

時空カオスの2重構造と揺らぎ定理

九州大学大学院工学研究院 日高芳樹¹, 細川雄作, 鈴木将, 甲斐昌一

1 はじめに

「時空カオス」とは非線形性によって散逸構造に生じた弱い乱れである。定量的には、揺らぎを特徴付ける長さスケール、例えば相関距離 ξ が、対流ロールサイズのような散逸構造の秩序スケール λ より十分に長い状態であると言える。これは、系全体では無秩序でも局所的には秩序が残っており、秩序と無秩序の2重構造が存在していることを意味する。これまでの時空カオスの研究は、散逸構造の揺らぎを場と時間に依存する変数として観測する Euler 的観点から行われてきたが、近年、散逸構造の揺らぎを駆動力とする粒子の運動を観測する Lagrange 的観点の研究が行われている。われわれはこれまで、液晶ホメオトロピック配向系の電気対流において南部-ゴールドストーン・モードの効果によって生じる「ソフトモード乱流 (SMT)」における単独微粒子の運動を観測する「非熱的 Brown 運動」の研究を行ってきた [1, 2, 3]。ソフトモード乱流は、対流のない線形状態から supercritical 転移によって生じ、その相関時間と相関距離は対流発生点で発散する [4]。したがって制御パラメータを対流発生点に向かって小さくすれば弱い揺らぎを実現でき、線形状態となめらかにつながる。また、大局的に見ると等方的であり、他の時空カオスと比べると特異性が小さい。これらの理由から、時空カオスの基礎的な性質を線形系とのアナロジーによって解明するのに適している。

本研究では、ソフトモード乱流の Lagrange 的観点からの統計的性質に、時空カオスの2重構造が「揺らぎ定理」にどのように反映されるかについて実験的に調べた結果を報告する。

2 結果と考察

本研究では、液晶電気対流のサンプルセルを立てて配置し、水平方向から観測を行った。サンプルセルに混入された微粒子には一定の外力 F として重力がはたらき、SMT の揺らぎによって揺らぎながら下方へ落ちて行く。その粒子の位置座標の時間変化 $y(t)$ を測定した。このとき揺らぎ定理は、次の関数が w_τ に比例することによって表される。

$$\Phi(w_\tau) = \frac{1}{\tau} \ln \frac{P(w_\tau)}{P(-w_\tau)}. \quad (1)$$

¹E-mail: hidaka@ap.kyushu-u.ac.jp

ここで $P(w_\tau)$ は時間 τ の間になされた平均の仕事

$$w_\tau(t) = \frac{F}{\tau} [y(\tau+t) - y(t)] \quad (2)$$

の分布関数である.

今回は特に重さの異なる2種類の微粒子を用い, その結果を比較した. 重い粒子は, 対流の循環的な運動に巻き込まれることが少なく, 主に SMT の長波長の揺らぎによって不規則な運動を示す. 一方, 軽い粒子は, 対流の運動によく乗っている. 実験的に得られた分布関数 $P(w_\tau)$ から $\Phi(w_\tau)$ を求め, それが直線に乗っている程度を「重相関係数」 R によって定量的に表した. $R=1$ の場合に揺らぎ定理が成立していると言える.

図1は R の測定結果を示す. 軽い粒子は局所的な秩序構造の存在を反映し, 短い観測時間スケール $\tau < \tau_r$ では揺らぎ定理が成り立っていないことがわかる. また, τ_r は粒子が対流によって1回転する時間に相当する. 一方, 秩序運動を反映していない重い粒子の結果は, すべての時間スケールで揺らぎ定理が成立している.

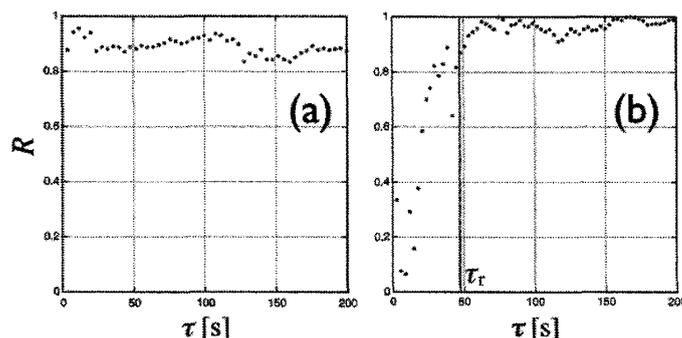


図1: 重相関係数の τ 依存性. (a): 重い粒子. (b): 軽い粒子.

最近, 時空カオスを示す理論モデルである Kuramoto-Sivashinsky 方程式の時間相関関数が調べられ, 短い時間スケールでは時間反転可能な代数的関数になり, 長時間スケールではマルコフ的指数関数が現れるという2重構造を持つことが明らかとなっている [5, 6]. このような2重構造が, Lagrange 的観点からの統計的性質にも現れていることが明らかとなった.

参考文献

- [1] K. Tamura, Y. Yusuf, Y. Hidaka and S. Kai, J. Phys. Soc. Jpn. **70**, 2805 (2001).
- [2] K. Tamura, Y. Hidaka, Y. Yusuf and S. Kai, Physica A **306**, 157 (2002).
- [3] Y. Hidaka, Y. Hosokawa, N. Oikawa, K. Tamura, R. Anugraha and S. Kai, Physica D **239**, 735 (2010).
- [4] Y. Hidaka, K. Tamura and S. Kai, Prog. Theor. Phys. Sup. **161**, 1 (2006).
- [5] H. Mori and M. Okamura, Phys. Rev. E **76**, 061104 (2007); *ibid.* **80**, 051124 (2009).
- [6] M. Okamura and H. Mori, Phys. Rev. E **79**, 056312 (2009).