

数理解析研究所講究録 1710

解析数論およびその周辺の諸問題

京都大学数理解析研究所

2010年8月

*RIMS Kôkyûroku 1710*

*Analytic number theory and related topics*

*October 14~16, 2009*

*edited by Hirofumi Tsumura*

*August, 2010*

*Research Institute for Mathematical Sciences*

*Kyoto University, Kyoto, Japan*

This is a report of research done at the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University. The papers contained herein are in final form and will not be submitted for publication elsewhere.

## まえがき

この講究録は、2009年10月14日(水)～16日(金)に京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一つとして開催された研究集会「解析数論およびその周辺の諸問題」の報告集です。

本研究集会では、様々なゼータ関数・ $L$ 関数の解析的理論、不定方程式論、一様分布論、数論的関数論、および代数的整数論、力学系、符号理論などの幅広い分野から、三日間で24の興味深い講演が行われました。参加者も海外の研究者を含め七十数名に上り、解析数論およびそれに関連する分野の研究者間の有意義な交流の場となりました。本講究録が関連の研究者の今後の研究の一助になれば幸いに思います。

研究集会の開催に際しましては、大変多くの方々からお力添えをいただきました。集会運営にあたっては森田康夫氏、および科研費から財政的援助をいただいた野口潤次郎氏、松本耕二氏、平田典子氏に加えて、海外からの講演者の招聘については秋山茂樹氏、金光滋氏にもご尽力をいただきました。また、集会における座長に関しては、若林功氏、江上繁樹氏、秋山茂樹氏、岡崎龍太郎氏、天羽雅昭氏、川田浩一氏、大野泰生氏、野田工氏、見正秀彦氏にお引き受けいただき、スムーズな集会運営に尽力いただきました。さらには、参加いただいた若手研究者および多くの大学院生にも、会場の設営および集会運営の補助など多岐に渡る仕事を快くお引き受けいただきました。このような様々なご助力によって、大過なく集会を運営することができたと思っております。お力添えをいただいた全ての方々に、心より感謝申し上げます。

最後に、この研究集会の開催時期がちょうど数理解析研究所の建物の耐震工事期間に当たっていたため、本研究集会の開催に際して数理研共同掛の方々には、会場確保を初め多大なご助力を賜りました。この場をお借りして御礼申し上げます。

2010年5月

研究代表者 津村 博文

副代表者 小森 靖

## 解析数論およびその周辺の諸問題

### Analytic number theory and related topics

京都大学数理解析研究所の共同研究事業の一つとして、下記のように研究集会を催しますので、ご案内申し上げます。この集会は、科学研究費補助金 基盤研究(S) (課題番号 17104001)、基盤研究(B) (課題番号 20340003)、基盤研究(C) (課題番号 19540053) から一部助成を受けております。

研究代表者 津村 博文 (首都大学東京 理工学研究科)

副代表者 小森 靖 (名古屋大学 多元数理科学研究科)

#### 記

日時：2009年10月14日(水)～16日(金)

場所：京都大学理学研究科数学教室 大会議室 (3号館127号室)

#### プログラム

10月14日(水)

9:20～9:30 Opening

9:30～10:20 Pietro Corvaja (Univ. Udine)  
Upper bounds for  $\gcd(u-1, v-1)$ ,  $u, v$   $S$ -units, generalisations and applications (joint works with Zannier)

10:35～11:20 野口 潤次郎 (東京大学 数理科学研究科)  
A new unicity theorem and Erdős' problem for polarized semi-abelian varieties (joint with P. Corvaja)

11:30～12:00 中村 隆 (東京理科大学 理工学部)  
The joint universality for the Euler-Zagier double  $L$ -functions

13:45～14:15 山本 修司 (東京大学 数理科学研究科)  
On Shintani's invariants for totally real number fields

14:15～14:45 市原 由美子 (広島大学 工学研究科)  
Non-vanishing of the value of  $L$ -functions attached to primitive forms on the critical line

15:00～15:30 塩見 大輔 (名古屋大学 多元数理科学研究科)  
On congruence zeta functions for cyclotomic function fields

15:30～15:55 岡本 卓也 (名古屋大学 多元数理科学研究科)  
Analytic properties of a certain multiple Dirichlet series

16:10～16:40 鈴木 正俊 (東京大学 数理科学研究科)  
Eisenstein series and zeros of zeta functions

17:30～19:30 — 懇親会 (京大生協 レストラン カンフォーラ) —

10月15日(木)

9:10～10:00 Kálmán Györy (Univ. Debrecen)  
 $S$ -unit equations in number fields: effective results, generalizations, applications, abc conjecture

- 10:10~11:00 Attila Pethő (Univ. Debrecen)  
On the distribution of Pisot and CNS polynomials
- 11:15~12:05 伊原 康隆 (京都大学 数理解析研究所)  
The arithmetic function in 3 complex variables closely related to  $L$ -functions of global fields
- 13:45~14:10 伊東 杏希子 (名古屋大学 多元数理科学研究科)  
On the divisibility of class numbers of imaginary quadratic fields  $\mathbb{Q}(\sqrt{3^{2e}-4q^n})$  and some Diophantine equations
- 14:10~14:35 宮崎 隆史 (首都大学東京 理工学研究科)  
On exponential Diophantine equations concerning Pythagorean triples
- 14:50~15:20 神谷 諭一 (大東文化大学 経済学部)  
A relation between arithmetical functions and code systems  
(joint with Leo Murata)
- 15:20~15:45 小島 彰太 (立教大学 理学研究科)  
A generalization of trigonometric functions
- 16:00~16:45 長坂 建二 (法政大学 工学部), Oto Strauch (Math. Inst. Slovak Acad. Sci.)  
Distribution function and Benford's law

10月16日 (金)

- 9:20 ~ 9:50 桂田 昌紀 (慶應義塾大学 経済学部)  
Asymptotic expansions for the mean square of higher derivatives of Lerch zeta-functions
- 10:00~10:50 Michel Waldschmidt (Inst. Math. Jussieu)  
Recent Diophantine results on zeta values: a survey
- 11:05~11:55 平田 典子 (日本大学 理工学部)  
 $p$ -adic logarithmic functions and applications
- 13:45~14:15 田中 立志 (九州大学 数理学研究院)  
On some relations for multiple  $L$ -values
- 14:15~14:45 川島 学 (名古屋大学 多元数理科学研究科)  
Interpolation of finite multiple harmonic sums and relations among multiple zeta values
- 15:00~15:30 山崎 義徳 (愛媛大学 理工学研究科)  
Higher depth regularized products and zeta functions of Milnor type
- 15:30~15:55 青木 光博 (名古屋大学 多元数理科学研究科)  
A certain estimate appearing in the Atkinson-type formula of cusp  $L$ -functions
- 16:05~16:35 佐々木 義卓 (近畿大学 理工学部)  
Weighted multiple zeta values via higher Mahler measure
- 16:40~16:45 Closing

解析数論およびその周辺の諸問題  
Analytic number theory and related topics  
RIMS 研究集会報告集

2009年10月14日～10月16日  
研究代表者 津村 博文 (Hirofumi Tsumura)  
副代表者 小森 靖 (Yasushi Komori)

目 次

1.	Upper bound for the $\gcd(u-1, v-1)$ , $u, v$ $S$ -units, generalisations and applications -----	1
	U. Udine <span style="float: right;">Pietro Corvaja</span>	
2.	A New Unicity Theorem and Erdős' Problem for Polarized Semi-Abelian Varieties ----	7
	東大・数理科学 (U. Tokyo) <span style="float: right;">野口 潤次郎 (Junjiro Noguchi)</span>	
3.	The joint universality for the Euler-Zagier double zeta and $L$ -functions -----	16
	東京理大・理工 (Tokyo U. Sci) <span style="float: right;">中村 隆 (Takashi Nakamura)</span>	
4.	総実代数体における新谷不変量について -----	23
	東大・数理科学 (U. Tokyo) <span style="float: right;">山本 修司 (Shuji Yamamoto)</span>	
5.	Non-vanishing of the value of $L$ -functions attached to primitive forms at a fixed point on the critical line -----	29
	広島大・工学 (Hiroshima U.) <span style="float: right;">市原 由美子 (Yumiko Ichihara)</span>	
6.	On relative congruence zeta functions for cyclotomic function fields -----	42
	名大・多元数理科学 (Nagoya U.) <span style="float: right;">塩見 大輔 (Daisuke Shiomi)</span>	
7.	Analytic properties of a certain multiple Dirichlet series -----	53
	名大・多元数理科学 (Nagoya U.) <span style="float: right;">岡本 卓也 (Takuya Okamoto)</span>	
8.	Eisenstein Series and Zeros of Zeta Functions -----	60
	東大・数理科学 (U. Tokyo) <span style="float: right;">鈴木 正俊 (Masatosi Suzuki)</span>	
9.	$S$ -UNIT EQUATIONS IN NUMBER FIELDS: EFFECTIVE RESULTS, GENERALIZATIONS, ABC-CONJECTURE -----	71
	U. Debrecen <span style="float: right;">Kálmán Györy</span>	
10.	ON THE DISTRIBUTION OF PISOT AND CNS POLYNOMIALS -----	85
	U. Debrecen <span style="float: right;">Attila Pethő</span>	
11.	The arithmetic function in 3 complex variables closely related to $L$ -functions of global fields -----	93
	京大・数理研 (Kyoto U.) <span style="float: right;">伊原 康隆 (Yasutaka Ihara)</span>	
12.	On the divisibility of class numbers of imaginary quadratic fields $\mathbb{Q}(\sqrt{3^{2e}-4q^n})$ and some Diophantine equations -----	101
	名大・多元数理科学 (Nagoya U.) <span style="float: right;">伊東 杏希子 (Akiko Ito)</span>	

1 3.	On exponential Diophantine equations concerning Pythagorean triples -----	113
	首都大・理工学 (Tokyo Metro. U.)                      宮崎 隆史 (Takafumi Miyazaki)	
1 4.	グレイ符号に付随する sum of digits と数論的関数の関係について -----	124
	大東文化大・経済 (Daito Bunka U.)                      神谷 諭一 (Yuichi Kamiya)	
	明治学院大・経済 (Meiji Gakuin U.)                      村田 玲音 (Leo Murata)	
1 5.	三角関数 $\cos z$ に似た関数 -----	135
	立教大・理学 (Rikkyo U.)                                      小島 彰太 (Shota Kojima)	
1 6.	Benford's Law and Distribution Functions -----	142
	Slovak U. Tech.                                                      Vladimir Baláz	
	法政大・理工 (Hosei U.)                                      長坂 建二 (Kenji Nagasaka)	
	Slovak Acad. Sci.                                                      Oto Strauch	
1 7.	COMPLETE ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR THE PRODUCT AVERAGES OF HIGHER DERIVETIVES OF LERCH ZETA-FUNCTIONS -----	154
	慶應大・経済 (Keio U.)                                              桂田 昌紀 (Masanori Katsurada)	
1 8.	Recent Diophantine results on zeta values: a survey -----	166
	U. Paris VI                                                              Michel Waldschmidt	
1 9.	$p$ -adic logarithmic fuctions and applications -----	180
	日大・理工 (Nihon U.)                                              平田 典子 (Noriko Hirata-Kohno)	
2 0.	On some relations for multiple $L$ -values -----	192
	九大・数理学 (Kyushu U.)                                      田中 立志 (Tatsushi Tanaka)	
2 1.	Interpolation of Multiple Harmonic Sums and Relations among Multiple Zeta Values -----	199
	名大・多元数理科学 (Nagoya U.)                              川島 学 (Gaku Kawashima)	
2 2.	Higher depth regularized products and zeta functions of Milnor type -----	205
	愛媛大・理工学 (Ehime U.)                                      山崎 義徳 (Yoshinori Yamasaki)	
2 3.	A certain estimate appearing in the Atkinson-type formula for cusp $L$ -functions -----	212
	名大・多元数理科学 (Nagoya U.)                              青木 光博 (Mitsuhiro Aoki)	
2 4.	Weighted multiple zeta values via higher Mahler measure -----	217
	近畿大・総合理工学 (Kinki U.)                              佐々木 義卓 (Yoshitaka Sasaki)	