

( 続紙 1 )

京都大学	博士 ( 理学 )	氏名	犬伏 正信
論文題目	Covariant Lyapunov Analysis of Navier-Stokes Turbulence (ナビエーストークス乱流の共変リャプノフ解析)		
(論文内容の要旨)			
<p>本論文は非圧縮性流体の Navier-Stokes 方程式に従う二種類の乱流に対し、近年開発された共変 Lyapunov 解析の手法を適用して乱流の性質を調べたものである。</p> <p>論文の前半では、平面トーラス上で sin 型の強制力を伴う 2 次元流 (Kolmogorov 流) について、共変 Lyapunov 解析を用いて、系の双曲/非双曲転移と流れの物理的性質の関係を調べている。この系については先に申請者らによって、Reynolds の増大に伴い、初め双曲的であった系がある Reynolds 数を境に非双曲系に転移することが見出されているが、本論文では、双曲-非双曲転移の前後の Reynolds 数で渦度の時間相関関数を調べており、系が双曲的なときは渦度の時間相関関数は振動を伴う指数関数的減衰を示すが、非双曲的になると時間相関関数の振動成分が消えることを見出している。またさらにエネルギー散逸率にも着目して、安定多様体と不安定多様体のなす角度が小さくなることとエネルギー散逸率が大きくなることが相関を持つことを示している。</p> <p>論文の後半の主題は 3 次元の壁乱流である。一般に乱流に人工的な周期境界条件を課しそれらの周期を乱流が維持される最小の大きさに選んだ系はミニマル乱流とよばれる。本論文ではこのミニマル乱流の一つであるミニマル Couette 乱流において、streak とよばれる流れ方向に伸びた低速領域が発達・崩壊する再生成サイクルを扱っている。ここでは再生成サイクルを streak の崩壊 (前半) と再生成 (後半) の二つの段階に分け、共変 Lyapunov 解析を適用して解の軌道不安定性を調べ、streak の崩壊時には流れ方向に sinuous な構造をもつ Lyapunov ベクトルが解軌道の不安定性を支配すること、また不安定性は流れ方向の高渦度領域が発生する時点で最大に達し、その時の Lyapunov ベクトルはこの高渦度領域に局在した構造を持っていること、さらに、流れ方向の高渦度領域が崩壊するとともに流れの不安定性は急激に消失し再度 streak が形成され崩壊が始まるまで流れは事実上安定であること、などの結果を得ている。</p> <p>また streak の再生成過程に対しては、エネルギーの収支解析を行い、streak 再生成を制御する非線形相互作用の特定を行っている。その結果、streak のエネルギーは、平均流との相互作用を通じて流入し、蛇行成分 (スパン方向に一定で流れ方向に振動する成分) との相互作用を通じて流出すること、前者の流入は再生成サイクルを通じて時間的にほぼ一定であるが、後者の流出はサイクル前半で大きくサイクル後半では小さいことを見出している。この結果は、streak の崩壊と再生成に伴うエネルギー輸送を制御するものは streak と蛇行成分の非線形相互作用であること、言い換えれば、streak から蛇行成分へのエネルギー輸送が streak の消長を制御していることを意味しており、streak 再生成機構の新しい物理的描像を与えている。</p>			

(論文審査の結果の要旨)

流体乱流は Navier-Stokes 方程式に支配されるカオス運動であるが、カオス力学的視点からの乱流の特徴づけには未知の点が多い。本論文は、近年開発された共変 Lyapunov 解析を Kolmogorov 問題とミニマル Couette 乱流に適用して、乱流解の軌道不安定性を調べたものである。Navier-Stokes 方程式のように大きな系に対し共変 Lyapunov 解析を適用した例はこれまでほとんど無く、本論文の結果は貴重である。

ここではまず Kolmogorov 流において、Reynolds 数を増大させたときの双曲／非双曲転移を扱っている。双曲性は力学系の数学的理論では多くの良い性質を導く際の重要な仮定として用いられるが、それがどのような物理的性質に反映されるのか、未だ明らかでない点も多い。本論文の結果は双曲／非双曲転移が流れ場の長時間の振る舞いに反映されることを示しており、双曲性の物理的意味に関する重要な結果である。

またエネルギー散逸率と安定／不安定多様体のなす角度の相関についての結果は、乱流の間欠性と力学系の構造の間関係を示唆するものとして非常に興味深い。

本論文では続いて、ミニマル Couette 乱流を扱っている。この乱流の特徴は、乱流中に streak (流れ方向に伸びた低速領域) が発達し、その後崩壊するとともに、流れ方向の高渦度領域が発生し、さらに時間が経つとこの高渦度領域が消滅して再び streak が発達する、というサイクルが観測されることである。この再帰的な過程は再生成サイクルとよばれ、乱流中の秩序構造の基本的な運動過程の一つと考えられている。本論文では、この再生成サイクルにおける解軌道の不安定性を共変 Lyapunov 解析を用いて調べ、再生成サイクルの前半 (streak の崩壊) では不安定性が現象を支配するが、後半 (streak の再形成) では軌道の不安定性はほとんど存在しないことを示している。これらの知見は、サイクルの前半については従来の種々のモデル流による線形安定性解析の結果を裏付けるものであるが、特に後半については安定な過程を辿ることを共変 Lyapunov 解析を用いて初めて明示的に示したものであり重要な結果である。さらに、再生成サイクルの後半のエネルギー収支解析の結果は、streak の崩壊と再形成が streak から蛇行モードへのエネルギー輸送と直結しており、特に再形成は蛇行モードにエネルギーが逃げないために streak のエネルギーが増加するためであることを示している。これは再生成サイクルの streak 再生成機構について新しい物理的描像を与える重要な結果である。

以上のように、本論文は流体乱流の軌道不安定性を共変 Lyapunov 解析とエネルギー収支解析によって調べ、Kolmogorov 流の双曲／非双曲転移およびミニマル Couette 乱流の再生成サイクルについて新しい知見を与えている。

よって、本論文は博士 (理学) の学位論文として価値あるものと認める。また平成 25 年 1 月 22 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った。その結果合格と認めた。