（ 続紙 1 ）

京都大学	博士（　　情報　学）	氏名	奥野　貴之
論文題目	Studies on Algorithms for Solving Generalized Second-Order Cone Programming Problems		

（論文内容の要旨）

近年，最適化の理論とアルゴリズムに関する研究は目覚しい発展を遂げているが，そのなかでも２次錐とよばれる特別な凸錐を制約条件に含む，いわゆる２次錐計画問題はそれが数々の重要な応用をもつことも相まって大きな注目を集めている．しかし，現実問題の中には，２次錐制約をもつ最適化問題として定式化できるものの，既存の２次錐計画問題とその理論的枠組みでは対応できないものも数多く存在する．このような状況のもとで，より一般的な２次錐計画問題に対する理論と手法の開発が望まれている．本論文は，２次錐計画問題を拡張した２つのクラスの問題，すなわち無限個の２次錐制約条件をもつ半無限２次錐計画問題および２次錐相補性制約条件をもつ最適化問題という新しい問題に対するアルゴリズムを提案し，それらの理論的収束性を示すとともに，計算実験により実用上の有効性を確かめたものであり，全６章から成っている．

第１章は序論であり，本論文の主題である半無限２次錐計画問題と２次錐相補性制約つき最適化問題の定義を与え，関連する事柄について述べるとともに，論文全体の構成を示している．

第２章では以下の章で用いられる基本的な概念を紹介し，それらに関わる基礎的な結果を整理して簡潔に説明している．

第３章では，凸な目的関数と無限個の線形２次錐制約から構成されるような半無限２次錐計画問題について考察し，それを解くための２つのアルゴリズムを提案している．どちらのアルゴリズムも，元の半無限２次錐計画問題の制約条件を逐次有限緩和した問題を解くことによって点列を生成する方法である．第一のアルゴリズムは陽的交換法とよばれる考え方に基づくものであり，目的関数が狭義凸関数である場合という仮定のもとで，最適解へ大域的に収束することを証明している．次に，目的関数の狭義凸性を仮定せずに同様の収束性を獲得するため，第二のアルゴリズムとして陽的交換法に正則化法を組み込んだ方法を提案している．この手法は，各反復において目的関数を狭義凸関数で近似した問題を陽的交換法で繰り返し解くものであり，２種類のパラメータを適切に調整することにより，元の問題の目的関数の狭義凸性を仮定することなく最適解へ大域的に収束することが示されている．さらに，後者のアルゴリズムを用いた数値実験を行い，その有効性を確認している．

第４章では，目的関数も制約関数も凸関数とは限らない一般的な半無限２次錐計画問題に対する方法を提案している．この方法は通常の非線形計画問題に対する方法として良く知られた逐次２次計画法と半無限計画問題の代表的な方法の一つである局所帰着法を組み合わせたものであり，各反復において陰関数を用いて，半無限２次錐計画問題を局所的に通常の２次錐計画問題に変換し，それに対して逐次２次計画法を適用することによって点列を生成する．ある適当な仮定の

もとで，提案したアルゴリズムが大域的収束性をもつだけでなく，局所的２次収束性をもつことを証明している．さらに，数値実験においては，提案したアルゴリズムと他のアルゴリズムとの比較を行い，反復回数や計算時間の観点から提案手法の優位性を確認している．

第５章では，２次錐相補性制約つき最適化問題に対する平滑化逐次２次計画法を提案している．この方法は，まず自然残差関数という特殊なベクトル値関数を用いて２次錐相補性制約を等価な等式制約に変換することにより，２次錐相補性制約つき最適化問題を２次錐相補性制約のない微分不可能な最適化問題に再定式化し，さらに得られた最適化問題に対して平滑化法と逐次２次計画法を適用することで点列を生成する．狭義相補性の仮定のもとで，生成される点列が元の問題の停留点に収束することを証明している．また，数値実験によって提案手法の有効性を確認している．

第６章は結論であり，本論文のまとめと今後の課題を述べている．

（続紙 ２ ）

（論文審査の結果の要旨）

本論文は，数理計画の分野において近年注目されている２次錐計画問題を拡張した２つのクラスの問題に対する数値解法を提案し，その理論的収束性を示すとともに，計算実験によりそれらの方法の有効性を確認したものであり，得られた結果は以下のとおりである．

１．いわゆる線形２次錐計画問題は特に好ましい性質をもつ凸最適化問題の一つであり，内点法などの効率的解法が広く知られている．しかしながら，本論文で考察している半無限２次錐計画問題と２次錐相補制約つき最適化問題は，それぞれ重要な応用があるにも拘らず，取り扱いが困難なため，これまでほとんど研究が進んでいなかった．本論文で提案した方法は，いずれもこれらの問題に対する最初の方法であるといえる．

２．凸な半無限２次錐計画問題に対して提案した正則化陽的交換法は一種の逐次緩和法であり，無限個の２次錐制約条件を有限個の２次錐制約条件で近似した部分問題を解くことによって点列を生成する．アルゴリズムに含まれる複数のパラメータと部分問題の制約条件を規定する有限添字集合を適切に更新することにより，元の問題の最適解への収束性が保証されることを証明した．

３．半無限２次錐計画問題に対して提案したもう一つの方法は，通常の非線形最適化において良く知られた逐次２次計画法を，これもまた通常の半無限計画問題に対して良く用いられる局所帰着法と組み合わせた方法である．その考え方は自然であるが，問題が２次錐制約条件を含むため，方法の大域的収束性や２次収束性の解析は自明ではない．本論文ではこれらの課題に対して綿密かつ巧妙な解析を行い，提案方法のもつ好ましい性質を明らかにした．

４．２次錐相補制約をもつ最適化問題は，近年活発に研究されてきた相補制約つき最適化問題の拡張と位置付けられるが，まとまった研究はこれまであまり行われていない．本論文では，２次錐相補性条件に対する残差関数を平滑近似した関数を用いて定義される微分可能な等式制約の近似最適化問題を解いて点列を生成するという興味深い方法を提案し，その大域的収束性を証明した．

５．上記の各提案手法に対して詳細な計算実験を行い，それらの方法の実用面での有効性を確かめた．

以上のように，本論文は一般化２次錐計画問題に対する新しい方法を提案し，その有効性を理論と実用の両面から確かめたものであり，得られた成果は

学術上および応用上寄与するところが少なくない．よって，本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める．また，平成２５年２月１８日に論文内容とそれに関連した試問を行った結果合格と認めた．