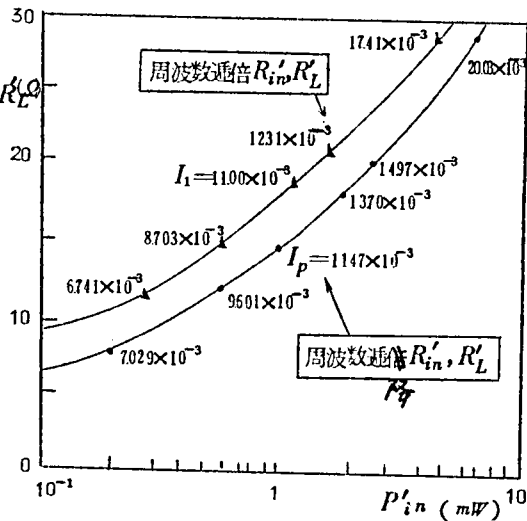


図 9.8 入力抵抗と負荷抵抗
(ダイオード並列形)

(3) 入力抵抗 R'_{in}

Q_1 と Q_s が同じ値のと (1) 式より逕倍と逕降の R'_{in} は等しいが，入力電力に対しては，図 9.8 が示すよう逕倍の R'_{in} が高くなる．このことは(1)を考慮すれば定性的にわかる．

(4) 変換能率 $\eta' (\eta'_d)$

Q_1, Q_s が同じとき，(2) 式より逕倍も逕降も同じ能率を与えるが，入力電力に対して両者を比較すると図 9.9 が示すよう逕降の能率は逕倍の能率に比べ劣る．なお，このことは定性的には(1)よりわかる．

(5) 入力と出力

逕倍のときは，入力を零から徐々に増加するとこれに応じ出力も次第に増加するが，逕降のときは，入力がある値に増加して初めて発振し出力を生ずることはダイ

オード並列形回路の場合も同様である。

このことはここで誘導された式により上手く説明できる。

まず通倍では、 $P'_{in} = 0$ のときは (0) 式より $Q_1 = 0$; このとき (k) 式より $Q_2 = 0$ になる。

さらに $P'_{out} = 2\omega^2 R'_L Q_2^2$ の関係から $P'_{out} = 0$ となる。かくして、入力为零のときは出力も零になり、入力が零より増加すると出力も同時に生じ始めることがわかる。つぎに通降では、 $P'_{out} = 0$ のとき $P'_p = 0$ とならず $P'_p = P'_{p,min}$ のある値が存在することを示そう。 $P'_{out} = 0$ のときは $P'_{out} = \frac{1}{2}\omega^2 R'_L Q_2^2$ より $Q_2 = 0$ になる。このとき (l) 式は $P'_p = 8\omega^4 R_s^3 (1 + r'_L)^2 / |S_2^*|^2_{Q_2=0}$ となり、これが $P'_{p,min}$ にはかならない。従って入力を零から増加させて行くと、 P'_p が $P'_{p,min}$ になり、初めて発振出力を生じ、さらに入力が増加すると発振も増大し出力も増加することがわかる。 $P'_{p,min}$ を R'_L で表わすと、

$$P'_{p,min} = \frac{8\omega^4 R_s (R_s + R'_L)^2}{|S_2^*|^2_{Q_2=0}} \quad (9.83)$$

となり、励振電力と負荷抵抗の関係を示すと図 9.10 になる。参考のため能率最大曲線も示しておく。

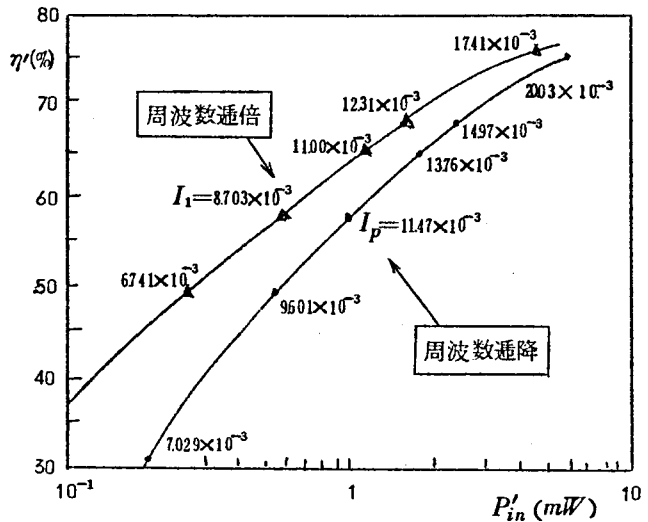


図 9.9 能率 (ダイオード並列形)

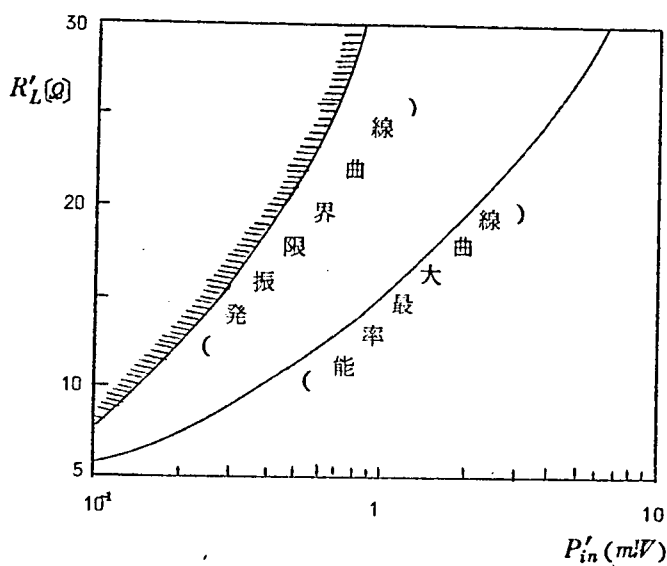


図 9.10 最小励振電力と負荷抵抗の関係
(ダイオード並列形)

9.5 結 言

一般に周波数2通倍と周波数1/2通降は互はらの関係にあり、理論解析は同じように取扱われ、実験も同じ装置で行なうことができるので、両者を比較検討することは興味ある問題である。

周波数通倍に関してはすでに本論文で解析されているので、ここではまず周波数1/2通降の定常状態における、 m が任意の場合の大信号解析を周波数通倍と同様な方法で、電圧励振形と電流励振形の二回路について同一的に行なった。

さらに周波数通倍と周波数通降の比較を変換能率、最適負荷等について理論式および具体的数値計算により行なうことができた。また周波数通降の場合は、発振可能な励振電力の最小値が存在するのに対し、周波数通倍にはこのような関係がないことが知られているがここで導いた式を用いればこれを上手く説明できることも示した。なお本章は障壁容量領域における議論である。

第 10 章 結 論

本研究で得られた主な成果をまとめて示すとつぎのようになる。

- (1) 障壁容量による直接式周波数逡倍の大信号解析を代表的な二つの基本回路，すなわちダイオード直列形回路およびダイオード並列形回路について系統的に行ない，両回路を比較できる多くの一般的資料が得られた。まず双対でない二つの基本回路の諸特性を明らかにするため，それぞれの回路の方程式を求め，変換能率，最適負荷，入力抵抗の式を与え，物理的解明を行なった。さらに具体的な数値計算を行ない 2，3，4 逡倍の結果が図 2.7～図 2.14 のように得られた。また一般的な信号電源の場合の取扱法についても示した。なおここでの大信号解析は，小信号理論も包含している点にも特色がある。

(第 2 章)

- (2) 高次逡倍における変換能率向上を目的とする周波数逡倍方式を提案した。これを“中間同調式逡倍”と呼ぶ。まず中間同調式逡倍の逡倍機構を大信号解析し，能率向上の物理的根拠を明らかにした。この能率向上の効果はダイオード直列形回路に対しては顕著であるがダイオード並列形回路に対しては期待できず，従って本方式は *Utsunomiya & Yuan* の方式⁽¹⁾と異なることを示した。さらにカスケード接続式の大信号解析を行なった後，数値計算を行ない，直接式，中間同調式，カスケード接続式の 3 方式を比較し，図 3.6～図 3.9 に示すよう本方式が優れていること，およびそれが高次の逡倍におけるほど著しいことを示した。(第 3 章)

- (3) 中間同調式逡倍の理論を確認するため，立体回路による種々の型の中間同調式逡倍器を試作し実験した結果，クロスガイド・テーパ型逡倍器が最良なことがわかった。これを用いて 4 1 6 8 Mc の 4 逡倍および 6 逡倍の実験を行ない，従来の直接式逡倍器といわれるクロスガイド型逡倍器の能率と比較した結果，かなりの能率が向上した。なお理論値と実験値の比較の一例を示すと中間同調式と直接式の変換能率の差は入力 30 mV のとき，4 逡倍の場合，理論値では 8 dB，実験値では 6 dB 前者が優り，また 6 逡倍の場合，理論値では 8～13 dB，実験値では 12 dB 前者が優っている。さらにクロスガイド・テーパ型逡倍器を等価回路により解析し，逡倍器設計のための指針を与えた。

(第 4 章)

- (4) かなり高次の逡倍方式として，中間同調式の多段カスケード接続方式，直接式の多段カスケード接続方式，中間同調式が考えられるが，ここではまず，中間同調式の 2 段カ

スケード接続方式および直接式の4段カスケード接続方式の大信号解析を示した。続いて16通倍について、中間同調式の2段カスケード接続方式 $\{(2 \times 2) \times (2 \times 2)\}$ 、直接式の4段カスケード接続方式 $\{2 \times 2 \times 2 \times 2\}$ および中間同調式 $\{(2 \times 8), \{4 \times 4\}, \{8 \times 2\}\}$ の各方式による能率を具体的に計算した。その結果、図5.5に示すように小信号の範囲では中間同調式のカスケード接続方式が、また大信号になると中間同調式 $\{8 \times 2\}$ が優ることが示された。(第5章)

- (5) 電荷蓄積効果による周波数通倍の解析をダイオード直列形回路およびダイオード並列形回路に対して系統的に行ない、両者を比較検討し、電荷蓄積効果による通倍に関する一般的資料を与えた。すなわち従来の解析が低能率通倍に対するものか、近似的解析であることを指摘し、従来と異なり正確な解析が行なわれるよう留意した点を挙げ、両回路それぞれに対する回路方程式を導いた。さらに数値計算を行なって一般的諸特性を求め両回路の差異を明らかにした。まず変換能率に関して、従来の解析によれば理論値が実験値より低い、真の理論値はさらに大きくなり実験値より高くなることが示された。また並列形回路の場合は図6.8の特性を用いており、その能率は直列形回路より低くなった。基本波に対する希望高調波の位相差は障壁容量による通倍と異なり一定値にならず、図6.6、図6.13のような様々な値になることがわかった。本解析は、電力保存の法則を満たす明快なものであり、解析のパラメータは一般化されているので計算結果も一般性がある。従って本解析は、あらゆる同調形周波数通倍の厳密な解析法を示唆するといえる。(第6章)

- (6) 電荷蓄積を生ずるときの可変容量ダイオードの高周波動特性を解析し、周波数通倍の解析において用うべき特性を与えた。従来、障壁容量による通倍では振込で良い順方向の限界が明らかでなく、また、電荷蓄積効果による通倍では、理想特性の根拠が確かでなかった。従って解析に用うべきダイオード特性を究明すべく、可変容量ダイオードの各種容量について検討し、電荷蓄積効果を生ずるときは図7.8、図7.11のように障壁容量と拡散容量で総合特性が表わせることを理論および実験により確認した。理論における電荷蓄積時の拡散容量の解析はこれまでなされていなかったものであり、これによる理論値は実験値と比較した結果、絶対量としての比較はできないがその傾向は一致することが図7.2～図7.4により示された。以上は電圧励振の場合であるが、電流励振についても実験的に検討し、図7.24、図7.26のような電荷に対する可変エラストンス特性が得られた。なおこれらの結果は周波数通倍に限らず可変容量を用いた他の装

値の研究の一助になると思われる。(第7章)

(7) 一般の可変容量ダイオードを用い、順方向に大きく信号を振込んだ場合は、障壁容量効果および電荷蓄積効果の両方を考慮した解析を行なう必要があるとし、ダイオード直列形回路と並列形回路の両者に対し系統的に厳密な解析を行なった。さらにGSBダイオード定数を用い2通倍の数値計算を両回路に対して行なった結果、入力電力、変換能率特性などかなり相異があることが判明し(図8.4～図8.8, 図8.12～図8.14参照)、これについての物理的説明を与えた。実験的確認は、まず従来判然としてないクロスガイド型通倍器の等価回路はダイオード直列形であることを理論および実験的考察により確かめた後、 $4120Mc$ の2通倍の実験を行ない、その変換能率の入力電力に対する特性は図8.6に示すよう理論値と大よそ一致することが明らかとなった。従来、小電力における能率の実験値は障壁容量による通倍の理論値と一致するが、大電力になるに従い、単調減少し理論値と一致しなくなり、その説明が不備であったが、ここでの解析結果によりこれを説明できることになったといえよう。(第8章)

(8) 周波数2通倍と周波数 $\frac{1}{2}$ 通降は裏はらの関係にあり、同じようなダイオードや回路方式で動作できる。従って両者を比較することは興味ある問題である。すでに通倍に対する解析は第2章で行なったので、従来解析されていない m が任意の場合の $\frac{1}{2}$ 通降の定常状態における大信号解析を電圧励振形と電流励振形の双方に対して行なった。具体的数値計算を行ない、変換能率、最適負荷、入力抵抗などを周波数2通倍の場合と比較し図9.5, 図9.6および図9.8, 図9.9の結果が得られた。また周波数通降の場合、負荷が与えられたとき発振可能な励振電力の最小値が存在するが、これを図9.7, 図9.10に示した。これらに対する物理的説明は本文で与えた。なおここでの2通倍と $\frac{1}{2}$ 通降の議論は障壁容量領域に対してである。(第9章)

謝

辞

本研究は京都大学工学部池上淳一教授の御指導の下に行なわれたもので、筆者が大学院工学研究科に入学以来、終始御懇篤な御指導と御激励とを賜った池上教授に対し、心から御礼申し上げます。また筆者に研修の機会を与えて下さった防衛庁海上自衛隊の関係各位に深甚の謝意を表します。また本研究の遂行に際し種々有益な御教示、御討論を頂きました京都大学工業教員養成所福井廉教授をはじめ、池上研究室の各位、在学中、共に研究された通信研究所の関清三および酒井保良の両氏に厚く御礼申し上げます。さらに御助力を頂きました電子工学、電気工学、第二電気工学教室および計算センターの方々に、あわせて感謝致します。

参 考 文 献

- (1) J.M.Manley & H.E.Rowe: "Some General Properties of Nonlinear Elements." *P. IRE, Vol.44*, pp.904~913, July, 1956
- (2) C.H.Page: "Harmonic generation with ideal rectifiers", *P.IRE, Vol.46*, pp.1738~1740, Oct., 1958
- (3) K.K.N. Chang: "Harmonic generation with nonlinear reactances." *RCA Rev, Vol.19*, pp.455~464, Sept., 1958
- (4) D.Leenov & A.Uhlir: "Generation of Harmonics and Subharmonics at Microwave Frequencies with P-N Junction Diode." *P.IRE* pp.1724~1729, Oct., 1959
- (5) K.M.Johnson: "Large Signal Analysis of a Parametric Harmonic Generator." *IRE Trans.MTT.*, pp.525~532, Sept., 1960
- (6) 柚木: "P-N ジャンクションダイオードを用いたマイクロ波周波数逡倍について." 信学誌 44 pp.1063~1066. 昭36年7月
- (7) 池上・福井: "非直線容量を利用した高調波発生器における不要高調波の存在の影響について." 昭36電気四学会連合大会, №1148
- (8) 池上・福井・松崎: "可変容量ダイオードによる周波数逡倍の一方式." 信学誌, 46, pp.912~919, 昭38年7月
池上・福井・松崎: "可変容量ダイオードによる周波数逡倍の一方式について." 昭37電気四学会連合大会, №956
- (9) 池上・福井・松崎: "可変容量を用いた周波数逡倍における直列, 並列同調の比較" 昭37電気通信学会全国大会, №, S8-7
- (10) D.B.Leeson & S.Weinreb: "Frequency multiplication with nonlinear capacitance—a circuit analysis." *P.IRE, Vol.47*, pp.2076~2084, Decem., 1959

- (11) *T.Utsunomiya & S.Yuan: "Theory, Design and Performance of Maximum Efficiency Variable-Reactance Frequency Multipliers." P.IRE, pp.57~65, January, 1962*
- (12) *P.Penfield & R.P.Rafuse: "Varactor Applications." MIT Press, 1962*
- (13) 池上・松崎: "中間同調式通倍に関する一考察." 昭39電気四学会連合大会, №1130
- (14) 池上・松崎: "可変容量を用いた各種高次通倍方式の能率" 昭38電気四学会関西支部連合大会, №14-4
- (15) 渡辺: "半導体ダイオードを用いたマイクロ波周波数通倍器の大信号特性およびその最大平坦形伝送特性について." マイクロ波伝送研究会資料, 1963年3月
- (16) *S.M.KraKauer: "Harmonic Generation, Rectification and Lifetime Evaluation with the Step Recovery Diode." P. IRE, pp.1665~1676, July, 1962*
- (17) *S.T.Eng et al: "Frequency Dependence of the Equivalent Series Resistance for a Germanium Parametric Amplifier Diode." P.IRE, Vol.48, pp.358~, March, 1960*
- (18) *D.B.Leeson: "RF Current in a P-N junction." P.IEEE, pp.1052, July, 1963*
- (19) *D.B.Leeson: "Diffusion Effects in Varactor Frequency Multipliers." P.IEEE, pp.1052~1053, July, 1963*
- (20) *Burckhardt: "Analysis of Varactor Frequency Multipliers for Arbitrary Capacitance Variation and Drive Level." BSTJ, pp.676~692, April, 1965*
- (21) 松崎・関・酒井: "電荷蓄積効果による周波数通倍の解析." マイクロ波伝送研究会資料, 1965年10月
池上・松崎・関・酒井: "電荷蓄積効果による周波数通倍の解析."

昭39電気通信学会全国大会， ㍷294

松崎・関・酒井・池上：“電荷蓄積効果による周波数逡倍の解析（ダイオード並列形の場合）。” 昭40電気四学会連合大会， ㍷1511

- (22) *R.D.Middlebrook: "An Introduction to Junction Transistor Theory." John Willy & Sons, Inc.*
- (23) *W.Shockley: "The Theory of PN Junction in Semiconductors and PN Transistors." BSTJ, Vol.28, pp.435~489, July, 1949*
- (24) *C.T.Sah: "Effects of Electron and Holes of the Transition Layer Characteristics of Lineary Graded P-N Junctions." P.IRE, Vol.49, pp.603~618, March, 1961*
- (25) *J.L.Moll, S.M.KraKauer & R.Shen: "P-N Junction Charge-storage Diodes." P.IRE, Vol.50, pp.43~53, January, 1962*
- (26) *D.L.Hedderly: "An Analysis of a Circuit for the Generation of High-order Harmonics Using an Ideal Nonlinear Capacitor." IRE Trans ED, Vol.ED-9, pp.484~491 Novem., 1962*
- (27) 松崎・酒井：“可変容量ダイオードの高周波ダイナミック特性。”
トランジスタ研究会資料， 1966年1月
池上・松崎・酒井：“電荷蓄積を生ずる時の可変容量ダイオードの高周波ダイナミック特性。” 昭40電気通信学会全国大会， ㍷540
- (28) *T.C.Leonald: "Prediction of Power and Efficiency of Frequency Doublers Using Varactors Exhibiting a General Nonlinearity." P.IEEE, pp.1135~1139, Aug., 1963*
- (29) 田中：“同軸対導波管変成器の新しい等価回路と素インピーダンスの概念について。”
信学誌， 35 昭27年12月
- (30) *B.C.DeLoach: "Radial-Line Coaxial Filters in the*

Microwave Region. IEEE Trans. MTT, pp.50~55,
January, 1963

- (31) 松崎・酒井・池上：“障壁容量および電荷蓄積効果による周波^救逓倍の解析。”
昭和41電気四学会連合大会，A61118
- (32) Hilibrand J & W.R.Beam: "Semiconductor Diodes.in
Parametric Subharmonic Oscillators." RCA Review,
pp.229~253, June, 1959
- (33) 松崎・池上：“周波数逓倍と周波数逓降。” 昭40電気四学会連合大会，
A61510
- (34) 岡島：“共振形パラメトリック増巾器の研究。” 通研成果報告1587号，
1961年12月
- (35) L.A.Blackwell & K.L. Kotzebue: "Semiconductor-Diode
Parametric Amplifiers." Prentice Hall, Inc., 1961
- (36) 高橋：“双対と類推。” 共立出版 昭35年5月
- (37) 山崎：“可変容量ダイオードによる逓倍回路の解析。” 信学誌，
pp.257~263, 昭41年2月
- (38) Hedderly: "Parametric Amplification by Charge
Storage." P.IRE, pp.966, May, 1961
- (39) 半導体ハンドブック編集委員会：“半導体ハンドブック” オーム社

付録 1 (6.31) 式の誘導

(6.30) 式に (6.6) 式を用いると

$$P_{loss} = \frac{V_1}{2\pi} \left[\int_{-\alpha_1}^{\beta} I \cos x dx - V_n \int_{-\alpha_1}^{\beta} I (\cos nx \cos \theta_n + \sin nx \sin \theta_n) dx - V_b \int_{-\alpha_1}^{\beta} I dx \right] \quad (A \cdot 1 \cdot 1)$$

となり, (A・1・1) 式 [] 中の3番目の積分は (6.11) 式より零であることがわかる. さらに (6.14) 式を用いると (A・1・1) 式は

$$P_{loss} = \frac{1}{2} A_1 V_1 - \frac{V_n V_1}{2} (A_n \cos \theta_n + B_n \sin \theta_n) \quad (A \cdot 1 \cdot 2)$$

となる. かくして, (6.26), (6.27) 式を用いると (6.31) 式が得られる.

付録 2 (7.20) 式の誘導

C_{dp} は

$$C_{dp} = \left(\frac{dQ_p}{dt} \right) / \left(\frac{dV}{dt} \right) \quad (A \cdot 2 \cdot 1)$$

で求められるので, まず dQ_p/dt を計算する. いま

$$F(t) \equiv \int_0^t \frac{(\epsilon \frac{q}{kT} V(\xi) - 1) \epsilon^{\xi/\tau_p}}{(t-\xi)^{1/2}} d\xi \quad (A \cdot 2 \cdot 2)$$

とおくと (7.19) 式は

$$Q_p = q P_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \epsilon^{-\frac{t}{\tau_p}} F(t) \quad (A \cdot 2 \cdot 3)$$

となり dQ_p/dt は

$$\frac{dQ_p}{dt} = q P_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \epsilon^{-\frac{t}{\tau_p}} \left\{ -\frac{F(t)}{\tau_p} + \frac{dF(t)}{dt} \right\} \quad (A \cdot 2 \cdot 4)$$

$dF(t)/dt$ は $(t-\xi)^{1/2} \equiv \zeta$ とおくと

$$\frac{dF}{dt} = 2 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_0^t \left[\epsilon \frac{q}{kT} V(t-\zeta^2) + \frac{1}{\tau_p} (t-\zeta^2) - \epsilon \frac{1}{\tau_p} (t-\zeta^2) \right] d\zeta \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\varepsilon \frac{q}{kT} V(0) \right) \frac{1}{\sqrt{t}} \\
&+ 2 \varepsilon \frac{t}{\tau_p} \int_0^{\sqrt{t}} \left\{ \frac{q}{kT} \frac{\partial V(t-\zeta^2)}{\partial t} \varepsilon \frac{q}{kT} V(t-\zeta^2) - \frac{\zeta^2}{\tau_p} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\tau_p} \varepsilon \frac{t}{\tau_p} \left(\varepsilon \frac{q}{kT} V(t-\zeta^2) - 1 \right) \right\} d\zeta \quad (A \cdot 2 \cdot 5)
\end{aligned}$$

(A・2・2), (A・2・5) 式を (A・2・4) 式に代入すると

$$\begin{aligned}
\frac{dQ_p}{dt} = q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \left\{ \varepsilon \frac{t}{\tau_p} \left(\varepsilon \frac{q}{kT} V(0) - 1 \right) \right. \\
\left. + \frac{2q}{kT} \int_0^{\sqrt{t}} \frac{\partial V(t-\zeta^2)}{\partial t} \varepsilon \frac{q}{kT} V(t-\zeta^2) - \frac{\zeta^2}{\tau_p} d\zeta \right\} \quad (A \cdot 2 \cdot 6)
\end{aligned}$$

従って (A・2・1), (A・2・6) 式から (7・20) 式が得られる。

付録 3 (7・38) 式の誘導

(7・37) 式の両辺を D_p で除し, 左辺を右辺に移項した式を $L(\tilde{p})$ とおく. すなわち

$$L(p) \equiv \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial Z^2} - \frac{1}{D_p} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} - \frac{\mu_p E}{D_p} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial Z} - \frac{1}{D_p \tau_p} \tilde{p} = 0 \quad (A \cdot 3 \cdot 1)$$

これは拋物型偏微分方程式である いま

$$Z \equiv \int \sqrt{\frac{1}{D_p}} d\xi = \frac{z}{\sqrt{D_p}}, \quad T \equiv t \quad (A \cdot 3 \cdot 2)$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} &= \frac{\partial \tilde{p}}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{D_p}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} \\
\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial z^2} &= \frac{1}{D_p} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial Z^2}
\end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 3 \cdot 3)$$

(A・3・3) 式を (A・3・1) 式に代入し、 $L_1(\tilde{P}) \equiv D_P L(\tilde{P})$ とすると

$$L_1(\tilde{P}) = \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial T^2} - \frac{\mu_p E}{D_p} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial Z} - \frac{1}{\tau_p} \tilde{P} = 0 \quad (A \cdot 3 \cdot 4)$$

さらに

$$\tilde{P} = \tilde{p} \exp\left(-\frac{1}{2} \int^Z \frac{\mu_p E}{\sqrt{D_p}} E d\xi\right) = \tilde{p} \exp\left(-\frac{\mu_p E}{2\sqrt{D_p}} Z\right) \quad (A \cdot 3 \cdot 5)$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} \tilde{P} &= \tilde{P} e^{\alpha_p Z} \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial Z} &= \epsilon \alpha_p Z \left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Z} + \alpha_p \tilde{P} \right) \\ \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial Z^2} &= \epsilon \alpha_p Z \left(\frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial Z^2} + 2 \alpha_p \frac{\partial \tilde{P}}{\partial Z} + \alpha_p^2 \tilde{P} \right) \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial T} &= \epsilon \alpha_p Z \frac{\partial \tilde{P}}{\partial T} \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 3 \cdot 6)$$

を得る。ここに $\alpha_p = \mu_p E / (2\sqrt{D_p})$ である。(A・3・6) 式を (A・3・4) 式に代入する。ここで

$$L_2(\tilde{P}) \equiv L_1(\tilde{P}) \exp(-\alpha_p Z) \quad (A \cdot 3 \cdot 7)$$

とおくと

$$L_2(\tilde{P}) = \left(\alpha_p^2 + \frac{1}{\tau_p} \right) \tilde{P} + \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial Z^2} \quad (A \cdot 3 \cdot 8)$$

これより

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial T} = - \left(\alpha_p^2 + \frac{1}{\tau_p} \right) \tilde{P} + \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial Z^2} \quad (A \cdot 3 \cdot 9)$$

を得る。これは階段接合の場合の (7・12) 式と同じ形をしている。従ってこの解は容易に求まり

$$\tilde{P} = \varepsilon - (\alpha_p^2 + \frac{1}{\tau_p}) \frac{Z}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{p_0(\xi) \exp \left\{ -\frac{Z^2}{4(t-\xi)} + (\alpha_p^2 + \frac{1}{\tau_p}) \xi \right\}}{(t-\xi)^{3/2}} d\xi \quad (A \cdot 3 \cdot 10)$$

となる。ただし $\tilde{P}$ の初期および境界条件を

$$\left. \begin{aligned} \tilde{P}(Z, 0) &= 0 \\ \tilde{P}(0, T) &= \tilde{p}_0(T) \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 3 \cdot 11)$$

としているが、これは $\tilde{p}$ の条件 (7.13), (7.14) 式と同じものといえる。かくし

て $\tilde{p} = \tilde{P} \exp(\alpha_p Z)$ であるので (A.3.2) 式を用いることにより (7.38) 式が得られる。

付録 4 (7.40) 式の誘導

(7.39) 式は $(t-\xi)^{1/2} \equiv \zeta$ とおくと

$$Q_p = 2 q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \int_0^{\sqrt{t}} \left(\varepsilon \frac{q V(t-\zeta^2)}{k T} - 1 \right) \left(1 + \alpha_p \sqrt{\pi} \zeta \varepsilon \alpha_p^2 \zeta^2 \right) \varepsilon^{-\beta_p \zeta^2} d\zeta \quad (A \cdot 4 \cdot 1)$$

となる。従って $\alpha Q_p / \alpha t$ は直ちに求まり

$$\begin{aligned} \frac{\alpha Q_p}{\alpha t} &= 2 q p_n \sqrt{\frac{D_p}{\pi}} \left[\frac{1}{2\sqrt{t}} \left\{ \left(\varepsilon \frac{q V(0)}{k T} - 1 \right) \left(1 + \alpha_p \sqrt{\pi t} \varepsilon \alpha_p^2 t \right) \varepsilon^{-\beta_p t} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{q}{k T} \int_0^{\sqrt{t}} \frac{\partial V(t-\zeta^2)}{\partial t} (1 + \alpha_p \sqrt{\pi} \zeta \varepsilon \alpha_p^2 \zeta^2) \exp \left(\frac{q V(t-\zeta^2)}{k T} - \beta_p \zeta^2 \right) d\zeta \right] \quad (A \cdot 4 \cdot 2) \end{aligned}$$

となる。ただし $\beta_p = \alpha_p^2 + \frac{1}{\tau_p}$ 。従って (A.2.1) 式を用いると (7.40) 式が得られる。

付録 5 (8.28) 式の証明

入力電力は

$$P_{in} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} V_1 i_1 dx = \frac{1}{2} A_1 V_1 = \frac{1}{2} A_{11} V_1 + \frac{1}{2} A_{12} V_1 \quad (A \cdot 5 \cdot 4)$$

出力電力は

$$\begin{aligned}
 P_{out} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_n \dot{I}_n dx = \frac{1}{2} (A_n^2 + B_n^2) R_L \\
 &= \frac{1}{2} (A_{n1}^2 + B_{n1}^2) R_L + (A_{n1} A_{n2} + B_{n1} B_{n2}) R_L + \frac{1}{2} (A_{n2}^2 + B_{n2}^2) R_L \\
 &\quad (A \cdot 5 \cdot 2)
 \end{aligned}$$

ダイオード損失電力は

$$P_{loss} = \frac{R_s}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} I^2 dx = \frac{R_s}{2\pi} \left[\int_{-\alpha_1}^{\beta} I^2 dx + \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I^2 dx \right] - \frac{V_b}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I dx \quad (A \cdot 5 \cdot 3)$$

ここで

$$P_{loss}' \equiv \frac{R_s}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{\beta} I^2 dx \quad (A \cdot 5 \cdot 4)$$

$$P_{loss}'' \equiv \frac{R_s}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I^2 dx - \frac{V_b}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I dx \quad (A \cdot 5 \cdot 5)$$

とおく。 P_{loss}' は

$$\begin{aligned}
 P_{loss}' &= \frac{R_s}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{\beta} I^2 dx \\
 &= \frac{V_1}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{\beta} I \{ \cos x - V_n \cos (nx - \theta_n) - V_b \} dx \\
 &= \frac{V_1}{2\pi} \left[\int_{-\alpha_1}^{\beta} I \cos x dx - V_n \int_{-\alpha_1}^{\beta} I (\cos nx \cos \theta_n + \sin nx \sin \theta_n) dx \right. \\
 &\quad \left. - V_b \int_{-\alpha_1}^{\beta} I dx \right] \\
 &= \frac{1}{2} A_{11} V_1 - \frac{V_n V_1}{2} (A_{n1} \cos \theta_n + B_{n1} \sin \theta_n) \cdot \left(\because \int_{-\alpha_1}^{\beta} I dx = 0 \right) \\
 &= \frac{1}{2} A_n V_1 - \frac{R_L}{2} (A_n A_{n1} + B_n B_{n1})
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} A_1 V_1 - \frac{R_L}{2} (A_{n1}^2 + B_{n1}^2) - \frac{R_L}{2} (A_{n1} A_{n2} + B_{n1} B_{n2})$$

(A・5・6)

P_{loss}'' は (A・5・1) ~ (A・5・6) 式より

$$P_{loss}'' = \frac{1}{2} A_2 V_1 - \frac{R_L}{2} (A_{n1} A_{n2} + B_{n1} B_{n2}) - \frac{R_L}{2} (A_{n2}^2 + B_{n2}^2)$$

$$= \frac{1}{2} A_2 V_1 - \frac{R_L}{2} (A_n A_{n2} + B_n B_{n2})$$

$$= \frac{1}{2} A_2 V_1 - \frac{V_n V_1}{2 \sqrt{A_n^2 + B_n^2}} (A_n A_{n2} + B_n B_{n2})$$

$$= \frac{1}{2} A_2 V_1 - \frac{V_n V_1}{2} (A_{n2} \cos \theta_n + B_{n2} \sin \theta_n)$$

$$= \frac{V_1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I \cos x \, dx - \frac{V_n V_1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I \cos (nx - \theta_n) \, dx$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I \{ V_1 \cos x - V_n V_1 \cos (nx - \theta_n) \} \, dx$$

$$P_{loss}'' = \frac{1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I V \, dx, \quad \left(\int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I \, dx = \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} I \, dx = \int_{-\alpha_1}^{\beta} I \, dx = 0 \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I (V_C + V_R) \, dx \quad (A・5・7)$$

ここに V_C , V_R はそれぞれ可変容量, ばがり抵抗にかかる電圧である。 V_C に関しては

$$\int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I V_C \, dx = \int_{-\alpha_1}^{2\pi-\alpha_1} I V_C \, dx - \int_{-\alpha_1}^{\beta} I V_C \, dx \quad (A・5・8)$$

となるが, 右辺第1項は, 実効電力を構成しないことから零であり, 第2項は導通時 $V_C = 0$

なることから零, 従って (A・5・8) 式は零である。従って P_{loss}'' は

$$P_{loss}'' = \frac{1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi-\alpha_1} I V_R \, dx \quad (A・5・9)$$

また P_{loss} は $[\beta; 2\pi - \alpha_1]$ 間の全調波におけるダイオード損失であるので

$$P_{loss} = \frac{R_s}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi - \alpha_1} I^2 dx \quad (A \cdot 5 \cdot 10)$$

で表わされるが $IR_s = V_R$ の関係を用いると

$$P_{loss} = \frac{1}{2\pi} \int_{\beta}^{2\pi - \alpha_1} I V_R dx \quad (A \cdot 5 \cdot 11)$$

となる。従って (A・5・9) , (A・5・11) 式が等しいことより, (8・29) 式の電力保存の関係が成立つことが証明される。

付録 6 (9・6) , (9・7) 式の誘導

(9・1) 式を

$$v(t') = V_p \cos(2\omega t' + \theta_2) + V_s \cos \omega t' \quad (A \cdot 6 \cdot 1)$$

と変形すれば, 第2章における周波数逡倍の関係式がほとんどそのまま使えるので (9・1) 式の代りに (A・6・1) 式を用い, まず θ_2 を求めてから θ を求めることにする。

(9・5) , (A・6・1) 式を (9・3) 式に用いて i のポンプ波成分 $i(2\omega)$ および分数調波成分 $i(\omega)$ を求めると

$$\left. \begin{aligned} i(2\omega) &= -2\omega C_0 V_p \sin x_n - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_s^{2\alpha+2} \frac{V_p}{V_s} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha - \beta \\ \nu \leq \beta}} K_{\alpha\beta\nu} \sin 2 \left[(2\nu + 1) x_1 - \nu x_2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{2(\nu-1) \leq \alpha - \beta \\ \nu \leq \beta}} L_{\alpha\beta\nu} \sin 2 \left[\nu x_2 - (2\nu - 1) x_1 \right] \right\} \\ i(\omega) &= -\omega C_0 V_s \sin x_1 - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_s^{2\alpha+1} V_p \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^{2\beta} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha - \beta \\ \nu \leq \beta}} M_{\alpha\beta\nu} \sin \left[(2\nu + 1) x_2 - \left\{ 2(2\nu + 1) - 1 \right\} x_1 \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha - \beta - 1 \\ \nu \leq \beta}} N_{\alpha\beta\nu} \sin \left[\left\{ 2(2\nu + 1) + 1 \right\} x_1 - (2\nu + 1) x \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 6 \cdot 2)$$

ただし $x_2 = 2\omega t' + \theta_2$, $x_1 = \omega t'$, $\sum_{\substack{2\nu \leq \alpha - \beta \\ \nu \leq \beta}}$ などは $\sum$ 記号の下に示した範囲の零, または正の整数 ν についての和を意味する. $K_{\alpha\beta\nu}$, $L_{\alpha\beta\nu}$ などは α , β , ν によって定まる係数である.

図 9, 1 の回路で同調条件が成立している場合に各調波ごとにキルヒホフの法則を適用する. $\dot{V}_P = V_P \epsilon^{j\theta_2}$ なる複素数表示を用いて

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_P &= G_P \dot{V}_P + j\omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_S^{2\alpha+2} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^{2\beta} \left\{ \sum_{\nu} K_{\alpha\beta\nu} \epsilon^{-2j\nu\theta_2} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\nu} L_{\alpha\beta\nu} \epsilon^{j2\nu\theta_2} \right\} \\ 0 &= (G_S + G_L) V_S + j\omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_S^{2\alpha+1} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{V_P}{V_S} \right) \\ &\quad \cdot \left\{ \dot{V}_P \sum_{\nu} M_{\alpha\beta\nu} \epsilon^{2j\nu\theta_2} + \dot{V}_P^* \sum_{\nu} N_{\alpha\beta\nu} \epsilon^{-2j\nu\theta_2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (A.6.3)$$

上式を実数部, 虚数部に分け, $\alpha \geq 3$ かつ $\beta \geq 1$ の項を省くと

$$\left. \begin{aligned} I_P \cos \theta_2 &= G_P V_P \cos \theta_2 - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_S^{2\alpha+2} \sum_{\beta=0}^{\alpha} L_{\alpha\beta 1} \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^{2\beta} \sin 2\theta_2 \\ I_P \sin \theta_2 &= G_P V_P \sin \theta_2 + \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_S^{2\alpha+2} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{\beta=0}^{\alpha} K_{\alpha\beta 0} \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^{2\beta} + \sum_{\beta=1}^{\alpha} L_{\alpha\beta 1} \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^{2\beta} \cos 2\theta_2 \right] \\ 0 &= (G_S + G_L) V_S - \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_S^{2\alpha+1} V_P \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(M_{\alpha\beta 0} - N_{\alpha\beta 0} \right) \\ &\quad \cdot \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^{2\beta} \sin \theta_2 \\ 0 &= \omega \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_{2\alpha+1} V_S^{2\alpha+1} V_P \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(M_{\alpha\beta 0} + N_{\alpha\beta 0} \right) \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^{2\beta} \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (A.6.4)$$

上の3番目の式より $\theta_2 = -2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ ($k=0, \pm 1$) が得られるが、ポンプ波と

分数調波間の電力授受の関係を考慮すると

$$\theta_2 = -2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (A \cdot 6 \cdot 5)$$

(9.1) 式と (A.6.1) 式とは

$$\left. \begin{aligned} t &= t' + \theta_2 / 2\omega \\ \theta &= -\theta_2 / 2 \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 6 \cdot 6)$$

の関係があるので、得られる θ は (9.6) 式のようになる。

ここで

$$K_{\alpha\beta\nu} - L_{\alpha\beta\nu} = M_{\alpha\beta\nu} - N_{\alpha\beta\nu} \equiv H_{\alpha\beta} \quad (A \cdot 6 \cdot 7)$$

(ただし β は零または正の整数)

とおけば (9.7) 式が得られる。上で定義した $H_{\alpha\beta}$ は $(V_S \cos x_1 + V_P \sin 2x_1)^{2\alpha+1}$

$\cdot (V_S \sin x_1 - 2V_P \cos 2x_1)$ の展開における $V_S^{2(\alpha-\beta)-2} V_P^{2\beta} \sin 2x_1$

の係数になっているので、このことから $H_{\alpha\beta}$ は容易に求まり、(9.8) 式のようになる。

付録7 (9.50), (9.51) 式の誘導

(9.41) 式を

$$q(t') = Q_1 \cos \omega t' + Q_2 \cos (2\omega t' + \theta'_2) \quad (A \cdot 7 \cdot 1)$$

と変形し、これを用いて、まず θ'_2 を求めた後、 θ' を求める。

(A.7.1) 式を (9.48) 式に代入し、 ν のポンプ波成分 $\nu(2\omega)$ および分数調波成分 $\nu(\omega)$ を求めると

$$\left. \begin{aligned} \nu(2\omega) &= S_1 Q_2 \cos x_2 + \sum_{\alpha=0}^{\infty} \frac{1}{2} S_{2\alpha+2} Q_1^{2\alpha+2} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^{2\beta} \\ &\quad \left\{ \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} K'_{\alpha\beta\nu} \cos 2 \left[(2\nu+1)x_1 - \nu x_2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha-\beta-1 \\ \nu \leq \beta}} L'_{\alpha\beta\nu} \cos 2 \left[x_2 - (2\nu-1)x_1 \right] \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$v(\omega) = S_1 Q_1 \cos x_1 + \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_1^{2\alpha+1} Q_2 \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{2\beta} \cdot \left\{ \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}} M'_{\alpha\beta\nu} \cos \left[(2\nu+1)x_2 - \left\{ 2(2\nu+1) - 1 \right\} x_1 \right] \right. \\ \left. + \sum_{\substack{2\nu \leq \alpha-\beta-1 \\ \nu \leq \beta}} N'_{\alpha\beta\nu} \cos \left[\left\{ 2(2\nu+1) + 1 \right\} x_1 - (2\nu+1)x_2 \right] \right\} \quad (A.7.3)$$

ただし、 $x_2 = 2\omega t' + \theta_2'$, $x_1 = \omega t'$. $\sum_{\substack{2\nu \leq \alpha-\beta \\ \nu \leq \beta}}$ などは $\sum$ 記号の下に示した範囲

内にある零または正の整数 ν についての和を意味する。 $K'_{\alpha\beta\nu}$, $L'_{\alpha\beta\nu}$ などは α , β , ν によって定まる係数である

図9.3の回路で同調条件が満たされている場合、各調波ごとにキルヒホフの法則を適用

し回路方程式を求める。 $Q_2 = Q_2 \varepsilon^{j\theta_2'}$ なる複素数表示を用いて

$$\dot{V}_P = R_S \dot{I}_P - \frac{j}{2} \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_S^{2\alpha+2} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_P}{Q_S}\right)^{2\beta} \cdot \left\{ \sum_{\nu} K'_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{-2j\nu\theta_2'} + \sum_{\nu} L'_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{2j\nu\theta_2'} \right\} \\ O = (R_S + R'_L) \dot{I}_S - j \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_S^{2\alpha+1} \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(\frac{Q_P}{Q_S}\right)^{2\beta} \cdot \left\{ \dot{Q}_P \sum_{\nu} M'_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{2j\nu\theta_2'} + \dot{Q}_P^* \sum_{\nu} N'_{\alpha\beta\nu} \varepsilon^{-2j\nu\theta_2'} \right\} \quad (A.7.3)$$

上式を実数部、虚数部に分け、 $\alpha \geq 3$, $\beta \geq 1$ の項を省略すると

$$V_P \cos \theta_2' = R_S I_P \cos \theta_2' + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_S^{2\alpha+2} \sum_{\beta=0}^{\alpha} L'_{\alpha\beta 1} \left(\frac{Q_P}{Q_S}\right)^{2\beta} \sin 2\theta_2' \\ V_P \sin \theta_2' = R_S I_P \sin \theta_2' - \frac{1}{2} \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_S \cdot \left\{ \sum_{\beta=0}^{\alpha} K'_{\alpha\beta 0} \left(\frac{Q_P}{Q_S}\right)^{2\beta} + \sum_{\beta=1}^{\alpha} L'_{\alpha\beta 1} \left(\frac{Q_P}{Q_S}\right)^{2\beta} \cos 2\theta_2' \right\} \\ O = (R_S + R'_L) \dot{I}_S + \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_S^{2\alpha+1} Q_P \sum_{\beta=0}^{\alpha} (M'_{\alpha\beta 0} - N'_{\alpha\beta 0}) \cdot \left(\frac{Q_P}{Q_S}\right)^{2\beta} \sin 2\theta_2'$$

$$0 = - \sum_{\alpha=0}^{\infty} S_{2\alpha+2} Q_S^{2\alpha+1} Q_P \sum_{\beta=0}^{\alpha} \left(M'_{\alpha\beta 0} + N'_{\alpha\beta 0} \right) \left(\frac{Q_P}{Q_S} \right)^{2\beta} \cos 2\theta'_2 \quad (A \cdot 7 \cdot 4)$$

上の 4 番目の式およびエネルギー授受の関係より

$$\theta'_2 = -2k\pi - \frac{3}{2}\pi \quad (k=0, \pm 1) \quad (A \cdot 7 \cdot 5)$$

従って, (9.41) 式と (A.7.1) 式に比べることにより θ' の値が (9.50) 式のように得られる.

つぎに

$$M'_{\alpha\beta 0} - N'_{\alpha\beta 0} = K'_{\alpha\beta 0} - L'_{\alpha\beta 1} \equiv H'_{\alpha\beta} \quad (A \cdot 7 \cdot 6)$$

(β は零または正の整数)

とおけば (9.51) 式が得られる. 上代で定義した $H'_{\alpha\beta}$ は $(Q_S \cos x_1 - Q_P \sin 2x_1)^{2\alpha+2}$

の展開における $\frac{1}{2} Q_S^{2(\alpha-\beta)+2} Q_P^{2\beta} \cos 2x_1$ の係数である.