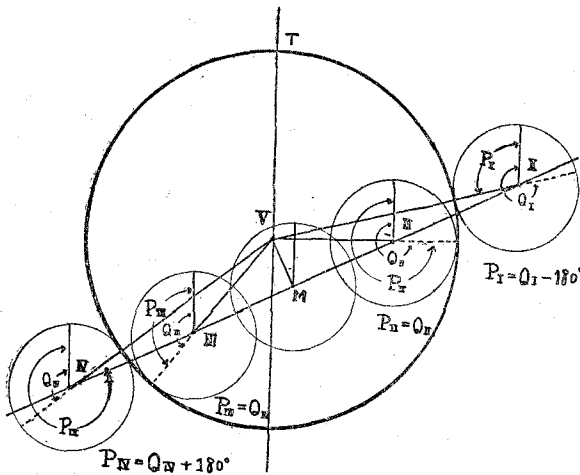


月蝕の豫報計算 (3)

Predictions of Lunar Eclipse.

熊切 一男 K. Kumakiri.

§9. 位置角 “位置角” とは、月面上で、北極の方向から所要の點まで、時計の針の回轉と反對の方向に測つた角を云ふのであつて、第9圖では、各位相



第 9 圖

に就いて $P_I, P_{II}, P_{III}, P_{IV}$ を指す。此の角を知ると、月が何れの方から蝕されて行くか、又、蝕が消失して行くか判る。

扱て、第9圖から次の關係が容易に判る。

$$\begin{aligned}
 P_I &= Q_I - 180^\circ \\
 P_{II} &= Q_{II} \\
 P_{III} &= Q_{III} + 180^\circ \\
 P_{IV} &= Q_{IV}
 \end{aligned}$$

故に、各位相の Q が知れれば、容易に P は求まる譯である。 Q は方程式 (7) から得られる。 L として、 L_1 を代入するか、 L_2 を代入するかに従つて、 Q_I, Q_{IV} を得るか、 Q_{II}, Q_{III} を得る譯である。三角函數の計算法に慣れてゐないと象限を間違へて、思はぬ失敗をし勝ち故、理論は別とした簡便法に依つて Q を求めてみよう。即ち、(7) 式の $\sin(Q-N) = \frac{m \cos(M-N)}{L}$ の右邊を計算して、眞數表中 \sin の欄のその値に對應した角が θ° であつたとする。勿論、 θ は $\frac{m \cos(M-N)}{L}$ の正負に關係なく求めた鋭角である。§8 で既に記した如く M は 0° 或は 180° に定つてゐるから、 M が 0° の時は θ に負號を、又、 180° の時には正號をあたへる事と規約する。斯く、正號或は負號を有つた θ° に N を加へた値を Q_{IV} (L_2 を用いた場合は Q_{III}) とし、 Q_I (或は Q_{II}) は $(Q_I - N) + (Q_{IV} - N) = 180^\circ$ [或は $(Q_{II} - N) + (Q_{III} - N) = 180^\circ$] なる關係式から求める。

§10. 各位相の時刻 次に、各位相の時刻を求める爲に、 T に加ふべき t を

(8) から計算すれば宜いのである。即ち、初虧の場合は、(7) 式から前節の如くして求めた $(Q_I - N)$ 及び L_1 を、(8) 式に代入すれば、 t_I は次の如くなる。

$$t_I = \frac{L_1 \cos(Q_I - N)}{n} - \frac{m \cos(M - N)}{n} \dots\dots\dots(9)$$

然るに、 $Q_I - N$ は前圖にも判る様に、殆んど常に 90° と 180° との間の角であるから、鋭角の三角函數に直す必要がある。即ち、前述した $(Q_I - N) = 180^\circ - (Q_{IV} - N)$ なる關係から、 $\cos(Q_I - N) = -\cos(Q_{IV} - N)$ と成るから、(9) 式は

$$t_I = \frac{L_1 \cos(Q_{IV} - N)}{n} - \frac{m \cos(M - N)}{n} \dots\dots\dots(10)$$

となる。尙復圓の t_{IV} を求めるには、 $(Q_{IV} - N)$ が鋭角であるから、正負を考へるには及ばない。即ち

$$t_{IV} = \frac{L_1 \cos(Q_{IV} - N)}{n} - \frac{m \cos(M - N)}{n} \dots\dots\dots(11)$$

から求められる。蝕虧の t_{II} には (10) 式を、生光の t_{III} には (11) 式を、夫れ々々使つて、 L_1 の代りに L_2 を、 $(Q_{IV} - N)$ の代りに $(Q_{III} - N)$ を用ゐれば宜いのである。

併し、不明瞭を恐れて、計算法をもう一度要約して置くなら

i) 角 $(Q - N)$ を求める事。

次の式から $(Q_{IV} - N)$ 及び $(Q_{III} - N)$ を求める。但し、此等の角は共に鋭角である。

$$\text{初虧及復圓: } \sin(Q_{IV} - N) = \frac{m \sin(M - N)}{L_1} \dots\dots\dots(12)$$

$$\text{食既及生光: } \sin(Q_{III} - N) = \frac{m \sin(M - N)}{L_2} \dots\dots\dots(13)$$

ii) 時間 t を求めること。

i) に依つて求められた角 $(Q - N)$ を使つて、次式から T に加ふべき t を求める。但し t の値は、單位が一時間 (h) である事に注意。

$$\text{初虧: } t_I = - \left\{ \frac{m \cos(M - N)}{n} + \frac{L_1 \cos(Q_{IV} - N)}{n} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{蝕既: } t_{II} = - \left\{ \frac{m \cos(M - N)}{n} + \frac{L_2 \cos(Q_{III} - N)}{n} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{生光: } t_{III} = - \left\{ \frac{m \cos(M - N)}{n} - \frac{L_2 \cos(Q_{III} - N)}{n} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{復圓: } t_{IV} = - \left\{ \frac{m \cos(M - N)}{n} - \frac{L_1 \cos(Q_{IV} - N)}{n} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

iii) 各位相の時刻を求める事。

今迄、 T は對衝の時刻に近い値として、考へて來たが、今、對衝に等しいものと考へて、前項の t を T に加へれば、所要の時刻を得る。

- 初虧の時刻: $T_I = T + t_i$
- 蝕既の時刻: $T_{II} = T + t_{ii}$
- 生光の時刻: $T_{III} = T + t_{iii}$
- 復圓の時刻: $T_{IV} = T + t_{iv}$

11. 蝕甚及び蝕分 蝕甚は、初虧と復圓の、或は蝕虧と生光の、中央に當るから、(14)と(17)、或は(15)と(16)とを加へて、2で除す事に依り、蝕甚の時刻が得られる。即ち

$$\text{蝕甚の時刻: } T_M = T - \frac{m}{n} \cos(M-N) \dots\dots\dots(18)$$

次に、月が何れ程蝕されてゐるかの度合ひを示す蝕分を求める。“蝕分”とは、嚴密に云ふと、陰影の視半徑と月の視半徑との和から陰影と月の中心との間の角距離を減じた値を、月の視直徑にて除したものである。即ち

$$\begin{aligned} \text{蝕分} &= \frac{\text{陰影の視半徑} + \text{月の視半徑} - \text{陰影と月の中心間の角距離}}{\text{月の視直徑}} = \frac{51}{50} (P + p - S) + s - L_m \\ &= \frac{L_I - L_m}{2s} \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

L_m として、種々の値を代入すれば、その場合々々の蝕分を得るが、今、最大の蝕分を求める爲に、 L_m を蝕甚の時刻に於ける兩中心間の距離とすれば、蝕甚の時は $Q-N=90^\circ$ と成るから、 L_m は式(7)から

$$L_m = m \sin(M-N) \dots\dots(19)$$

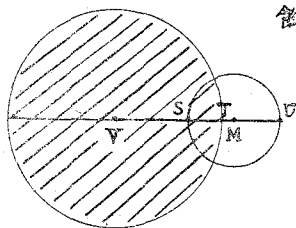
となる。これを(18)に代入して、計算すれば宜いのであるが第10圖に見られる様に

- 蝕分 < 1 部分蝕
- 蝕分 > 1 皆既蝕

となる事は論を待つ迄もなからう。以上で、殆んど月蝕方程式から求め得る關係式は盡きた。

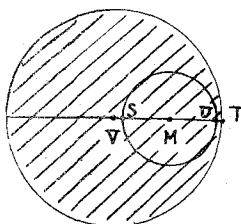
月蝕の計算としては、以上の外に、高度や方位角を求めなければならないが、此等の求め方は他日にゆづる事として、次章からは、實際の計算を、實例に就いて記する事にし様と思ふ。

部分月蝕



$$\begin{aligned} \text{蝕分} &= \frac{VT + SM - VM}{SV} \\ &= \frac{ST}{SV} = \frac{SV - TU}{SV} \\ &= 1 - \frac{TU}{SV} < 1 \end{aligned}$$

皆既月蝕



$$\begin{aligned} \text{蝕分} &= \frac{VT + SM - VM}{SV} \\ &= \frac{ST}{SV} = \frac{SV + TU}{SV} \\ &= 1 + \frac{TU}{SV} > 1 \end{aligned}$$

IV. 月蝕の數値計算

§12. 月蝕要素 自分が本文を書き初めた重點は、勿論此の章にあつた。最初の考としては、數値計算法のみ書いてみたく思つてゐたのであるが、思はぬ蛇足を加へて了つた。此んな譯から、前章迄は極力簡略したので、不判然とした結果となつたのではなからうかと、怖れてゐる。尤も、本來の目的である本章は精細に記してみようと思つてゐるが。

扱て、月蝕の計算に必要な基準量を蝕の“要素”と呼び、赤經の對衝の時刻、その時刻に於ける太陽と月との赤經及び赤緯、その毎時の變化量、及び太陽と月との視半徑及び視差の12量の事である。此の要素は、曆に載つてゐるから、其れ等を元として、計算するのである。此れから計算法を記すに就いて、實例を求めるのに、今年の8月の月蝕は部分蝕であり、と云つて、將來起るべき皆既月蝕の要素は、今、知る由もないので、不本意ながら、過去の月蝕に例を取る事とする。尤も、此れでは豫報の意味にはならないが、皆既蝕の計算法が判れば、部分蝕は容易に計算出来るのであるから、8月15日の今年の月蝕に就いて、是非計算を試みられん事を熱望して置く。

計算例を1939年5月3日夜半の皆既蝕に求めて、月蝕の要素を示すと、次の通りである。但し、記號を簡單にする爲に、對衝に於ける赤經を α 、赤緯を δ 、その毎時の變化を夫々 μ 、 ν とし、太陽、月、陰影中心の夫々の場合に從つて右下に \odot , $($, S を附けて區別する事とする。尙、視差 (P) 視半徑 (S) は、太陽の値には大文字を、月の値には小文字を使用する事と約束する。

1913年五月4日の月蝕要素

赤經の對衝 (T): 五月4日 0^h 2^m 32.^s9

	太 陽			月		
赤 經	α_{\odot}	2 ^h 39 ^m 21. ^s 55		$\alpha_{(}$	14 ^h 39 ^m 21. ^s 55	
赤 緯	δ_{\odot}	+15° 31'	37.//1	$\delta_{(}$	-15° 9'	47.//9
赤經の毎時變化	μ_{\odot}		+9. ^s 58	$\mu_{(}$		+137. ^s 18
赤緯の毎時變化	ν_{\odot}		44.//4	$\nu_{(}$		-441.//0
視 差	P		8.//7	p		3466.//9
視 半 徑	S		951.//8	s		943.//9

尙、月蝕要素は天界や、理科年表或は今年から新しく水路部から發行される天體位置表に、月蝕のある度毎に掲載されてゐる。