

# 粒状体個別要素法による 一軸圧縮下における岩石の Class II 挙動の解析\*

清水 浩之<sup>1</sup> 小山 倫史<sup>2</sup> 石田 毅<sup>3</sup>  
千々松 正和<sup>4</sup> 藤田 朝雄<sup>5</sup>

## Numerical Simulations for Class II Behavior of Rocks under Uniaxial Compression using Distinct Element Method

by Hiroyuki SHIMIZU<sup>a</sup>, Tomofumi KOYAMA<sup>b</sup>, Tsuyoshi ISHIDA<sup>c</sup>,  
Masakazu CHIJIMATSU<sup>d</sup> and Tomoo FUJITA<sup>e</sup>

- a. Postgraduate student of Kyoto University, Kyoto, 615-8540 JAPAN  
(Corresponding author E-mail: Hiroyuki.Shimizu@t01.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)
- b. Assistant Professor, Department of Urban and Environmental Engineering, Kyoto University
- c. Professor, Kyoto University
- d. Hazama Corporation
- e. Japan Atomic Energy Agency (JAEA)

The brittle fracture is the most studied process in rock mechanics fields, especially the post-failure behavior of rock is one of the key issues for rock mechanical problems. However, even at present, it is still difficult to obtain complete stress-strain curve of brittle rocks in the laboratory experiments. Therefore, a new Distinct Element Method (DEM) code for the uniaxial compression tests with radial strain control was developed and Class II behavior of rock was simulated. The simulation results show good agreement with the complete stress-strain curve obtained from the laboratory experiment with radial strain control. These imply that the DEM simulation may be a strong tool for the analyses of rock failure mechanisms such as class II behavior. The post-failure behavior of rock was discussed in detail by using a newly developed DEM code. The simulation results suggest that the loading control methods strongly affect the failure mechanisms and processes of rocks under uniaxial compression (Class I and II). Moreover, it is also found that the key to understand the Class II behavior of rock is the localized deformation, such as shear band. A clear shear band appears in the axial strain controlled uniaxial compression test, and a significant increase of the axial strain occurs with the crack surface slips along the shear band. As a result, complete stress-strain curve of the entire rock shows the Class I behavior. On the other hand, clear shear band does not appear in the radial strain controlled uniaxial compression tests, because formation of shear band does not grow due to the unloading in a critical state. Since clear shear band is not formed, most local small parts of the rock still keep elastic behavior, and as a result, the complete stress-strain curve of the entire rock shows Class II behavior.

**KEY WORDS:** Distinct Element Method (DEM), Uniaxial Compression Tests, Class II Behavior, Shear Band, Complete Stress-Strain Curves, Rock

### 1. 緒 言

岩盤工学において、岩石の破壊挙動、特に post-failure 領域での挙動を知ることは山はねなどの災害をもたらす突発的な激しい破壊の発生メカニズムを知る上で最も重要な研究課題のひとつであるといえる。1960年代には種々の高剛性試験機を用いた一軸圧縮試験が数多く行なわれており、岩石の post-failure 領域での挙動、

すなわち、完全な応力-ひずみ曲線が得られるようになった<sup>1,2)</sup>。しかし、軸ひずみ速度一定の一軸圧縮試験では破壊を制御できない岩石があり、Wawersikらは得られた完全な応力-ひずみ曲線から岩石の破壊挙動を Class I, Class II の二つに分類した<sup>3,4)</sup>。Fig. 1に示すように Class I の場合には強度破壊点を超えても軸ひずみが安定して増加し続け、応力-ひずみ曲線が負の勾配を示すのに対し、Class II の場合には強度破壊点を過ぎると破壊が急激に進行し、制御不能に陥る。このとき、応力-ひずみ曲線は Fig. 1における曲線 OACDE のようになる。したがって Fig. 1における曲線 OABDE に示すような Class II の完全な応力-ひずみ曲線を得るためには、供試体の急激な破壊を制御する必要がある<sup>5)</sup>。Hudsonらは側方ひずみ速度を制御変数としたサーボ試験機による一軸圧縮試験を行い、Class II の完全な応力-ひずみ曲線を得ることに成功した<sup>6,7)</sup>。その後、近年でもサーボ試験機を用いた一軸圧縮試験は頻繁に行なわれており、側方ひずみ速度以外にも、体積ひずみ<sup>8)</sup>、AE (Acoustic

\*2009年3月5日受付 2009年10月20日受理

1. 学生会員 京都大学大学院 工学研究科 社会基盤工学専攻 博士後期課程

2. 普通会员 Ph.D 京都大学大学院 助教 工学研究科 都市環境工学専攻

3. 普通会员 工博 京都大学大学院 教授 工学研究科 社会基盤工学専攻

4. 工博(株)間組 技術・環境本部 原子力部

5. 工博 日本原子力研究開発機構(JAEA) 地層処分研究開発部門

[著者連絡先] FAX: 075-383-3213

E-mail: Hiroyuki.Shimizu@t01.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

キーワード: 個別要素法, 一軸圧縮, Class II 挙動, 応力-ひずみ曲線, せん断帯, 岩盤

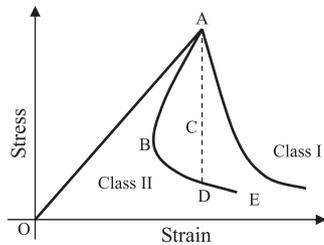


Fig.1 Representative figures for stress-strain curves of class I and class II behavior of rock failure under uniaxial compression.

Emission) を用いて制御制御を行なう手法<sup>9)</sup>や、制御変数として応力と軸ひずみの線形組み合わせを用いる手法<sup>10, 11)</sup>が開発されている。これらの手法により Class II の岩石の一軸圧縮応力下での挙動を検討することが可能となったが<sup>12, 13)</sup>、制御が困難な実験であるため、Class II の post-failure 領域での挙動に関する知見は依然として少なく、破壊のメカニズムやプロセスが十分に解明されているとは言えない。

岩石の破壊挙動を検討するためのもう一つのアプローチに数値解析を用いる方法がある。近年のコンピュータ技術の急激な進歩に伴い、種々の数値解析手法が開発されており、中でも粒状体個別要素法 (Distinct element method: DEM)<sup>14, 15)</sup> は岩石を円形要素の集合体としてモデル化するため、空隙、潜在亀裂、鉱物結晶の境界面等によって岩石内部に生じる応力の不均質性を比較的容易に、かつ適切に表現できる特徴がある。すなわち、実際の岩石における亀裂の発生過程に忠実なモデル化が可能であり、破壊にともなう大変形も容易に取り扱うことができる。したがって、岩石のような脆性材料の破壊に関する数値解析手法として、DEM は有効であると考えられる<sup>16-18)</sup>。

数値解析は岩石の破壊挙動を理解する上で非常に強力なツールであり、一軸圧縮試験における岩石の Class II の破壊挙動の再現も試みられている<sup>19, 20)</sup>。しかしながら、Class II の post-failure 領域での挙動を表現するのは容易でなく、制御制御方法を含めた一軸圧縮試験における岩石の Class II 挙動の完全な再現には至っていないのが現状である<sup>21)</sup>。そこで、本研究では側方ひずみ制御の一軸圧縮試験を対象とした DEM コードを新たに開発し、岩石の Class II 挙動の再現を試みた。さらに、軸ひずみ制御と側方ひずみ制御のシミュレーション結果を比較することにより Class II 挙動のメカニズムについて検討を行なった。

2. 解析手法の概要

粒状体個別要素法は、Cundall により 1979 年に提唱された解析手法である<sup>14)</sup>。個別要素法では各要素を剛体と仮定しており、接触状態にある要素間に作用する接触力を Voigt モデル (ばね・ダッシュポット) により計算し、その結果得られた運動方程式を時間積分することにより、個々の要素の並進と回転の運動を追跡する。粒状体個別要素法はもともと土や砂のような粒状体に対する解析手法であるが、要素間に結合力 (ボンディング) を導入することにより、連続体を対象とした解析にも適用することが可能となる。本研究では、独自に開発を行なった解析コードを使用しており、膨大な計算時間を必要とし解析結果の解釈も複雑になる 3 次元解析を避け、まず単純な 2 次元モデルを用いて検討を行うこととした。個別要素法の基本原理や詳細なアルゴリズムについては、過去に多くの研究報告がなされているので<sup>14, 15)</sup>、ここでは省略するが、本研究に特徴的なアルゴリズムについては次節で詳しく述べる。なお、本論文では、応力やひずみは圧縮を正とする。

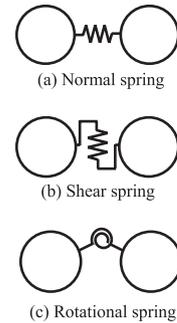


Fig.2 Three kinds of springs between two bonded particles.

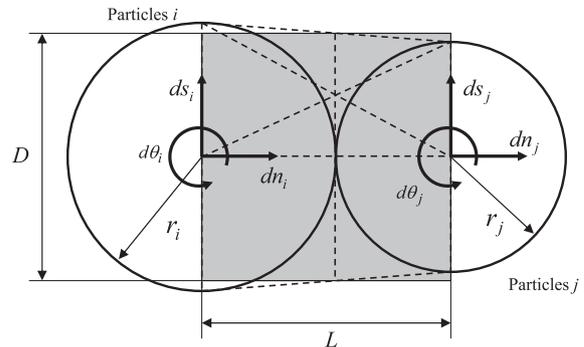


Fig.3 Bonded particles model.

2・1 要素間の結合

結合力を有する円形要素の集合体により岩石をモデル化する。ここでは、2 つの要素  $i, j$  の間を Fig. 2 に示すような 3 つのばねで結合することにより、反発力とともに引張力をも表現した。法線方向ばねは要素の法線方向の相対変位を、接線方向ばねは接線方向の相対変位を、回転ばねは相対回転変位をそれぞれ拘束することで、要素間に反発力または引張力が生じる。結合点に作用するこれらの反発力または引張力は、次の法線方向作用力  $f_n$ 、接線方向作用力  $f_s$ 、モーメント  $f_\theta$  の合力として与えられ、それぞれの作用力は要素間の相対変位から次式で求められる。

$$f_n = k_n(dn_j - dn_i) \dots\dots\dots (1)$$

$$f_s = k_s \{ ds_j - ds_i - \frac{L}{2}(d\theta_j + d\theta_i) \} \dots\dots\dots (2)$$

$$f_\theta = k_\theta(d\theta_j - d\theta_i) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $k_n, k_s, k_\theta$  はそれぞれ法線方向ばね、接線方向ばね、回転拘束ばねのばね定数を  $d_n, d_s, d\theta$  はそれぞれ法線方向、接線方向、回転変位を表しており、添字  $i, j$  はそれぞれの要素の番号を示している。要素間の結合は模式的に Fig. 3 のようになっており、 $L$  は結合されている要素間の距離を表す。結合幅は 2 要素の半径の調和平均から次式で与えられる。

$$L = r_i + r_j \dots\dots\dots (4)$$

$$D = 2 \cdot \frac{2r_i r_j}{r_i + r_j} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、上記のようなばねによる結合では計算誤差が積み重なり、要素間に振動が発生し、それにより計算が発散してしまう可能性がある。そこで、数値計算上の安定性を得るために、法線方向と接線方向それぞれに独立な粘性係数を持った散逸力を導入する。これらの散逸力は法線方向、接線方向それぞれの要素間相対

速度に比例する。本研究における粘性係数は臨界減衰条件による値を用いており、法線方向および接線方向の粘性係数  $C_n$  および  $C_s$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$C_n = 2\sqrt{m_{ij}k_n} \dots\dots\dots (6)$$

$$C_s = C_n\sqrt{k_s/k_n} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $m_{ij}$  は要素  $i$  および要素  $j$  の質量  $m_i$  および  $m_j$  より次式で得られる。

$$m_{ij} = 2 \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \dots\dots\dots (8)$$

ばね定数  $k_n$ ,  $k_s$ ,  $k_\theta$  をそれぞれ独立したチューニングパラメータとした場合、これらの値を決定するのに大きな労力が必要となる。そこで、本研究では2つの要素間の結合部分を弾性梁とみなし、せん断変形の影響を考慮できる Timoshenko 梁理論<sup>22)</sup>を用いることによって各ばね定数を次式で与えることにした。

$$k_n = \frac{E_p A}{L} \dots\dots\dots (9)$$

$$k_s = \frac{12E_p I}{(1+\phi)L^3}, \phi = \frac{12E_p I}{G\kappa AL^2} \dots\dots\dots (10)$$

$$k_\theta = \frac{E_p I}{L} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $E_p$ ,  $I$ ,  $A$ ,  $\kappa$  はそれぞれ要素に与えたヤング率、断面二次モーメント、結合部分の断面積、せん断補正係数である。断面二次モーメント  $I$  については結合幅  $D$ , 奥行き  $1$  の矩形断面を仮定している。せん断補正係数  $\kappa$  は等方性材料で長方形断面の場合の値である  $\kappa=5/6$  を用いた。また  $G$  はせん断弾性係数であり、要素に与えたヤング率  $E_p$  とポアソン比  $\nu_p$  から次式で求められる。

$$G = \frac{E_p}{2(1+\nu_p)} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、要素に与えたヤング率  $E_p$ , ポアソン比  $\nu_p$  は、微視的 (ミクロ) なもので一軸圧縮試験のシミュレーションの結果得られる岩石モデルのヤング率、ポアソン比とは異なるものである。したがって、 $E_p$ ,  $\nu_p$  を変更したシミュレーションを繰り返すことにより解析対象となる岩石のマクロな変形強度特性を与える値を決定すること (キャリブレーション) が必要である。さらに、作用力  $f_n$ ,  $f_s$  から要素間に作用する垂直応力  $\sigma$  とせん断応力  $\tau$  を次式で評価する。

$$\sigma = \frac{f_n}{D} \dots\dots\dots (13)$$

$$\tau = \frac{f_s}{D} \dots\dots\dots (14)$$

## 2・2 結合の破断による微小亀裂の表現および亀裂のモードの判定

本研究では、破壊条件1のように引張応力  $\sigma$  があらかじめ定める法線方向ばねの引張強度  $\sigma_c$  を超える場合、あるいは破壊条件2のようにせん断応力  $\tau$  があらかじめ定める接線方向ばねの強度  $\tau_c$  を超える場合に要素間の結合を破断させることにより、微小亀裂の発生を表現した。このとき、いずれかの破壊条件を満たした時点で3種類のばねを全て取り除き、これ以降その要素間には引張力が作用しないこととした。

(結合の破壊条件1)

$$\left. \begin{array}{l} \sigma < 0 \text{ (Tensile stress)} \\ |\sigma| \geq \sigma_c \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{Bond Breakage}$$

(結合の破壊条件2)

$$|\tau| \geq \tau_c \dots\dots\dots \text{Bond Breakage}$$

本研究における式(13)による垂直応力の評価は、Fig. 3のように仮定した長さ  $L$ , 幅  $D$  の弾性梁の断面における平均垂直応力となっている。一方、Potyondy and Cundallの構築した parallel-bond model においては<sup>15)</sup>、粒子間に作用する垂直応力  $\sigma$  を、モーメント  $f_\theta$  を用いて評価しており、これは、仮定した弾性梁の断面内での最大引張応力により引張破断の判定を行なうことを意味している。しかし、この垂直応力の評価では、引張応力を過大に評価してしまう可能性があるため<sup>15)</sup>、本研究では回転ばねによるモーメントを用いない式(13)による垂直応力の評価法を採用した。この点が、本研究におけるモデルと Potyondy and Cundall のモデルの最も大きな違いである。

実際の室内実験において、岩石内に発生する微小亀裂を観測する手法として AE 法がよく用いられる。AE 測定実験では、震源に近い位置にあるセンサーには AE 初動が時間的に早く到達し、遠いセンサーには遅く到達する。したがって、多数のセンサーで AE 測定を行い、センサー間の相対的な初動の到達時刻の差と媒質の伝播速度から AE 震源を逆算することができる。引張破断の場合には発生した亀裂の直方向に変位が生じるため震源の周辺に設置されたすべての観測点で押し波の P 波初動が観測される。一方、せん断破断の場合には発生した亀裂と平行に相対的なずれ変位が生じるため、震源のせん断変位に平行な方向とこれに直交する方向で区分される4つの領域で押し波と引き波の P 波初動が交互に観測される。つまり、震源決定された AE について P 波初動の押し引きの空間的な分布を調べることで、その AE の発生機構 (せん断破断か引張破断か) と破壊面の走向・傾斜、その破壊を生じさせた主応力の作用方向を求めることができる<sup>23)</sup>。

岩石の破壊様式の判定条件としては、一般にモール・クーロンの破壊条件等がよく用いられているが、このような条件は岩石のマクロな破壊に対して適用されるものであり、本研究における要素間のばねの破断には適用することはできないと考えられる。一方、AE 測定実験では P 波初動の押し引きの空間的な分布によりその AE の発生機構を求めており、このような P 波初動の押し引き分布は亀裂発生時の応力状態と対応していると考えられる。したがって、本シミュレーションでは、微小亀裂発生時のせん断応力  $\tau$  と引張応力  $\sigma$  の比を用いた破壊様式の判定法を新たに導入した。すなわち、いずれのばねが破断したかによらず、判定条件1を満たす場合を引張亀裂、判定条件2あるいは判定条件3を満たす場合をせん断亀裂と判定する。実際の実験では引張亀裂とせん断亀裂のほかに、それらの中間的な破壊様式が考えられるが、本研究では亀裂発生時に引張とせん断のどちらの力が大きいかという最も単純な判定条件である  $|\tau/\sigma|=1$  を採用した。

(破壊様式の判定条件1)

$$\left. \begin{array}{l} \sigma < 0 \text{ (Tensile stress)} \\ |\tau/\sigma| \leq 1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{Tensile Crack}$$

(破壊様式の判定条件2)

$$\left. \begin{array}{l} \sigma < 0 \text{ (Tensile stress)} \\ |\tau/\sigma| > 1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{Shear Crack}$$

Table 1 Laboratory tests and testing results.

TEST DATA			
Client:	SKB	Loading Control:	Radial Strain Rate
Test:	Uniaxial	Equivalent Loading Rate:	0.75 MPa/s
Equipment:	MTS 815	Confining Stress:	0 MPa
Test Date:	2003-06-10		
SPECIMEN DATA			
Site:	Åspö Rock	Diameter:	50.9 mm
Type:	Diorite	Length/Diameter:	2.80
Hole:	KA3376B01	Density:	2742 kg/m <sup>3</sup>
Depth:	33.32 m		
TEST RESULTS			
Peak Strength:	195.1 MPa	Young's Modulus:	67.4 GPa
Tensile Strength:	15.5 MPa	Poisson's Ratio:	0.27

(破壊様式の判定条件 3)

$$\sigma > 0 \text{ (Compressive stress)} \quad \cdots \cdots \text{Shear Crack}$$

微小亀裂は、2要素の接触点に生成され、その進展の方向は引張、せん断いずれの場合も2要素の中心を結ぶ直線と垂直な方向とした。微小亀裂が発生すると、そのとき要素間のばねに蓄えられていたひずみエネルギーが解放される。本研究では、次式で表されるひずみエネルギー  $E_k$  を AE のエネルギー、すなわち、AE の大きさに対応するものとする。

$$E_k = \frac{f_n^2}{2k_n} + \frac{f_s^2}{2k_s} \quad \cdots \cdots (15)$$

2・3 結合していない要素および結合の破断した要素の接触

結合していない要素同士、あるいは結合の破断した要素同士が接触すると、接触点に法線方向ばねと接線方向ばねが挿入され、これにより法線方向の反発力  $f_n$  と接線方向の摩擦力  $f_s$  が作用する。本研究では要素間の接触における法線方向のばね定数  $k_{nn}$  を、Hertz の弾性接触理論<sup>24, 25)</sup>に基づいて圧縮力  $P$  に応じてそれぞれ次式で与えている。ここで、 $r$  は要素半径、 $b$  は接触幅、 $E_p$ 、 $\nu_p$  はそれぞれ要素に与えたヤング率とポアソン比である。

$$k_{nn} = \frac{\pi E_p}{2(1-\nu_p^2) \left( \frac{2}{3} + \ln \frac{4r_1}{b} + \ln \frac{4r_2}{b} \right)} \quad \cdots \cdots (16)$$

$$b^2 = \frac{32(1-\nu_p^2)}{\pi E_p} \cdot \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \cdot P \quad \cdots \cdots (17)$$

載荷板等の壁面境界と要素が接触した場合には法線方向のばね定数  $k_{nn}$  は次式で与えられる。ここで、 $E_w$ 、 $\nu_w$  はそれぞれ壁面に与えたヤング率とポアソン比である。

$$k_{nn} = \frac{\pi}{\left( \frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_w^2}{E_w} \right) \left( \frac{1}{3} + \ln \frac{4r_1}{b} \right)} \quad \cdots \cdots (18)$$

$$b^2 = \frac{16r_1}{\pi} \left( \frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_w^2}{E_w} \right) \cdot P \quad \cdots \cdots (19)$$

接線方向ばね定数  $k_{ss}$  については要素に与えたヤング率  $E_p$  とせん断弾性係数  $G$  の比  $s$  を用いて、次式のように法線方向の定数倍で与える。

$$k_{ss} = s \cdot k_{nn} \quad \cdots \cdots (20)$$

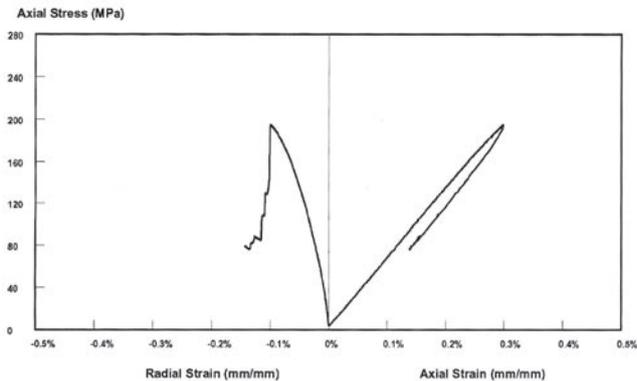


Fig.4 Complete stress-strain curve obtained by using the radial strain controlled loading method<sup>26)</sup>.

$$s = \frac{G}{E} = \frac{1}{2(1+\nu)} \quad \cdots \cdots (21)$$

要素間接触の場合の粘性係数も、要素間結合の場合と同様に臨界減衰条件による値を用いており、法線方向および接線方向の粘性係数  $C_{nn}$  および  $C_{ss}$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$C_{nn} = 2\sqrt{m_{ij} \cdot k_{nn}} \quad \cdots \cdots (22)$$

$$C_{ss} = C_{nn} \sqrt{k_{ss}/k_{nn}} \quad \cdots \cdots (23)$$

また、摩擦力  $f_s$  がクーロンの摩擦の法則から式 (24) で与えられる最大静止摩擦力  $f_{s \max}$  を上回る場合、すべりが発生する。このとき、摩擦力  $f_s$  は  $f_{s \max}$  として与えられる。ここで、 $\mu$  は摩擦係数である。このようなすべりは、結合していない要素間および結合の破断した要素間、あるいは壁面境界と要素の接触点で発生するものであり、結合状態にある要素間で発生することはない。

$$f_{s \max} = \mu \cdot f_n \quad \cdots \cdots (24)$$

このように、要素間結合のばね定数  $k_n$ 、 $k_s$ 、 $k_\theta$  と要素間接触におけるばね定数  $k_{nn}$ 、 $k_{ss}$  を、それぞれ Timoshenko 梁理論と Hertz の弾性接触理論により共通のヤング率  $E_p$  とポアソン比  $\nu_p$  から求めることでパラメータの数を減らすことができ、容易にキャリブレーションを行なうことが可能となる。

3. シミュレーションの概要

3・1 シミュレーションの対象となる実験データ

Åspö Hard Rock Laboratory (ÄHRL, Sweden) で採取された岩石コア (KA3376B01-33.32) による一軸圧縮試験および圧裂引張試験 (ブラジリアンテスト) をシミュレーションの対象とした<sup>26)</sup>。実験データを Table 1 に示す。また一軸圧縮試験により得られた応力ひずみ曲線を Fig. 4 に示す。これらの試験は ISRM (International Society for Rock Mechanics) に推奨される条件で行なわれており<sup>2, 27)</sup>、試験装置は MTS 815 rock mechanics test system を用いている。一軸圧縮試験は側方ひずみ速度が一定となるように載荷速度を制御している。なお、ヤング率やポアソン比は側方ひずみが -0.01% となる時の軸応力と破壊強度の 50% の値の割線により求められている。Fig. 1 に示すように、この実験により得られた応力 - ひずみ曲線は明らかに Class II の挙動を示している。本研究では、この実験結果をシミュレーションの対象とし、岩石の Class II 挙動の再現を試みる。

3・2 側方ひずみ制御一軸圧縮試験のシミュレーション概要

Fig. 5 に示すように、モデルの下部の載荷板を固定しておき、

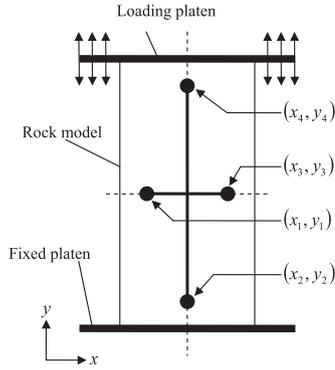


Fig.5 Loading condition for the simulation of uniaxial compression tests.

上部の載荷板をゆっくりと動かすことにより一軸圧縮試験を再現する。岩石モデルと載荷板の間には摩擦力が作用している。モデルの側面には拘束壁は設けていない。軸方向応力は、モデル上端の要素から上部の載荷板に作用する反発力の総和をモデルの幅で除すことにより算出した。軸ひずみ  $\varepsilon_1$  と側方ひずみ  $\varepsilon_2$  は Fig. 5 に示すように岩石モデルの中心線上、端部付近の4個の要素を選出し、それらの要素の変位を計測することにより次式から求めた。ここで、添え字の  $0$  と  $t$  はそれぞれ初期状態と時刻  $t$  の座標であることを示している。なお、ヤング率やポアソン比は、実験と同様に側方ひずみが  $-0.01\%$  となる時の軸応力と破壊強度の  $50\%$  の値の割線により求められる。

$$\text{Axial Strain : } \varepsilon_1 = \frac{(y_4^0 - y_2^0) - (y_4^t - y_2^t)}{y_4^0 - y_2^0} \dots\dots\dots (25)$$

$$\text{Radial Strain : } \varepsilon_2 = \frac{(x_3^0 - x_1^0) - (x_3^t - x_1^t)}{x_3^0 - x_1^0} \dots\dots\dots (26)$$

一軸圧縮試験における制御方法として最も一般的なものは軸ひずみ速度を一定とする手法である。軸ひずみ制御の一軸圧縮試験であれば、上部の載荷板を変位速度一定でゆっくりと下方に動かすことにより比較的容易に再現することが可能である。しかし、側方ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には、側方ひずみ  $\varepsilon_2$  を制御変数とした特別な操作を行なう必要がある。以下にその手法を説明する。

まず、Fig. 6 に示すように、目標とする側方ひずみ速度を設定し、式 (26) により計算した各タイムステップにおけるひずみの値と目標の値の誤差を計算する。誤差が一定値を超えた場合、前のタイムステップに戻り、載荷速度を変更して再計算を行なう。本研究では、側方ひずみの誤差が  $\pm 5\%$  以内になるまでこれを繰り返す。

個別要素法ではひとつの要素は隣り合う要素にのみ影響を及ぼす。したがって載荷速度の変化が各要素に伝わり、側方ひずみの変化として現れるまでには多少のタイムラグが生じる。そのため、上述したような載荷速度の修正はある程度の間隔をあけて行なう必要がある。修正間隔が短すぎると正確な側方ひずみ制御ができず、間隔が長すぎると突発的なひずみの増減に対応できなくなる。以上のことを考慮し、本研究では 20000step 毎に載荷速度の修正を行なうこととした。

3・3 キャリブレーションの概要

個別要素法は初期モデルを適切に設定することで、容易に不均質性を表現でき、現実に近い適切なシミュレーションを行うことが可能である。多くの研究者により種々の入力パラメータ決定法

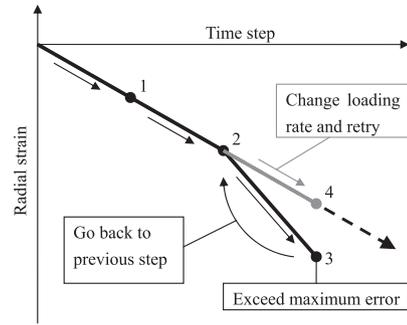


Fig.6 Simulation procedure for radial strain controlled uniaxial compression test.

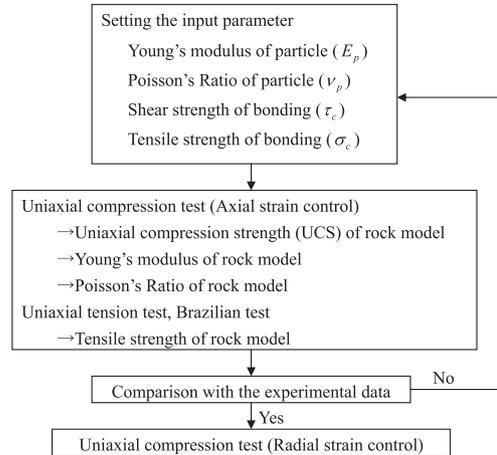


Fig.7 Calibration process.

が提案されているが<sup>28)</sup>、すべての入力パラメータを一意に決定する手法ははまだ確立されていない。そのため、本研究ではパラメータスタディを繰り返して最も妥当なものを採用するという方法をとった。キャリブレーションは要素のヤング率、ポアソン比、要素間結合（ボンディング）の引張強度、せん断強度の4つのパラメータについて行なう。一軸圧縮試験のシミュレーションから岩石モデルの一軸圧縮強度が得られる。また、応力とひずみの関係からヤング率とポアソン比を算出する。実際の実験では供試体の固定法が難しいといった理由などから一軸引張試験はあまり行なわれず、比較的容易な圧裂引張試験がよく行なわれている。しかし、シミュレーションならば一軸引張試験も容易に行なうことができる。したがって、本研究では一軸引張試験と圧裂引張試験の両方を行い、より正確な引張強度を算出できるようにした。

対象となる実験は側方ひずみ制御の一軸圧縮試験であるが、前述したように、載荷速度修正のため何度も反復計算を行なう側方ひずみ制御のシミュレーションでは長い計算時間を必要とし、キャリブレーションを行なうには非効率的である。そこで、Fig. 7 に示すように、まず軸ひずみ制御の一軸圧縮試験でキャリブレーションを行い、入力パラメータを決定した後、その値を用いて側方ひずみ制御のシミュレーションを行なうこととした。

4. 岩石の Class II 挙動の再現

4・1 岩石モデルの作成方法

岩石を円形要素の集合体としてモデル化する場合、大きく分けて二つのモデル作成（パッキング）方法がある。円形要素を重力により落下、堆積させて初期状態とする方法と、乱数を用いて各要素の半径や初期配置を直接設定する方法である。前者の方法は

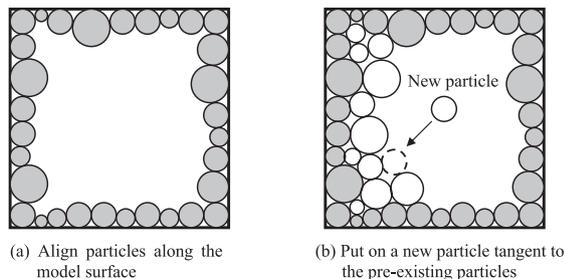


Fig.8 Particle packing method.

簡単な操作でモデル作成ができる利点があるが、要素の落下終了までである程度の時間を必要とし、複雑な形状のモデルの作成が困難であるといった問題点がある。後者の方法は前者の方法に比べて複雑な操作が必要となるものの、複雑なモデル形状でも短時間に作成することが可能である。本研究では後者の方法を採用し、すべての岩石モデルを以下の手順で作成した。まず、Fig. 8 (a)のように乱数により半径を決定した要素をモデル端面に沿うように並べる。この操作を行うことによりモデル端面を構成する要素と載荷板等の壁面境界が平行に接触することができ、載荷時の不要な応力集中を避けることができる。モデル内部に関しては、乱数により新しい要素の半径を決定した後、Fig. 8 (b)のようにすでに配置されている要素と重なり合わず接触できる位置を探索してその要素を配置する。モデル内の空間がなくなり、あらかじめ設定した最小の半径を有する新しい要素が配置できなくなるまでこの手順を繰り返す。この手法を用いることにより、各要素は少なくとも2点以上の接触点数を保障され、なおかつ乱数により要素の半径、位置、接触点数にばらつきを生じさせることができる。このような要素の位置、接触点数のばらつきは要素間の力の伝達経路を不規則にする。また、要素に与えたヤング率、ポアソン比、引張強度、せん断強度は一樣であるが、式(4)、(5)のように、本研究ではばね定数および要素間に作用する応力を要素の半径を用いて評価していることから、各要素の半径のばらつきによって、不均質なモデル内の局所的な応力を生じさせることができる。

4・2 シミュレーションに使用した岩石モデル

岩石モデルのパラメータをTable 2に示す。チューニングパラメータである要素のヤング率、ポアソン比、要素間結合の引張強度、せん断強度以外のパラメータは実験に用いられた供試体の値と一致するよう設定する。一軸圧縮試験、一軸引張試験のシミュレーションには幅5.1cm、高さ14.3cmの岩石モデルを用いた。小山らの行なった研究によると岩石モデルを構成する要素数が少ないと一軸圧縮試験のシミュレーション結果に大きなばらつきが生じることが示されている<sup>29)</sup>。しかし、現実の岩石供試体には非常に小さい鉱物粒子も含まれており、これを忠実に再現するためには膨大な数の要素が必要となる。要素数があまりにも多いとシミュレーションに長い時間を要する、あるいは解析が不可能となる場合もある。これに対し、小山らの行なった研究によれば、要素数約10000個程度を用いると解析結果のばらつきが十分に小さくなり、解析も容易に行なえることが示されている<sup>29)</sup>。そこで、本研究では幅5.1cm、高さ14.3cmの岩石モデルの要素数が約10000個となるように、最大要素半径1.0mm、最小要素半径間0.5mmとした。要素半径は、設定した最大要素半径と最小要素半径間で、乱数により偏りなく一樣にばらつくように与えた。圧裂引張試験のシミュレーションには円形の岩石モデルを用いた。実際に試験に用いられた供試体は直径50.9mmであるが、一軸圧縮試験と同じ粒度分布を用いてこの直径の岩石モデルを作成

Table 2 Rock model properties.

ROCK MODEL DATA	
Rock model for simulation of uniaxial compression (tension) test	
Width:	51mm
Height:	143mm
Number of particles:	9457
Rock model for simulation of Brazilian test	
Diameter:	96mm
Number of particles:	9401
Maximum particle radius:	1.0mm
Minimum particle radius:	0.5mm
Particle density:	2742 kg/m <sup>3</sup>
Friction coefficient of particle:	0.5
Friction coefficient of wall:	0.3
Young's modulus of wall ( $E_w$ ):	200GPa
Poisson's Ratio of wall ( $\nu_w$ ):	0.3
TUNING PARAMETERS	
Young's modulus of particle ( $E_p$ ):	146.0 (GPa)
Poisson's Ratio of particle ( $\nu_p$ ):	0.2
Shear strength of bonding ( $\tau_b$ ):	245.0 (MPa)
Tensile strength of bonding ( $\sigma_c$ ):	60.0 (MPa)

Table 3 Calibration result.

	Experiment		Simulation	
	Radial	Axial	Radial	Axial
Loading control:				
UCS of rock model (MPa):	195.10	195.47	200.65	
Young's modulus of rock model (GPa):	67.40	67.63	67.55	
Poisson's Ratio of rock model:	0.270	0.276	0.286	
Tensile strength of rock model (MPa)				
Brazilian test:	15.50	15.51		
Uniaxial tension test:	-	16.05		

すると要素数が少なくなってしまう、シミュレーション結果のばらつきが大きくなってしまいう可能性がある。そこで、一軸圧縮試験と同様の粒度分布、要素数となるように円形岩石モデルの直径を96mmとした。

4・3 側方ひずみ制御の一軸圧縮試験によるClass II挙動の再現

前述したように、まず圧裂引張試験、一軸引張試験および軸ひずみ制御の一軸圧縮試験によりキャリブレーションを行ない、入力パラメータを決定した後、同じ値を用いて側方ひずみ制御のシミュレーションを行なった。キャリブレーションにより決定した入力パラメータおよびシミュレーションにより得られた岩石モデルの物性値をTable 3に示す。制御方法の違いにより若干の誤差が見られるが、シミュレーションにより得られた岩石モデルの物性値は実験結果と良好に一致している。

キャリブレーションの結果得られた、軸ひずみ制御の一軸圧縮試験のシミュレーションにおける応力-ひずみ曲線をFig. 9 (a)に示す。軸ひずみ制御の一軸圧縮試験では除荷が行なわれないため、Fig. 1における曲線OABDEのような応力-ひずみ曲線を得ることはできない。Class IIの挙動を示す岩石であれば、軸ひずみ制御の一軸圧縮試験では強度破壊点を過ぎると破壊が急激に進行することにより制御不能となり、応力-ひずみ曲線はFig. 1における曲線OACDEのようになってしまう<sup>6,7)</sup>。しかしながら、Fig. 9 (a)ではpost-failure領域においても軸ひずみが一様に増加し続けており、Class Iの挙動を示していることがわかる。一方、Fig. 9 (b)は同一のパラメータのモデルを用いて側方ひずみ制御の一軸圧縮試験のシミュレーション行なった結果得られた応力-ひずみ曲線を示している。Fig. 9 (b)を見ると、post-failure領域において軸ひずみが減少しており、明らかにClass IIの挙動を示していることがわかる。シミュレーションの結果(Fig. 9 (b))と実験により得られた応力ひずみ曲線(Fig. 4)を比較すると、側方ひず

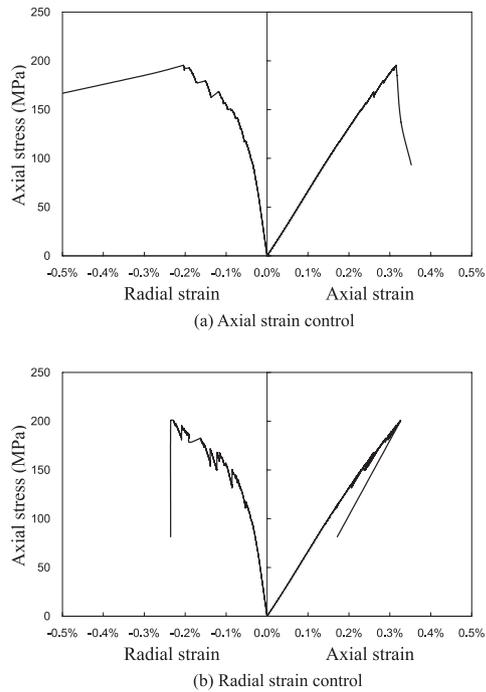


Fig.9 Complete stress-strain curves obtained from the simulation with different controlling methods.

みの大きさに違いが見られるが、定性的にはよく一致しており、このことから、DEM シミュレーションにより岩石の Class II 挙動を再現可能であることが確認できた。

また、この結果から、同一の岩石モデル、同一の入力パラメータを用いても制御方法を変更するだけで異なる post-failure 挙動が得られることがわかった。このことから一軸圧縮試験における岩石の post-failure 挙動には制御方法が大きな影響を与えていることが考えられる。この点については次章でより詳細な検討を行なう。なお、本章にて決定されたパラメータセットを以降は“Case1”と呼ぶことにする。

Fig. 9 (b) のような Class II 挙動を示す岩石に対して軸ひずみ制御試験を行った場合、実験では、Fig. 9 (a) のような Class I 挙動をとらえることは難しい。これは実験の場合、制御試験機の剛性が、Fig. 9 (a) の post-failure 領域の剛性より小さいため、最大応力を越えたところで激しい破壊を生じてしまうからである。これに対しシミュレーションは、制御試験機の剛性が無限大の試験を再現していることになるため、Fig. 9 (a) のような Class I 挙動が生じると思われる。(このことは、岩石物性だけではなく制御状態の境界条件も、Class I, Class II 挙動を特徴づける一因になっていることを示唆している。)

## 5. Class II 挙動に影響を与える要因に関する考察

### 5・1 制御方法が亀裂の発生傾向に与える影響

前章の結果から、一軸圧縮試験における岩石の post-failure 挙動には制御方法が大きな影響を与えていることがわかった。そこで、まずは制御方法が亀裂の発生傾向に与える影響を考察する。Fig. 10 (a), (b) は、それぞれ軸ひずみ制御の一軸圧縮試験と側方ひずみ制御の一軸圧縮試験のシミュレーションにおいて、解析終了までに発生したすべての微小亀裂について、破壊様式を 2・2 節に述べた判定条件に基づいて判定し、引張亀裂を黒い円で、せん断亀裂を白い円でその位置を示したものである。それぞれの円の直径は式 (15) で定義したエネルギーの大きさに比

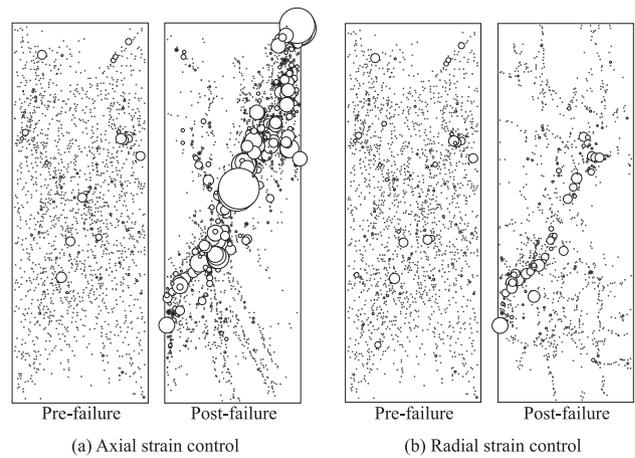


Fig.10 Spatial distribution of all the cracks for case1 in pre-failure region (left) and post-failure region (right). (a) axial strain control and (b) radial strain control. Tensile and shear cracks are expressed as filled and open circles, respectively. The diameters of each circle correspond to their respective magnitudes of energy.

例する大きさとした。いずれの制御方法であっても、pre-failure 領域における亀裂の発生傾向はほぼ同一であり、制御初期には軸方向の引張亀裂が卓越し、その後制御が進むにつれ、徐々にせん断亀裂が増加していく傾向が見られた<sup>18)</sup>。

しかし、post-failure 領域における亀裂の発生傾向には大きな違いが見られた。軸ひずみ制御の場合には強度破壊点を越えたところで急に亀裂の連結が進み、Fig. 10 (a) が示すように、岩石モデルの破壊時に明瞭なせん断帯 (Shear band) が形成された。通常、一軸圧縮試験では縦割れとなる場合が多いが、本シミュレーションではモデルと制御板の間に摩擦力が作用しているためにこのような結果になったと思われる。一方、側方ひずみ制御の場合には Fig. 10 (b) に示すように大きなエネルギーを放出する亀裂が少なく、モデル中央付近に Shear band らしきものは確認できるが、Fig. 10 (a) ほど明瞭な Shear band は見られない。

軸ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には、Fig. 9 (a) に示すように強度破壊点を越えたところで側方ひずみが急激に増加していく。一方、側方ひずみ制御の場合には岩石モデル破壊時の側方ひずみの増加を制御するために除荷が行なわれ、岩石モデル内に蓄積されているひずみエネルギーが小さくなる。その結果大きなエネルギーを放出する亀裂が少なくなり、Shear band の形成が途中で止まったと考えられる。

### 5・2 入力パラメータの影響

前節の考察から、制御方法により post-failure 領域における Shear band の形成過程に大きな違いが見られることがわかった。しかし、これは数ある岩石モデルの一例に過ぎない。そこでさらに岩石モデルの物性値が異なる場合にどのような結果が得られるかを調べるために、Table 4 に示すような 4 つのパラメータセットを作成した。これらのモデルは要素の配置や半径は全て同一のものとなっており、一軸圧縮強度とヤング率も Case1 の値と一致するように調節しているが、引張強度のみが異なっている。引張強度は Case2 が最も小さく Case5 が最も大きい。

これらのモデルについて軸ひずみ制御の一軸圧縮試験および側方ひずみ制御の一軸圧縮試験により得られた応力-ひずみ曲線を Fig. 11 に示す。Fig. 11 を見ると、すべての Case で軸ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には Class I の挙動となっており、側方ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には Class II の挙動となった。

Fig. 12 は各 Case について軸ひずみ制御の一軸圧縮試験を行

Table 4 Four data sets with different values for microscopic parameters.

-Input parameters-	Case2	Case3	Case4	Case5
Shear strength of bonding ( $\sigma_c$ , MPa):	320	255	198.5	162.5
Tensile strength of bonding ( $\tau_c$ , MPa):	32	51	99.25	162.5
Shear/Tensile strength ratio	10	5	2	1
Young's modulus of particle ( $E_p$ , GPa):	170.0	150.0	140.0	142.0
Poisson's Ratio of particle ( $\nu_p$ ):	0.2	0.2	0.2	0.2

-Results (Axial strain control)-	Case2	Case3	Case4	Case5
UCS of rock model (MPa):	195.93	196.08	194.97	194.66
Young's modulus of rock model (GPa):	67.83	67.52	67.06	67.96
Tensile strength of rock model (MPa):	8.59	13.69	26.56	43.50

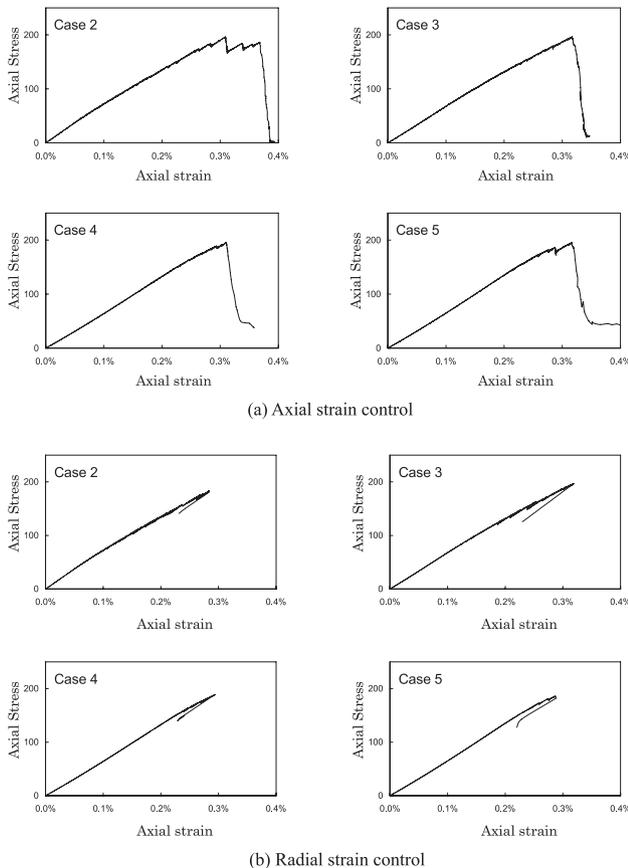


Fig.11 Complete stress-strain curves obtained from each case.

なった結果、得られた亀裂の分布を示している。Fig. 10と同様に、引張亀裂を黒い円で、せん断亀裂を白い円でその位置を示したものであり、それぞれの円の直径は式 (15) で定義したエネルギーの大きさに比例する大きさとした。Fig. 12によると、Case2のように引張強度が小さい場合にはモデル全体に多数の引張亀裂が発生しているが、Case5のように引張強度が大きい場合には引張亀裂はほとんど発生していない。しかし、Case1も含めて、全てのCaseで岩石モデルの破壊時に明瞭な Shear band が現れていることが分かる。この結果から、Class I と Class II の挙動の違いに Shear band の形成の有無が強く影響していることが考えられる。

5・3 Shear band の形成と局所的なひずみの関係

前節の考察から Class I と Class II の挙動の違いに Shear band の形成が強く影響していることがわかった。このことについて Hudson らは、岩石が破壊するとき供試体内分のすべての領域が同時に破壊するのではなく、部分的に弾性を保持したままの領域が存在し、Class II の岩石は破壊時にこのような領域でひずみが

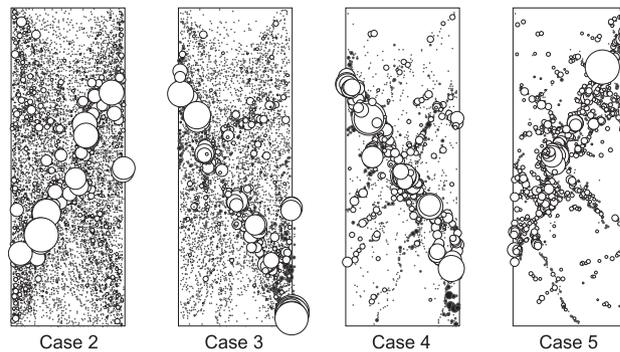


Fig.12 Spatial distribution of all the cracks for each cases. These figures are obtained from axial strain controlled uniaxial compression tests. Tensile and shear cracks are expressed as closed and open circles, respectively. The diameters of the circles correspond to their respective magnitudes of energy.

回復するために Class II の挙動を示すと推測している<sup>7)</sup>。そこで、岩石モデルの内部を Fig. 13 のように 9 つの領域に区切り、それぞれの領域における局所的な軸ひずみの変化を計測した。軸ひずみの計測方法は、3.2 節に示した方法と同様に、各領域内において端部付近の 4 個の要素を選出し、それらの要素の変位を計測することにより式 (25) から求めた。なお、入力パラメータは Case1 のものを用いている。

Fig. 14 (a) は軸ひずみ制御の一軸圧縮試験により得られた領域における局所的な軸ひずみと载荷応力の関係を示している。図中の番号はそれぞれの領域の番号を示している。Fig. 14 (a) によると、ほとんどの領域で破壊後ひずみが回復しているのに対し、モデル中央部の 5 番の領域では破壊時に特に大きな軸ひずみの増加がみられる。Shear band は 5 番の領域を通っており、Fig. 14 (a) における部分的な軸ひずみの増加は Shear band に沿って亀裂面がずれたことが原因であると考えられる。このように一部の領域で非常に大きなひずみが発生するために、モデル全体でひずみを計測すると Class I の挙動を示すことになると考えられる。

一方、Fig. 14 (b) は側方ひずみ制御の一軸圧縮試験から得られた局所的な軸ひずみと载荷応力の関係を示している。Fig. 14 (b) では、すべての領域で post-failure 領域においてひずみが回復していることがわかる。これは、5.1 節で述べたように、モデルの破壊時に側方ひずみの増加を制御するために除荷が行われ、その結果 Shear band の形成が途中で止まってしまったからだと考えられる。このように、側方ひずみ制御の一軸圧縮試験では明瞭な Shear band が形成されないため、岩石内のほとんどの領域が弾性を保持したままとなり、その結果、Class II の挙動を示したのだと考えられる。

6. 結 言

側方ひずみ制御の一軸圧縮試験を対象とした DEM コードを新たに開発し、岩石の Class II 挙動の再現を試みた。シミュレーション結果は実験により得られた応力ひずみ曲線とよく一致しており、このことから、DEM シミュレーションにより、岩石の Class II 挙動を良好に再現できることが確認できた。さらに、Class II 挙動のメカニズムについて検討を行なったところ以下のことがわかった。

1. 同一の岩石モデル、同一の入力パラメータを用いても、制御方法を変更するだけで異なる post-failure 挙動を得ることができた。すなわち、軸ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には Class I の挙動となり、側方ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には Class II の挙動となる。この結果は Class I と Class II の挙動の違いが制御方法に強く依存していることを示している。

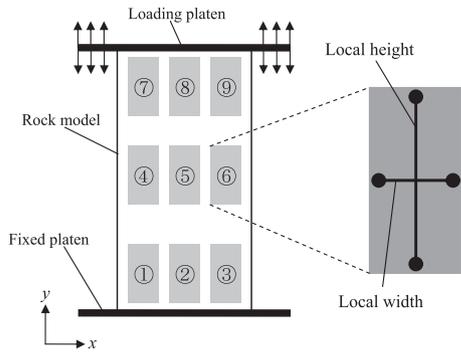


Fig.13 Local strain monitoring procedure in each section.

2. 載荷制御方法が亀裂の発生傾向に与える影響を考察したところ、軸ひずみ制御、側方ひずみ制御いずれの制御方法であっても、pre-failure 領域における亀裂の発生傾向はほぼ同一であるが、post-failure 領域における亀裂の発生傾向には大きな違いが見られた。すなわち軸ひずみ制御の一軸圧縮試験の場合には、明瞭な Shear band が現れ、側方ひずみ制御の場合には岩石モデル破壊時の側方ひずみの増加を制御するために除荷が行なわれ、岩石モデル内に蓄積されているひずみエネルギーが小さくなり、Shear band の形成が途中で止まってしまう。物性値の異なる岩石モデルにおいても同様の結果が得られており、このことから、Class I と Class II の挙動の違いに Shear band の形成が強く影響していることがわかった。
3. 岩石モデルの内部を小さな領域に区切り、それぞれの領域における局所的な軸ひずみの変化を計測した。その結果、軸ひずみ制御の一軸圧縮試験では明瞭な Shear band が形成され、その付近で部分的に大きなひずみが生じるため Class I の挙動を示し、側方ひずみ制御の一軸圧縮試験ではモデルの破壊時に側方ひずみの増加を制御するために除荷が行なわれ、明瞭な Shear band が形成されず、岩石内のほとんどの領域が弾性を保持したままとなり、その結果 Class II の挙動となることがわかった。

以上のように、DEM を用いることによって、岩石の post-failure 領域での挙動を詳細に検討することができた。このことは、Class II 挙動のような岩石の特徴的な破壊現象を理解する上で、個別要素法が有効な手法であることを示している。

本研究では側方ひずみ制御の一軸圧縮試験を対象としたが、側方ひずみ以外にも、体積ひずみ<sup>8)</sup>、AE を用いて載荷制御を行なう手法<sup>9)</sup>や、制御変数として応力とひずみの線形組み合わせを用いる手法<sup>10, 11)</sup>が開発されており、これらの制御方法について DEM シミュレーションを行なうことは岩石の Class II の挙動を理解するうえで非常に興味深い。また、今回のシミュレーションでは触れなかったが、供試体の形状や大きさも岩石の post-failure 領域での挙動に影響を与えることが示されている<sup>13)</sup>。これ以外にも、粒状体個別要素法によるシミュレーションでは岩石モデルを構成する粒子の半径や粒度分布も破壊挙動に大きな影響を与えると考えられるが、この点については十分な検討がなされていないのが現状である。これらの要因と岩石の破壊挙動の関連性を詳しく論ずることは今後の検討課題である。

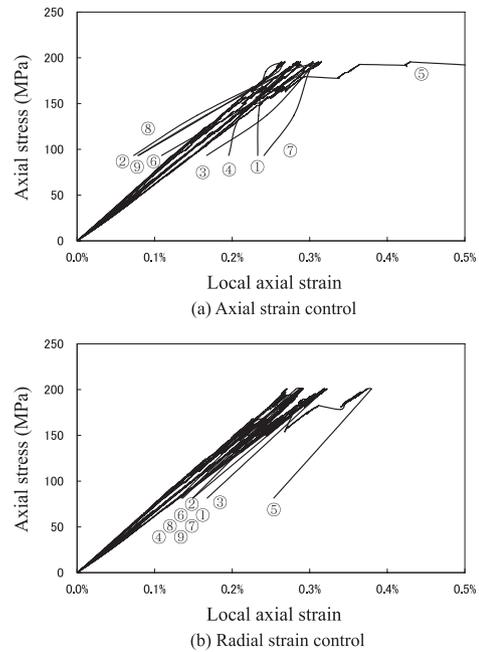


Fig.14 Local stress-strain curves in each section. The numbers in the figure represent the region number shown in Fig.13.

## References

- 1) N.G.W. Cook: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **2**(1965), 389-404.
- 2) C.E. Fairhurst and J.A. Hudson: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **36**(1999), 279-289.
- 3) W.R. Wawersik: PhD thesis, University of Minnesota (1968).
- 4) W.R. Wawersik and W.F. Brace: Rock Mechanics, **3**(1971), 61-85.
- 5) W.R. Wawersik and C. Fairhurst: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **7**(1970), 561-575.
- 6) J.A. Hudson, E.T. Brow and C. Fairhurst: Rock Mechanics, **3**(1971), 217-224.
- 7) J.A. Hudson, S.L. Crouch and C. Fairhurst: Engineering Geology, **6**(1972), 155-189.
- 8) O. Sano, M. Terada and S. Ehara: Tectonophysics, **84**(1982), 343-362.
- 9) M. Terada, T. Yanagidani and S. Ehara: Proc. 3rd Conf. on Acoustic Emission / Microseismic Activity in Geol. Structures and Materials, (Clausthal-Zellerfeld, 1984), pp.159-171.
- 10) S. Okubo: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **22**(1985), 323-220.
- 11) S. Okubo, Y. Nishimatsu and C. He: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., **27**(1990), 559-562.
- 12) H.E. Read and G.A. Hegemier: Mechanics of Materials, **3**(1984), 271-294.
- 13) J.F. Labuz and L. Biolzi: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **28**(1991), 199-205.
- 14) P.A. Cundall and O.D.L. Strack: Geotechnique, **29**(1979), 47-65.
- 15) D.O. Potyondy and P.A. Cundall: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **41**(2004), 1329-1364.
- 16) D.O. Potyondy: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **44**(2007), 677-691.
- 17) H. Shimizu, S. Murata and T. Ishida: Journal of MMIJ, **124**(2008), 777-784 (in Japanese).
- 18) H. Shimizu, S. Murata and T. Ishida: Journal of MMIJ, **125**(2009), 91-97 (in Japanese).
- 19) C. He, S. Okubo and Y. Nishimatsu: Rock Mechanics and Rock Engineering, **23**(1990), 261-273.
- 20) P-Z. Pan, X-T. Feng and J.A. Hudson: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **43**(2006), 1109-1117.
- 21) A. Bäckström, J. Antikainen, T. Backers, X-T. Feng, L. Jing, A. Kobayashi, T. Koyama, P-Z. Pan, M. Rinne, B. Shen and J.A. Hudson: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **45**(2008), 1126-1142.
- 22) S.P. Timoshenko and J.N. Goodier: *Theory of Elasticity* 2nd edition, (McGraw-Hill Book Company, 1951).
- 23) K. Kasahara: *Earthquake mechanics*, (Cambridge university press, 1981), pp.38-42.
- 24) R.J. Roark and W.C. Young: *Formulas for Stress and Strain 5th Edition*, (McGraw-Hill Book Company, 1975).
- 25) L.D. Landau and E.M. Lifshitz: *Theory of Elasticity*, (Pergamon Press, Oxford, 1986).
- 26) I. Staub, J.C. Andersson, B. Magnor: SKB report R-04-01, Stockholm, (2004), 81-84.
- 27) E.T. Brown: *Rock characterization, testing and monitoring: ISRM. suggested methods*, (Pergamon Press, 1981), pp.210.
- 28) J.Yoon: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **44**(2007), 871-889.
- 29) T.Koyama and L.Jing: Eng. anal. bound. Elem, **31**(2007), 458-472.