粉体の蠕動輸送における相転移

京都大学 基礎物理学研究所　吉岡 直樹,[1] 早川 尚男

1 はじめに

管の蠕動運動は食道や小腸,尿管など,生体内でよく観られる物質輸送のメカニズムである.また,蠕動運動を用いたポンプも存在し,血液や腐食性流体など,ポンプの駆動部に直接流体を触れさせたくない場合に用いられている.

流体の蠕動輸送の研究は昔から盛んに行われてきた.特に,レイノルズ数が十分に小さく,蠕動の波長が十分に長いと仮定した理論が,様々な流体について報告されており,蠕動運動の振幅によって流量がどれだけ変わるか,などといったことについて知見が得られている.一方,粒子の蠕動輸送については,1粒子の流体中での輸送や,十分に希薄な粒子の流体中での輸送については調べられているものの,粒子間の衝突やボトルネック部分での詰まりが起こりうるような場合については,我々の知る限り全く調べられていない.そこで,我々は多粒子系の蠕動輸送,とくに粉体粒子の蠕動輸送をシミュレーションにより調べた.

2 モデル

系としては,N 個の粉体粒子を考えた.今,単純化のため,粒子の直径 d や質量 m はすべての粒子について同じであるとする.また,粒子は充分なめらかであるとし,粒子間の相互作用としては法線方向のみを考えることにする.具体的には,粒子 i が粒子 j から受ける力 $\boldsymbol{f}_{ij} = \boldsymbol{f}^{\rm el}_{ij} + \boldsymbol{f}^{\rm vis}_{ij}$ として $\boldsymbol{f}^{\rm el}_{ij} = k\xi_{ij}\Theta(\xi_{ij})\boldsymbol{n}_{ij}, \boldsymbol{f}^{\rm vis}_{ij} = -\eta(\boldsymbol{v}_{ij}\cdot\boldsymbol{n}_{ij})\Theta(\xi_{ij})\boldsymbol{n}_{ij}$ を考える.ここで,$\Theta(x)$ は階段関数,k はバネ係数,η は粘性,$\boldsymbol{r}_i$ は粒子 i の位置,$\boldsymbol{v}_i$ は粒子 i の速度,$\xi_{ij} = d - |\boldsymbol{r}_{ij}|$, $\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j$, $\boldsymbol{n}_{ij} = \boldsymbol{r}_{ij}/|\boldsymbol{r}_{ij}|$, $\boldsymbol{v}_{ij} = \boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j$ である.なお,本研究では重力の影響や流体力学的相互作用は一切無視している.この仮定の下で運動方程式 $m\ddot{\boldsymbol{r}}_i = \sum_j \boldsymbol{f}_{ij}$ をオイラー法により解いた.

また,管の蠕動運動を表すため,壁に同種の粒子を埋め込んだ.この粒子については,その位置を円筒座標系で $\boldsymbol{r}_i = \big(r_i(t;z_i), \phi_i, z_i\big)$ と書いたとき,ϕ_i と z_i については常に固定し,r_i については $r_i(t;z_i) = (a+d/2) + b\sin(2\pi/\lambda)(ct+z_i)$ に従って変わるものとした.ここで,a は管の平均半径,b は蠕動の振幅,λ は蠕動の波長,c は蠕動の群速度をそれぞれ表す.

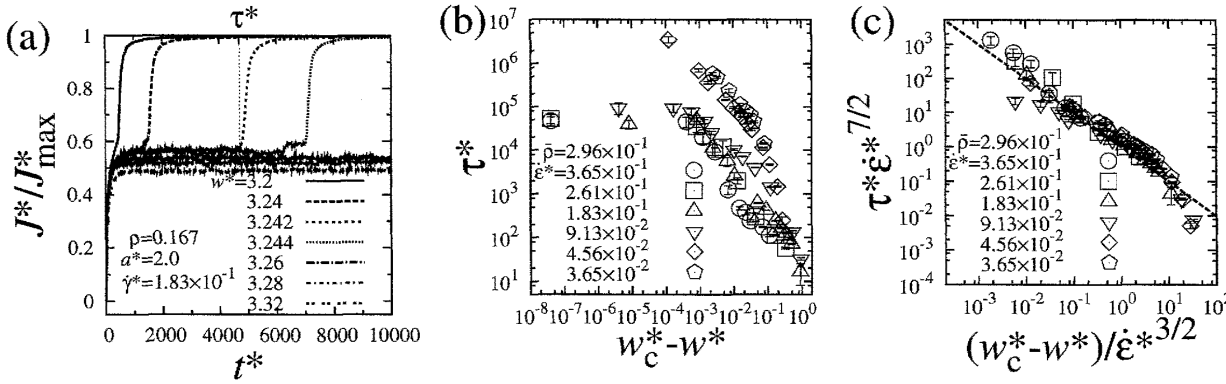

図 1: (a) 規格化された流量 $J^*/J^*_{\max}$ の時間発展. (b) 遷移時刻 τ^* のボトルネック幅 w^* 依存性. (c) そのスケーリング関数 $f(x)$.

3 結果

図 1 (a) に流量 $J^*(t^*) \equiv L^{*-1}\sum_i p^*_{i,z}(t^*)$ の時間発展を示す. ここで, L は管の長さ, $p_{i,z}$ は粒子 i の運動量の z 成分であり, A^* は量 A を質量単位 m, 長さ単位 d, 時間単位 $\sqrt{k/m}$ で無次元化した量であることを示す. ただし, $J^*_{\max} \equiv Nc^*/L^*$ はすべての粒子が蠕動速度 c^* と同じ速度で動いているときの流量であり, これで規格化している. また, 初期条件としては $J^*(0) = 0$ とした. この図は, ボトルネック幅 $w^* \equiv 2(a^* - b^*)$ について, 十分大きいときには流れがゆっくりであること, そして十分小さいときには, そのゆっくりとした流れから速い流れへの遷移が起こることを示している.

図 1 (b) に遷移が起こる時刻 τ^* のボトルネック幅 w^* 依存性を示す. 我々は, w^* を小さな値から大きくしていくと, ある値 w^*_{c} で τ^* が巾的に発散することを見出した. さらに, 図 1 (c) にあるようにスケーリング $\tau^* \simeq \dot{\epsilon}^{*-7/2} f\left((w^*_{\mathrm{c}} - w^*)/\dot{\epsilon}^{*3/2}\right)$ が成り立つことを見出した. ここで, $f(x) \simeq x^{-1}, x \sim 1$ である.

4 まとめ

我々は, 粉体の蠕動輸送において, ゆっくりとした流れから速い流れへの転移があることを見出した. この転移はボトルネック幅 w^* が w^*_{c} より小さいときに存在し, 遷移時刻 τ^* が w^*_{c} で巾的に発散すること, およびスケーリング関数が存在することを明かにした.

[1]E-mail: naoki@yukawa.kyoto-u.ac.jp