

## 自己推進する物体集団の流体力学

明治大学・先端数理科学インスティテュート 永田 裕作 (Yusaku NAGATA)  
Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences,  
Meiji University

### 1. はじめに

鳥や浮き袋を持たない種類の魚など、周囲の流体の比重よりも大きい生物が飛翔・遊泳運動を維持するためには、常に周囲の流体を駆動する必要がある。動物が飛翔・遊泳のために生起する流れの範囲は、1匹では限定的である。しかし、群れとして多数の動物が飛翔・遊泳する場合、個々の動物が起こす流れが組織化し巨視的な流れを起こす可能性がある。例えば、魚のホッケの群れにおいて、餌であるプランクトンを群れの中心に集めるため、そのような巨視的流れを利用する行動が観察されている[1]。

このような流体中での動物の集団運動を数理的に扱うためには、1. 各個体の駆動、2. 各個体が自身を駆動するための流体運動、3. 他個体から流体を介して受ける相互作用、4. 衝突を避けるために個体間の相互位置を定める制御などを考慮する必要がある。しかし、現状ではこの4つすべてを満たす解析はほとんど行われていない。表1は、物体数、物体自己駆動の有無、流体の有無に関して研究数を感覚的に示したものである。

	単体 (駆動なし)		単体 (駆動あり)		集団 (駆動なし)		集団 (駆動あり)	
流体あり	①	◎	③	○	⑤	○	⑦	△
流体なし	②	◎	④	◎	⑥	◎	⑧	○

表1 流体と物体との連成についての従来の研究数

◎ : 非常に多い、○ : 多い、△ : 少ない

表1の⑤の、流体中で多数の物体が運動する例として流動層が挙げられる[2]。粒子の集団に流れが作用することで、粒子の配置が変化しそれがさらに流れに影響を与えて、様々なパターンが生じる。流動層における粒子は自らは駆動源を持たず、周囲の流れによってのみ動かされる。また表1の⑧については、群れを構成する各個体にルールを与えることで群れの形状を表現する研究が行われている[3][4]。その代表的なモデルにBOIDSがある[4]。BOIDSは、各個体の運動が、近傍の個体との相対関係により決定付けられるとするモデルである。コンピュータ・グラフィックスで動物の群れをリアルに表現するために考案され、ローカルなルールにより、少ない計算量で全体として現実の群れと類似した挙動を表現することができるとされている。しかし、実際の群れについて個体間の相互作用を測定することができない以上、モデルのパラメータが恣意的にならざるを得ない。

流体中での動物の集団運動は表1の⑦に該当し、従来の研究として例えば渡り鳥の編隊飛行のような群れの形状が平面に限定されている場合について行われている[5]。しかし、集団内の個体位置が不定形な場合はほとんど研究が行われてこなかった。その理由として第一に、運動様式の多様性である。動物の飛行・遊泳を考えても、はばたきからジェットまで、スケールの違いなどによって様々なものがあり、運動様式の違いによって集団形態が変わる可能性がある。第二に、運動の安定性がある。例えば単体の物体の中立浮遊でも安定をとることが非常に難しく、高度な制御が必要である。第三に数値解析上の問題がある。移動物体と流体との連成は、単体の物体で

すら手法的かつ計算量的に非常に大変な解析である。さらに、観測の困難さもある。動物の集団飛行をフィールドで観測しても、個体間の位置は測定できるが、群れ内部の流れ場を測定することはできない。そのため、観測結果と比較してモデルの検証を行うことが難しい。

本研究では、流体中の動物集団の運動を想定して、

1. 重力下：物体は運動しないと沈む
2. 流体中：流体を介して物体間に相互作用
3. 自己駆動：周囲の流体を動かすことにより、物体が推進
4. 密集：多数の物体が、相互作用の効く範囲に近接

をみたす物体（以下、自己流体駆動物体と呼ぶ）運動のモデルを立て、その集団運動の数値解析を行った。現実の動物周囲の流れを完全に数値解析しかつその集団運動を扱うことは、現状の計算機資源では不可能に近いと、本研究は現象の理解のための第一段階として、自己推進流れの生成および相互作用を単純化した2次元のモデルを立て数値シミュレーションを行った。自己流体駆動物体のモデルとして、（現実的ではないが現象の理解と割り切って）ここでは渦対を用いた。渦間距離を固定した2つの渦で構成される渦対は、構成する渦の循環の調節により2次元平面内で並進および回転運動を表現できる。この渦対粒子に重力に相当する鉛直下向きの加速度を与え、中立浮遊するように個体の生成流を調整し多数個空間に配置した場合の集団運動と流れの数値シミュレーションを行った。各種パラメータや計算条件は、高木らによる単独渦の集団運動の数値解析[6]と合わせて、結果を比較できるようにした。はじめに少数個の場合の流れ場および粒子挙動について調べ、さらに多数個の場合について渦対粒子に制御をかけない場合と、渦対を水平を保つための単純な制御をかけた場合について計算し、比較をおこなった。

## 2. 方法

自己流体駆動物体のモデルとして、渦対を用いることを考える。完全流体において2つの渦点を考え、渦間距離 $L$ が常に一定になるように拘束されているものとする。固定した2つの渦で構成される渦対は、構成する渦の循環 $\Gamma$ の値を調節することにより、2次元平面内で並進および回転運動を表現できる。

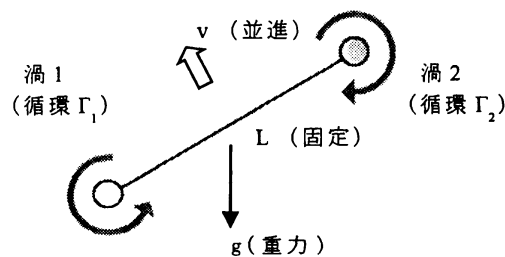


図1 渦対素子

渦対の運動は以下のように求めた。水平右方向に $x$ 、鉛直上方に $y$ 座標を取る。はじめに、空間内の渦 $i$ （循環 $\Gamma_i$ ）の速度を、個々に独立に以下の式から求める。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j \neq i} \frac{\Gamma_j (y_i - y_j)}{r_{ij}^2} \\ \frac{dy_i}{dt} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j \neq i} \frac{\Gamma_j (x_i - x_j)}{r_{ij}^2} \end{cases} \quad (1)$$

ここで  $r_{ij}^2$  は、渦  $i$  と  $j$  との距離の2乗である。

各渦を渦対ごとに分け、渦対内の渦間距離  $L$  一定の拘束条件のもと、一つの渦対を構成する2つの渦の速度を合成することにより、渦対重心の並進・回転運動を求める。さらにこの渦対粒子に重力に相当する鉛直下向きの加速度を手続き的に与え、最終的な渦対粒子の運動を求める。時間積分に Runge-Kutta-Gill 法を用い、計算に用いるパラメータは、高木らによる単独渦の集団運動の数値シミュレーションに用いられた値に合わせ、計算結果の検証および比較を行えるようにした。そして、循環の大きさを調整して重力との釣り合いを取り、単独では中立浮遊する渦対粒子を多数個空間に配置した場合の集団運動と流れの数値シミュレーションを行った。

### 3. 結果

単独では重力とバランスして中立浮遊する渦対粒子（循環  $\Gamma$  一定）を、多数個空間に配置した数値シミュレーションを行った。渦対粒子の数について (1) 2個の典型的な初期配置の場合の運動を示し、次に (2) 3個の場合 (3) ランダムに配置した1000個の結果を示す。

#### (1) 渦対粒子が2個の場合

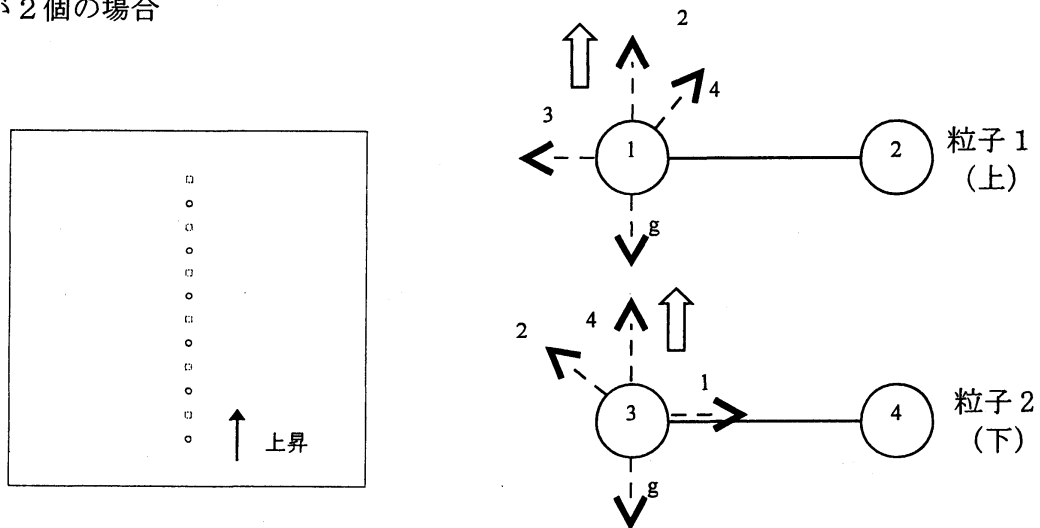


図2 2個の粒子の場合（初期配置・縦）  
（左：時間ごとの位置、 右：粒子内左側渦についての模式図）

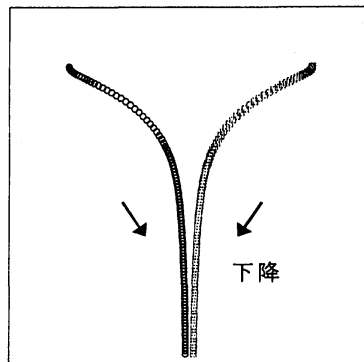


図3 2個の粒子（初期配置・横）の時間発展

渦対粒子が2個で初期に縦に並んでいる場合、一定速度で上昇する(図2左)。図2右に渦対の各渦と、渦1および渦3について他の渦から受ける速度ベクトルを示す。渦対内で左右対称であり、上方成分のみ残り、渦対の軸が傾斜せずに上昇する。

一方、渦対粒子を2つ横に並べた場合、相互作用により渦対粒子が傾く。ここでは循環を一定値にしているため、軸が水平の場合以外では重力がまさるため、徐々に下降していく。

## (2) 渦対粒子が3個の場合

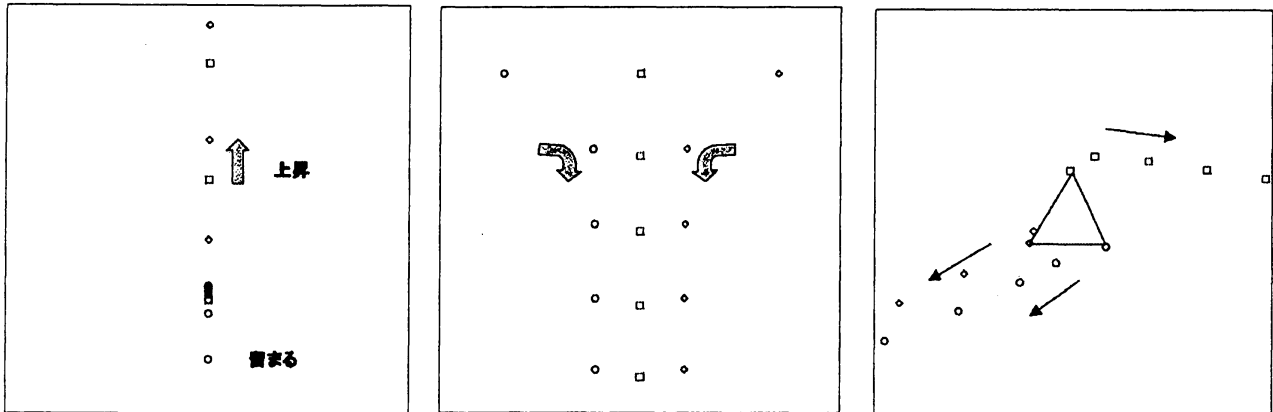


図4 3個の粒子の時間発展(初期配置 左:縦一列、中:横一列、右:三角形)

渦対粒子が3個の場合を図4に示す。図4中央の横一列の場合は、2個の場合と同様に互いに近づきながら落下する。他の2つの場合は、粒子2個と粒子1個に分離して運動する。

## (3) 渦対粒子が1000個の場合

渦対粒子を1000個にし、ランダムに配置した場合の結果を図5に示す。図5上の初期配置に対して、粒子に制御をかけていない場合(図5下左)では時間とともに全体として渦対粒子は下降した。いくつかの渦対粒子は、2個の対(渦対粒子の対)をなして上方や水平方向へと広がった。そして下降とともに渦対粒子の密集度が高くなるにつれ、対を成す渦対粒子が増え、全体として渦対粒子が徐々に拡散していく傾向が見られた。また、渦対粒子同士の接近について、カットオフを設けていないため、互いに接近しすぎて強くはじき飛ばす粒子もあった。

図5下右は、同様に図5上の粒子位置からはじめ、各渦対粒子の水平を保つ(粒子内の渦が常に水平に位置する)制御を行った場合である。この制御は、あるタイムステップにおいて粒子間相互作用により傾いた渦対粒子を探索し、次のタイムステップで水平に戻るようそれらの渦対粒子内の渦の循環 $\Gamma$ の大きさを変え、水平に戻ったらもとの循環の値に戻す、という操作である。この制御により、粒子の位置はほぼ初期配置の近傍にとどまり、一部の粒子を除いて大きく変化しない。また、ここでは示していないものの、初期配置での周囲の流れの流速ベクトルは、双極子的な対称分布をしている。それに対して、制御をかけた場合は、粒子位置は初期配置と大きく変化しないにもかかわらず、制御によるゆらぎのために流速ベクトルの分布は軸対称からずれる。(図5において、流速ベクトルの倍率が下左と下右で異なる。それは、下左のような全体に散らばる場合、流速ベクトルの表示位置が粒子の近傍にあるとそれにつられて過大な値を示すために下左では表示倍率を小さくしている。それに対して下右の場合は、粒子が初期配置に近い位置で留まるため、粒子が密集している内側は流速ベクトルを表示せず、密集の外側の流速ベクトルの表示倍率を上げている。渦対粒子が密集している領域での流れ場の表示の仕方は今後の課題である。)

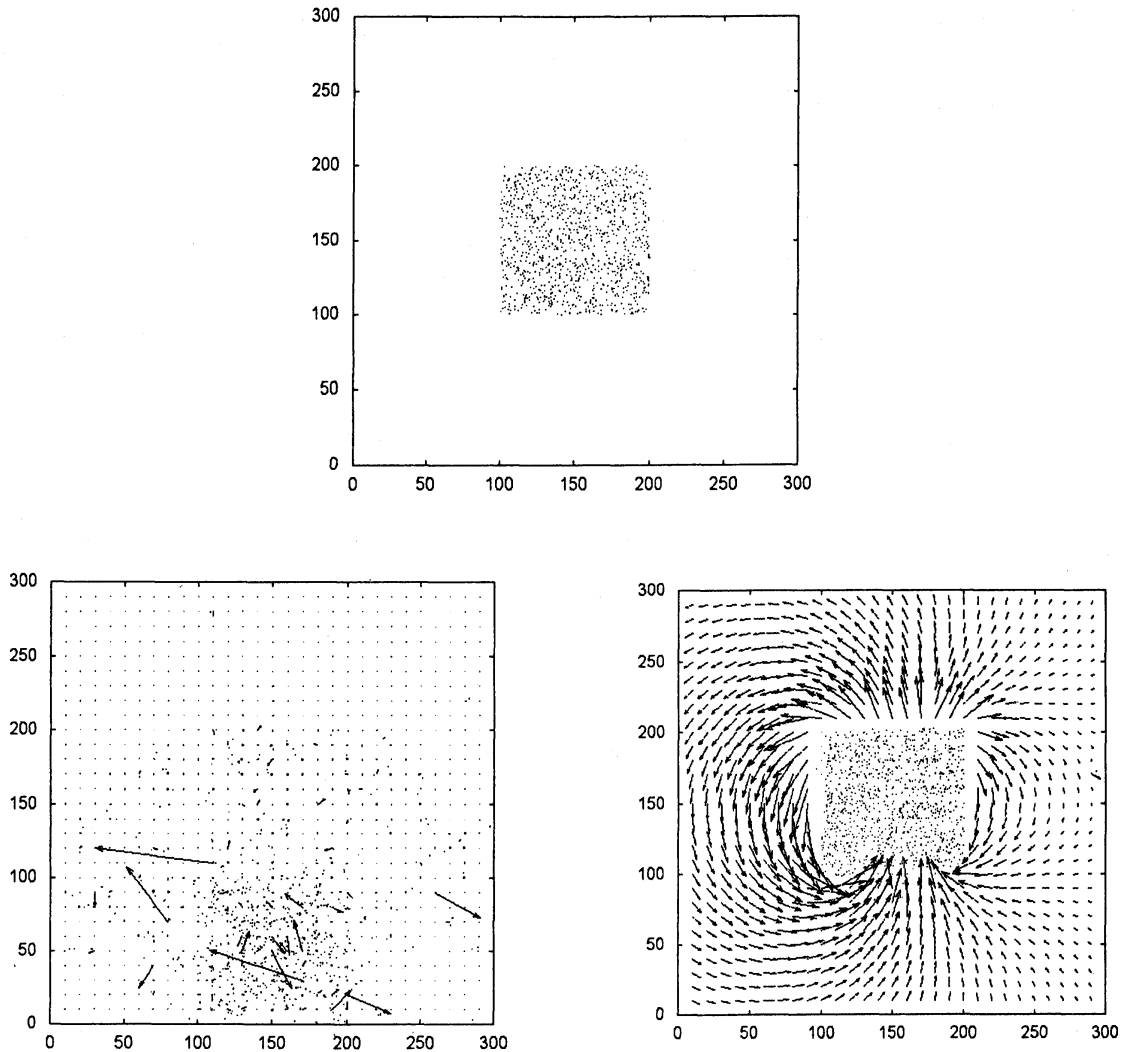


図5 1000個の粒子の場合

(上：初期配置、下： $t=1000$ での粒子位置および流速ベクトル

下左：粒子に制御をかけない場合、下右：粒子の水平を保つ制御をかけた場合  
なお流速ベクトルの表示倍率は両者で異なる)

#### 4. まとめ

流体中で、駆動源をもち周囲の流体を動かすことにより運動する物体について、その集団運動の2次元モデルを立て、数値計算を行った。極端な簡易化モデルである渦対粒子モデルについて、少数個での典型的な初期位置での挙動と、多数個でのランダム配置での挙動を解析し、この系の基本的性質を調べた。

自己流体駆動物体として、このような渦対素子を考えるということは、つまり物体の推進機構として渦対を選択し、かつ物体と流体との相互作用を渦間の相互作用に置き換え、仮想質量や抵抗といった形状に依存する相互作用や慣性を無視することに相当し、これはかなり乱暴な近似と言えなくもない。しかし、流れを生成することにより推進しかつ流れから影響を受ける物体の集団運動のモデルが現状ない以上、このようなトイモデルにも取っ掛かりとしての意義がある。

このモデルの意義としては、単純であるために自己流体駆動物体としての現象の見通しがよくなること、物体数を集団として十分な量に増やすことができること、物体の並進と回転運動をコ

ントロールできるので天下りの的でなく様々な制御が導入可能になること、などが挙げられる。特に最後のコントロールについては、BOIDのようなエージェント系のモデルでは物体の向きを人工的（神の手的）に一瞬で変えるようなものが多い。本研究のモデルでは、循環の制御により回転運動できるので、そのような不自然さがない。

今回の計算は試験的なもので、とりあえずの挙動を調べるための数値計算にとどめている。今後は、この系がハミルトン系であることを考慮して、特徴的な物理量をとってモデルの性質を追求したい。それからBOIDS的な制御など、粒子に多様な制御や条件を課すことによる、流動挙動の変化を調べたい。

さらに、もう少し現実の現象に近い数値計算を行いたい。例えば、粒子に表面に吸い込み点と湧き出し点を置いて駆動性を与え、重合格子法を用いて連成の解析を行うようなことである。

最後に、本研究について議論いただきました東京大学名誉教授木村龍治氏に感謝します。

#### 参考文献

- [1]NHK, “北の海 驚異のホッケ柱”, ワンダー×ワンダー (TV.), (2009)
- [2]日本粉体工業技術会, “流動層ハンドブック”, 培風館 (1999)
- [3]早川美徳、水口毅, “群れ運動の数理モデル”, 数理科学, No. 424(10), (1998), pp63-70
- [4]Raynolds, C. W., “Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model”, Computer Graphics, 21 (4), (1987), pp. 25-34.
- [5]河邊博康, “編隊飛行の空気力学について”, 日本文理大学紀要, No. 32(1), (2004), pp47-57
- [6]Takaki, R. and Utsumi, M., “Middle-Scale Structure of Point Vortex Clouds”, FORMA, 7 (1992), pp. 107-120.