

氏名	浅谷耕一 あさ たに こう いち
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第391号
学位授与の日付	昭和49年11月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	工学研究科電気工学専攻
学位論文題目	<b>Studies on Singular Perturbations of Optimal Control Systems with Applications to Nuclear Reactor Control</b> (最適制御系の特異摂動論及びその原子炉制御への応用の研究)
論文調査委員	(主査) 教授 服部嘉雄 教授 若林二郎 教授 西川禎一

### 論文内容の要旨

本論文は、値の小さいパラメータを含むダイナミカル・システムに対して、システムの次数を低減することにより近似的に最適制御を求めるための特異摂動論に関する研究結果をまとめ、原子炉最適制御の問題にその応用を試みたものである。2点境界値問題を主題とし、制御の終端時刻が固定され評価関数が2次形式で与えられる場合をとり扱っている。論文は6つの章と付録とからなる。

第1章においては、特異摂動形の常、偏微分方程式系の漸近解を求めるための特異摂動論（以下、特異摂動論のことをSPTと略記する）について歴史的な俯瞰を行いながら、その概要を述べている。また、従来2つの独立した手法として知られてきた、Vasil'evaの境界層処理の方法と接合漸近級数展開法とが等価であることを指摘している。

第2章は集中定数系の最適制御問題を論じたものである。追値制御の構成に当って、フィードバック係数とそれに付随してあらわれる強制項を求めるためのSPTを展開して具体的に解を誘導している。つぎに終端固定問題に対しては、Muftiの一般リッカチ変換を応用することによって、条件の悪い2点境界値問題を解析容易な初期値問題に転換し、そのあとSPTを適用している。この場合、境界層方程式が、正、負いずれの向きに漸近安定であるかに従って、関連する再帰方程式の初期値問題、終端値問題のいずれとして解くべきかが決定されることを明らかにしている。最後に、小さい程度の異なる2個のパラメータが含まれるシステムを解析して、従来よりも簡潔な漸近展開を得、多重構造の境界層が生じる過程を明らかにして最適制御の構成を可能にしている。

第3章は、前章で展開された理論を、原子炉の一点炉モデルに関する動特性解析と制御問題に応用したものである。まず、従来の即発跳躍近似による動特性の解析は、本論文SPTの第1項に対応することを明らかにし、また、第2項を例題に対して数値的に求めて即発跳躍近似の誤差評価を具体的に行っている。つぎに、一点炉の最適整定問題に対してSPTを適用し、中性子密度の終端時刻近傍に境界層が生じることを示すとともに、そのために問題が複雑になる場合の数値計算例を示して、計算時間その他具体的

な経験について述べている。

第4章では、放物形発展方程式の SPT に関して関数解析的な考察を行い、最初にかなり一般的な理論を展開して、系の収束性、誤差評価などに関する定理を導いている。ついで、放物形連立偏微分方程式の最適追値問題に対し、Lions の手法を用いて作用素のリックチ方程式を導出し、Schwartz の核定理により核表示を行った後、固有関数展開の時間係数の求出に SPT を適用して漸近解を構成し誤差評価を行っている。

第5章は、前章の所論に基づき、分布系モデルで与えられた原子炉の最適追値制御問題に SPT を適用したものである。従来行われている即発跳躍近似が、やはりこの場合も本論文の漸近級数第1項に対応していることを明らかにしている。また、遅発中性子を伴う一群拡散方程式系のモデルに対して、ヘルムホルツ・モード展開によりモード分離制御を利用した制御を構成し、数値計算結果を示して本方法の有効性を主張している。特に、臨界条件との関連における考察においては、従来の文献にみられるように即発中性子のみ存在を仮定した場合、基本モードを SPT で求められないのに対して、遅発中性子を伴う場合には、漸近安定性が保証されて SPT の適用が可能となる場合のあることを指摘している。また、制御が空間的に不連続な場合も、適当な変換を用いることにより本論文に示した方法が利用できることを付言している。

第6章は、本論文の諸結果をまとめるとともに、補足的な注意事項と将来に残された問題を指摘したものである。

## 論文審査の結果の要旨

微小パラメータが含まれるダイナミカル・システムの解析、構成、制御などにおいて近似的な処理を行うおうとする場合、システム次数の低減化に利用される特異摂動論は有力な一手段を提供するものである。本論文は、現代要求される複雑なシステムの最適制御問題に対して、特異摂動論による手法を開発することが一つの重要な課題であるという著者の認識に基づいている。とり扱っている主題は、評価関数が2次形式で与えられ、制御の終端時刻が固定されている場合の2点境界値問題である。以下、著者の得た主要な結果につき、理論と応用に分けて要約する。

### 〔I〕 理論……特異摂動論及び最適制御理論

(1) 常微分方程式で表わされる系に対する最適制御の追値問題に特異摂動論（以下、SPT と略記する）を導入し、フィードバック係数と強制項を特異摂動形リックチ方程式を解いて求め、制御システムの構成が可能であることを明らかにした。

(2) 常微分方程式で表わされる系に対する終端固定問題をとりあげ、Mufti の一般リックチ変換を巧みに応用して、条件の悪い2点境界値問題を解析容易な初期値問題に転換し、そのあと SPT を適用することに成功した。この場合、境界層システムが正、負いずれの向きに漸近安定であるかによって、再帰方程式を解く向きが決定されることを明らかにした。

(3) 常微分方程式で表わされる系において、程度の異なる2つの微小パラメータが存在する場合に対する SPT を展開し、その結果を最適制御問題に応用した。

以上(1), (2), (3)の結果は最適制御システムの広範な分野に拡張可能であり, 評価関数が2次形式をもつ有限次元システムに対する SPT の適用に関する限り, ほぼ完全な体系を示したものと評価できよう。

(4) 放物形発展方程式で表わされる系の関数解析的な処理を行い, 最適追値制御問題にはじめて特異摂動形構成法を導入した。その構成法は, Lions の手法にならって作用素のリッカチ方程式を求めた上, 核表示を行った後に SPT を適用して漸近解を得るという手続きによっている。

## 〔II〕 応用……原子炉システムの最適制御

(1) 従来よく知られている即発跳躍近似による原子炉動特性の解析は, 本論文でとりあげた SPT における漸近級数の第1項に対応することを明らかにし, また, 第2項を例題に対して数値計算により求め, 即発跳躍近似の誤差評価を具体的に行った。このような誤差評価の方法は, 分布系モデルの炉に対しても応用できるものである。

(2) 一点炉の最適整定問題に SPT を適用して解析を行い, 中性子密度の終端時刻近傍に境界層が生じることを指摘し, 一数值計算例を示した。これは, 今後この種の一点炉制御問題を取り扱う場合に対して有力な手法を提示するものであって, 出力変更の要求や温度フィードバックが存在するような, より実際的な場合に対する炉制御問題一般に応用可能である。

(3) 分布系で与えられる炉の最適追値制御問題にはじめて SPT を応用し, ヘルムホルツ・モード展開を用いて分離制御の構成法を示した。また, モデルの一例に対して数値計算を行い制御関数を構成するとともに, 中性子密度の時間的变化を明らかにした。特に, 臨界条件との関連における考察においては, 従来の文献にみられるように即発中性子の存在のみを仮定した場合, 基本モードの求出には SPT が適用できないのに対して, 遅発中性子を伴う場合には漸近安定性が保証されて SPT の適用が可能となる場合のあることを指摘した。

本論文の主要点は以上のようなようであるが, すべての場合に対して誤差評価の方法が確立され, 理論は整然としている。数値解析を実施したモデルについていえば, 厳密解との比較を行うために実際の原子炉モデルとして簡単にすぎきらいはあるが, 一般的に応用面からみて, 将来有望な大規模システム近似解法に関する一研究分野につき指針を与えている点, その意義は大きい。応用分野は, 本論文に述べられた原子炉システムにとどまらず, 広範な分野への拡張, 発展が期待される。

以上により, 本論文の学術上, 工学上貢献するところは少なくなく, 工学博士の学位論文として価値あるものと認める。