

## FFLO 状態と新しい超伝導体

広島大学 大学院先端物質科学研究科 嶋原 浩<sup>1</sup>

(2011年6月20日受理)

常磁性対破壊効果の強い第二種超伝導体において、重心運動量が0ではない Cooper 対による、Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov 状態 (FFLO 状態) と呼ばれる超伝導状態が理論的に予想され、近年、重い電子系超伝導体や有機物超伝導体において、その実現が示唆される実験結果が得られている。この論文では、超伝導理論の基礎をひと通り学習した学生を想定して、FFLO 状態について入門的な解説をする。(より詳しいレビューとしては、文献 [1, 2, 3] などがある。)

### 1 はじめに

超伝導は物性物理学における最も魅力的な研究対象の一つと考えられるが、その多様かつ広範な研究分野の中でも、ここ 20~30 年の間にとくに盛んなのは、異方的超伝導の研究であろう。異方的超伝導への相転移では、通常のゲージ対称性の自発的な破れに加えて、空間的な対称性も破れる。しかし、これとは本質的に異なる形で空間対称性が破れる超伝導状態が考えられることは、あまり知られていない。その状態は、FFLO 状態と呼ばれるもので、強磁場中の第二種超伝導体において、超伝導の凝縮エネルギーとスピン分極エネルギーが拮抗する中で実現する、空間的に振動する非一様な秩序変数をもつ超伝導状態である。異方的超伝導の研究ほどの規模ではないが、近年、理論と実験、両方面の研究の進展に伴い、FFLO 状態の研究も次第に増えてきている [1, 2, 3]。

FFLO 状態の発現機構は、最も簡単には次のように説明できる。通常の超伝導状態では、スピン↑と↓の2電子の対凝縮状態は、スピン分極できず、強磁場中で不利になることはよく知られている。FFLO 状態では、この不利を、秩序変数を空間変化させることによって部分的に免れる。ただし、その結果、対凝縮エネルギーでは損をすることになるから、トータルで自由エネルギーが低くなる場合にのみ、この状態が実現することは言うまでもない。すなわち、FFLO 状態は対凝縮エネルギーを一部犠牲にすることで、スピン分極エネルギーで得をする状態であり、これらのエネルギーの大きさが拮抗するような状況でのみ生じる、妥協した超伝導状態ともいえる。

この状態が、Fulde と Ferrell、そして Larkin と Ovchinnikov によって、最初に理論的に予想されたのはかなり古く、1964 年のことであったが [4, 5]、その後、長い間、実験的に観測されることはなかった。その理由は、超伝導の凝縮エネルギーとスピン分極エネルギーが拮抗するほどの強磁場まで、超伝導が生き残るような物質が発見されなかったことである。従来型の合金の超伝導体では、電子の電荷の磁場中の空間運動に起因する対破壊効果 (軌道磁性対破壊効果) が強い

<sup>1</sup>E-mail: hiro@hiroshima-u.ac.jp

め、そのような強磁場まで超伝導状態が生き残ることはなく、FFLO 状態は実現しないと考えられる。金属の超伝導体でも、薄膜をつくり、磁場の方向を伝導面に平行にすることによって、軌道磁性効果を抑え、超伝導を高磁場まで生き残らせることも可能だが、これによって FFLO 状態を実現させるには、磁場の方向を非常に精度良くコントロールすることが必要であり [6]、このこともまた、FFLO 状態の発見を困難にしていたと考えられる。薄膜の表面散乱が FFLO 状態に不利に働く可能性もある。また、合金の超伝導体において、不純物濃度を増すことによってコヒーレンス長を短くし、軌道磁性対破壊効果を抑制して、上部臨界磁場の高い第二種超伝導体とすることもできるが、今度は FFLO 状態のもう一つの弱点に抵触することになる。それは、この状態が不純物散乱に対して脆弱なことである。FFLO 状態は実空間において規則正しく振動する状態であるため、不純物散乱によってこれが乱されると、異なる位相（もしくは異なる符号）の秩序変数が混ざることになり、容易に壊されてしまう。これが、FFLO 状態が長い間発見されなかったもう一つの理由である。

しかし、近年発見された重い電子系超伝導体や有機物超伝導体、酸化物層状超伝導体では、大きく事情が異なる。それは、これらの超伝導体では、大きな有効質量、狭いバンド幅、層状の結晶構造などによって、軌道磁性対破壊効果を劇的に弱めることができ、ゼロ磁場での超伝導転移温度に比して、上部臨界磁場をかなり高くすることが可能であることだ。すなわち、不純物の少ないクリーンなサンプルでありながら、上部臨界磁場の極めて高い第二種超伝導体を実現可能なのである。このことから、これらの新しい超伝導体において、FFLO 状態が実現する可能性が理論的に指摘され [7]、その後、いくつかの有力な実験的結果が得られた [1, 2, 3]。

具体的な物質をあげると、現時点で最も有力な証拠が揃っているのは、準 2 次元の重い電子系超伝導体  $\text{CeCoIn}_5$  であろう。強磁場中のこの物質における FFLO 状態の可能性の最初の報告は、Bianchi ら [8, 9] と、Radovan ら [10] による。この物質では、上部臨界磁場での相転移は低温では 1 次転移になるが [11, 12]、これはパウリ常磁性効果が強いことを示唆しており [13, 14]、FFLO 状態にとって有利な状況にある。最初の段階では、低温強磁場において、通常と異なる超伝導相があることが示されただけで、いわば状況証拠であったが、その後、様々な実験的研究が精力的に行われ [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24]、共存する反強磁性秩序との関係で議論はあるものの、FFLO 状態が実現している可能性は高まってきているように思われる。この物質に関連した理論としては、例えば、Adachi と Ikeda [25]、Vorontsov と Graf [26]、Ichioka ら [27]、Miyake [28]、Yanase と Sigrist [29, 30]、Agterberg ら [31] の研究がある。

また、一連の有機物超伝導体にも、いくつかの有力な物質があり、 $\text{CeCoIn}_5$  よりも早い時期から、FFLO 状態の可能性を示唆する結果が得られてきている。筆者も理論の立場から、実験的な研究に先駆けて、有機物超伝導体に現実的な形状のフェルミ面に基づいた臨界磁場の計算などを行っている [32]。実験的には、 $\kappa\text{-(BEDT-TTF)}_4\text{Hg}_{2.89}\text{Br}_8$  など、高い上部臨界磁場は観測されていたが [33]、Singleton ら [34] は、 $\kappa\text{-(BEDT-TTF)}_2\text{Cu(NCS)}_2$  の超伝導相内部において、FFLO 状態が実現する準 2 次元系の温度磁場相図によく似た相図を得た。その後、Lortz ら [35]、Bergk ら [36] は、この物質の比熱と磁気トルクの実験において、FFLO 状態を示唆する結果を得ている。

$\lambda$ -(BETS) $_2$ GaCl $_4$  では、Tanater ら [37] が、熱伝導率の実験において、FFLO 状態を示唆する結果を得ている。 $\lambda$ -(BETS) $_2$ FeCl $_4$  では、Uji ら [38, 39, 40] が、相図中の磁場誘起超伝導相の裾野あたりの電気抵抗の実験で、FFLO 状態を示唆する特徴的な振る舞いを得ている。この相図における磁場誘起超伝導相の境界の様子は、Jaccarino–Peter 効果 [41] に加えて、FFLO 状態を考慮するとよく説明できる [42]。(TMTSF) $_2$ ClO $_4$  においても、Yonezawa らが、FFLO 状態の可能性を示唆する磁場中の転移温度の角度依存性を観測し [43]、Lebed と Wu は理論的に FFLO 状態を再現する結果を得ている [44]。この物質では、上部臨界磁場の大きさや温度依存性も、FFLO 状態の可能性を支持していると考えられる [45]。 $\beta''$ -(BEDT-TTF) $_2$ SF $_5$ CH $_2$ CF $_2$ SO $_3$  では、FFLO 状態と渦糸状態の間の相転移を示唆する実験結果が得られている [46]。ここで上げた以外にも数多くの研究があるので、詳しくはレビュー論文 [1, 2, 3] を参考にしてほしい。

他にも、最近では、鉄砒素系の物質でも、その可能性が指摘されている [47]。また、全く別の系になるが、超低温の希薄原子ガスにおけるボース・アインシュタイン凝縮相や [48]、中性子星内部のカラー超伝導においても [1]、その存在が予想されており、FFLO 状態が、物理学の幅広い分野に関係した普遍的な状態であることも付け加えたい。

この解説では、次のように話をすすめる。まず、第 2 章では、FFLO 状態の基本的なアイデアを説明する。第 3 章では、異方的超伝導と FFLO 状態の関係について、第 4 章では、FFLO 状態に特有な異方性効果について、第 5 章では、上部臨界磁場より下ではどのような構造の状態が実現するか、第 6 章では、軌道磁性効果を考慮したときの渦糸状態と FFLO 状態の関係について説明する。この解説では、プランク定数  $\hbar$  が 1 になる自然単位系をとる。

## 2 基本的なアイデア

通常、超伝導は Fermi 面付近の運動量  $\mathbf{k}$  と  $-\mathbf{k}$  をもつ反平行スピンの 2 電子の Cooper 対の凝縮によるものと考えられ、理論的には、

$$\langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \rangle \neq 0 \quad (1)$$

が成立つこととして表される。このことを考慮した、電子のハミルトニアン<sup>1</sup>の引力相互作用項

$$\mathcal{H}_1 = -\frac{g}{2\Omega} \sum_{\mathbf{q}_1} \sum_{\mathbf{k}_1\sigma_1} \sum_{\mathbf{k}_2\sigma_2} c_{\mathbf{k}_1+\mathbf{q}_1\sigma_1}^\dagger c_{\mathbf{k}_1\sigma_1} c_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_1\sigma_2}^\dagger c_{\mathbf{k}_2\sigma_2} \quad (2)$$

に対する BCS 的な平均場近似は、

$$\mathcal{H}_1 \approx -\frac{g}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \left[ \langle c_{\mathbf{k}'\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}'\downarrow}^\dagger \rangle c_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + h.c. \right] = -\sum_{\mathbf{k}} \left[ \Delta^* c_{\mathbf{k}\uparrow} c_{-\mathbf{k}\downarrow} + h.c. \right] \quad (3)$$

であり、この近似に基づいた理論によって、基本的な超伝導現象の多くが説明できることは、よく知られていることである。ここで、

$$\Delta = \frac{g}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{\mathbf{k}\uparrow} c_{-\mathbf{k}\downarrow} \rangle \quad (4)$$

であり、これが超伝導状態の秩序変数となる。また、 $\Omega$  は系の体積である。BCS 理論によれば、この  $\Delta$  の大きさは、ちょうど、超伝導体における準粒子励起のエネルギーギャップの大きさになり、また全系のエネルギーは、フェルミエネルギーでの状態密度  $N(0)$  を用いて、

$$\frac{1}{2}N(0)|\Delta|^2$$

の程度、正常状態よりも下がる。超伝導が、Cooper 対がボース凝縮した状態と解釈できることから、このエネルギーの上がりは、超伝導の凝縮エネルギーと呼ばれる。

ところで、最初に BCS 理論を学習したときに、次のことが気になりはしないだろうか。それは、元々の式 (2) の相互作用項を平均場近似するときに、

$$\langle c_{\mathbf{k}_1+\mathbf{q}_1\sigma_1}^\dagger c_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_1\sigma_2}^\dagger \rangle \quad (5)$$

という組合せが考えられるにもかかわらず、式 (3) では  $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$ 、 $\sigma_1 = -\sigma_2$  のみを残していることである。これは、Cooper 対の重心運動量  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  と、合成スピンの  $z$  成分の両方を 0 におくことを意味している。なぜ、これらの量が 0 でない対は考えないのだろうか。

まず、スピンについては、fermion の反交換関係から、

$$\sum_{\mathbf{k}} \langle c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{-\mathbf{k}\sigma}^\dagger \rangle = 0 \quad (6)$$

を示すことができ、式 (4) のような秩序変数  $\Delta$  を同じスピンの 2 電子に対して定義しようとしても、0 となってしまうことから直ちに排除できる。このことには、式 (2) の相互作用項の結合定数  $g$  を定数と考えていることが関与していることは明らかだろう。第 3 章で詳しく説明するように、引力相互作用に運動量依存性があるときには、場合によっては  $\sigma_1 = \sigma_2$  の対形成も可能であり、これはスピン 3 重項超伝導として知られているものの一種であり、近年盛んに研究されている。しかし、これを例外とすれば、平行スピン ( $\uparrow\uparrow$ 、または、 $\downarrow\downarrow$ ) の対形成は起きず、反平行スピン ( $\uparrow\downarrow$ 、または、 $\downarrow\uparrow$ ) の対形成に限られことになる<sup>2</sup>。

一方、重心運動量については、重心が運動するような対は運動エネルギーが高くなるという物理的考察から排除できるだろう。実際、ゼロ磁場では、仮に重心運動量  $\mathbf{q} \equiv \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  が 0 でなくなる余地を残しておいて計算しても、 $\mathbf{q} = 0$  の解が最小の自由エネルギーを与えることは、容易に示すことができる。これは、超伝導転移が正常状態でのフェルミ面の不安定性として生じることからも理解できる。 $\mathbf{k}$  と  $-\mathbf{k}$  の対であれば、一方がフェルミ面上にあれば、他方は必ずフェルミ面上にくるから<sup>3</sup>、このような 2 電子の対は形成しやすい<sup>4</sup>。 $\mathbf{k}$  と  $-\mathbf{k} + \mathbf{q}$  の対は、 $\mathbf{q} \neq 0$  のときには、 $\mathbf{k}$  がフェルミ面上にあるときには、 $-\mathbf{k} + \mathbf{q}$  はフェルミ面から外れてしまう。仮に、一つの  $\mathbf{k}$  に対して、適当な  $\mathbf{q}$  を用いて、 $-\mathbf{k} + \mathbf{q}$  がフェルミ面上に来るようにしても、他の殆どの  $\mathbf{k}$  に対し

<sup>2</sup>スピン 3 重項対には、 $|\uparrow\uparrow\rangle$ 、 $|\downarrow\downarrow\rangle$ 、 $|\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow\rangle$  の三つがあり、この最後のものは反平行スピンの 2 電子の対であるが、対形成相互作用が定数の場合にはこの状態も実現しない。スピン 1 重項超伝導は  $|\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\rangle$  であり、対形成相互作用が定数の場合にはこの状態に限られる。

<sup>3</sup>反転対称性のない特殊な系の場合は別である。

<sup>4</sup>多重散乱の言葉で言えば、対形成相互作用で 2 電子が散乱されるとき、全運動量は保存するから、重心運動量が 0 の対ほど、2 電子が同時にフェルミ面上にくる確率が高くなり、不安定性も起きやすくなる。

てはフェルミ面から外れてしまい、従って、このような Cooper 対はフェルミ面全体で対形成が可能な  $\mathbf{q} = 0$  の対よりも不利になってしまう。

ところが、磁場がかかっているときには、話は単純ではなくなる。よく知られているように、正常状態の金属では、磁場によるゼーマンエネルギーのため、スピンの  $\uparrow$  と  $\downarrow$  では、エネルギーに差が生じ、フェルミ面の大きさが変わってしまうからである。ゼロ磁場の場合には有利だった  $(\mathbf{k}, \sigma)$  と  $(-\mathbf{k}, -\sigma)$  の対は、ゼーマン分裂したフェルミ面に対しては、同時にはフェルミ面上に来れなくなってしまふ (図 1)。逆に、重心運動量が 0 でない  $(\mathbf{k}, \sigma)$  と  $(-\mathbf{k} + \mathbf{q}, -\sigma)$  の対は、フェルミ面上に  $\mathbf{k}$  があるとき、適切な  $\mathbf{q} \neq 0$  をとることによって、同時にフェルミ面上に来ることが可能になる。フェルミ面が特殊な形状でない限り、 $\mathbf{k}$  が変わったときに、フェルミ面からずれてしまうことはゼロ磁場の場合と同様だが、一部の  $\mathbf{k}$  に対しては、 $\mathbf{q} = 0$  の対より有利になる [32, 49]。そのため、 $\mathbf{q} = 0$  に制限した場合には超伝導状態にならなかった高磁場でも、 $\mathbf{q} \neq 0$  にまで範囲を広げて考えれば、超伝導状態が実現する可能性がある。このような重心運動量が有限な対の凝縮による超伝導状態が FFLO 状態である<sup>5</sup>。

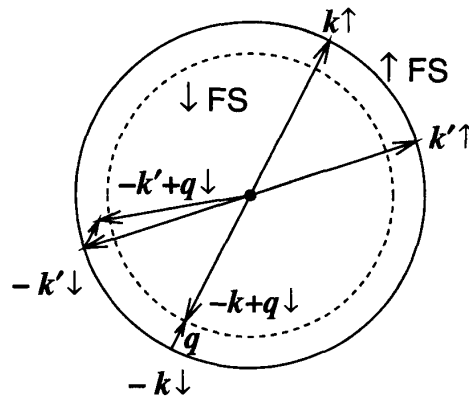


図 1: ゼーマンエネルギーと重心運動量が有限の対形成。実線 ( $\uparrow$ FS)、破線 ( $\downarrow$ FS) は、それぞれ、 $\uparrow$ 、 $\downarrow$  のスピンのフェルミ面を意味する。同時にフェルミ面上にある 2 電子  $\mathbf{k} \uparrow$  と  $-\mathbf{k} + \mathbf{q} \downarrow$  のクーパー対が対形成相互作用によって  $\mathbf{k}' \uparrow$  と  $-\mathbf{k}' + \mathbf{q} \downarrow$  に散乱されるとき、 $\mathbf{k}' \uparrow$  がフェルミ面上にあっても、 $-\mathbf{k}' + \mathbf{q} \downarrow$  はフェルミ面からずれてしまう。

また、以上の説明から、もし FFLO 状態が生じるとすれば、FFLO ベクトル  $\mathbf{q}$  は、オーダーとして、

$$|\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow} - \epsilon_{\mathbf{k}\downarrow}| \sim 2\mu_e H \equiv h$$

を満たすものであることが分かる。電子のエネルギー分散  $\epsilon_{\mathbf{k},\sigma}$  が等方的な場合は、

$$|\mathbf{q}| = q \sim \frac{2h}{v_F} \quad (7)$$

が得られる。ここで、 $\mu_e = g\mu_B/2$  は、電子の磁気モーメントの大きさ、 $v_F$  はフェルミ速度である。さらに、ゼーマンエネルギー  $2h$  が、超伝導ギャップ  $\Delta_0$  のオーダーである場合に FFLO 状態

<sup>5</sup>正確に言えば、重心運動量が有限だけでなく、その原因がスピン分極エネルギーに帰着できる場合にのみ、FFLO 状態と呼ばれる。例えば、FFLO 状態ではなく、渦糸状態や、超伝導電流が流れている場合でも、秩序変数は空間的に非一様になり、重心運動量が有限の対が生じていることになる。

が生じることから、 $q$  の逆数、すなわち、FFLO 振動の波長が、超伝導のコヒーレンス長  $\xi$  のオーダーであることもわかる。ただし、これは十分低温での、しかも大雑把なオーダーの話であり、現実的には、温度やフェルミ面の形状等も反映して変わってくる。とくに、FFLO 状態の領域の上限温度<sup>6</sup>の近くでは  $|q|$  は 0 に近づき、FFLO 振動の波長はコヒーレンス長  $\xi$  よりもはるかに長くなる。

ここまでの話は、高磁場の正常状態から出発し、磁場を下げていったときのフェルミ面の不安定性の文脈で FFLO 状態を説明したものだが、逆に、ゼロ磁場の超伝導状態から出発し、磁場を強くしていく話として説明することもできる。まず、通常の BCS 状態では、上で述べたように、 $\uparrow$  と  $\downarrow$  の対が出来ていて、この対は系のスピン分極には寄与できないから、磁場中のスピン分極エネルギーに関しては、正常状態と比較して不利である。スピン分極エネルギーの損と、上述の凝縮エネルギーが同程度になったとき、すなわち、

$$\frac{1}{2}\chi H^2 \sim \frac{1}{2}N(0)|\Delta|^2 \quad (8)$$

が成り立つような強磁場で、BCS 状態は破壊される。これを常磁性対破壊効果と呼び、その磁場の上限  $H_P$  はパウリ極限と呼ばれる [13, 14]。帯磁率  $\chi$  に自由電子模型のパウリ帯磁率  $\chi = 2\mu_B^2 N(0)$  を用いれば、 $H_P = \Delta/\mu_B\sqrt{2}$  を導くことができる<sup>7</sup>。これを有限温度で計算すると、図 2 のようになり、 $T/T_c \lesssim 0.56$  の低温では 1 次転移的になる。超伝導の対破壊効果には後で説明する電子の軌道運動によるものもあり、実際の上部臨界磁場はこのパウリ極限よりもだいぶ低くなる。ところで、ここまでは、クーパー対の重心運動量を 0 と仮定している話だが、上で説明したように、重心運動量が 0 でない対による FFLO 状態では、部分的に対が破壊された状態になるため、スピン分極が可能になり、その分、エネルギーに関して得になる要素も出てくる。上の話と同様、そのような状態まで考慮の範囲を広げれば、超伝導は、従来の  $q = 0$  の状態に制限した場合のパウリ極限を越えて、生き残る可能性がある。

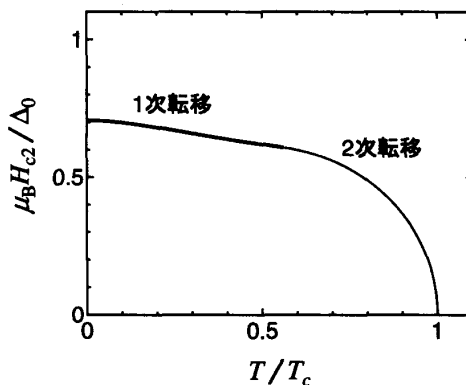


図 2: BCS 状態のパウリ極限の温度依存性。太線の部分は 1 次転移線。

このようにして、重心運動量が有限 ( $q \neq 0$ ) のクーパー対からなる超伝導状態が、常磁性効果

<sup>6</sup>多くの場合、 $T \approx 0.56 \times T_c$  にある正常状態、FFLO 状態、BCS 状態の三重臨界点。

<sup>7</sup> $H_P$  をテスラ T に換算し、 $T_c$  をケルビン K で測ることにすると、 $H_P [\text{T}] \approx 1.86 \times T_c [\text{K}]$  となる。

によって強磁場中で実現する可能性に、おそらく最初に気が付き論文にしたのは、Fulde と Ferrell であり [4]、同時期に、Larkin と Ovchinnikov も同様の主旨の論文を書いている [5]。このことから、この状態は Fulde–Ferrell–Larkin–Ovchinnikov 状態、略して FFLO 状態と呼ばれるが、この後に書くような様々なことを考慮して、LOFF 状態、FF 状態、LO 状態と呼ばれることもある。この解説では、FFLO 状態と呼び、以下、この重心運動量  $\mathbf{q}$  を FFLO ベクトル、有限の重心運動量に伴って現れる空間振動を FFLO 振動と呼ぶことにする。

もちろん、以上の話だけでは、磁場中で重心運動量  $\mathbf{q}$  が 0 でない対が生じる証明にはならず、簡単な考察だけでは排除できないことが言えただけであり、この状態が実現するか否かは、凝縮エネルギーの損と磁場中の分極エネルギーの得との兼ね合いで決まる。理論的には適切なモデルを設定し、BCS 状態 ( $\mathbf{q} = 0$ ) と FFLO 状態 ( $\mathbf{q} \neq 0$ )、そして正常状態の自由エネルギーを計算で求め、比較して調べることができる<sup>8</sup>。しかし、少なくとも、分極エネルギーに関して有利なのは、正常状態、FFLO 状態、BCS 状態の順であることはわかるから、もし FFLO 状態が現れるとすれば、相図上、正常状態と BCS 状態の間であることは推察できる。また、上で述べた考察により、FFLO 状態が実現するためには、超伝導として分極エネルギーが重要な意味をもつほどの強磁場が必要であるから、パウリ極限  $H_P$  の近くまで超伝導が生き残っている必要があるだろう。従って、第一種超伝導体のように、熱力学的臨界磁場で超伝導が破壊されてしまったり、第二種超伝導体であっても、次の章で説明する軌道磁性対破壊効果によって、超伝導の上部臨界磁場  $H_{c2}$  が、 $H_P$  よりもはるかに低い場合には、FFLO 状態が出る幕はなくなる。Fulde と Ferrell、Larkin と Ovchinnikov は、軌道磁性対破壊効果を無視した第二種超伝導体で、3次元等方的な場合に、FFLO 状態の臨界磁場が、上述のパウリ極限よりも高くなることを理論的計算によって示した (図 3 参照)。もちろん、このモデル設定は相当に単純化されたものであり、また理論的に得られた相図上の FFLO 状態の領域は結果的に大変狭かったが、彼らの論文が、その後のすべての FFLO 状態の研究の端緒となったのである。

### 3 異方的超伝導と FFLO 状態

本解説の最初に、FFLO 状態は、いわゆる異方的超伝導と異なる形で空間対称性が低くなる超伝導状態であると書いた。それではこの二つの超伝導状態はどのような関係にあるのだろうか。例えば、矛盾せずに同時に実現することができるのだろうか。まず、超伝導秩序変数は、元々、2個の座標に関係していることに注意しよう。座標ベクトル  $\mathbf{r}$  の電子の生成演算子を  $\psi^\dagger(\mathbf{r})$  とかくと、一般的な秩序変数の形は  $\langle \psi^\dagger_\sigma(\mathbf{r}) \psi^\dagger_{\sigma'}(\mathbf{r}') \rangle$  であり、重心座標  $\mathbf{R} \equiv (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$  と相対座標  $\boldsymbol{\rho} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$  の関数とみて、

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \left\langle \psi^\dagger_\sigma\left(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) \psi^\dagger_{\sigma'}\left(\mathbf{R} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) \right\rangle \quad (9)$$

<sup>8</sup>厳密には、 $\mathbf{q} = 0$  の超伝導状態に限ったものを BCS 状態と呼ぶことも、確定的なコンセンサスがあるとは言えない。例えば、FFLO 状態を  $\mathbf{q} \neq 0$  の BCS 状態と呼んでも間違いではないだろう。しかし、ここでは便宜上、 $\mathbf{q} = 0$  の超伝導状態を BCS 状態、 $\mathbf{q} \neq 0$  の超伝導状態を FFLO 状態と呼ぶことにしている。

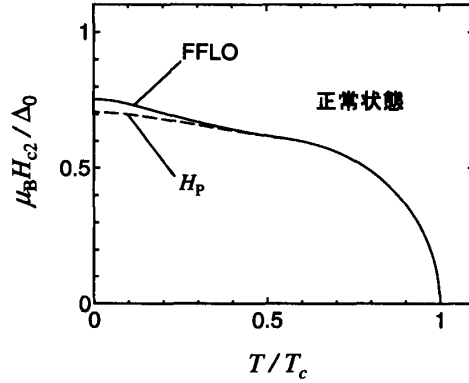


図 3: 3次元等方的な場合の純粋な FFLO 状態の上部臨界磁場。破線は  $\mathbf{q} = 0$  に制限したときの上部臨界磁場（パウリ極限）。

と書くことができる。以下にみるように、異方的超伝導の異方性は  $\rho$  に関係し、FFLO 状態の空間依存性は  $\mathbf{R}$  に関するものである。

対形成相互作用項

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} \int d^3\mathbf{r} \int d^3\mathbf{r}' \psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) \psi_{\sigma}(\mathbf{r}) V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \psi_{\sigma'}^{\dagger}(\mathbf{r}') \psi_{\sigma'}(\mathbf{r}') \quad (10)$$

に、

$$\psi_{\sigma}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} c_{\mathbf{k}\sigma} \quad (11)$$

を代入し、

$$V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \int d^3\rho V(\rho) e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\cdot\rho}$$

を定義して整理すると、

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{q}} \sum_{\sigma\sigma'} V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') c_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\sigma}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\sigma'}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}\sigma'} c_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}\sigma} \quad (12)$$

と書ける。いま、

$$\langle c_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow}^{\dagger} \rangle \neq 0$$

を超伝導秩序変数とすることを考えると、 $\mathbf{k}$  はクーパー対を形成する 2 電子の相対運動量、 $\mathbf{q}$  は重心運動量となっている。 $\mathbf{q}$  はすでに説明した FFLO ベクトルに相当する。ところで、上で述べたように、FFLO 状態が実現するときでも、 $\mathbf{q}$  の大きさは、通常、フェルミ運動量の大きさよりもはるかに小さいから、 $\mathbf{k} \pm \mathbf{q}/2$  や  $\mathbf{k}' \pm \mathbf{q}/2$  が、ほぼフェルミ面上にあるときには、 $V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  の引数にある  $\mathbf{k}$  や  $\mathbf{k}'$  もフェルミ面上にあるとしてよい。 $V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  が適当な関数系  $\{\gamma_{\alpha}(\mathbf{k})\}$  を用いて、

$$V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \sum_{\alpha} V_{\alpha} \gamma_{\alpha}(\mathbf{k}) \gamma_{\alpha}(\mathbf{k}')$$

と分解できるとき、統計力学的期待値

$$\langle c_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow}^{\dagger} c_{-\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow}^{\dagger} \rangle \quad (13)$$



が0でなくなる可能性を考慮して、異方的超伝導の秩序変数

$$\Delta_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \Delta_\alpha(\mathbf{q})\gamma_\alpha(\mathbf{k}) \equiv \gamma_\alpha(\mathbf{k}) \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}'} V_\alpha \gamma_\alpha(\mathbf{k}') \langle c_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow} c_{-\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow} \rangle \quad (14)$$

を定義すると、相互作用項を

$$\mathcal{H}_1 = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}} \sum_{\alpha} \left[ \Delta_\alpha^*(\mathbf{k}, \mathbf{q}) c_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow} c_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow} + \Delta_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{q}) c_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow}^\dagger \right] \quad (15)$$

と平均場近似することができる。ここで、 $\mathbf{q}$ の和の中で $\mathbf{q} = 0$ の項のみを残すことにすれば、すなわち、式(13)の統計力学的期待値のうち、 $\mathbf{q} \neq 0$ のものを全て0とすれば、FFLO状態を考慮しないときの、通常の異方的超伝導の理論に帰着する。

FFLO状態を考えるとときの秩序変数の空間依存性は、渦糸状態や超伝導電流を考えるとときの空間依存性と同様、重心運動量 $\mathbf{q}$  (すなわち、重心座標 $\mathbf{R}$ )に関するものであることは既に説明したが、式(14)で定義した秩序変数の形から、いわゆる異方的超伝導を考えるとときの運動量依存性は、 $\mathbf{q}$ ではなく、クーパー対の相対運動量 $\mathbf{k}$  (すなわち、相対座標 $\boldsymbol{\rho}$ )に関するものであるということがわかる。このようにして、FFLO状態は異方的超伝導状態とは原理的には矛盾無く、同時に起きることが可能であることがわかる。

式(9)の秩序変数で、 $\sigma = \downarrow$ ,  $\sigma' = \uparrow$ とおき、式(11)を用い、重心座標を改めて $\mathbf{r}$ で書くことにすると、

$$\Delta(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\rho}} \sum_{\mathbf{q}} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \langle c_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow} c_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow} \rangle \quad (16)$$

となり、

$$\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{k}) \equiv \int d^3\rho e^{-i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\rho}} \Delta(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$$

を定義すると、

$$\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{q}} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \langle c_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\downarrow} c_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2}\uparrow} \rangle$$

となる。あとで解説するように、一つの $\mathbf{q}$ に対してのみ対凝縮するときには、

$$\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{k}) \propto e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

となり、 $\mathbf{q}$ と $-\mathbf{q}$ に対して同時に対凝縮するときには、

$$\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{k}) \propto \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$$

となる。従って、クーパー対の重心運動量は、秩序変数の空間振動に直結する。

以上で解説したように、FFLO状態への相転移では、相転移する前には存在しなかった特別な運動量 $\mathbf{q}$ が発生し、それに伴って、秩序変数はその波数で空間振動する。このことを言い換えれば、空間的に、特別な長さのスケールと、特別な方向が発生するという意味する。 $\mathbf{q}$ は、上に書いたように、2次転移の上部臨界磁場で1個、もしくは2個発生すると考えられてきたが、後の章で説明するように、3個、4個、6個発生することもある。上部臨界磁場よりさらに磁場を下

げるとき、また、1次転移まで考える場合には、長さの異なる  $\mathbf{q}$  が複数生じ、沢山の  $\mathbf{q}$  の秩序変数の重ね合せが実現すると考えられる。

相転移点において、 $\mathbf{q}$  の発生の様相によっては、方向に関する系の対称性が破れない場合も考えられる。例えば、4回対称な系において、対称軸に沿って4個の  $\mathbf{q}$  が生じる場合などである。しかし、多くの場合には、特別な方向が新しく付け加わると考えてよいだろう。系が等方的なモデルでは、3次元、2次元のいずれの場合にも、FFLO ベクトル  $\mathbf{q}$  の発生に伴って系は必ず非等方的になる。フェルミ面が等方的で、例えば、d波超伝導が生じる場合には、超伝導転移点以下では系は4回対称になるが、もし一つのFFLO ベクトル  $\mathbf{q}$ 、もしくは、 $\mathbf{q}$  と  $-\mathbf{q}$  の二つが生じるとすれば、系は2回対称になる。この場合には、 $\mathbf{q}$  は d波超伝導の秩序変数のノードの方向に沿った方向を向いたり、45度方向を向いたりする [6, 50, 51]。より現実的な非等方的なフェルミ面の場合では、その形状に応じて、全く意外な方向に  $\mathbf{q}$  が向くこともある [32, 49]。

## 4 フェルミ面や秩序変数の異方性効果

有限の重心運動量  $\mathbf{q}$  のため、FFLO 状態は、系や対形成の元々の異方性に強く影響されたり、磁場の方向に強く依存することが考えられる。これは  $\mathbf{q} = 0$  のBCS 状態とは対照的なことであり、FFLO 状態に特有な性質である。この効果を、この解説ではFFLO 状態に対する異方性効果と呼ぶことにしよう。このような異方性効果は、FFLO 状態に対するフェルミ面のネスティングの概念を導入することによって理解することができる [52]。ネスティングは元々、電荷密度波 (charge density wave、CDW) やスピン密度波 (spin density wave、SDW) に関して考えられてきた概念であるが、これらの場合に対するネスティングと類似のものを、FFLO 状態に対しても考えることができるのである。

### 4.1 通常のネスティング効果

ネスティングとは、一般化して言えば、要するに、電子の1粒子状態  $(\mathbf{k}, \sigma)$  に対して、ある決まった規則で結びつく別の1粒子状態  $(\mathbf{k}_1, \sigma_1)$  が定義されるとき、運動量空間において、この二つの状態にある2電子が、同時にフェルミ面に来る割合がいかなる程度であるかを、フェルミ面自体を移動させて判断する方法を意味している。その割合が大きければ、「ネスティングがよい」といい、小さければ、「ネスティングがわるい」という。ここで、「割合」という言葉は、厳密な意味ではなく、同時にフェルミ面上に来るような  $\mathbf{k}$  の領域が面であるか、点であるか、また、同時にはフェルミ面上にない場合でも、どのくらいフェルミ面から離れているかなど、全ての状況を考慮に含めた広い意味で使っている。

電荷密度波やスピン密度波の場合には、秩序変数として、統計力学的期待値  $\langle c_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} \rangle$  を考える。ここで  $\mathbf{Q}$  は、密度波が生じるときのその波数である。例えば、立方格子で格子の周期の2倍の波数のときには、 $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a, \pi/a)$  となる。格子の周期に整合した周期の場合には、このような簡単な形になるが、一般には不整合になることも考えられる。この平均値を残す形で、相互

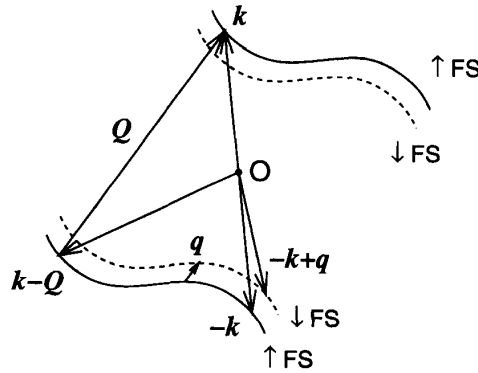


図4: フェルミ面のネスティングを説明する図。実線 (↑FS)、破線 (↓FS) は、それぞれ、↑、↓のスピンのフェルミ面を意味する。

作用項を平均場近似し、電荷密度波やスピン密度波への相転移を調べることがよく行われる。ハミルトニアン相互作用項は全運動量を保存するから、 $(\mathbf{k} + \mathbf{Q}, \sigma)$  と  $(\mathbf{k}, \sigma)$  の2電子が同時にフェルミ面上にあるとき、これらの2電子は、 $\mathbf{Q}$  を保存したまま、 $(\mathbf{k}' + \mathbf{Q}, \sigma')$  と  $(\mathbf{k}', \sigma')$  に散乱される。電荷やスピンの密度波の理論によれば、この新しい  $\mathbf{k}'$  がやはり同時にフェルミ面上に来る割合が大きいほど、正常状態のフェルミ面の、密度波の秩序状態への不安定化が起きやすいことを、比較的簡単に示すことができる。従って、その物質中の伝導電子間の引力もしくは斥力の強弱以外に、フェルミ面の形状によって、電荷やスピンの密度波への相転移が起きるかどうかが、起きるとすれば、どのような温度で起きるかが決まる。例えば、同時にフェルミ面上に来るような  $\mathbf{k}$  の集合が、3次元の運動量空間において、面の測度になるような部分をもつフェルミ面の形状の場合には、絶対零度の極限において、密度揺らぎが  $\log$  発散することを示すことができ、どんな小さくとも、有限の結合定数の相互作用があれば、何らかの有限温度で密度波の状態に相転移することになる。このように、密度波への相転移は、フェルミ面の不安定性から生じると理解されている。このフェルミ面の形状についての考察は、フェルミ面を単純に  $\mathbf{Q}$  だけ並行移動させてみることによって容易になる。並行移動の結果、フェルミ面がぴったりと接するような部分、それを実現させるような  $\mathbf{Q}$  が存在すれば、密度波への相転移が起きやすいということが言える。これがフェルミ面のネスティングである (図4参照)。最も簡単な例は、1次元系であろう。この場合、フェルミ面は、3次元の運動量空間で見ると、平面になっている。適切な並行移動によって、反対側のフェルミ面が接することは明らかだ。このような状況を「完全ネスティング」という。実際には、完全ネスティングでなくとも、相互作用が十分に強ければ、有限温度で密度波に相転移する。密度波は、相互作用が引力であれば電荷密度波、斥力であればスピン密度波になる。

## 4.2 FFLO状態に対するネスティング効果

同様のことが、超伝導転移についても言える。なぜなら、超伝導転移もフェルミ面の不安定性と関係しているからである。通常の超伝導の秩序変数は、 $\langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \rangle$  であり、この場合の「ネスティ

ング」を考えるとときには、フェルミ面の並行移動ではなく、反転となる。殆どの物質には、反転対称性があるから、その意味で、(BCS 超伝導に関する)「ネスティング」は、大抵いつも「完全」であると言うことができる。このため、BCS 状態を考えるとときに、ネスティングという概念をことさらに使うことはあまりないようだ。

しかし、BCS 状態とは対照的に、FFLO 状態では、電荷やスピンの密度波の場合の  $\mathbf{Q}$  に相当する特別な波数  $\mathbf{q}$  が存在するから、ネスティングの考察が有効になる。FFLO 状態の場合、秩序変数が、 $\langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger \rangle$  となるから、この場合の「ネスティング」の状況を調べるには、スピン↑のフェルミ面を反転し、さらに  $\mathbf{q}$  だけ並行移動し、スピン↓のフェルミ面とどのように接するかを見る (図 4 参照)。ただし、反転対称性を当然とする場合には  $\mathbf{q}$  の並行移動のみでよい。これが、FFLO 状態に対する「ネスティング」の考察である [52]。

例えば、1次元の場合、このネスティングは完全と考えられるが、 $T \rightarrow 0$  で、FFLO 状態の上部臨界磁場は発散することは古くから知られていた [53, 54]。一方、3次元等方的な場合には、FFLO 状態に対するネスティングの考察では、スピン↑と↓の二つのフェルミ面が、面で接するような  $\mathbf{q}$  が存在しない (図 1)。点で接するよりは、線で交差させるような  $\mathbf{q}$  のほうが、臨界磁場は高くなるので、この場合の  $\mathbf{q}$  の大きさは、ゼーマンエネルギーの差  $2h$  に相当する波数  $2h/v_F$  よりも大きくなり、絶対零度では  $q \approx 1.2 \times 2h/v_F$  となる。Fulde と Ferrell、Larkin と Ovchinnikov が最初に示したように、絶対零度での上部臨界磁場は、およそ  $1.075 \times H_P$  となる [4, 5] (図 3 参照)。

2次元等方的な場合にも、二つのフェルミ面が面で接するような  $\mathbf{q}$  は存在しないが、今度は (3次元運動量空間で) 線で接するような  $\mathbf{q}$  を選ぶことができる (図 1 を円筒の断面と解釈する)。線で交差するような  $\mathbf{q}$  よりも、線で接する  $\mathbf{q}$  のほうが臨界磁場は高くなるから、この  $\mathbf{q}$  が実現することになり、その大きさは、絶対零度ではちょうど  $q = 2h/v_F$  となる。この場合の絶対零度での上部臨界磁場は、およそ  $1.414 \times H_P$  となるが [55, 56, 57, 52]、その温度依存性の特徴は、図 5 のように、絶対零度に向って、上部臨界磁場が下に凸になること、すなわちアップターンを示すことである。これは、単なる上部臨界磁場の温度依存性だけの問題ではなく、上部臨界磁場が上がるということは、それだけ自由エネルギーの下がり大きいということの意味している。軌道磁性対破壊効果などにより、このアップターン自体が抑えられるとしても、FFLO 状態が2次元的なフェルミ面の構造によって、より安定化されることが、この結果の要点である。

以上の話だけでは、1次元系が FFLO 状態に最も有利であるように見えるかもしれないが、実際には、他の不安定性との競合を考慮する必要がある。1次元の場合には、通常、電荷密度波やスピン密度波への不安定性が勝ち、超伝導転移は現実的には起きにくい。

実際、近年になって多数発見された有機超伝導体などの新しい超伝導体では、電荷密度波やスピン密度波と、超伝導 (BCS 状態) が同じ相図上に見られることがよくあり、その様相は様々であるが、多くの場合共通しているのは、密度波の転移温度のほうが超伝導よりも高いことである。これは、上述のネスティングの状況を考えると、密度波を導く相互作用の結合定数のほうが、超伝導の対形成相互作用のそれよりも、大きいことを意味している。このことから、逆に考察すれば、それぞれの状態に対するネスティングの条件が同程度であれば、相互作用の強い密度波が実

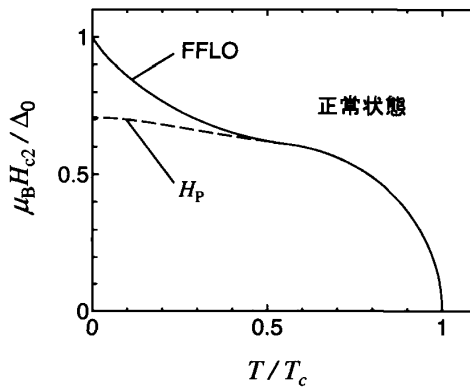


図 5: 2次元等方的な場合の純粋な FFLO 状態の上部臨界磁場。

現してしまうことが推察できる。

また、ネスティングがない条件で、弱い相互作用の極限を考えたとき、FFLO 状態への相転移は起きるが、密度波への相転移は起きなくなることも重要である。例えば、3次元等方的な場合では、どちらの秩序状態に対しても、フェルミ面のネスティングはない（あるいは、点で「ネスティング」する）が、FFLO 状態は、相互作用がどんなに弱くても、低温強磁場で安定化するのに対して、密度波ではそのようなことはない。従って、電子のエネルギー分散関係を変化させてネスティングを崩していったとき、密度波の秩序状態は容易に壊れるが、FFLO 状態は密度波ほどは脆弱ではないということがいえる。すなわち、ネスティングを崩せば、電荷密度波やスピン密度波への転移は完全に抑えられるが、FFLO 状態のネスティングによる増大は残るといった状況が考えられる。すぐ上で説明した2次元の場合がそれに相当する。

以上の考察より、現実的に、FFLO 状態は最も有利なのは、1次元系ではなく、2次元系であろうと考察することができる。なお、準1次元の有機物超伝導体において、圧力等でフェルミ面を歪め、スピン密度波への転移を抑えたところで超伝導が生じるものが数多くあり、これらの物質に対しては、呼び名としては、「準1次元有機超伝導体」という名前が定着しているが、超伝導が実現するような圧力では、スピン密度波が十分に抑制されるほど、フェルミ面が歪んでいるわけだから、この解説で説明するようなネスティングの考察では、2次元系に分類して考えるのが妥当である<sup>9</sup>。

異方的超伝導の場合には、ネスティングの考察にも、当然その効果を考慮しなければならない。すなわち、並行移動によってフェルミ面を接しさせるベクトル  $\mathbf{q}$  を見つけるとき、フェルミ面の

<sup>9</sup>厳密な1次元系、2次元系では、超伝導状態への長距離秩序状態は生じず、有限温度で安定した超伝導状態を得るためには、3次元的な結合が必要である。「準1次元（準2次元）」というときの「準」はこのことを意識したもので、「弱い面間の結合もある、純粋でない1次元系（2次元系）」という意味であることが多い。また、これとは別に、「準」にはもう一つの意味がある。それは、純粋な1次元（2次元系）に比べて、フェルミ面が大きく歪んでいて、2次元の（3次元的）になっているということである。「準1次元有機超伝導体」の場合の「準」は、この両方の意味であるが、現実にはフェルミ面の歪みは、目に見えるほどであり（1割程度）、「（準）2次元」的なフェルミ面になっているといえる。ただし、ブリルアンゾーンの端でフェルミ面が切れる、すなわち、開いた（オープンな）フェルミ面になっているという状況を、「1次元」という言葉に託すこともあり、その場合は、歪みの大きな「準1次元」は、「（準）2次元」と定性的に区別して使われる。もちろん、この解説の文脈では、フェルミ面がオープンかどうかは問題にしていないから、これにはあたらない。

単純な形状のみではなく、状態密度や秩序変数も考察に含めるのが妥当である。波数の方向  $\hat{\mathbf{k}}$  に依存した状態密度  $\rho(\epsilon_F, \hat{\mathbf{k}})$  を考えるとき、異方的超伝導であれば、その運動量依存性を表す関数  $\gamma_\alpha(\hat{\mathbf{k}})$  を用いて、

$$\rho_\alpha(\epsilon_F, \hat{\mathbf{k}}) = \rho(\epsilon_F, \hat{\mathbf{k}})[\gamma_\alpha(\hat{\mathbf{k}})]^2$$

と表される有効な状態密度を定義できるが、この値が大きいところでフェルミ面を接しさせるような  $\mathbf{q}$  のほうが、当然、有利になる。

フェルミ面や秩序変数の異方性、有限温度の効果も考慮したときなど、FFLO 状態に対するネスティングのより詳しい考察については、文献 [32, 49] などに譲るが、ここで、二つほど意外と思われる結果を補足しておく。一つは、フェルミ面に平らな面があった場合の  $\mathbf{q}$  の方向について、単純な考察では、秩序変数の空間変化が小さいほど有利なので、 $\mathbf{q}$  は出来るだけ小さくなり、平らな面に垂直になると考えられそうであるが、現実には必ずしもそうならない。実際に計算してみると、むしろ、フェルミ面全体でのネスティングを最適にするように  $\mathbf{q}$  が決まる結果、平らな面に垂直ではなくなることが多い。もう一つは、準 2 次元で、FFLO 状態の臨界磁場が増大するのは、フェルミ面に平らな部分があるときと考えられそうだが、現実にはそのようにならず、一見したときには大きく歪んだフェルミ面でも、臨界磁場が極端に増大することがあるということである。詳しくは、文献 [32, 49] を参考にされたい。

### 4.3 臨界磁場増大の意義

前のサブセクションでは、FFLO 状態の上部臨界磁場が増大する条件、すなわち、安定化する条件について考察した。ここでは、そのことが単に定量的な問題ではないことを少し補足しておく。

まず注意すべきことは、FFLO 状態が実現するには、その上部臨界磁場が、 $\mathbf{q} = 0$  の BCS 状態への 1 次転移の上部臨界磁場、すなわち、パウリ極限  $H_P$  を越えていなければならないことである。なぜなら、そうでなければ、磁場を高磁場から下げていったときに、正常状態のフェルミ面が、FFLO 状態への不安定性を示し 2 次転移する前に、BCS 状態に 1 次転移してしまうからである。

3 次元等方的な場合でも、FFLO 状態への 2 次転移の磁場はパウリ極限を越えており、ネスティングの効果を検討しなくても、十分に FFLO 状態が起きることを示しているように思われるかもしれないが、例えば、電子間には必ずクーロン反発力があり、内部磁場がクーロン斥力による相関効果で増大することを考えると、FFLO 状態の上部臨界磁場の理論値  $H_{F0}$  と、パウリ極限の理論値  $H_{P0}$  の比  $H_{F0}/H_{P0} = 1.075$  は、十分に大きいとはいえない。なぜなら、次に示すように、1 次転移と 2 次転移の臨界磁場では、この内部磁場の増大の効果が異なるからである。

BCS 状態への 1 次転移のパウリ極限は、式 (8) に示すように、凝縮エネルギーとスピン分極エネルギーが等しくなる条件できまることを思い起こそう。この条件より、内部磁場の増大がないときの帯磁率を  $\chi_0$ 、そのときのパウリ極限を  $H_{P0}$ 、増大を考慮した真の帯磁率を  $\chi$ 、真のパウリ

極限を  $H_P$  とおくと、

$$\frac{1}{2}\chi H_P^2 \sim \frac{1}{2}N(0)\Delta^2 \sim \frac{1}{2}\chi_0 H_{P0}^2$$

が得られる。故に、真のパウリ極限  $H_P$  の値は、 $H_{P0}$  に比べて、 $\sqrt{\chi_0/\chi}$  倍となることがわかる。一方、FFLO 状態の上部臨界磁場  $H_F$  は、2次転移できまるとすれば、ハミルトニアンの一ゼーマン項に帯磁率の増大の効果を考慮することができるから、内部磁場の増大を考慮しないときの FFLO 状態の臨界磁場  $H_{F0}$  に比べて、 $\chi_0/\chi$  倍となる。

このため、内部磁場の増大がないとして求めた  $H_{F0}/H_{P0}$  の値が1を越えることがあっても、内部磁場の増大  $\chi > \chi_0$  を考慮したときの比

$$\frac{H_F}{H_P} = \sqrt{\frac{\chi_0}{\chi} \frac{H_{F0}}{H_{P0}}}$$

が1を越えないということは十分に考えられる。このような内部磁場の増大の効果は、FFLO 状態を新しい超伝導体において考える文脈から重要である。なぜなら、多くの新しい超伝導体では電子相関が強いと考えられているからである。また、この章では考えていない軌道磁性効果も、FFLO 状態にとって不利な要素であり、その意味でも、FFLO 状態が安定的して存在するためには、異方性効果による安定化への寄与が必要と考えられる。

## 5 純粋な FFLO 状態の秩序変数の空間構造

ここでは次の章で説明する軌道磁性対破壊効果のことは考えず、純粋な FFLO 状態に絞って説明しよう。いま、磁場は電子のスピン自由度にしか作用しないものとする。磁場が強い極限の正常状態から、徐々に磁場を弱くしていき、FFLO 状態に2次相転移する場合を考えると、ちょうど相転移点では、FFLO 状態の  $\mathbf{q}$  が複数縮退していることが考えられる。例えば、s波超伝導体で、フェルミ面が等方的な場合には、 $\mathbf{q}$  の方向の縮退は無限大である。この2次相転移の上部臨界磁場より、磁場を弱くしていくと、ギャップ方程式は非線形になり、その縮退は解ける。すなわち、

$$\Delta(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M \Delta_m e^{i\mathbf{q}_m \cdot \mathbf{r}}$$

という形の解から、最も自由エネルギーの低い解が実現する。 $M$  は縮退している  $\mathbf{q}$  の個数であり、等方的な場合は上に書いたように、 $M = \infty$  である。通常、少なくとも  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}$  と  $\mathbf{q}_2 = -\mathbf{q}$  は縮退しているだろうから、 $M$  は最小で2である。 $\Delta(\mathbf{r})$  が実空間で周期的になるためには、 $\Delta_m$  のうち、1個、2個、3個、4個、6個だけが0でない値をもち、それ以外の  $\Delta_m$  が0となる状態である必要がある。Fulde と Ferrell が考えたのは、一つだけの  $\mathbf{q}$  の状態であり、

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_1 e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \quad (17)$$

である。Larkin と Ovchinnikov は、3次元等方的な場合に、この状態よりも、

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_1 e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} + \Delta_1 e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} = 2\Delta_1 \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \quad (18)$$

という形の状態の自由エネルギーが低いことを示した。この意味で、式 (17) の状態を FF 状態、式 (18) の状態を LO 状態と区別して呼ぶことがある。また、これらの状態は、2 次相転移の範囲で、すべて同じ上部臨界磁場を与え、 $\mathbf{q} \neq 0$  の超伝導状態が起きる高磁場領域が存在することは、Fulde と Ferrell の論文でも示されているわけだが、結果的に 3 次元等方的な場合に実現するのは、式 (18) の状態であることから、FFLO 状態の代わりに LO を優先させて LOFF 状態と呼んだりすることもある。ただし、現時点では、上でも述べたように、この使い分け方に一般的なコンセンサスは形成されていないように思われる。実は、2 次元等方的な場合には、低温強磁場で、式 (18) の状態よりも、3 個、4 個、6 個の  $\mathbf{q}_m$  が重なった状態

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{r}) &\propto \exp(i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{r}) + \exp(i\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{r}) + \exp(i\mathbf{q}_3 \cdot \mathbf{r}), \\ \Delta(\mathbf{r}) &\propto \cos(qx) + \cos(qy), \\ \Delta(\mathbf{r}) &\propto \cos(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{r}) + \cos(\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{r}) + \cos(\mathbf{q}_3 \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \tag{19}$$

のほうが自由エネルギーが低くなる [58]。この解説では便宜上、これらの状態を順に、trianglur 状態、square 状態、hexagonal 状態と呼ぶことにしよう。これらの状態が実現するのは、2 次元系の幾何学的な効果などではなく、低温では FFLO 状態の臨界磁場が高くなるため、上部臨界磁場付近で、よりスピン分極エネルギーが得な、実空間のノードが多い状態が有利になるためである。図 6 は、これらの状態の秩序変数の空間依存性を示したものだが、多数の  $\mathbf{q}_m$  が重なった状態のほうが、 $|\Delta(\mathbf{r})|^2$  が小さい領域が広がっていることがわかる。フェルミ面が異方的だったり、異方的超伝導が生じる場合には、その対称性に応じた重ね合せに制限される。例えば、準 2 次元系では、正方格子上の強束縛近似で表されるような四回対称なフェルミ面の場合や、d 波超伝導の場合には、低温強磁場では 4 個の  $\mathbf{q}_m$  の重ね合せの状態が実現しやすい [58]。

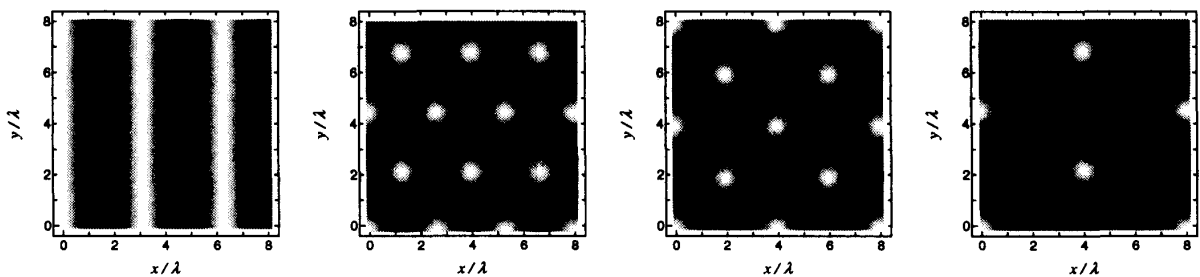


図 6: 左から順に、2 個、3 個、4 個、6 個の  $\mathbf{q}_m$  が重なった状態の秩序変数の空間依存性。白いところほど、 $|\Delta(\mathbf{r})|^2$  が大きい。

## 6 渦糸状態と FFLO 状態

強磁場中の超伝導体で実現する状態といえば、渦糸状態が有名である。渦糸状態も、FFLO 状態と同様、秩序変数の重心座標依存性が、磁場の作用で空間的に振動している超伝導状態であるが、FFLO 状態とは対照的に、主に電荷の軌道運動の磁場からの作用によって生じると考えられ



ている。従って、この状態の FFLO 状態との関係は、 $^3\text{He}$  のように、電氣的に中性なフェルミ粒子系の超伝導（超流動）を考えるのでない限り、避けて通れない問題である。この章では、この問題を解説する。

## 6.1 二つの対破壊効果

渦糸状態と FFLO 状態の関係について考える前に、ここでは超伝導の対破壊効果について、簡単に説明しておこう。まず、アブリコソフが発見したように、すべての超伝導体は、系の超伝導状態の部分と常伝導状態の部分の界面の自由エネルギーの正負に対応して、第一種超伝導体、第二種超伝導体の 2 種類に分類される<sup>10</sup>。界面エネルギーが正のときには、物質の中の超伝導相は、出来るだけ表面積が小さくなるように、かたまりになるだろう。ある大きさの磁場までは、磁場がその領域から排除され、内部は完全反磁性状態となる。この臨界磁場は熱力学的臨界磁場とも呼ばれ、非常に低い<sup>11</sup>。一方、第二種超伝導体の場合には、磁場を強くしていくと、ある磁場以上では、磁場は超伝導体の中に糸状に貫通するようになる。この性質のため、第二種超伝導体では、第一種超伝導体よりも、はるかに高い磁場領域まで超伝導が存続することができる。そして、さらに磁場を強くしていくと、次に述べるような 2 種類の対破壊効果によって、超伝導状態は消失する。その上限の磁場が、第二種超伝導体における、いわゆる上部臨界磁場である。

まず、電子には、電荷とスピンの二つの自由度があり、どちらも磁場からの相互作用を受けることに注意しよう。スピンの自由度が磁場からうける作用は、上でも述べたように、スピンに起因する磁気モーメント  $-\mu_e$  によるものであり、ハミルトニアンの中では、ゼーマンエネルギー

$$\mu_e H \sigma$$

の項として考慮される。電荷の自由度が磁場からうける作用は、古典的にはローレンツ力であり、ハミルトニアンでは、運動エネルギーの項が、

$$\frac{1}{2m}(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2$$

のように、ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  による修正をうける。ここで、電子の電荷を  $-e$  とおいた。超伝導を引き起こす Cooper 対は、この両方の項を通じて影響をうけ、強磁場では破壊されてしまう。この効果を、磁場による対破壊効果と呼ぶわけだが、とくに、前者のスピンに起因する効果を、パウリ常磁性対破壊効果、後者の電荷の軌道運動に起因する効果を、軌道磁性対破壊効果と呼ぶ。通常の第二種超伝導体では、フェルミ面付近の電子の速度  $v_F$  は非常に大きいため、軌道磁

<sup>10</sup>これら二つの超伝導体は、微視的には Ginzburg-Landau パラメーター

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$$

によって分けられる。ここで、 $\lambda$  は磁場の侵入長、 $\xi$  は超伝導のコヒーレンス長である。 $\kappa > 1/\sqrt{2}$  のときに第二種超伝導体、 $\kappa < 1/\sqrt{2}$  のときに第一種超伝導体となる。

<sup>11</sup>例えば、第一種超伝導体である Al の場合、ゼロ磁場での超伝導転移温度 1.175 K に対して、臨界磁場は 0.105 KOe であり、磁束密度に換算すると、0.01 テスラ程度にすぎない。

性対破壊効果のほうがはるかに強くなる。この事情は、正常状態の金属の帯磁率において、パウリ常磁性帯磁率の寄与が、軌道部分のランダウ反磁性の寄与よりも、大きいことと対照的である。

これら二つの対破壊効果の強さの比を考えると、Maki パラメーター  $\alpha$  が用いられる。Maki パラメーターは、純粹に軌道磁性対破壊効果のみのときの上部臨界磁場  $H_{c20}$  と、常磁性対破壊効果のみのときの上部臨界磁場  $H_P$  (パウリ極限) の比で、

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}H_{c20}}{H_P}$$

と定義される。強いほうの効果による臨界磁場が低くなるから、 $\alpha$  が大きいということは、常磁性対破壊効果が強いことを意味する。上でも述べたように、通常の第二種超伝導体では、 $\alpha$  は小さくなるが、重い電子系超伝導体や、有機物や酸化物の層状超伝導体では、 $\alpha$  が大きくなり、1 を越えるケースもある。重い電子系超伝導体では、重い有効質量のため、フェルミ速度が小さくなることによりローレンツ力が弱くなり、軌道運動のうける磁場の影響が弱まる。また、層状超伝導体では、最も伝導性の高い面に平行に磁場をかけると、その面に垂直方向の有効質量が大きいために、同様に軌道磁性対破壊効果が弱まる。

## 6.2 渦糸状態と FFLO 状態の混成

第二種超伝導体に磁場が侵入するとき、糸状に超伝導が破壊された状態ができ、その糸に沿って磁束線が入る。この糸を囲むように渦状に遮蔽電流が流れ、その周りの超伝導状態が維持されるので、この状態は渦糸状態 (ボルテックス状態) と呼ばれる。超伝導状態は巨視的な波動関数によって記述されることから、渦糸に沿って入った磁束は、 $\Phi_0 = h/2e$  の値に量子化され、また、渦糸が格子を組んで超伝導状態が安定になる。電子には電荷があり、軌道磁性対破壊効果は必ず存在するから、臨界磁場付近の超伝導状態は、渦糸状態になるが、磁場に沿った方向の空間変化の自由度はまだ残っているので、その自由度を利用して、FFLO 状態も生じることができる。超伝導秩序変数としては一つなので、これを「共存」と呼ぶのは正確ではないかもしれないが、ともかく秩序変数の空間変化に原因の異なる 2 種類のものが混成して共に存在することができる。このような混成状態を最初に調べたのは、Gruenberg と Gunther である。3次元等方的な場合に FFLO 状態実現の条件を調べ、 $\alpha \gtrsim 1.8$  であれば、通常の渦糸状態に付け加わる形で、FFLO 状態による秩序変数の空間振動が実現することを示した [59]。このようなタイプの混成状態では、FFLO 状態の波数ベクトル  $\mathbf{q}$  の方向は渦糸の方向、すなわち磁場の方向にロックされることになり、磁場の方向をいろいろに変えて上部臨界磁場を測定したとすると、FFLO 状態にとって有利な方向では上部臨界磁場が高くなることが考えられる。もちろん、上部臨界磁場の方向依存性には、様々な要因があるので、FFLO 状態はその一つとして寄与するということである。他の要因が弱い場合には、上部臨界磁場の方向依存性を調べることは、FFLO 状態を探索する良い手段になることが期待できるだろう。

### 6.3 渦糸状態と FFLO 状態の間の転移

以上に述べたように、基本的には FFLO 状態は常磁性対破壊効果の強いときに生じる状態であり、一方、渦糸状態は軌道磁性対破壊効果の強いときに生じる状態である。純粋な FFLO 状態は、軌道磁性対破壊効果の影響が無視できるときに生じるもので、最初に説明したように、ゼーマン分裂した二つのフェルミ面の間にできるクーパ対によるものであるが、電子系の場合には、必ず軌道磁性対破壊効果は存在するので、これは理想的な極限を考えていることということになる<sup>12</sup>。ただし、物理学では、理想的な極限は非現実的な無意味なものではなく、問題を理想化して分かりやすく考えているということであり、その極限から、現実的な効果を取り入れていくという手法がよくとられる。

筆者が、当時バイロイト大学の Rainer 教授から、2次元系における FFLO 状態と渦糸状態の競合関係を調べてみてはどうかと提案されたのは、1996年の冬のことであった。2次元系に面平行磁場をかけた極限では、明らかに軌道磁性対破壊効果は利かず、低温強磁場のある領域では、純粋な FFLO 状態が生じる。これに対して、磁場を斜めにかけて、軌道磁性対破壊効果が次第に支配的になり、どこかで渦糸状態への転移が起きるのではないかというのが、Rainer 教授の考えであった。この考えにそって計算してみて、すぐに気が付いたのだが、ほんのわずかでも、磁場が斜めになれば、秩序変数の解はアプリコソフ関数になってしまい、純粋な FFLO 状態が生じる余地はなくなる。斜め磁場のときの上部臨界磁場の方程式で、単純に磁場を平行磁場にもっていくと、FFLO 状態ではない  $q = 0$  の BCS 状態への 2次転移点の方程式に帰着してしまう。従って、厳密に平行磁場のときが方程式の特異点になるようにも思えるのだが、実際にはそうではなく、アプリコソフ関数のランダウ準位指数が発散し、上部臨界磁場の方程式は、ちょうど FFLO 状態のそれに帰着する。このとき、渦糸状態と純粋な FFLO 状態を平行磁場の極限で結ぶ式は、

$$q = \lim_{\theta \rightarrow 0} 2 \sqrt{\frac{eH}{c}} \sqrt{n_L(\theta) \sin \theta}$$

である [6]。ここで、 $q$  は FFLO 状態の波数の大きさ、 $\theta$  は磁場の伝導面からの角度、 $n_L(\theta)$  はその角度での上部臨界磁場でのランダウ準位指数である。この式から、 $q \neq 0$  の FFLO 状態が生じる場所では、面平行磁場の極限  $\theta \rightarrow 0$  で、 $n_L(\theta) \sim 1/\sin \theta$  の形でランダウ準位指数が発散することがわかる。すなわち、純粋な FFLO 状態とは、渦糸状態のランダウ準位指数が発散した状態に他ならない。また、純粋な FFLO 状態は厳密な面平行磁場でしか生じないが、ランダウ準位指数が大きい状態は、実質的に FFLO 状態的であるということもわかる。実際、高いランダウ準位指数のアプリコソフ関数は、ピークの中で振動しており、その波長は平行磁場の極限で帰着すべき純粋な FFLO 状態の波数に一致する。要するに、常磁性効果が強いときには、実空間で秩序変数のゼロ点（ノード）が生じ、スピン分極エネルギーで得できるように、ランダウ準位指数が 0 でない状態が出現しやすくなり、それが発散したものが純粋な FFLO 状態ということになる。このこ

<sup>12</sup>電氣的に中性な  $^3\text{He}$  の超流動状態では、軌道磁性対破壊効果が存在しないので、このような純粋な FFLO 状態はあなたが理想的な極限のものとはいえない。ただし、 $^3\text{He}$  の超伝導状態は、スピン三重項対によるものと考えられており、その中での FFLO 状態を考えることになる。

とは、答えを聞いた後でなら、後付けの理屈で、当然の結果であると言うことはできるかもしれないが、Gruenberg と Gunther の 1966 年の研究以来、これら二つの状態は、長い間、競合するものとしてしか見做されてこなかったのも事実であり、それが実は同じものの仲間であるということは、筆者は興味深い話ではないかと思っている。この状況を反映して、常磁性対破壊効果が強いとき、図 7 のように、上部臨界磁場がカスケード状の温度依存性を示すことがある [6, 60]。また、絶対零度で同様の振る舞いは、古く Bulaevskii の論文にも見ることができる [55]。上部臨界磁場より低磁場での秩序変数の構造について、平行磁場の極限では、上に述べたような、trianglur 状態、square 状態、hexagonal 状態などの構造になるが、斜め磁場のときには、Klein ら [61, 62] や、Yang と MacDonald [63] が詳しく調べている

上の説明は純粋な 2 次元系を念頭においたものだが、FFLO 状態がランダウ準位指数の高い渦糸状態であるという証明は、3 次元系 (準 2 次元系) に拡張することもできる [64]。3 次元系では、渦糸に沿った FFLO 的な空間振動と、それに垂直な方向に秩序変数を変化させる渦糸状態が混成し、しかも、渦糸状態のランダウ準位指数が高くなることも可能である。Maki パラメーターが無限の極限でランダウ準位指数が発散するとき、そのような混成状態が帰着する純粋な FFLO 状態は、磁場に平行でない斜めの方向に FFLO 状態のベクトル  $\mathbf{q}$  が向いているか、この後に述べるように、複数の  $\mathbf{q}$  の秩序変数の重ね合わせになっているかである [3, 64]。

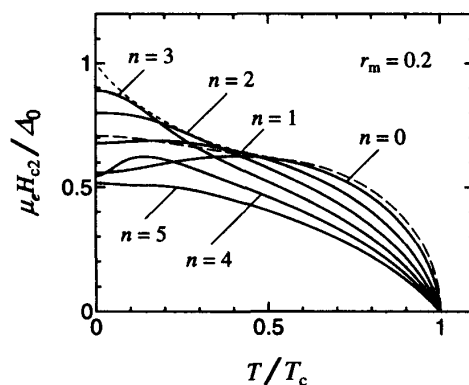


図 7: 2 次元の超伝導体に斜め磁場をかけたときの上部臨界磁場の温度依存性 [6]。  $r_m$  は、磁場の方向が面平行に近づくほど小さくなるパラメーター。その定義については、上記文献を参照せよ。3 次元の超伝導体でも、常磁性効果が強いときに同様の振る舞いを見ることができる [64]。

#### 6.4 高いランダウ準位の渦糸状態

常磁性効果が強くなると、高いランダウ準位の渦糸状態が生じることは、すでに説明した。通常は、ランダウ準位 0 のものが最も上部臨界磁場の高い状態になることが多く、従って、ランダウ準位が 1 であっても、それがもし観測されることがあれば、常磁性効果によるもの、すなわち、FFLO 状態的なものである可能性がある。そのような状態が観測されるのは、軌道磁性効果を弱めていった極限で、純粋な FFLO 状態が実現する場合だろう。ただし、極限での純粋な FFLO 状態

のFFLOベクトル  $\mathbf{q}_m$  が1個か、2個であり、その方向に磁場をかけるときには、上で説明した、Gruenberg–Gunther 的な混成の仕方が可能だから、高いランダウ準位の渦糸状態が実現しなくても、連続的に極限でのFFLO状態に帰着することができる。極限での純粋なFFLO状態のFFLOベクトル  $\mathbf{q}_m$  が3個以上であったり、1個か2個であっても、磁場の方向がその方向に沿っていないときには、軌道磁性効果を弱めていくと、高いランダウ準位の渦糸状態が実現することが考えられる [3, 64, 65]。また、系によっては、高いランダウ準位の渦糸状態と、FFLO状態が同時に生じることもある [66]。

## 7 結びに

以上、FFLO状態に関して、最も基礎的な部分を、入門編的に解説した。ここ数年の間に、かなりの進展があったために、数多くの論文をくまなく引用することは困難であり、偏ってしまった部分があるかもしれないがご容赦願いたい。最新の実験的理論的研究の進展や、より踏み込んだ内容については、何度か書いたように、文献 [1, 2, 3] などのレビュー論文を参照してほしい。

## 謝辞

本解説発表の場を与えてくださった、物性研究刊行会編集部と事務局の皆様に感謝いたします。

## 参考文献

- [1] R. Casalbuoni and G. Narduli, *Rev. Mod. Phys.* **76** (2004), 263.
- [2] Y. Matsuda and H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **76** (2007), 051005.
- [3] H. Shimahara, in *Physics of Organic Superconductors and Conductors* (edited by A. G. Lebed, Springer, Berlin, 2007).
- [4] P. Fulde and R.A. Ferrell, *Phys. Rev.* **135** (1964), A550.
- [5] A.I. Larkin and Yu.N. Ovchinnikov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **47** (1964), 1136 [translation: *Sov. Phys. JETP* **20** (1965), 762].
- [6] H. Shimahara and D. Rainer, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** (1997), 3591.
- [7] For example, see [52, 57, 32], and references therein.
- [8] A. Bianchi, R. Movshovich, N. Oeschler, P. Gegenwart, F. Steglich, J.D. Thompson, P.G. Pagliuso, and J.L. Sarrao, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002), 137002.
- [9] A. Bianchi, R. Movshovich, C. Capan, P.G. Pagliuso, and J.L. Sarrao, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003), 187004.

- [10] H.A. Radovan, N.A. Fortune, T.P. Murphy, S.T. Hannahs, E.C. Palm, S.W. Tozer, and D. Hall, *Nature* **425** (2003), 51.
- [11] K. Izawa, H. Yamaguchi, Y. Matsuda, H. Shishido, R. Settai, and Y. Onuki, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001), 057002.
- [12] C. Capan, A. Bianchi, R. Movshovich<sup>1</sup>, A.D. Christianson, A. Malinowski, M. F. Hundley, A. Lacerda, P.G. Pagliuso, and J.L. Sarrao, *Phys. Rev. B* **70** (2004), 134513.
- [13] B.S. Chandrasekhar, *Appl. Phys. Lett.* **1** (1962), 7.
- [14] A.M. Clogston, *Phys. Rev. Lett.* **9** (1962), 266.
- [15] T. Tayama, A. Harita, T. Sakakibara, Y. Haga, H. Shishido, R. Settai, and Y. Onuki, *Phys. Rev. B* **65** (2002), 180504.
- [16] N. Oeschler, P. Gegenwart, M. Lang, R. Movshovich, J.L. Sarrao, J.D. Thompson, and F. Steglich, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003), 076402.
- [17] T. Watanabe, Y. Kasahara, K. Izawa, T. Sakakibara, Y. Matsuda, C.J. van der Beek, T. Hanaguri, H. Shishido, R. Settai, and Y. Onuki, *Phys. Rev. B* **70** (2004), 020506(R).
- [18] C. Martin, C.C. Agosta, S.W. Tozer, H.A. Radovan, E.C. Palm, T.P. Murphy, and J.L. Sarrao, *Phys. Rev. B* **71** (2005), 020503(R).
- [19] K. Kakuyanagi, M. Saitoh, K. Kumagai, S. Takashima, M. Nohara, H. Takagi, and Y. Matsuda, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005), 047602.
- [20] K. Kumagai, M. Saitoh, T. Oyaizu, Y. Furukawa, S. Takashima, M. Nohara, H. Takagi, and Y. Matsuda, *Phys. Rev. Lett.* **97** (2006), 227002.
- [21] C. F. Miclea, M. Nicklas, D. Parker, K. Maki, J.L. Sarrao, J.D. Thompson, G. Sparn, and F. Steglich, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006), 117001.
- [22] V.F. Mitrovic, M. Horvatic, C. Berthier, G. Knebel, G. Lapertot, and J. Flouquet, *Phys. Rev. Lett.* **97** (2006), 117002 [4 pages]
- [23] V.F. Correa, T.P. Murphy, C. Martin, K.M. Purcell, E.C. Palm, G.M. Schmiedeshoff, J.C. Cooley, and S.W. Tozer, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007), 087001.
- [24] B.-L. Young, R.R. Urbano, N.J. Curro, J.D. Thompson, J.L. Sarrao, A.B. Vorontsov, and M.J. Graf, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007), 036402.
- [25] H. Adachi and R. Ikeda, *Phys. Rev. B* **68** (2003), 184510.

- [26] A.B. Vorontsov and M.J. Graf, *Phys. Rev. B* **74** (2006), 172504.
- [27] M. Ichioka, H. Adachi, T. Mizushima, and K. Machida, *Phys. Rev. B* **76** (2007), 014503.
- [28] K. Miyake, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77** (2008), 123703.
- [29] Y. Yanase and M. Sigrist, *J. Phys. Conf. Ser.* **150** (2009), 052287.
- [30] Y. Yanase and M. Sigrist, *J. Phys. Soc. Jpn.* **78** (2009), 114715.
- [31] D.F. Agterberg, M. Sigrist, H. Tsunetsugu, *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009), 207004.
- [32] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** (1997), 541.
- [33] E. Ohmichi, T. Ishiguro, T. Sakon, T. Sasaki, M. Motokawa, R.B. Lyubovskii, R.N. Lyubovskaya, *J. Superconductivity*, **12** (1999), 505.
- [34] J. Singleton, J.A. Symington, M.-S. Nam, A. Ardavan, M. Kurmoo, and P. Day, *J. Phys. Condens. Matter* **12** (2000), L641; J.A. Symington, J. Singleton, M.-S. Nam, A. Ardavan, M. Kurmoo, and P. Day, *Physica B* **294-295** (2001), 418.
- [35] R. Lortz, Y. Wang, A. Demuer, P.H.M. Böttger, B. Bergk, G. Zwicknagl, Y. Nakazawa, and J. Wosnitza, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007), 187002.
- [36] B. Bergk, A. Demuer, I. Sheikin, Y. Wang, J. Wosnitza, Y. Nakazawa, and R. Lortz, *Phys. Rev. B* **83** (2011), 064506.
- [37] M.A. Tanatar, T. Ishiguro, H. Tanaka, and H. Kobayashi, *Phys. Rev. B* **66** (2002), 134503.
- [38] S. Uji, H. Shinagawa, T. Terashima, T. Yakabe, Y. Terai, M. Tokumoto, A. Kobayashi, H. Tanaka and H. Kobayashi, *Nature* **410** (2001), 908.
- [39] S. Uji, T. Terashima, M. Nishimura, Y. Takahide, T. Konoike, K. Enomoto, H. Cui, H. Kobayashi, A. Kobayashi, H. Tanaka, M. Tokumoto, E.S. Choi, T. Tokumoto, D. Graf, and J.S. Brooks, *Phys. Rev. Lett.* **97** (2006), 157001.
- [40] L. Balicas, J.S. Brooks, K. Storr, S. Uji, M. Tokumoto, H. Tanaka, H. Kobayashi, A. Kobayashi, V. Barzykin and L.P. Gor'kov, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001), 067002.
- [41] V. Jaccarino and M. Peter, *Phys. Rev. Lett.* **9** (1962), 290.
- [42] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **71** (2002), 1644.
- [43] S. Yonezawa, S. Kusaba, Y. Maeno, P. Auban-Senzier, C. Pasquier, K. Bechgaard, and D. Jérôme, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008), 117002.

- [44] A.G. Lebed and S. Wu, *Phys. Rev. B* **82** (2010), 172504.
- [45] I.J. Lee, M.J. Naughton, G.M. Danner, and P.M. Chaikin, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997), 3555.
- [46] K. Cho, B.E. Smith, W.A. Coniglio, L.E. Winter, C.C. Agosta, and J.A. Schlueter, *Phys. Rev. B* **79** (2009), 220507(R).
- [47] K. Cho, H. Kim, M.A. Tanatar, Y.J. Song, Y.S. Kwon, W.A. Coniglio, C.C. Agosta, A. Gurevich, and R. Prozorov, *Phys. Rev. B* **83** (2011), 060502(R).
- [48] T. Mizushima, K. Machida and M. Ichioka, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005), 060404.
- [49] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** (1999), 3069; H. Shimahara and K. Moriwake, *J. Phys. Soc. Jpn.* **71** (2002), 1234.
- [50] K. Maki and H. Won, *Czech. J. Phys.* **46**, (1996), 1035.
- [51] K. Yang and S.L. Sondhi, *Phys. Rev. B* **57** (1998), 8566.
- [52] H. Shimahara, *Phys. Rev. B* **50** (1994), 12760.
- [53] K. Machida and H. Nakanishi, *Phys. Rev. B* **30** (1984), 122.
- [54] Y. Suzumura and K. Ishino, *Prog. Theor. Phys.* **70** (1983), 654.
- [55] L.N. Bulaevskii, *Zh.Eksp. Teor. Fiz.* **65** (1973), 1278 [*Sov. Phys. JETP* **38** (1974), 634].
- [56] K. Aoi, W. Dieterich and P. Fulde, *Z. Phy.* **267** (1974), 223.
- [57] H. Burkhardt and D. Rainer, *Ann. Phys.* **3** (1994), 181.
- [58] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67** (1998), 736.
- [59] L.W. Gruenberg and L. Gunther, *Phys. Rev. Lett.* **16** (1966), 996.
- [60] A.I. Buzdin and J.P. Brison, *Phys. Lett. A* **218** (1996), 359.
- [61] U. Klein, D. Rainer, H. Shimahara, *J. Low Temp. Phys.*, **118** (2000), 91.
- [62] U. Klein, *Phys. Rev. B* **69** (2004), 134518.
- [63] K. Yang and A.H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **70** (2004), 094512.
- [64] H. Shimahara, *Phys. Rev. B* **80** (2009), 214512.
- [65] D. Denisov, A. Buzdin, and H. Shimahara, *Phys. Rev. B* **79** (2009), 064506.
- [66] H. Shimahara, S. Matsuo, and K. Nagai, *Phys. Rev. B* **53** (1996), 12284.