（ 続紙 1 ）

京都大学	博士（　　　理　　学）	氏名	岡田　崇
論文題目	Matrix models in string and M-theory and Exact Results		

（論文内容の要旨）

超弦理論および M 理論の非摂動的な定式化のひとつとして行列模型に基づくアプローチがある。通常、超弦理論、M 理論の研究は、摂動論的な近似計算や、双対性を利用した間接的な解析に限られているが、もし行列模型による定式化が完成すれば、直接的な解析が可能となり、より深い理解へつながることが期待できる。このような点で、行列模型による超対称性の定式化は重要な意義をもつ。本論文は、行列模型とそれに関係する超弦理論、M 理論の非摂動的側面についての申請者の研究成果に基づいている。

超弦理論、M 理論を記述すると期待されて提唱された行列模型には、IKKT 模型(Ishibashi-Kawai-Kitazawa-Tuchiya)、BFSS 模型(Banks-Fischer-Shencker-Susskind), BMN 行列模型(Berenstein-Maldacena-Nastase)などがある。IKKT 模型は Type IIB 超弦理論と深く関係しており、時空の背景に依存しない超弦理論の定義を与えるとして提唱されている。一方、BFSS 模型や BMN 模型は、M 理論のある特定の背景における非摂動的定義を与えるものとして提唱されており、BFSS 模型は１１次元の平坦な空間、BMN 模型は超対称な 11 次元 plane-wave 時空における M 理論の記述を与えると考えられている。本論文では主に BMN 行列模型を扱っている。

行列模型自体は非摂動的に定義されているものなので、このような超弦理論の定式化の主張がもし正しいのであれば、超弦理論、M 理論の非摂動的な側面を調べる上で非常に有用になる。特に、M 理論は Type IIA 超弦理論の強結合極限として定義されているため、M 理論の理解には非摂動的な解析が不可欠である。しかしながら、BMN 模型は、通常の場の理論と同様、その非摂動的な解析が困難であるために、これまでのところ BMN 模型による M 理論の定式化の主張に関する検証は、摂動的な計算や対称性からほぼ自明に定まってしまう物理量に留まっている。

このような困難を克服するために有用となるのが localization である。Localization とは、経路積分における場の配位空間上の無限次元積分を有限次元積分に還元する方法であり、どのような理論に対して用いることができるのかは自明ではないものの、ひとたびそれが可能であることがわかれば、経路積分を厳密に計算することができる。特に近年、４次元のさまざまな超対称理論の指数や３次元の超対称 Chern-Simons Matter 理論の分配関数を計算するために localization の手法は盛んに研究されており、超対称性ゲージ理論や超弦理論のさまざまな双対性に関する定量的な証拠を与えることに成功している。本論文は BMN 行列模型の解析に localization の手法を用いようというものである。

本論文では、まず、BMN 行列模型の超対称な物理量に対して、localization を用いる事で、厳密な表式を与えている。さらにこの得られた結果を用いて、超弦理論や M 理論から期待されるさまざまな双対性について議論している。例えば、D2-brane に関連したゲージ重力対応や、NS5-brane を記述する little string theory の BMN 行列模型からの記述である。また、localization から得られた結果には、instanton 効果が入っていないので、その寄与についても議論している。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

Localization を BMN 行列模型に適応できるかどうかを調べるために、本論文ではまず適切な超対称性が BMN 行列模型に存在するかを調べ、実際に BMN 行列模型の分配関数とある超対称性を保つ物理量に関して、この手法で計算できることを証明している

次に、BMN 行列模型の localization で用いる超対称性変換を同定した後に、具体的に分配関数や超対称な演算子の期待値がどのような有限次元積分で書かれるかを与えている。これらの有限次元積分は、ある特殊な真空のまわりにおける分配関数は、通常の saddle point 近似を用いることで、large-N 極限で解析的に解くことができる。一般の真空に対してはこの積分の解析的な表式を与える事は困難であるものの、数値的には評価できるので、非摂動的な側面を調べる上で有用である。

さらに本論文では、localization から得られた厳密な結果を用いて、ゲージ理論や超弦理論・M 理論の非摂動的な側面の理解への応用に関しても議論している。一つ目の応用として、D2-brane に関連したゲージ重力対応の検証を調べている。BMN 行列模型で Fuzzy 球面背景の真空周りで展開して連続極限を取る事で、行列模型から D2-brane の作用を得る事ができるので、その背景において localization によって得られた分配関数を解析することで D2-brane の自由エネルギーを得ることができる。この結果を、Type IIA 超重力理論における対応する古典解から計算される自由エネルギーと比較して、たしかに両者が一致することを確認している。この対応を調べるには、ゲージ理論の分配関数を強結合において解析する必要があるが、本論文では localization を用いる事でそれを可能にしており、これはゲージ重力対応の直接的な証拠を与えているという点で意義がある。

別の応用として、NS5-brane を記述する little string theory の scaling についても本論文で議論している。Little string theory はその世界膜上の理論の記述はこれまでよくわかっていなかったが、BMN 行列模型からある特殊なスケーリング極限を取る事で、little string theory が記述できるのではないかという提案が近年なされた。しかし、この極限は強結合極限であるために、その検証はされていなかった。このような背景で、本論文では localization から得られた結果からこの提案が検証できることについて指摘している。

最後に、本論文では instanton 効果について議論している。M 理論を記述する極限のもとでは BMN 行列模型の instanton 効果は無視できない。Localization によって、この instanton からの寄与が、変形された Nahm 方程式を解くことで得られる事、およびその効果が分配関数にどのように寄与するかを議論している。

以上のように、申請者は、localization の手法を用いる事で、BMN 行列模型の分配関数の厳密な表式を与えることに成功している。BMN 行列模型は超弦理論・M 理論のあらゆるブレーンを記述すると考えられるため、本論文の結果から超弦理論・M 理論に現れるさまざまの双対性を調べることができる。このような厳密結果は、超弦理論や M 理論の行列模型の定式化、およびその非摂動的な側面に対して、より深い理解を与えるものと考えられる。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成 25 年 1 月 17 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った。その結果合格と認めた。

要旨公開可能日：　　　　　年　　　月　　　日以降