

計 算 の 仕 方 (3)

渡 邊 敏 彦

X 計算の補助物

色々の種類がある。計算器、計算尺、算盤等の計算器のことは、話を他日にゆづつて、此處では計算表について述べやう。

(a) 對數表, 三角函數表

最もよく一般に利用されるものは5桁、6桁程度のものである。が3桁、4桁、7桁、時には8桁等のものも必要であつて、機に應じて之等の計算表のどれでも直ぐに利用し得る様に、一通り備へて置くことと云ふことは計算の能率を擧げることになる。之等の表を購入する際に注意すべき事柄は、或る表は適當に整備されて居らないので、計算の目的に不適當なものがあるといふことである。3桁の表を除いては、少くとも三角函數表に於て續いた二つの引數に對應する値の差(之を表差といふ)を與へて居らない様なものは避けるべきである。又比例部分の様な補助表を掲げて居らない様なものも不適當である。三角函數の6桁の對數表で弧の分毎に表値が與へられた様なものも、やはり良いものではない。sine や cosine の表は tangent や cotangent の表と分離されて居らない事も重要な事柄である。又最後に Addition-Subtraction Logarithms をも含む様な表を選ぶことも望ましい事である。参考のため若干の表を次に示しておこう。

三 桁 の 表

J. Peters: Dreistellige Tafeln für logarithmisches und numerisches Rechnen.

四 桁 の 表

C. Bremiker: Tafeln vierstelliger Logarithmen.

F. G. Gauss: Vierstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln.

S. de Glasenapp: Tables de logarithmes des nombres et des fonctions trigonométriques à 4 décimales.

五 桁 の 表

F. G. Gauss: Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln.

宮本藤吉譯: がうす五桁の對數表.

C. Bremiker: Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit fünf Dezimalstellen.

M. v. Rohr: Die Logarithmen der Sinus und Tangenten für 0' bis 5' von Tausendstel zu Tausendstel Grad.

- J. Peters: Fünfstellige Logarithmentafel der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde des Quadranten.
- N. V. Komendantoff: Fünfstellige Tafeln der Logarithmen der Zahlen und trigonometrischen Funktionen für in Bogen- und Zeitmass ausgedrückte Winkel.
- E. Becker: Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch auf fünf Dezimalen.
- S. Newcomb: Logarithmic and other mathematical Tables.
- O. Lohse: Tafeln für numerisches Rechnen mit Maschinen.
- F. G. Gauss: Fünfstellige trigonometrische und polygonometrische Tafeln für Maschinenrechnen.

六 桁 の 表

- C. Bremiker: Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit sechs Dezimalstellen.
- J. Peters: Sechsstellige Logarithmen der trigonometrischen Funktionen von $0'$ bis $90'$ für jedes Tausendstel des Grades.
- J. Peters: Sechsstellige Tafel der trigonometrischen Funktionen enthaltend die Werte der sechs trigonometrischen Funktionen von 10 zu 10 Bogensekunden des in $90'$ getheilten Quadranten und die Werte der Kotangente und Kosekante für jede Bogensekunde von $0' 0''$ bis $1' 20''$.
- H. Brandenburg: Sechsstellige trigonometrische Tafel für Berechnungen mit der Rechenmaschine.

七 桁 の 表

- Vega: Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch.
- J. Peters: Siebenstellige Logarithmentafel der trigonometrischen Funktionen für jede Bogensekunde des Quadranten.
- J. Peters: Siebenstellige Logarithmen der trigonometrischen Funktionen von $0'$ bis $90'$ für jedes Tausendstel des Grades.
- J. Peters: Siebenstellige Werte der trigonometrischen Funktionen von Tausendstel zu Tausendstel des Grades.
- H. Brandenburg: Siebenstellige trigonometrische Tafel für Berechnungen mit der Rechenmaschine.
- N. Herz: Siebenstellige Logarithmen der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde.
- Bruhns: Neues logarithmisch trigonometrisches Handbuch.

八 桁 の 表

- J. Bauschinger, J. Peters: Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit acht Dezimalstellen, enthaltend die Logarithmen aller Zahlen von 1 bis 200000 (I. Bd.)
Die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen für jede Sexagesimalsekunde

des Quadranten. (II. Bd.)

十 桁 の 表

J. Peters: Zehnstellige Logarithmentafel, Zehnstellige Logarithmen der Zahlen von 1 bis 100000 nebst einem Anhang mathematischer Tafeln (I. Bd.)

Zehnstellige Logarithmen der trigonometrischen Funktionen von 0° bis 90° für jedes Tausendstel des Grades (II. Bd.)

B. N. Numerov: Tafel der Zehnstelligen Logarithmen der Zahlen.

以上大體主な表を列挙したが、この中には計算器用の三角函數表をも含んで居る。一々之等の表の内容について述べることは紙面が許さないから省くことにする。又表の構造の原理、及びその使用法は始にも斷つた様に、讀者諸子は一通り御承知のこととして、唯だ次に若干の事柄について説明を加へて置く。

對數表、三角函數表使用上の注意

1) 指標に負數を使はないこと。この場合は眞數が小數の時である。指標に負數を使ふ代りに、10を加へて置き、對數の値は -10 と書かれて居るつもりで計算する。かゝる對數が二つ加へられた場合には、その和は -20 と後につけられるであらうが、指標から10だけとつて -10 となすのである。例へば $\bar{1}.56372$ は10を加へて 9.56372 と書く可きものであるが、若しこの指標が整數部の桁數を示すものと混同する虞れがある場合には 9.56372_{-10} と記される。之に 9.25418 を加へると 8.81790 となるが、之は後に -10 がついて居ることは勿論の事である。

2) 與へられた對數に相當する數が負數である場合には、對數の後に n なる文字を書き加へておく。例へば $9.362851n$ の如し。而して幾つかの對數が組み合ふ時に、 n を持つ對數が奇數個あれば結果はやはり n がつくが、偶數の場合には結果には n はとれる。眞數が負なる様なものを奇數回乗除した結果は負であり、偶然回乗除した結果は正であるからである。

3) 度々前に述べた様に、與へられた角に對して必要な總ての三角函數値は表を一度開くだけで求める様にする。

4) \secant や \cscant の對數は \cosine や \sine の對數を0から引くことによつて容易に求まる。その際對數の各數字を首めの方から順に9から引き、最後の桁の數だけ10から引くことによつて暗算で簡單に求められる。この法は何も \secant や \cscant の場合や對數の場合だけではない。何時でも $0000\cdots$ からあ

る数を引く時に適用するのである。

5) 或る数の何乗かを計算する場合、数が1よりも小さくて且つ冪指数が小数である様な場合には注意を要する。1)の事がよく了解出来れば何でもないことである。例へば $0.2^{1.5}$ は $1.5 \times [9.3010] = [8.9515]$ である。ここで [] は對數を表はすもので、眞數と對數を區別するためによく用ひられる記號である。

6) 表を Interpolate する時には比例部分(P.P.)を利用して暗算でやること。部分を使つても一々紙に書いて居ては何時迄経つても計算は上手になれない。逆の運算の場合も同じことである。

(b) Addition-Subtraction Logarithms.

此の表の目的は a 及び b の二數の對數が與へられた時、 $a+b$ 及び $a \sim b$ の對數を求めるためのものである。前述の計算表には之を含むものもあるが、多くは含んで居らない。Addition-Subtraction Logarithms だけを單行本として出版されて居るもの二三を擧げて見ると、

Berkeley: Addition-Subtraction Logarithms to Five Decimal Places. (5桁)

B. Cohn: Tafeln der Additions und Subtractions-Logarithmen auf sechs Dezimalen. (6桁)

J. Zech: Tafeln der Additions- und Subtraktionslogarithmen für Sieben Stellen. (7桁)

之等の表の使用法は夫々説明されて居るが、之は始めての人もあらうから、その構造の原理及び使用法を説明しておこう。

N を任意の數として、 $A = \log N$ を引數として

$$B = \log(N+1)$$

の表を作る。ここで $N = \frac{b}{a}$ とすれば

$$A = \log b - \log a$$

であつて $B = \log\left(\frac{b}{a} + 1\right) = \log(a+b) - \log a$

或は $\log(a+b) = \log a + B$

である。之は加算に對する基本式であつて、計算の仕方は次の様である。

$a > b$ として、 $A = \log b - \log a$ を計算し、この A を引數として表より B を求めると

$$\log(a+b) = \log a + B$$

で、 $a+b$ の對數が知られる。

次は引算の場合には $N = \frac{a}{b} - 1$ とおけば

$$B = \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

で

$$A = \log(a-b) - \log b$$

となり、或は書き直して $\log(a-b) = \log b + A$

となる。之が引算の基本式で、計算は $B = \log a - \log b$ を作り、この B を引数として表より A を求めると

$$\log(a-b) = \log b + A$$

但し $a > b$ である。然しこの場合 b が小さくなると、 B が大きくなり都合が悪くなるので、 B を引数として

$$C = \log\left(1 - \frac{b}{a}\right) = \log(a-b) - \log a$$

を表から求める様にしたものもある。この場合には

$$\log(a-b) = \log a + C$$

から $a-b$ の對數が求め得られる。

二數の對數を知つてその二數の加減の對數を求める時、Addition-Subtraction Logarithms 表を利用すると、一つの加算、引算はたゞ一回の interpolation と、一回の引算と一回の加算を行へばよい。之を普通の對數表によつて計算する場合には三回の interpolation と一回の加算或は引算を含む。又 Addition-Subtraction table から得た結果は、普通の對數表を使つて得た結果に比して精確である。夫故に運算の手數から云つても、最後の結果の精度から云つても、Addition-Subtraction Logarithms の表が勝れて居る。

(c) 二乗、三乗等の表、特殊の表

上記對數表の多くには、自乗（平方）従つて平方根の表は附加されて居る。Barlow の表は二乗、三乗、平方根、立方根及び10000迄の整數の逆數を含んで居つて、最も便利な計算表の一つである。

Barlow: Tables of squares, cubes, square roots, cube roots, and reciprocals of all integer numbers up to 10000.

次に掛算、割算の表としては

A. L. Crelle: Rechentafeln, 1000 × 1000,

J. Peters: neue Rechentafeln für Multiplikation und Division mit allen Zahlen von 1 bis 4 stellen.

J. Peters: Multiplikations- und Interpolationstafeln für alle ein- bis dreistelligen Zahlen.

C. L. Petrick: Multiplikations-Tabellen.

H. Zimmermann: Rechentafel nebst Sammlung häufig gebrauchter Zahlenwerte.

此の外特殊の計算表としては

E. Jahnke u. Emde: Funktionentafeln mit Formeln und Kurven.

E. Jahnke u. Emde: Funktionentafeln.

之は天文計算をせんとする人には餘り必要はないが、理論的な計算をする場合には往々役立つことがある。なほ計算表を列挙しただしたら限りがないし、又此の稿を読まれる諸子には必要もないから略する。若し必要あつて詳しく知り度い方は、Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 第72巻340頁、同第85巻386頁、同第92巻338頁を参照さるれば結構である。

以上は一般的の計算表であるが、夫々専門の部分に屬する計算表といふものが又澤山にある。天文計算特に軌道決定と云つた方面の全體に渡つては

C. Wirtz: Tafeln und Formeln aus Astronomie und Geodäsie.

があり、もつと精密なものには

G. Stracke: Tafeln zur theoretischen Astronomie von Julius Bauschinger.

等を擧げる事が出来る。(つゞく)

アリゾナ隕鐵の重さ

さきに山本博士が、南米ペルーからの歸途、米國アリゾナの隕星坑から持ち歸られた3つの隕鐵のうち、最大のものは、測定の結果、下記の通りなることが明らかとなつた。

重量	587 匁	即ち	2201 グラム
比重	7.62		