計算の仕方 (2)

渡邊敏夫

VI 計算公式

與へられた問題を數値計算で解くために用ひられる公式は，唯だ一組に限つたものではない．幾組かの公式を導き出すことが出來るものである．然し其等は數學的に考へると，總て同等のものであるが，實際に之等を計算に適用する場合には，不同なものである．例へば簡單な例として

$$y=2\sin^2\frac{1}{2}x$$

$$y=1-\cos x$$

は理論的には全く等しいものである．然し x の或る與へられた値に相當した y の値を計算するために使用すると，その結果は決して等しいものではない，殊に x の値が 0° 近くにある場合にはさうである．

數學的には如何に其の取扱ひ方が優美な式であつても，之を實用計算に適用した場合に，得らるべき結果の精度の悪い様な，又取扱ひが面倒なものでは何にもならないのである．軌道決定法に於て，ラプラスの方法は直接法と云つて，その解析的取扱ひは非常に優美なものであるが，實際問題としては多くの場合間接法と呼ばれるガウスの法が用ひられるのも，一つには後者が計算上便利な處があるからである．

VII 計算者

以上大略述べ來たつた様に，計算に入つて來る誤差といふものが如何なるものかは理解出來たであらう．こゝで更に進めて計算者は之等の誤差を如何に取扱つたらよいか，從つて計算といふものはどうすればよいかといふことについて細かく述べて見様と思ふ．

或る一つの問題を數値的に解くといふことは，之を數學的に研究することゝは全然趣きを異にして居る．換言すれば計算者の立場は數學者の立場とは全く異なつて居る．計算者は數を迅速に且つ精確に取扱ふといふ以上に或る技術を必要とする．何となれば實際計算といふものは判斷を必要とする一方，

數字を手際よく取扱うことが必要であるからである．上述からも御判りの事と思ふが，計算者の目的はデータに應じて，計算の誤差が最後の結果に出來るだけ最小の影響を及す様に計算を整へなくてはならない．而して同時にこの結果を導くためには出來るだけ時間と勞力の消費を少くすることにある．然し之等の條件を同時に滿さうとすると或る程度の矛盾を來すことになるのである．例へば計算の精算誤差は用ひる桁數を十分增すことによつて，任意の欲する極限迄導くことは出來る．がさうすると計算の方に著しく勞力の增加を來すことは明である．又計算さるべき公式を變形することによつて勞力を節約することの出來ることは，しばしばあるが精度を犧牲にする樣なことになる．

要するに計算は精確に，簡單に，且つ敏速なることが必要である．初步の人は徒らに速かならんとして正確さを缺き易く，又精確ならんとして，誤差の事には考へ及ばないで，徒らに桁數の大きな計算表とか，或は餘分の數字迄並べて，無駄な勞力を費すものが多い．敏速といふことは計算に熟練することによつて，又以下の項目に於て述べる樣なことに注意すれば，自然に得られるものであるから，初めのうちは計算に誤りのない樣，最後の結果の精確さを得る樣に心懸くべきものである．

Ⅷ 計算樣式

計算は之を敏速に行ふためには，數字を奇麗に，又數字を橫にも縱にも規則正しく揃へることが必要である．數字の行が歪んで居る樣では加減の計算を間違なく遂行することは困難である．そのために計算には線の入つた計算紙を使ふのが便利である．字の大さにもよるが，筆者は一目盛３粍位の方眼紙を使用して居る．之は各自適當な大さのものを撰べばよいわけである．而して計算を始める前に紙の左側に縱に，計算すべき引數を書く．但し，その際一者に組み合される樣なものは出來るだけ一者にする樣にする．同じ量が計算の中に數度入つて來る樣な場合でも，たゞ一度だけ書けばよい樣に排列する．こういふ風にして計算樣式と云ふものを作る．例を取つて見やう．

$\sin a \sin A = \cos \Omega$	$\sin b \sin B = \cos \varepsilon \sin \Omega$
$\sin a \cos A = -\cos i \sin \Omega$	$\sin b \cos B = n \cos(N+\varepsilon)$

$\sin c \sin C = \sin \varepsilon \sin \Omega$ | $n \sin N = \sin i$

$\sin c \cos C = n \sin(N+\varepsilon)$ | $n \cos N = \cos \Omega \cos i$

之は天體の軌道要素を與へて位置推算のための常數を計算する公式である．どんな風に計算様式を作るかと云ふと，上述の様にして次の様式を作ることが出來る．

cos Ω	n sin N	N+ε	sin a sin A	sin b sin B	sin c sin C
sin Ω	n cos N	cos(N+ε)	sin a cos A	sin b cos B	sin c cos C
cos i	tg N	n	tg A	tg B	tg C
sin i	cos N	sin(N+ε)	A	B	C
cos ε	sin N		sin A	sin B	sin C
sin ε	N		cos A	cos B	cos C
	ε		sin a	sin b	sin c

計算に慣れない間は，こんな風に排列された數行も離れた2數を加へたり，引いたりする事は困難を感ずるであらうが，少し練習をすれば容易に出來るものである．數字は引數の列の右に直接縦の列に書くのである．若し同じ計算が繰り返される様な場合——かゝる計算の例は天文計算には非常に多い．例へば彗星，小遊星の位置推算表を作るとか，攝動計算を行ふ場合の如きはその一例である．——には縦に平行に，而して各組毎に一行を占める様にする．而して各組毎に獨立した而して同じ計算をする場合には，或る一つの引數に相當する總ての數字を記入するのであつて，第1組の計算を完了して後，第2組，第3組と移つて行くのではない．

然しながら，同じ角の種々の三角函數が必要である場合には，例へ引數の列が離れて居ても，計算表を一度開けば總ての値が求められるわけであるから，一度に求めて書き込むのである．之は計算を敏速ならしむる要件の一つであるが，初めての人には守られにくいものである．

次に總ての組に對して常數である様な引數は書き込まないで，かゝる常數はカードとか，紙の切れ端の下縁に書いて，この常數と組み合さる處の數の上に置いて加減を行ひ，次ぎ次ぎに横に移して運算をする．

初めての人は引數を十分完全に書いて，最大の用心を以て計算を行ふのがよい．經驗を積むに從つて，引數の或るものを抜いたり，又はそれに相當する計算を頭の中で遂行することによつて，手數を劣くことが出來るものであ

る．この樣にして經驗ある計算者は二つの對數の和を作つたり，又その結果を書き下さなくても，其れに相當する數を表から求めることが出來るものである．繰り返して云ふが，かゝる省略は計算の初步者にとつては順次にすることであつて，或る熟練が得られて後に行ふことである．初めからそんな事をすると「鵜の眞似する烏水に溺れる」と云ふことになつてしまふ．

IX　切り上げ，切捨て

小數以下ｒ桁迄とつてそれ以下の數字をやめて省略する必要がしばしば起つて來る．この時に今取り去る數字がｒ桁の單位の$\frac{1}{2}$を越す時にはｒ桁の數字は１を增し，$\frac{1}{2}$より小さい場合にはそのまゝｒ桁以下の數字を取り去る．而して取り去る部分が丁度ｒ桁の單位の$\frac{1}{2}$に等しい時には，普通之を切り上げてｒ桁の數字を１增す．卽ち四捨五入の法が用ひられてゐる．然るにこの場合ｒ桁の數字が奇數の場合にはｒ桁の數字を１增し，さもなければ切り捨てるといふ法も使はれて居る．この後の方法によると切り上げ，切り捨ての結果はｒ桁の數字を常に偶數にすることになる．切り上げ，切り捨てたがために起る誤差は長い計算の間には互ひにその影響は打ち消し合つてしまふ．何れの法を採用するかは計算者自身が始めに定めて置いて，それを終り迄實行すればよい．

對數表を開いた時，最後の桁が５の場合には，$\bar{5}$，$\dot{5}$，５の３種類があることに氣がつくであらう（この樣な區別のされて居らないものもある）．$\bar{5}$は之より後の數字を切り上げて５になつたことを示す．５桁の場合について云つて見れば0.000045と0.00005の間にある樣な凡ての數の５桁以下を切り上げたものである．$\dot{5}$は之に反して，0.00005と0.000055にある凡ての數の5桁以下を切り捨てたことを意味する．5は0.000050なることを示すものである．

從つて5桁の表を4桁に切り上げ，切り捨てんとする場合には，$\bar{5}$は切り捨て，$\dot{5}$は之を切り上げ，5は上述の四捨五入となり，又は上げた桁の數字が偶數になる樣にするものである．之等のことは最後の桁でなくとも云ひ得ることである．例へば0.73$\dot{5}$0，0.73$\bar{5}$0，0.7350等は之を小數桁2位迄取る場合には夫々0.74，0.73，0.74等とすべきものである．（續く）