GeoGebraの利用と開発の現状

北海道教育大学 和地 輝仁 (Akihito Wachi) Hokkaido University of Education

1 序

本稿では、最近、世界的な規模で利用者が増えつつある数学ソフトウェアの GeoGebra について、利用の現状や最新の開発状況を中心に報告する.GeoGebraは、当初は動的 幾何ソフトウェアと呼ぶのがふさわしく、代数、幾何、解析を統合した点が特徴であっ た.開発の進展にともない表計算の機能なども取り入れられ、現在は数学ソフトウェア (free mathematics software for learning and teaching [2]) という呼称が用いられてい る.GeoGebraはJavaで記述されており、OS によらず実行が可能である.また、Web Start¹を利用して、インターネット接続があれば常に最新版を利用でき、接続がなくて もコンピュータにキャッシュされたプログラムを実行できるようになっている.2010年 12月3日現在の最新バージョンは、Web Start が 3.2.45、開発中のベータ版が 3.9.118.0 である.





第2節では、GeoGebraの開発者や国内外のコミュニティーについて簡単に紹介する. 第3節では、作図の例をいくつか紹介する.GeoGebraの特徴である代数、幾何、解析の 統合や、アニメーション機能、自動定理証明を中心に紹介したい.第4節では、GeoGebra を教材として利用している国内の事例を紹介する.第5節では、最新の開発状況を紹介 する.特に、3次元の図形を作図できるGeoGebra3Dや、数式処理システムを大きく採 り入れたGeoGebraCASは、ベータ版が既に利用可能である.第6節以降では、講演で は話せなかったものも含めて、利用において有用と思える情報をこの機会に紹介する. まず、第6節では、画像、IMEXのソースファイル、ウェブページなどへのエクスポート の機能について紹介する.第7節では、作図の過程を矢印ボタンをクリックすることで

¹Java のアプリケーションを自動的にダウンロード、インストール、必要であればアップデートして実行する仕組み

再現できるなどの,作図手順に関する機能をを紹介する.第8節では,ユーザ定義のツー ルの作成方法を紹介する.ツールの作成方法もGeoGebraの特徴の1つであり,作成し たツールは既存のツールと同等に扱える.さらに,ツールを作成することはGeoGebra におけるプログラミングに相当するため,プログラミング言語としてのGeoGebraの側 面も紹介する.最後に,第9節では,現在利用可能なインターネット上の情報をまとめ ておく.

また,2009年の数理解析研究所研究集会「数式処理と教育」講究録の,福岡大の濱田 氏による「大学初年級における GeoGebra の教育利用」[1] も参照されたい.

2 GeoGebraの紹介

GeoGebraは、オーストリアの Johannes Kepler University 大学に所属する Markus Hohenwarter 氏を中心に開発された動的数学ソフトウェアである.彼が 2001 年に最初 のプロトタイプを開発し、現在は彼を中心とする国際的なグループにより開発されて いる. Markus はこの開発を通じて PhD を取得し、GeoGebra は教育ソフトウェアやフ リーソフトウェアの多数の賞も受賞している [2, Awards]. その他の開発者としては、主 プログラマである Michael Borcherds (イギリス)、ドキュメントなどを担当する Judith Hohenwarter (オーストリア) らがおり、活発に活動している.

多言語化が進んでおり、アプリケーションのインターフェイス (メニューやダイアロ グなど)、マニュアル、ウェブサイトなどが、日本語を含む数十か国語に翻訳されてい る.インターフェイスが翻訳された言語数は50を超えている.日本語への翻訳は筆者 が担当しており、余談ではあるが、協力して下さる方を随時募集中である.

例えば、南半球のオーストラリアでは、既に学校の授業に組み込まれていると聞いた. ちなみに、オーストラリアは、20年程前からグラフ計算機が授業に取り入れられていた 国であり、学校教育への導入という点では例外的に進んでいるとは思われる. 他の国で も普及は進んでいて、開発者グループへの届け出により設立される GeoGebra Institute と呼ばれるコミュニティーが各国で立ち上がっている. GeoGebra Institute は、学校教 員が参加するワークショップを開催したり、時には国際的な会議を開くなどの活動を行っ ている. 下の地図を見ると、Markusの所属のあるオーストリアを含むヨーロッパでの 普及が進んでいるのがわかる.



GeoGebra Institute の分布

反面,日本における普及はなかなか進んでいない.2009年7月にオーストリアのリン

ツにある (ブッフベルガーが設立した)研究所 RISC で開催された,第1回 International GeoGebra Conference に参加した印象では、教育の自由度や教育に対する考え方といった点がヨーロッパ諸国と日本では大きく異なり、外国と同じ方法で普及を進めることは、必ずしも適切ではないようだ.開発者グループからは、日本における GeoGebra Institute の設立について、東邦大学の高遠氏や筆者への強い働きかけがあり、前向きに考えるとともに、日本に合った活動方法を考えているところである.

3 作図の例

いくかの例を通して、基本的な使用方法を紹介するとともに、GeoGebraの特徴であ る代数,幾何,解析の統合や、アニメーション機能、自動定理証明などを説明したい. ここで紹介し切れない機能としては、通常の幾何ソフトウェアに共通な、垂直二等分線 などの直線、多角形、円の作図、あるいは、平行移動や回転移動のような合同変換など がある. さらに、GeoGebraには表計算の機能もあるがこれも本稿では割愛する.

3.1 ツールを用いた2次曲線の作図

各部の名称

GeoGebraを起動すると、ウィンドウ上部の「ツールバー」にアイコンが並んでいて、 クリックするとツールを選択できる.また、アイコンの隅の矢印をクリックすると、似 た機能のツールのプルダウンメニューが現れ、そちらを選択することもできる.²

ツールバーとツールボックス



この中から「放物線ツール」を選ぶと、(ウィンドウが十分な幅を持っていれば) ツー ルバーの右隣にその説明が現れる. その説明に従い、グラフィックスビュー (座標平面 が書かれた区画)上で焦点と準線を順にクリックすると、放物線が描かれる. 点や直線 は、事前に「新規の点ツール」や「直線ツール」で作成しておいてもよいし、「放物線 ツール」を選択してから、グラフィックスビューの何もない所をクリックしても、新規 の点ならば作成される.

32

²¹ つのアイコンから複数のツールへアクセスできるので、「ツールボックス」とも呼ばれる.



画面の青い点は「自由点」であり、自由に動ける点である.他の種類として、薄青と 黒の点があり、その意味を下に記す.

占の種粕

点の色	名前	自由度	意味
青	自由点	2	自由に動かせる
薄青	曲線上の点	1	曲線上を動かせる
黒	他のオブジェクトに従属する点	0	動かせない

上の図で, 焦点や直線上の2点はマウスでドラッグでき, それに応じて放物線も変化する. これが動的であるという意味である. さらに, ウィンドウ左部の数式ビューには, 放物線の方程式が現れているが, これも点のドラッグにつれて変化している. 反対に, 上の図の数式ビューで, 焦点である点Aの座標をダブルクリックするとダイアログが現れ, 座標を変更できる. そうすると, グラフィックスビューの放物線や, 数式ビューの方程式もそれにつれて変化する. これが, 代数 (方程式) と幾何 (グラフ) の統合の端的 な例である.

3.2 陽関数による曲線の作図

ウィンドウ下部の入力バーでは、いろいろなオブジェクトを入力することができる. 例えば、「(2,3)」と入力しEnterキーを押すと、座標(2,3)に点が作図される.また、独 立変数xによる数式を入力すると、その関数のグラフが作図される. 三角関数をはじめ とする初等関数や、一部の特殊関数も組み込みで用意されており利用できる. 例えば、 入力バーに「 x^2 」と入力すると、放物線 $y = x^2$ が作図される. 従属変数 y を用いて 「 $y = x^2$ 」でもよいし、「 $g(x) = x^2$ 」のように明示的に関数に名前をつけることもで きる. 名前を付けなかった場合はアルファベット順に自動的に付けられる. こうして名 前の付いた関数は、組み込み関数と同じく入力バーへの入力にも利用できる.



y = x^2 を入力バーに入力して放物線を作図

上の図では、放物線をドラッグして平行移動できる.このとき数式ビューの方程式も ドラッグにつれて動的に変化し、逆に数式ビューで放物線の方程式を変更するとグラフ も動的に変化するのは前述のとおりである.さらに、関数の微分、積分、テイラー展開 などの機能も持ち、GeoGebraは代数、幾何、解析を統合した数学ソフトウェアとなっ ている.

3.3 陰関数による2次曲線の作図

ッールによって放物線を作図した場合,数式ビューには2次曲線の陰関数表示が現れていた. 直線と2次曲線までは,入力バーに陰関数表示で方程式を入力できる. 例えば,入力バーに「 $x^2-2*x*y+y^2-x-y = 0$ 」と入力すると,軸が傾いた放物線が作図される.名前を明示的に付けたい場合は、「 $c: x^2-2*x*y+y^2-x-y = 0$ 」のようにする.

3.4 軌跡による曲線の作図

他の幾何ソフトウェア同様に,軌跡により曲線を作図することができる.軌跡を用い て再び放物線を作図してみる.焦点Aと,Aを通過しない準線aが与えられたとき,以 下を順に作図する.

- (1) a 上の点 D (「新規の点ツール」)
- (2) 線分 AD の垂直二等分線 b (「垂直二等分線ツール」)
- (3) 点 D を通り直線 a に垂直な直線 c (「垂線ツール」)
- (4) *b* と *c* の交点 E (「交点ツール」または「新規の点ツール」)

このとき,点EはAからの距離と直線aからの距離が等しい点であり,点Dが直線a上 を動くならば,点Eは,焦点がAで準線がaの放物線を描くはずである.



点Dのような曲線 (特に今の場合は直線) 上を動く点 (つまり薄青色の点) があると き,その移動にともなって動く点Eの軌跡を作図することができる.「軌跡ツール」を選 択し,まず点E,点Dの順にクリックすると作図される.現在のところ,軌跡は他のオ ブジェクトと異なり,その方程式が見られないどころか数式ビューにも現れない.この 点については改良中である (第5節参照).

3.5 スライダー

入力バーに,例えば「a = 1」と入力しても,グラフィックスビューには何も現れない. つまり,数値というオブジェクトは,一見グラフィカルな表示を持たないように思えるがそうではない.「スライダーツール」を選択して,グラフィックスビューをクリックすると下図のようにスライダーと呼ばれるオブジェクトがグラフィックスビューに現れる.



スライダー bと数値 a

図ではスライダーは b と名付けられている.スライダーの丸いつまみはドラッグする と動かせて,数式ビューにあるスライダーの値はドラッグにつれて変化する.実は(正 確には,自由な)数値 a と,スライダー b とは同種のオブジェクトである.数式ビューで スライダー b の左にある丸いボタンをクリックすると,非表示にすることもでき,反対 に,数値 a を非表示から表示に変更すると,スライダーとなってグラフィックスビュー に現れる.



数値は,他の式に利用できるから,例えば入力バーで「 $y = b x^2$ 」と入力すると放物線が作図され,なおかつ,スライダーbの値を変化させると,放物線の形が動的に変化する.



スライダーの値を曲線の方程式に利用

また,数値という一見グラフィカルな表示を持たないオブジェクトが,スライダーという表示を持っているのと同様に,真偽値 true と false は,そのグラフィカルな表示がチェックボックスである.オブジェクトの表示/非表示などをこのチェックボックスで制御することも可能である.³

3.6 アニメーション

スライダーを用いるとアニメーションが可能である.スライダーを右クリックすると 現れるメニュー(コンテキストメニューと呼ばれる)から「アニメーションオン」を選択 すると、スライダーの値が自動で変化する.スライダーの値を作図に用いていれば、そ の図形がスライダーの値の自動的な変化につれて変形する.さらに、複数のスライダー を同時にアニメーションさせられるので、複雑なアニメーションも可能である.

³例えば c という真偽値 (そのグラフィカルな表示はチェックボックス) があるとする.表示/非表示 を制御したいオブジェクトを右クリックすると選択できるプロパティダイアログを開き,その「上級」タ ブの「オブジェクト表示の条件」に,条件式として「c」を入力すればよい.



スライダーのアニメーション

3.7 複素数

点の座標は、初期状態では直交座標で数式ビューに表示されているが、点を右クリックしてコンテキストメニューからプロパティダイアログを開けば、極座標表示や複素数 に変更できる.特に、複素数の表示にしてある点どうしは四則演算も可能であり、複素 数平面における演算の幾何的表示が容易である.



複素数Aが放物線上を動くときのB = 1/Aの軌跡

3.8 自動定理証明



GeoGebraの自動定理証明機能を用いると、2直線が平行あるいは垂直か判定するだとか、点が直線上にあるかといった、2つのオブジェクトの間にどのような関係があるかを知らせてくれる、「関係ツール」がそのためのツールであり、このツールを選択して2つのオブジェクトをクリックすればよい.

4 利用例

以下に日本での利用例を筆者の知る範囲で記す. 偶然かも知れないが, 大学教員の手 によるものばかりである. これも, まだ普及が進んでいないことのあらわれかも知れ ない.

- 大西氏(龍谷大学) 教員免許更新講習などでの利用.
- 示野氏 (関西学院大学) 解析学の1回生向けの教材をウェブページに公開 [17].
- 野呂氏 (神戸大学)
 常翔啓光学園にて出前授業での利用.
- 濱田氏 (福岡大学)
 高校教員向け,高校生向けの講習など [14].
- 前野氏(琉球大学)
 授業で用いる物理の教材.

5 最新の開発状況

5.1 Google Summer of Code 2010

2010年の Google Summer of Code (Google のサイト [13], GeoGebraWikiの記述 [12]) に GeoGebra が参加しており,以下のプロジェクトが募集された.そのうち,実際に学 生を受け入れたのは,「*」の付いているプロジェクトのみではあるが,この一覧を見る と開発の方向が見てとれる.

GeoGebra to JavaScript Port 例えばiPadへの搭載には必須と思われる. また,学校のコンピュータでは Java がインストールされていない,あるいは,できない場合も多く,Java がなくとも動くというのは大きな利点になる.

GeoGebra GUI extension (*) インターフェイスの改善. 各ビューの配置に自由度 を持たせたり、各ビューを独立したウィンドウで開いたりすることを目指す. そ の成果は、既に GeoGebra 4.0 のベータ版に取り入れられているようである.

GeoGebra3D(*) まだ利用可能な機能は十分ではないが、ベータ版の紹介を後述する.

GeoGebraTouch (*) タッチスクリーンなどで GeoGebra を利用する技術の開発を目 指す. iPod Touch 用という意味ではないことは注意しておく.

GeoGebraSpreadsheet 表計算ビューの機能拡張.

- Equation Editor for GeoGebra 現在も、テキストオブジェクトとしては、数式を IPT_EX 形式で入力できるが、より容易な入力方法を取り入れる.
- Locus line equation (*) 前述したように軌跡はその方程式が表示されていないが, その表示の実現を目指す.

Contour and Implicit Plotting (*) 陰関数のグラフは,現在は2次曲線までである が,任意の陰関数のグラフの描画を目指す.

GeoGebraXO OLPC XO 1.5 での動作を目指す.

GeoGebra Installers & Auto-Updating Windows や Mac の使い易いインストーラの開発や, Web Start に代わる,特に Ubuntu 向けの自動アップデート機能の開発.

GeoGebra & Moodle e-ラーニングシステム Moodle との連携.

GeoGebra & Sage 数式処理システム Sage との連携.

GeoGebra & STACK オンラインアセスメントシステム STACK との連携.

GeoGebra & MathPiper GeoGebra が内部で利用している数式処理システムである MathPiper に関するテストスイートの開発.

5.2 GeoGebraCAS



CAS ビュー (右側の区画)

CAS (Computer Algebra System, 数式処理システム) を GeoGebra に取り入れる計画 があり,現在ベータ版の Web Start が公開されている.GeoGebra のバージョン 4.0 以降 では,CAS ビューが使用でき,方程式の求解や,多項式の展開,因数分解をしたり,1 変数関数の上極限,下極限なども新たに計算できるようになった (ベータ版の URL は, http://www.geogebra.org/webstart/beta/geogebra-cas.jnlp).

5.3 GeoGebra3D

3次元の作図に対応した GeoGebra3D も,既にベータ版の Web Start が公開されている (http://www.geogebra.org/webstart/3Dbeta/geogebra-3d-beta.jnlp). 現在扱うことのできるオブジェクトは以下の通りである.





しかし、これらのオブジェクトの操作については、移動ができる程度であり、簡単な 変形は可能だが、回転などはまだサポートされていない.実際の使用においてはまだま だ不十分であるため、今後の開発が期待される.

6 各種フォーマットへのエクスポート

6.1 画像としてエクスポート

ファイルメニューの「エクスポート」から、画像へのエクスポートが選択できる.対応している画像フォーマットを下の表に記す.ファイルへのエクスポートだけではなく、 クリップボードへの保存もできる.PSTricks 形式をIATEX で処理する場合は、pstricks パッケージのバージョンを新しいものにする必要があるかも知れない.また、dviファ イルから ps や pdf のファイルにするときも、pstricks-add.pro などの.pro ファイル がいくつか必要になるかも知れない.筆者の環境でも当初はコンパイルできなかったが、 IATEX の出力するエラーメッセージを頼りに、必要なファイルを CTAN (Comprehensive TeX Archive Network) から取得するなどすれば、筆者の環境でコンパイルし、ps や pdf ファイルに変換できることを確認した.



6.2 動的なウェブページとしてエクスポート

ファイルメニューの「エクスポート」からは、ウェブページへのエクスポートも選択 できる.これにより、GeoGebraのJavaアプレットが動作するウェブページのhtmlファ イルを生成できる.アプレットの縦と横のサイズや、数式ビューやメニューバーなどの 表示/非表示も指定できる.



第4節で紹介した利用例でも、この機能をでウェブページを生成している. Java アプレットで動作する GeoGebra は、Web Start で動作する GeoGebra とまったく同じ機能を持つため、手元の GeoGebra ファイルが、ウェブページ上に完全に再現できる.

7 作図手順の再生

メニューの「表示」から「作図手順…」を選択すると,作図手順ウィンドウが開く.作 図手順ウィンドウの矢印ボタンをクリックすることで,行った作図の手順を行きつ戻り つして,作図の手順を再生できる.また,依存関係が許せば,作図の順序を変更するこ とも可能である.

作図手順ウィンドウのメニューから「ブレークポイント」を選択すると、ブレークポ イントを設定できる.そして、メニューから「ブレークポイントのみ表示」を選択する と、作図手順を矢印ボタンのクリックで再生するとき、ブレークポイントを設定した箇 所まで一気に進む.これを利用すると、一定のまとまりごとに作図を再生するよう指定 ができるため、プレゼンテーションの際有用である.



GeoGebraのメニューの「表示」から「作図ステップナビゲーションバー」を選択する と、再生するための矢印がメインのウィンドウにも現れるため、作図手順ウィンドウを 開かなくても、効率的なプレゼンテーションが可能である. さらに、これはウェブペー ジとしてエクスポートしたときも有効であるので、ウェブに掲載する際も利用できる.



作図手順ナビゲーションバー

8 ツールの作成とプログラミング

8.1 ツールの作成

GeoGebraではユーザ定義のツールが作成可能である.GeoGebraでのツール定義は, 目的のオブジェクトを作図してから,その手順をツールとして定義するという,通常のプ ログラミング言語と比べると非常に特徴のある方法を採っている.例えば,標準のツー ルにはない機能である,「点 A と直線 a が与えられたときに,中心が A で直線 a に接す る円」を作図するツールを作成してみる.まず,目的の円を,例えば以下のように作図 する.

- (1) 点 A (オブジェクトの名前は違うかも知れない.以下も同様)
- (2) 2 点 B と C を 通る 直線 a
- (3) 点 A を 通り 直線 a に 直交する 直線 b
- (4) 2 直線 a と b の 交点 D

中心が点 A で直線 BC に接する円 c の作図



次に,「ツール」メニューから「新規ツールの作成…」を選択し, ツール作成のダイア ログを開く.

新規ツール作成.順に,出力オブジェクト,入力オブジェクト,名前とアイコンの設定



まず,出力オブジェクトのリストから円*c*を選択する.次に,入力オブジェクトのタ ブに移ると,円*c*を作成するのに必要だった自由なオブジェクトが自動的に一覧されて いる.今の例だと,3点A,B,Cになる.自動的に生成される入力オブジェクトの一覧 を変更する必要がない場合もあるが,今の場合,2点B,Cの代わりに,直線*a*を選択 しておく.最後に「名前とアイコン」タブでツールの名前(TangentCircleとする)や, ツールバー右隣に現れる短かいヘルプを入力するとツールが作成され,今作成したツー ルがツールバーに現れる.



このツールを使うには、ツールを選択して、点、直線の順にクリックすればよい.また、点Pと直線*l*があるときに、入力バーに「TangentCircle[P, 1]」と入力し、コマンドとして利用することもできる.コマンドを作成することがGeoGebraではプログラ

ミングにあたるので,マウスだけである程度のプログラミングができる環境であるとも 言える.

8.2 プログラミング

入力バーで利用できるコマンドや関数⁴は、ツールバーに現れるコマンド群よりもはる かに多くあるので、ここで完全な解説はできない.特徴だけ述べると以下のようになる.

繰り返し構造を実現する命令はない.代わりに、インデックスをある範囲で動かしながらオブジェクトを生成して、それらを集めたリストを作成する命令

Sequence [生成するオブジェクト,変数,開始値,終了値]

がある.

一部のコマンドでは、関数を第1級オブジェクトとして扱う、例えば、関数fがあるとき、初期値xにfをn回続けて適用するコマンド

Iteration[f, x, n]

がある.

- 再帰を利用したツール定義ができない.フィボナッチ数列の第n項を求めるコマンドを作成するにはどうすればよいか,というユーザーフォーラムでの質問に対して,開発者グループは表計算ビューにフィボナッチ数列を作成すればよいという回答を寄せたが,カプセル化されていない点,動的でない点など筆者は不満である.
- リスト操作が貧弱である。例えばリストの第n要素へのアクセスも構文糖がなく、 Element[list, n]とするしか方法がない。
- 一部のコマンドでは、自然に思える多態性が満たされない。

このように,通常の手続き型言語のプログラミングよりも,関数型言語のプログラミン グに近いのであるが,幾何ソフトウェアではなくプログラミング言語として見ると,再 帰が不可能であるなど言語体系が未完成であるため,実際のプログラミングには苦労が 伴う.さらに,すべてのコマンドは入力バー1行に収めて実行しなくてはならない.

ここでは簡単な例として、座標 (0, n) に、n, Fizz, Buzz, FizzBuzz のいずれかのテ キストを作成する FizzBuzz 問題を取り上げる.nが3の倍数なら Fizz, 5の倍数なら Buzz, 15の倍数なら FizzBuzz, いずれでもないならnを表示する問題である.次のコ マンドを順に入力バーで実行する.⁵

⁴関数は実数引数の実数値関数という意味で用いられる.つまり数学の意味の関数に近い.コマンドは,引数も返り値もさまざまにとれるので、プログラミング言語としての関数の意味に近い.ただし,関数は受け付けるが、実数引数で実数値を返すコマンドは受け付けない命令(例えば Iteration) があるなど,両者の扱いは異なる.

⁵グラフィックスビューにおいてマウスで実行可能なコマンドであれば、必ずしも入力バーで実行する 必要はない.

- (1) n = 15
 (2) L = {Text[n,true], "Fizz", "Buzz", "FizzBuzz"}
 (3) r3 = If[Mod[n,3] == 0, 1, 0]
 (4) r5 = If[Mod[n,5] == 0, 1, 0]
- (5) S = Element[L, 2 r5 + r3 + 1]

ここで出力オブジェクトS,入力オブジェクトn,コマンド名 fizzbuzz1 でツールを作成する.引き続き以下を実行する.

(6) m = 30

(7) M = Sequence[Text[fizzbuzz1[i],(0,i)], i, 1, m]

ここで出力オブジェクト M,入力オブジェクト m でツールを作成し,コマンド名を fizzbuzz とする.これでFizzBuzz 問題のプログラムが完成である.fizzbuzz ツール を選択して,数値やスライダーをクリックしたり,入力バーでfizzbuzz[100]とすれ ば、1から引数として与えられた整数までに対して,FizzやBuzzを表示する.



fizzbuzz[a] の実行結果

言語体系は未完成であるが、工夫をすれば複雑なプログラミングも可能である.例えば、図の中心点ともう1点を与えるとペンローズタイリングを作図するツールも作成でき、その実行結果を本稿の最初のページに掲げた.

9 入手可能な情報

現在,インターネットで入手可能な情報のうち,筆者が知る主なものをまとめておく. ただし,書籍は、国内では皆無であり、国外でも入手可能なものはほとんどないようで ある.まず公式なものをあげる.

GeoGebra ホームページ [2]	公式ホームページ		
公式ヘルプ [3]	バージョン 3.2 向けのマニュアル		
公式クイックスタート [4]			
GeoGebra User Forum [5]	多言語の掲示板だが,日本語はない		
GeoGebra Wiki [6]	教材や情報が集積されている		
Introduction to GeoGebra 3.0 [7]	本.電子版もある		
Google group [8]	メーリングリストなど		
Facebook [9]			
YouTube チャンネル [10]	チュートリアルビデオ		
以下に公式ではないものをあげる.			
Wikipedia 日本語版の GeoGebra の項	[11]		
KnxmWiki の GeoGebra のページ [14]	濱田氏 (福岡大) による Wiki		
Google Group 動的幾何学ソフトウエア [15]			
動的幾何教材 Wiki [16]	飯島氏 (愛知教育大) による Wiki		
テイラーの定理はじめの一歩 [17]	示野氏 (関西学院大) による教材		
GeoGebra Step-by-Step Tutorial Series [18]			
GeoGebra 日本 [19]	筆者によるサイト		

参考文献

- [1] 濱田龍義, 大学初年級における GeoGebra の教育利用, 数理解析研究所講究録 1674 (2010).
- [2] GeoGebra 公式ホームページ, http://www.geogebra.org/.
- [3] GeoGebraの公式ヘルプ, http://www.geogebra.org/help/docuja/.
- [4] GeoGebra クイックスタート, http://www.geogebra.org/help/geogebraquickstart_ja.pdf
- [5] GeoGebra User Forum, http://www.geogebra.org/forum/.
- [6] GeoGebra Wiki, http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Main_Page.
- [7] Judith Hohenwarter and Markus Hohenwarter, Introduction to GeoGebra 3.0, http://www.geogebra.org/book/intro-ja.pdf, http://www.geogebra.org/book/intro-ja/.
- [8] Google group の GeoGebra のページ、
 http://groups.google.com/group/geogebra.

- [9] facebook \mathcal{O} GeoGebra $\mathcal{O}^{\mathcal{N}} \mathcal{V}$, http://www.facebook.com/geogebra.
- [10] YouTubeのGeoGebraのチャンネル, http://www.youtube.com/geogebrachannel.
- [11] WikipediaのGeoGebraの項, http://ja.wikipedia.org/wiki/GeoGebra.
- [12] GeoGebra WikiのGoogle Summer of Code 2010のページ, http://www.geogebra.org/trac/wiki/Gsoc2010.
- [13] Google の GeoGebraGoogle Summer of Code 2010 のページ, http://socghop.appspot.com/gsoc/org/home/google/gsoc2010/geogebra.
- [14] KnxmWikiのGeoGebraのページ, http://www.knoppix-math.org/wiki/index.php?GeoGebra.
- [15] Google group の動的幾何学ソフトウェアのページ, http://groups.google.com/group/interactivegeometry.
- [16] 動的幾何教材 Wiki, http://iijima.auemath.aichi-edu.ac.jp/dgswiki/.
- [17] テイラーの定理はじめの一歩, http://sci-tech.ksc.kwansei.ac.jp/~shimeno/math/taylor/taylor.html.
- [18] Mathematics and Multimedia GeoGebra Step-by-Step Tutorial Series, http://math4allages.wordpress.com/geogebra/.
- [19] GeoGebra 日本, http://sites.google.com/site/geogebrajp/.