ソフトモード乱流の時空揺動の記憶関数

九大工，大分大工*
吉谷淳一， 日高芳樹，長屋智之*，鳴海孝之， 鈴木将，甲斐昌一

1.Introduction

熱平衡系は系自身の多自由度性によって、時間空間的に乱雑な変化を生じる。時空カオス状態の系の揺らぎも、同様に時間空間的に複雑な変化をするが、系の持つ非線形性によって揺らぎが発生している点で、熱揺らぎによる乱雑性とは異なる。したがって、時空カオスの統計力学的な性質を明らかにする必要がある。「本研究では時空カオス系の例として液晶の電気対流系であるソフトモード乱流(SMT)のパターンの揺らぎの性質を調べた。SMT は局所的な対流ベクトル q(r)と、南部・ゴールドストーンモードとして振る舞う液晶のディレクタの相互作用によって生じる時空カオスである。

1.1.実験系の概要

液晶が封入されたホメオトロピック配向のセルに対して閾値電圧以上の電圧を印加すると、SMT が発生する(図 1)。実験データとして SMT の画像を一定の時間間隔で撮影する。

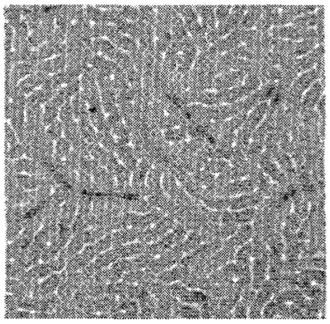

図 1:ソフトモード乱流

1.2.射影演算子法による Langevin 形式の表現[1]

空間の自由度を持つ系が時間、空間に対して並進対称性を持つ場合、一般的な物理量の空間の一点での値 $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ を空間成分についてフーリエ変換した $\mathbf{u}(\mathbf{k},t)$について、(1)のような Langevin 形式の表現が成り立つ。

$$\frac{d\mathbf{u}(\mathbf{k},t)}{dt} = -\int_0^t \Gamma(\mathbf{k},s)\mathbf{u}(\mathbf{k},t-s)\,ds + \mathbf{r}(\mathbf{k},t) \quad (1)$$

$\Gamma(\mathbf{k},t)$は $\mathbf{u}(\mathbf{k},t)$の過去の値から時間変化を決定するので、記憶関数と呼ばれる。また、$\mathbf{u}(\mathbf{k},t)$の自己相関関数(2)について、時間変化の関係式(3) が成り立つ。

$$C(\mathbf{k},t) = \frac{\langle u(\mathbf{k},\tau+t)^* u(\mathbf{k},\tau)\rangle_\tau}{\langle u(\mathbf{k},\tau)^* u(\mathbf{k},\tau)\rangle_\tau} \quad (2) \qquad \frac{dC(\mathbf{k},t)}{dt} = -\int_0^t \Gamma(\mathbf{k},s)C(\mathbf{k},t-s)\,ds \quad (3)$$

$\mathbf{u}$ を熱平衡にある粒子の速度等に置き換えると、速度に比例した減衰力を加えられるので、$\Gamma(\mathbf{k},t)$はデルタ関数になる。乱流や時空カオスのような非平衡系では $\mathbf{u}(\mathbf{k},t)$は非線形な力を受け､その影響で $\Gamma(\mathbf{k},t)$は有限時間で減衰する関数になる。この時、$C(\mathbf{k},t)$や $\Gamma(\mathbf{k},t)$の形状は系に発生している揺らぎの性質を反映していると考えられる。

1.3.目的

実験データから対流パターンの揺らぎの自己相関関数と記憶関数を求め、この二つの関数を用いて SMT の波数毎の揺らぎの性質を調べた。ただし、SMT は等方的な系なので、波数は大きさのみを問題にする。

2.実験結果

波数毎の自己相関関数を下に示す(図 2,3)。波数を対流構造の基本的な大きさである対流ロール二つに対応する長さで規格化し、これを K=1 と置く。自己相関関数の形状は Stretched exponential(4)になった。「ζ は 1~2 の範囲の値を取る。」

$$C(\mathbf{k},t) = \exp\left\{-\left(\frac{t}{\tau(K)}\right)^{\zeta(K)}\right\} \quad (4)$$

ただし、K>0.7 の高波数領域では単一の関数でフィッティングできたが、K<0.7 の低波数領域側では二つの関数を使わなければフィッティングできない。よって、低波数領域の自己相関関数には二重構造が認められた。自己相関関数が求まっている場合には、記憶関数は(3)から数値計算によって求められる。K=1 での記憶関数を図 4 に示す。図 4 では実験データと Stretched exponential の形で減衰するデータに、同じ条件の計算方法を適用して記憶関数を求めたものを比べている。実験データが Stretched exponential から外れている領域があるので、記憶関数に二重構造が見られることが分かった。二重構造は乱流・カオスの基本的な方程式である Kuramoto・Sivashinsky 方程式の波数毎の自己相関関数・記憶関数にも見られ、時空カオスを持つ系に一般的に見られる構造であることが期待されている。[2]

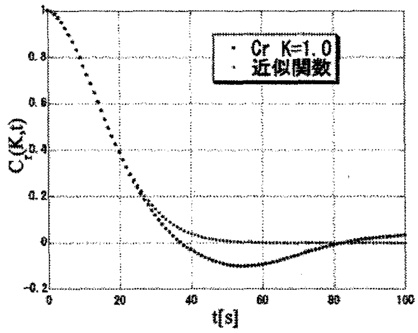

図 2:自己相関関数(K=1.0)

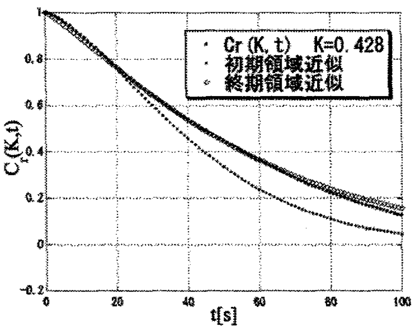

図 3:自己相関関数(K=0.428)

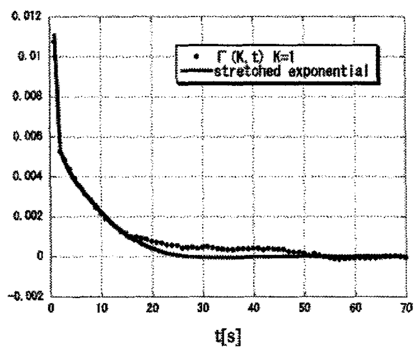

図 4:Γ(K,t) (K=1) と Stretched exponential

3.結論

SMT のパターンの波数毎の自己相関関数とその記憶関数を用い、波数毎の揺らぎの性質を調べた。結果、低波数領域では自己相関関数、高波数領域では記憶関数が一つの関数でフィッティングできないことが分かり、揺らぎを表わす二つの関数が二重構造を持つことが分かった。

4.課題

SMT の波数毎の自己相関関数が二重構造を持つことは分かったが、どのような物理的な機構によって作られているかは分からなかったのでそれを明らかにする必要がある。また、自己相関関数が Stretched exponential をとる物理的機構についても同様に明らかにする必要がある。

Reference

[1] Kuramoto-Sivashinsky 方程式における射影演算子の有効性
岡村 誠 数理解析研究所講究録 1483 巻 2006 年 51-61

[2] **Dual structures of chaos and turbulence, and their dynamic scaling laws**
Hazime Mori and Makoto Okamura PHYSICAL REVIEW E **80, 051124 2009**