

月蝕の豫報計算 (4)

Predictions of Lunar Eclipse.

熊切一男 *K. Kumakiri.*

§13. 数値の準備 前記の要素を元として、必要なる数値及び補助量を計算しなければならぬ。計算上、唯一の注意すべき事は、時間で表される数値を角度の秒に直して置く事である。

1) 太陽の要素を陰影の要素に變へる事

計算に入用な量は、月と陰影との要素であるが、月蝕要素としては、太陽の要素があたへられるので、これから影の諸数値を導かねばならぬ。即ち、前にも“月蝕の起る條件”の節で述べた様に、陰影の中心は丁度太陽の正反對に位置する。尙、太陽が北へ動けば影は南へ、太陽が南に移動すれば影は北に移る故、此等の事を注意すれば、次の如くして、陰影の要素は容易に求める。

$$a_s = a_{\odot} + 12^h$$

$$\delta_s = -\delta_{\odot}$$

$$\mu_s = \mu_{\odot}$$

$$\nu_s = -\nu_{\odot}$$

計算例

$$a_s = a_{\odot} + 12^h = 2^h 39^m 21.555 + 12^h = 14^h 39^m 21.555$$

$$\delta_s = -\delta_{\odot} = -15^{\circ} 31' 37.1$$

$$\mu_s = \mu_{\odot} = 9.58$$

$$\nu_s = -\nu_{\odot} = -44.4$$

2) 6つの補助量を求める事

次に、補助量 μ, ν, m, M, n, N を求めなければならぬ。此の計算からは、對數計算をするのが便利であるが、慣れてゐない人は、筆算なり、算盤なりで試みられるより外はない。尤も、一年に一回か二回の計算であるから、筆算で計算したとて、それ程の苦勞ともならないであらう。

補助量 μ 及び ν : 此の二量は、 $\mu_c - \mu_s = \mu$ 及び $\nu_c - \nu_s = \nu$ なる式から求める。

計算別

$$\mu = \mu_c - \mu_s = 137.18 - 9.58 = 127.6 = 127.6 \times 15'' = 1914.0''$$

$$\nu = \nu_c - \nu_s = -441.0 - (-44.4) = -396.6$$

補助量 m 及び M : m 及び M は §8 の (1) (2) の式から求められる。即ち (1)²+(2)² を作れば

$$m^2 (\sin^2 M + \cos^2 M) = [a_c - a_s]^2 \cos^2 \delta_c + [\delta_c - \delta_s]^2$$

となる。然るに、 a_c と a_s とは、對衝に於ては等しくなるから、零となり、 m は次の如くなる。

$$m = [\delta_c - \delta_s]$$

又、 M は、(1) を (2) で除せば、

$$\frac{m \cdot \sin M}{m \cos M} = \frac{[a_c - a_s] \cos \delta_c}{\delta_c - \delta_s}$$

然るに、 $a_c - a_s = 0$ 故、 $\tan M = 0$ となるから、 M は常に 0° 又は 180° である。此の判別法は、次の如くとする。

$$\delta_c - \delta_s > 1 \qquad M = 0^\circ (= 360^\circ)$$

$$\delta_c - \delta_s < 1 \qquad M = 180^\circ$$

補助量 n 及び N : n 及び N は、矢張り、§8 の式 (3) (4) から求められる。即ち (3)²+(4)² は

$$n^2 (\sin^2 N + \cos^2 N) = \mu^2 \cos^2 \delta_c + \nu^2$$

$$\therefore n = \sqrt{\mu^2 \cos^2 \delta_c + \nu^2}$$

又、(3) ÷ (4) は

$$\frac{n \sin N}{n \cos N} = \frac{\mu \cos \delta_c}{\nu}$$

$$\therefore \tan N = \frac{\mu \cos \delta_c}{\nu} \quad \text{或は} \quad N = \tan^{-1} \frac{\mu \cos \delta_c}{\nu}$$

計算例

$$m = \delta_c - \delta_s = -15^\circ 9' 47.9'' - (-15^\circ 31' 37.1'') = 21' 49.9'' = 1309.9''$$

$$\delta_c - \delta_s = 1309.9'' > 1 \quad \text{なる故、}$$

$$M = 0^\circ$$

$$n = \sqrt{u^2 \cos^2 \delta_c + \nu^2}$$

$$u^2 = (1914.9'')^2$$

$$\log u \quad 3.28194$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad 6.56388$$

$$\cos^2 \delta_c = \cos^2 15^\circ 9.8'$$

$$L \cos 15^\circ 9.8' \quad 9.98461$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad 2$$

$$\quad\quad\quad +) \quad 19.96922$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad 6.56388$$

$$u^2 \cos^2 \delta_c = 3390850.0 \quad \leftarrow \quad 6.53310$$

$$\nu^2 = (396.6'')^2$$

$$\log \nu \quad 2.59835$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad 2$$

$$\nu^2 = 157280.0 \quad \leftarrow \quad 5.19670$$

$$+) \quad 3390850.0$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad 3548130.0$$

$$\log (u^2 \cos^2 \delta_c + \nu^2) \quad 6.549996$$

$$\underline{\quad\quad\quad} \quad 2$$

$$n = \sqrt{u^2 \cos^2 \delta_c + \nu^2} = 1883.96 \quad \leftarrow \quad 3.274998$$

$$\quad\quad\quad \div) \quad 2$$

$$N = \tan^{-1} \frac{\mu \cos \delta_c}{\nu}$$

$$\mu \cos \delta_c = 1914.70 \times \cos 15^\circ 9' 8''$$

$$\log \mu = 3.28194$$

$$L \cos \delta_c = 9.98461$$

$$\frac{\mu \cos \delta_c}{\nu}$$

$$\frac{3.26655}{2.59835}$$

$$\log \nu = 0.66820$$

$$0.66820$$

扱て、 ν は負數である故、全體として、 $\frac{\mu \cos \delta_c}{\nu}$ は負號を取る。然るに、正切は、第2象限と第4象限に於て、負の數値となるから、 $90^\circ \sim 180^\circ$ 或は $270^\circ \sim 360^\circ$ の間に、 N は存在する。0.66820 を元として、對數表から、銳角内に N の値を求めると、 $77^\circ 53'$ となるが、前の注意から、第2象限に求めるか、第4象限に求めるかに依つて、 $180^\circ - 77^\circ 53' = 102^\circ 7'$ とするか、又は $360^\circ - 77^\circ 53' = 282^\circ 7'$ となる譯である。前者は $\angle TON$ を、後者は $\angle TOI$ を表す事に成るが、前の定義から、 $N = 102^\circ 7'$ を採用するのが正しい。今迄に求めた補助量を纏めると、次の如くなる。

$$m = 1309.72$$

$$M = 0^\circ$$

$$n = 1883.76$$

$$N = 102^\circ 7'$$

§ 14. L の計算 §7 で述べた様に、陰影の大きさは $\frac{51}{50}(P-p-S)$ から求める。併し、以後計算に用いる場合に、月が影に外切する瞬間は、影と月との角距離は $\frac{51}{50}(P+p-S)+s$ となるから、初虧及び復圓に關する數値を求める時は、常に前記の値、即ち §7 で L_1 と名付けた L を用いなければならない。又、内切する場合、即ち蝕既及び生光に就いての諸數値を計算するには、 $L_2 = \frac{51}{50}(P+p-S)-s$ を用いて計算すれば宜いのである。

計 算 例

陰影の半徑

$$P = 8.77$$

$$p = 57.46.79$$

$$\frac{57.55.76}{15.51.78}$$

$$S = 42.3.78$$

$$\frac{1}{50 +)} = 50.75$$

$$p = 42.54.73 = 2574.73$$

$$L_1 = \rho + s = 2574.73 + 943.79 = 3518.72$$

$$L_2 = \rho - s = 2574.73 - 943.79 = 1630.74$$

§ 15. 位置角の計算 以上で、大體準備も成つた故、此等の補助量を使つて所要の數値を求める。先づ最初に、式(7)を使つて、位置角を計算する。

計 算 例

$$\sin(Q-N) = \frac{m \sin(M-N)}{L}$$

$$\sin(M-N) = \sin(-102^\circ 7') = -\cos(12^\circ 7')$$

| | |
|--------------------|----------|
| log m | 3.117006 |
| L sin(M-N) | 9.99022 |
| | 3.167226 |
| log L ₁ | 3.54632 |
| | 9.560906 |

$$Q-N = 21^\circ 20' \quad \leftarrow$$

§ 9 に規約した様に、此の例は $M=0^\circ$ の場合であるから、 $21^\circ 20'$ に負號を與へて計算する。即ち $Q-N = -O$

$$Q_{IV} = -21^\circ 20' + 102^\circ 7' = 80^\circ 47'$$

$$Q_I = 180^\circ + 2N - Q_{IV} = 180^\circ + 204^\circ 14' - 80^\circ 47' = 303^\circ 27'$$

| | |
|--------------------|----------|
| log {m · sin(M-N)} | 3.107226 |
| log L ₂ | 3.212294 |
| | 9.894932 |

$$Q-N = 51^\circ 44' \quad \leftarrow$$

$$Q_{III} = -51^\circ 44' + 102^\circ 7' = 50^\circ 23'$$

$$Q_{II} = 180^\circ + 2N - Q_{III} = 180^\circ + 204^\circ 14' - 50^\circ 23' = 333^\circ 51'$$

初虧: $P_I = Q_I - 180^\circ = 303^\circ 27' - 180^\circ = 123^\circ 5'$

蝕既: $P_{II} = Q_{II} = 333^\circ 51' = 334^\circ$

生光: $P_{III} = Q_{III} = 50^\circ 23' = 50^\circ$

復圓: $P_{IV} = Q_{IV} + 180^\circ = 80^\circ 47' + 180^\circ = 261^\circ$

§ 16. 位相時刻の計算 位相時刻に就いては、精しく § 10 で述べた。此れに従つて計算すれば宜い。

計 算 例

$$f = \frac{m \cos(M-N)}{n} \quad \cos(M-N) = \cos(-102^\circ 7') = -\sin 12^\circ 7'$$

| | |
|------------|----------|
| log m | 3.117006 |
| L sin(M-N) | 9.32202 |
| | 2.439026 |
| log n | 3.27499 |
| | 9.164036 |

$$f = -0.14589 \quad \leftarrow$$

$$F_1 = \frac{L_1 \cos(Q_{IV}-N)}{n}$$

| | |
|---------------------------|---------|
| L cos(Q _{IV} -N) | 9.96917 |
| log L ₁ | 3.54632 |
| | 3.51549 |
| log n | 3.27499 |
| | 0.24050 |

$$E_1 = 1.7380 \quad \leftarrow$$

$$F_2 = \frac{L_2 \cos(Q_{III}-N)}{n}$$

| | |
|----------------------------|----------|
| L cos(Q _{III} -N) | 9.79192 |
| log L ₂ | 3.212294 |
| | 3.004214 |
| log n | 3.27499 |
| | 9.729224 |

$$F_2 = 0.53607 \quad \leftarrow$$

$$\text{初虧: } T_I = T - (f + F_1) = 0^h \quad 2.^m55 - 1^h \quad 35.^m52 = 22^h \quad 27.^m03$$

$$\text{蝕既: } T_{II} = T - (f + F_2) = 0^h \quad 2.^m55 - 0^h \quad 23.^m41 = 23^h \quad 39.^m14$$

$$\text{蝕甚: } T_M = T - f = 0^h \quad 2.^m55 + 0^h \quad 8.^m76 = 0^h \quad 11.^m31$$

$$\text{生光: } T_{III} = T - (f - F_2) = 0^h \quad 2.^m55 + 0^h \quad 40.^m92 = 0^h \quad 43.^m47$$

$$\text{復圓: } T_{IV} = T - (f - F_1) = 0^h \quad 2.^m55 + 1^h \quad 53.^m04 = 1^h \quad 55.^m50$$

§ 17. 蝕分の計算 此れに就いても、既に説明してある。

計算例

$$L_m = m \sin (M-N) \qquad L \sin (M-N) \quad \frac{9.99022}{3.117006}$$

$$L_m = 1280.^m5 \quad \leftarrow \frac{3.107226}{3.107226}$$

$$L_1 - L_m = 3518.^m2 - 1280.^m5 = 2237.^m7$$

$$\frac{L_1 - L_m}{25} = \frac{2237.^m7}{1887.8} = 1.185 > 1 \quad \text{皆既蝕}$$

以上で、月蝕に関する諸數値は計算出來た譯である。未だ月の高度とか、方位角、月蝕の見へる限界等が必要と成つて來るが、他日に譲る事にする。以上の演算には、五桁のガウス對數表を用ひたが、月蝕の接觸時は30秒時以内の精度を以て決定する事は不可能とされてゐるから、此れ程の精度は不必要である。次に、求め得た數値を表示して置く。

1939年5月4日の月蝕の狀況

| 位 | 相 | 時 | 刻 | 方位角 |
|---|---------|----|------------------------------------|------|
| 初 | 虧 (I) | 3d | 22 ^h 27. ^m 0 | 123° |
| 蝕 | 既 (II) | | 23 ^h 39. ^m 1 | 334° |
| 蝕 | 甚 (M) | 4d | 0 ^h 11. ^m 3 | — |
| 生 | 光 (III) | | 0 ^h 43. ^m 5 | 50° |
| 復 | 圓 (IV) | | 1 ^h 55. ^m 6 | 261° |

最大蝕分 1.185

V. 月蝕の描圖計算

§ 18. 數値の準備 數値計算に依れば、厄介な計算が続くので、何んとなく精密な値が求められる様に思はれるが、對象が對象だけに、無理に面倒な計算をしなくとも、描圖計算でも相當な豫報が求まるのである。此處では、簡單な圖を畫いて、計算する方法を述べてみよう。例は前の要素に従ふ。§ 13 で述べたと同様に、太陽の要素は陰影の要素に振り變へて置く。

(1) $L = \frac{51}{50} [P + p - S]$ なる式から、陰の半徑を計算する。尙、 $L_1 = L + S$, $L_2 = L - S$ の二式から、 L_1 と L_2 を計算する。本例では、 $L = 2574.^m3$, $L_1 = 3518.^m2$, $L_2 = 1630.^m4$ となる。

(2) $\delta = \delta_c - \delta_s$ から、本影中心と月との赤緯の差を求める。今は $\delta = +1309.''2$ となる。

(3) $U = [\mu_c - \mu_s] \cos \delta_c$ 、 $V = \nu_c - \nu_s$ から、毎時の相対運動を求める。 μ_c 及 μ_s は時間で與へられるから、角度の秒に直して計算する。 $U = 1848.''4$ 、 $V = -396.''6$

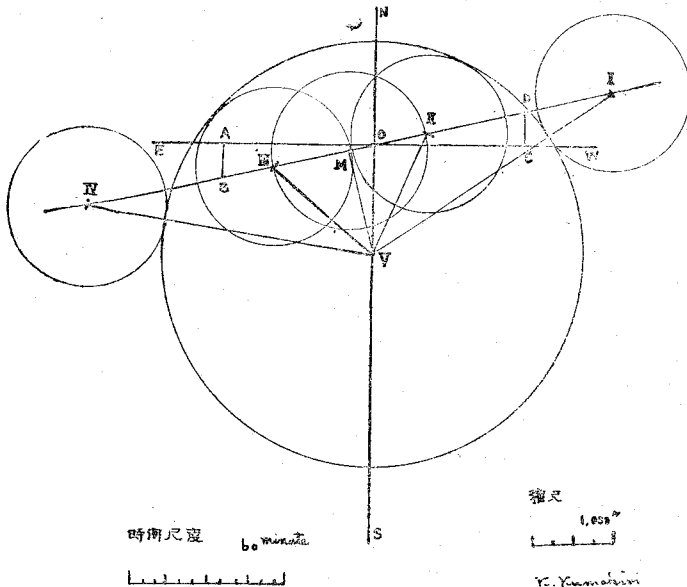
(4) 月の視半径を角度の秒に直す。 $p = 943.''9$

(5) 適当な縮尺を定めて以上の諸量を表す。圖が大きい程精密となる譯であるが、 $30''$ を 1 耗とすれば表の様になる。

§ 19. 作圖の方法 以上で準備が完了したから、作圖に掛る。

先づ半径 L の圓を畫く。此の圓に、縦の直径 NS を引く。此れが陰影子午線を表すもので、上方は北、右方は東とする。扱て、 δ が + の時は中心 V より上方に、- の時は中心 V より下方に、點 O を取り、

| | | |
|----------------|--------|--------|
| L | 2574'' | 種 8.58 |
| L ₁ | 3518 | 11.73 |
| L ₂ | 1630 | 5.43 |
| δ | 1309 | 4.36 |
| U | 1848 | 6.16 |
| V | -396 | -1.32 |
| S | 944 | 3.15 |



第 11 圖

$VO = \delta$ とする。O を通り、 NS に直角に EW を引く。 EW 上に O より左方に A を取り、 $OA = U$ とする。A 上に、 ES に垂線 AB を作り、 $AB = V$ とする。但し、 V の +、- に従つて、 B を EW の上方、或は下方に取る。

OB は月が一時間に運行する長さであつて、此れを延長すれば、月の従路となる。即ち、B は月が O を通過してから一時間後の位置であり、OB の延長上の右方に OB に等しく OD を取れば、D は O 通過一時間前の月の位置となる。此の OD 及 OB を夫々 12 等分して置けば、5 分毎の時間尺度が得られる。扱て、V を中心として、半径 L_1 L_2 なる圓で DB を切れば、各位相の月中心位置が求められる。又、V から DB に垂線を下し、M とすれば、M は蝕甚の時刻に當る。I II M III IV を中心として半径 S なる圓を書けば、描圖は完了する。4 つの接觸及蝕甚の時刻を徑路上に時間尺度で読み取り、此れを對衝の時刻に加減すれば、所要の時刻が求まる。尙、位置角も圖上に分度器を當てゝ容易に測定出来る。又、任意の時刻に於ける食の様子は、所要の時刻に相當する徑路上の點を中心として、半径 s なる圓を書けば良い。

§ 20: 結 語 以上で、月蝕に關する大體の計算法は述べ終つた。尤も、自分の非才と病氣が災して、初めのプランとは及びもつかぬものとなつて了つた。それに、二三の暴論を敢へてしたので、或は誤解されるかも知れない。若し御氣付きの箇所があつたら、御叱聲を賜らば、此上ない幸と思ふ。

次に、昭和 18 年 8 月の部分月蝕の要素を、天體位置表から抜いて置くから、是非計算されん事を望んで置きます。それには、最初に描圖計算をされ、後、數値計算される方が問題が少いであらう。

1943 年八月 15 日の月蝕要素

赤徑の對衝 (T) 8月13日19時14分51.1秒 (世界時)

| | 太 陽 | 月 |
|--------|--|---|
| 赤 經 | 9 ^h 37 ^m 45. ^s 54 | 21 ^h 37 ^m 45. ^s 54 |
| 赤 緯 | +14° 9'18."2 | -14°44' 9."0 |
| 赤經毎時變化 | 9."37 | 2 ^m 33."03 |
| 赤緯毎時變化 | -46."6 | +8'59."5 |
| 視 差 | 8."7 | 61'18."8 |
| 視 半 徑 | 15'47."7 | 16'41."6 |

最後に、二三の資料を心良く御貸與下された清水眞一氏の何時もながらの御厚意を深く感謝する次第。

(1943—5—13)

“天文年鑑”は：毎年天界の特輯として發行される“天文年鑑”は、會員中に 2 部以上の希望者があり、又、全く不要の人もあつたりするので、1944 年度からは、天界と離れて、“天文年表”として東京恒星社から單行されることとなつた。多分この年末に發行の筈。(編輯)