

地球物理

第 5 卷 第 2 號

昭和 16 年 10 月

論 說

地殼潮汐に就いて

其三 地球の剛性

理 學 士 西 村 英 一

1. 緒 言

地球上に於て觀測さるゝ地殼潮汐には太陰、太陽の直接作用の外に、海洋潮汐を通じての間の作用が常に存在し、且我國の如く四面海を環らせる土地に於ては、此海洋項が直接項を凌駕する有様である。従つて我國に於ては直接項の研究は困難にして寧ろ海洋項に注目し其より地殼の弾性を調ぶるを適當とする事は既に述べた處であり、しかも先に二地點の傾斜計に依る觀測値の差を採る事に依り、地球外殼の剛性を詳しく議論し得たのである。⁽¹⁾ 翻つて、太陰、太陽の直接作用に依る本來の地殼潮汐の研究には、海洋項の小なる即海より出来る限り離れたる大陸奥地の觀測が望ましい事は上の事情より明らかなる處である。扱實際傾斜計に依り觀測さるゝ直接項は如何なるものかと云へば。

Love の理論に依れば⁽¹⁾

W_2 , g , U_0 , V_a を夫々地表面に於ける起潮汐の Potential, 重力加速度, 半徑方向の變位, 地球變形により附加さるゝ Potential とすれば,

$$U_0 = hW_2/g,$$

$$V_a = kW_2/g.$$

なる所謂 Love's number, h , k を定義すれば變形する地球に對する起潮汐の Potential の地球面に於ける値 W_a は元の W_2 でなく

地殻潮汐に就いて(其三)地球の剛性

$$W_a = (1+k-h)W_2$$

となり、此兩者の比を D とすれば D は次の形となる。

$$D = 1+k-h$$

扱傾斜計観測に於て海洋項の存在せぬときには實際の観測値と理論値(地球が完全剛體の場合)との比が上の D となるべきであつて、即直接項の研究は此 D の値の決定に外ならぬのである。しかも此の D の値は地球内部の密度、弾性率等の物理的諸量の大小並に配列の状態に關係するものであつて、例へば最も簡單なる場合即地球を均等なる密度、剛性率を有し、非壓縮性のものと假定し a, ρ, ν を夫々地球の平均の半径、密度、剛性率とすれば、

$$k = \frac{3}{5}h, \quad h = 5 \frac{g\rho a}{2g\rho a + 19\mu}$$

の簡單なる關係式が存在し、 D の値より直ちに地球の平均剛性率を求め得るのである。斯く地殻潮汐の研究より地球の弾性を求むる爲には先づ海洋項を含まぬ純粹の D の値を正確に決定する事が先決問題である。次に傾斜計に依り現在迄に求められたる D の値に就きて主なるものを纏めて下に掲ぐ。下表中 \times は観測値と理論値との位相差を示す。

第一表

番 號	観 測 者	観 測 場 所	經 緯 度	観測期間	分潮	方 向	D	\times	
1	v. Rebeur ⁽²⁾	Strassburg	E 7.7 N 48.6	1892—93	M_2	NS	0.63	+7.5	
2	Kortazzi ⁽³⁾	Nikolajew	E 32.0 N 47.0	1893—94	M_2	NS	0.26	0	
3	"	"		1894—95	M_2	NS	0.59	-2.4	
4	Ehlert ⁽⁴⁾	Strassburg	E 7.7 N 48.6	1895—96	M_2	NS	0.55	+12.1	
5	Schweydar ⁽⁵⁾	Heidelberg	E 8.6 N 49.4	1901—02	M_2	SE	0.69	+11.0	
6	Hecker ⁽⁶⁾	Potsdam	E 13.0 N 52.4	1902—09	M_2	NE	0.93	+28.0	
						NS	0.43	-5.0	
7	Haid ⁽⁷⁾	Freiburg i. Br.	E 7.9 N 48.0	1907—08	M_2	EN	0.68	+0.2	
						NS	0.56	-18.7	
8	"	Durlach	E 8.5 N 48.0	1907—08	M_2	EW	0.75	-13.7	
						O_1	EW	0.57	+8.7
						NS	0.34	-17.6	
9	Orloff ⁽⁸⁾	Jurjew	E 26.8 N 58.4	1909	M_2	EW	0.68	-1.9	
						O_1	EW	0.52	+30.9
						NS	0.55	0	

地殻潮汐に就いて(其三)地球の剛性

番 號	観 測 者	観 測 場 所	經 緯 度	観測期間	分潮	方向	D	x	
10	Braak ⁽⁹⁾	Batavia	<i>E</i> 106.°0 <i>S</i> 6.°1	1909—10	<i>M</i> ₂	<i>EW</i>	0.65	0°	
						<i>EW</i>	0.76		
11	志 田 ⁽¹⁰⁾	上賀茂	<i>E</i> 135.°7 <i>N</i> 35.°0	1910—11	<i>M</i> ₂ <i>O</i> ₁	<i>NS</i> <i>EW</i>	0.79		
12	Schweydar ⁽¹¹⁾	Freiberg i. Sa.	<i>E</i> 13.°3 <i>N</i> 50.°9	1910—15	<i>M</i> ₂	<i>NS</i>	0.54	+12.5	
						<i>EW</i>	0.61	-0.8	
						<i>S</i> ₂	<i>NS</i>	1.09	-31.1
						<i>EW</i>	0.67	-4.6	
						<i>O</i> ₁	<i>NS</i>	1.32	+173.1
						<i>EW</i>	0.79	+0.6	
13	Michelson ⁽¹²⁾	Williams Bay	<i>W</i> 88.°5 <i>N</i> 42.°6	1916—17	<i>M</i> ₂	<i>NS</i>	0.68	+1.3	
						<i>EW</i>	0.69	+5.9	
						<i>S</i> ₂	<i>NS</i>	0.72	+5.9
						<i>EW</i>	0.68	+5.5	
						<i>O</i> ₁	<i>NS</i>	(0.58)	(+7.8)
<i>EW</i>	0.70	+0.6							
14	Eblé ⁽¹³⁾	Paris	<i>W</i> 2.°3 <i>N</i> 48.°8	1920—24	<i>M</i> ₂	<i>NS</i> <i>EW</i>	0.62 0.91	+49 +19	
15	高 橋 ⁽¹⁴⁾	旅 順	<i>E</i> 121.°3 <i>N</i> 38.°8	1931—32	<i>M</i> ₂		0.8		
16	Schaffernicht ⁽¹⁵⁾	Marburg	<i>E</i> 8.°8 <i>N</i> 50.°8	1934	<i>M</i> ₂	<i>NS</i>	0.65	-6.5	
						<i>EW</i>	0.87	-8.3	
17	Lettau ⁽¹⁶⁾	Collmberg	<i>E</i> 13.°0 <i>N</i> 51.°3	1936	<i>M</i> ₂	<i>EW</i>	0.58	+16	
18	Gnass ⁽¹⁷⁾	Pillnitz	<i>E</i> 13.°9 <i>N</i> 52.°0	1937	<i>M</i> ₂	<i>NS</i>	0.62	+9.4	
						<i>EW</i>	0.81	+3.2	
		Berchtesgaden	<i>E</i> 13.°0 <i>N</i> 47.°6	1937	<i>M</i> ₂	<i>NS</i>	0.53	+17.0	
						<i>EW</i>	0.75	-2.5	
		Beuthen	<i>E</i> 36.°6 <i>N</i> 50.°9	1937	<i>M</i> ₂	<i>NS</i>	0.71	+20.5	
<i>EW</i>	0.73	+13.9							

上の表中 10. Braak の Batavia に於ける 11. 志田博士の上賀茂に於ける 15. 高橋博士の旅順に於ける観測は夫々海洋項の影響を考へに入れての *D* の値であるが、他はすべて観測値と理論値との比其儘を *D* としたものである。此等の *D* を見れば其の値は非常に散つて居

て、極端な値を除くとしても大體 0.5~0.8 の範圍に於て違つて居る事が認められる。此の $D=0.5\sim 0.8$ に對して例へば前に述べた均等非壓縮性の地球の場合を考へると、その剛性率は $3.6\sim 14.6\times 10^{11}$ c. g. s となる。即斯る D の値の差違に對して其より求めらるゝ地球の剛性は 4 倍の變化を伴ふものである。斯る D の値の不確定は如何なる原因に依るものかと云へば、一部は觀測誤差に基くものもあるであらうが、大部分は海洋潮汐の二次的作用の爲め、純粹の直接項が求め得られぬことに起因するものと考へられる。上表中海に極めて近き、10. Batavia 11. 上賀茂 15. 旅順、並に海より特別遠く 1000 杆餘距りたる 13. Williams Bay の觀測を除きては他は海よりは夫々 200~500 杆距りたる諸地點の觀測なるもしか多斯くの如く海洋潮汐の影響を蒙つて居る事を考ふれば、純粹の D の値を得るためには少くとも海より 600 杆以上、出來れば 1000 杆以上距りたる地點の觀測が必要である事を知る。理論的には如何なる地球上の地點も此海洋潮汐の影響を受けざるなきは Schweydar, Street, Rosenhead 等の理論的に説く所であるが、然し實際の海洋潮汐は此等の理論的海洋潮汐とは餘程趣を異にし、或は大陸の障壁の爲め、或は數多の無潮位點の存在の爲め其影響は非常に局部的となり、實際計算すれば 1000 杆以上海より離れた地點に對する影響は極めて僅である事を知る。

2. 巴林觀測所

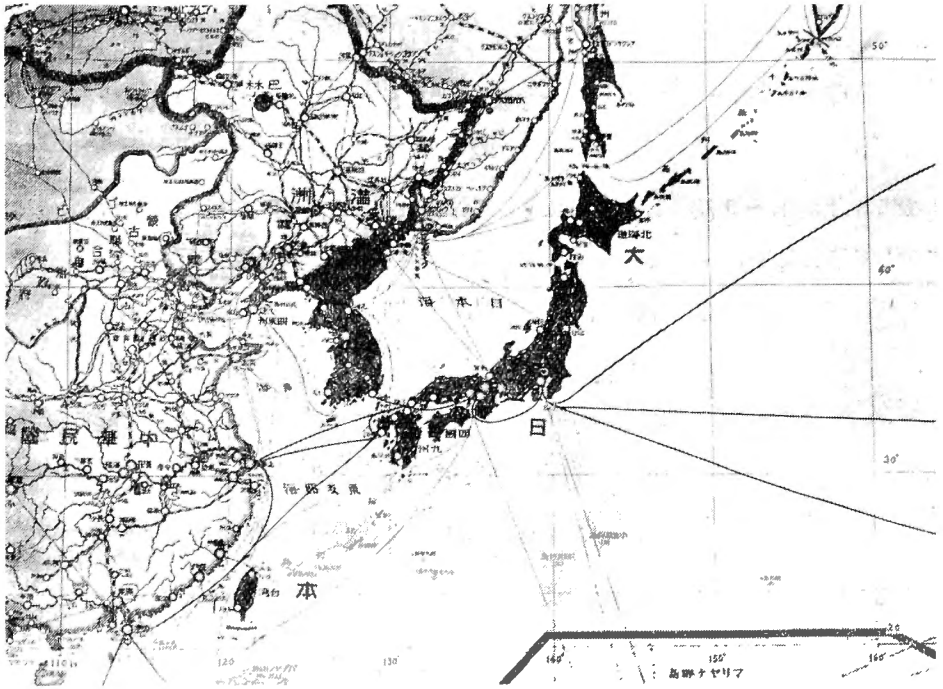
上に述べた理由により地球全體の彈性を研究する場合には是非共海より 1000 杆以上距りたる大陸奥地に於ける地殻潮汐の觀測が望ましいのである。然るに幸ひ、今回滿洲國の北邊に巴林なる好適の地を得て、昭和 16 年夏、「シリカ」傾斜計に依る地殻潮汐の觀測を行ひ得たので、其結果に就いて御報告する次第である。

巴林 (Barim) は東經 122.09.7 北緯 48°18.2 滿洲國興安東省布特哈旗に屬し賓洲線に沿ひ、齊齊哈爾と海拉爾との中間に位す。觀測室は此巴林驛より南西 10 杆地質的に堅固且安定せる大興安嶺の東脊に位し、しかも第一圖に於て見る如く、日本海、黃海、オホツク海よりは 1000 杆餘、太平洋よりは 2000 杆以上距りたる實に地殻潮汐の觀測に好適の地である。

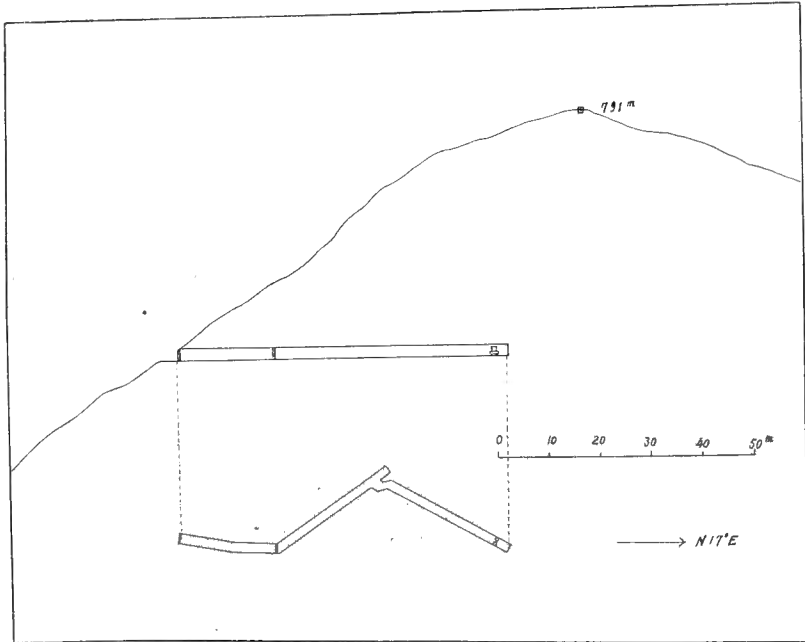
山は標高 790 米、比高 300 米、Hornfels よりなり、銅鑛山としての嘗の水平試掘坑あり、第二圖に見る如く、奥行 70 米地表下 44 米に「シリカ」傾斜計を設置し、光行距離 2 米。感度約 0.01 秒角/時、記録上の時間軸は 1.8^{hr} /時、而して四日毎に記録紙の取換を行つた。其記録

一例を第三圖に示す。

第一圖



第二圖



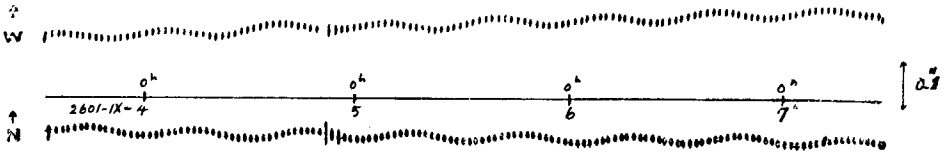
観測期間は昭和16年7月初旬より9月末日に到る約3月であるが、前半は連日の降雨の爲め、取換並器械に支障を來し、8月に入り、雨も少く、器械も落着き、以後9月末日まで何等支障なく観測を續行し得たのである。又其以後は9月末日既に降雪を見る事ある状態なれば、種々の點より観測は困難である。

3. 観 測 値

次に8月26日～9月24日の一箇月間の傾斜變化量を東經135°に準據せる平均太陽時毎に示して第二表とす。但振子-A, 振子-Bの夫々の正傾斜並感度は次の如し。

		正 傾 斜	感 度		平 均
A-振子	眞西	VIII-16 0.01246	IX-21 1244	IX-25 1244	0.01245"/mm
B-振子	眞北	0.01021	989	981	0.01003"/mm

第 三 圖



	0 ⁰	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	平均
2601																									
VIII-26	0.0084	81	108	178	239	282	314	330	308	284	250	228	251	271	304	376	420	477	500	507	487	445	411	382	0.0814
27	382	406	438	498	539	595	642	664	670	667	640	620	620	628	624	645	657	705	743	761	763	742	713	698	680
28	684	687	736	768	840	873	929	962	975	985	991	987	974	968	966	935	888	124	218	287	266	280	272	280	1018
29	1296	284	278	302	327	377	441	479	487	500	511	511	503	514	508	511	519	561	591	622	655	663	668	672	1496
30	1643	643	637	636	687	658	710	775	823	871	899	924	931	942	948	920	906	920	987	971	951	957	989	004	1349
31	1999	997	971	975	966	986	014	026	087	131	202	288	260	307	307	280	270	243	227	246	278	296	322	344	2174
IX-1	1359	354	351	317	303	286	296	292	235	239	247	251	255	581	593	572	553	525	512	485	509	519	557	560	2438
2	2606	636	619	600	582	552	540	542	565	595	664	728	795	854	845	857	831	793	770	750	735	740	801	836	2708
3	2364	903	893	881	853	836	816	807	800	821	888	932	002	023	066	066	040	010	982	934	920	916	944	932	2928
4	3023	074	090	104	089	042	004	988	938	936	977	047	089	169	217	248	280	210	175	130	090	069	093	104	3030
5	3127	177	216	232	237	205	149	104	073	050	085	117	169	239	292	341	341	314	273	238	181	151	161	174	3193
6	3195	242	294	342	342	333	208	268	217	193	193	215	256	319	378	421	436	436	409	343	317	281	268	274	3303
7	3319	355	401	455	472	466	444	400	364	319	315	235	303	333	333	431	469	479	466	436	404	333	337	327	3385
8	3340	378	451	496	540	564	577	540	511	476	413	430	457	492	540	592	619	648	642	634	614	532	536	508	3526
9	3530	548	607	645	631	742	746	737	716	691	653	634	633	652	698	726	774	831	846	818	780	776	739	716	3706
10	3709	731	791	817	853	901	937	950	949	892	866	853	848	847	860	893	942	977	978	984	990	965	930	924	3892
11	3912	939	937	000	049	094	123	141	148	135	133	101	077	080	083	100	146	176	182	203	197	176	166	135	4104
12	4130	123	133	167	204	240	254	304	318	322	324	309	322	292	298	303	313	318	361	366	370	363	354	344	4237
13	4335	316	319	285	306	324	350	379	410	440	450	452	453	457	447	419	428	428	428	458	466	473	467	470	4410
14	4466	466	453	443	450	461	481	494	527	565	577	601	608	608	609	588	584	568	575	559	560	565	583	593	4544
15	4600	595	603	592	580	564	572	573	595	626	641	672	707	716	710	716	687	671	671	648	663	665	668	694	4645
16	4694	700	704	690	666	660	628	623	656	671	702	738	755	808	840	827	790	778	775	756	765	792	809	857	4742
17	4864	870	892	846	823	792	770	757	754	819	872	934	958	994	982	966	920	877	842	808	790	797	813	862	4858
18	4892	895	893	880	854	801	747	738	736	765	822	833	924	968	986	979	943	898	857	829	797	792	819	861	4858
19	4907	939	963	929	873	857	814	777	756	756	804	854	897	956	991	016	000	945	892	837	793	803	821	838	4877
20	4014	959	001	020	011	973	910	877	852	851	860	926	979	067	101	114	112	076	011	954	918	895	908	961	4970
21	5012	083	136	154	164	105	060	016	965	943	929	981	025	119	156	210	228	229	194	138	095	056	060	078	5000
22	5129	193	264	306	329	315	283	239	200	154	132	138	190	225	287	342	386	370	339	278	244	185	149	141	5240
23	5194	246	316	365	393	410	385	344	300	250	226	209	213	249	289	331	373	383	355	317	275	212	174	152	5265
24	5173	215	273	324	395	410	422	395	365	320	276	264	248	270	319	365	413	422	411	372	331	287	233	231	5399

B-攝子

第 二 表 (續)

	0 ^h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	平均	
2601																										
VIII-26	0.3194	167	133	137	141	167	212	223	260	254	243	210	172	136	111	084	097	117	146	178	202	203	200	156	0.3171	
27	3132	083	056	034	021	036	067	068	101	106	110	081	060	022	002	991	981	982	996	081	087	041	088	007	3042	
28	2882	941	918	904	897	892	909	921	988	946	948	931	900	884	854	839	819	806	815	829	826	824	888	831	2881	
29	2811	748	751	723	706	708	688	702	711	723	780	786	716	720	698	677	651	637	621	622	633	623	636	645	2691	
30	2640	633	615	598	581	566	544	514	514	525	530	541	545	552	541	513	506	492	474	469	481	453	464	472	2529	
31	2479	480	486	476	458	487	427	403	386	376	396	401	408	452	447	434	434	413	384	368	383	320	313	323	2407	
IX-1	2349	360	381	370	362	340	320	297	268	246	259	260	287	307	318	330	341	330	308	268	248	223	203	202	2296	
2	2223	248	268	285	286	286	255	220	186	158	142	132	154	200	205	245	258	238	222	191	147	119	096	088	2198	
3	2094	123	165	190	197	190	167	155	109	075	060	053	061	092	123	124	157	169	167	127	092	058	025	995	2110	
4	1995	004	021	078	098	124	094	094	015	990	944	949	940	948	970	080	064	092	102	085	031	986	946	938	2018	
5	1923	928	976	998	031	053	062	027	998	966	923	897	882	888	926	988	993	022	029	013	997	903	908	879	1963	
6	1855	842	849	898	988	969	993	975	961	954	904	882	856	862	885	911	935	974	009	022	986	976	906	862	1922	
7	1843	834	835	871	894	937	946	951	937	921	853	853	811	799	802	814	859	896	917	943	947	925	893	870	1880	
8	1832	805	798	799	823	864	902	923	939	929	903	863	828	806	785	798	810	841	876	908	984	929	912	874	1862	
9	1852	812	789	788	798	829	864	903	922	931	913	895	853	829	814	824	829	838	884	910	928	943	923	910	1868	
10	1900	859	827	815	823	864	878	923	937	944	946	931	900	874	862	845	835	834	884	905	932	940	916	905	1890	
11	1889	865	847	822	837	858	874	891	899	919	922	910	881	857	827	816	809	828	830	838	857	860	861	847	1859	
12	1821	800	777	776	757	748	760	783	792	798	802	786	763	744	723	712	702	713	712	726	729	729	732	722	1753	
13	1711	712	686	664	652	654	654	654	660	682	684	687	688	689	649	645	643	639	632	628	642	642	642	642	1661	
14	1686	600	604	574	555	557	543	547	551	557	564	566	573	576	551	530	541	544	544	538	538	539	531	514	1556	
15	1523	527	530	530	522	493	471	468	461	481	481	507	516	525	516	516	512	486	485	449	438	433	433	444	1488	
16	1450	453	457	457	448	424	416	386	367	380	387	404	416	416	425	425	415	413	405	367	382	314	293	416	1396	
17	1381	345	368	385	393	385	345	315	282	267	258	264	254	299	329	339	372	356	331	302	269	259	286	220	1310	
18	1285	264	245	295	315	315	289	245	215	179	181	149	178	184	230	273	287	296	275	223	196	144	123	095	1222	
19	1114	150	185	207	223	190	159	117	114	052	025	020	080	056	020	058	116	209	193	168	104	058	081	012	1115	
20	1011	038	063	098	144	159	144	115	053	996	974	957	983	968	920	885	855	815	138	186	108	050	982	951	982	1043
21	920	927	965	990	023	065	078	036	006	964	895	892	861	825	822	837	885	859	963	871	955	905	856	816	926	
22	782	785	799	810	865	897	912	917	894	865	829	767	720	701	694	735	785	822	862	877	856	825	756	720	806	
23	636	649	651	695	734	765	798	820	835	794	774	711	672	642	649	649	692	750	781	802	802	778	766	703	781	
24	658	633	620	647	672	701	739	750	760	761	706	686	650	606	609	627	649	687	690	722	732	696	680	655	678	

上の観測材料より調和解析により各分潮の内確實なる M_2 (太陰半日項) S_2 (太陽半日項) O_1 (太陰一日項) を求め、 S_2 項に対しては K_2 項の補正並に太陽の視差の補正を施し、更に M_2 , S_2 には 1.0110, O_1 には 1.0028 なる解析の補正乗数を夫々乗じ且それらをすべて巴林の子午線(東經122°09.7')を基準とせる M_2 , S_2 , O_1 一時にて表はせば次の如き \cos 函數となる。

但 S , W は夫々南並西の方向の正傾斜變化を示す。

M_2 項

$$S. \quad 0.''00565 \cos(2t - 349.5) \pm 0.''00009$$

$$W. \quad 0.''00720 \cos(2t - 91.7) \pm 0.''00013$$

S_2 項

$$S. \quad 0.''00243 \cos(2t - 349.2) \pm 0.''00004$$

$$W. \quad 0.''00282 \cos(2t - 85.9) \pm 0.''00008$$

O_1 項

$$S. \quad 0.''00021 \cos(t - 322.2) \pm 0.''00008$$

$$W. \quad 0.''00228 \cos(t - 96.2) \pm 0.''00006$$

上の内 O_1 項の S 方向の變化は他に比し、非常に小さく、事實理論的には緯度 45° では O となるべきものであつて、緯度 48° の巴林に於ても其理論値は後に示す如く $0.''00061$ にて他に比し、著しく小さく、其に對する観測値は観測誤差の程度である事は注意すべきである。

4. 海 洋 項

次に上に求めた観測値の内に幾何程の海洋潮汐の影響が含まれてゐるか調ぶる必要がある。前の研究に於て述べた如く、海洋潮汐の傾斜計に對する作用には三種あり、即増減する海水の引力の變化、海水荷重に依る土地撓曲度の變化、土地撓曲による Potential の變化の三通りに利くのである。しかも既に述べた如く其等の作用を夫々、 A , B , C と記號すれば、其間に

$$B = m(r)A, \quad C = \frac{1}{2}A$$

なる關係が成立する。此處に $m(r)$ は観測點と海水との距離 r の函數にして、 r が $100 \sim 1200$ 呎の範圍に於ては r を角距離(度)で表せば

$$m(r) = \frac{12.6}{r + 3.0}$$

なる形を先に求め得たのである。しかも此 $m(r)$ は地球内部の弾性に關係するものであつて前に述べた如く今若し r なる距離の海水荷重に對し地下矢張 r と同程度の深さの弾性が代表的に利いて來るといふ考に依れば此の $m(r)$ は

$$m = \frac{\lambda + 2\mu}{4\pi\mu(\lambda + \mu)} \frac{g^2}{G}$$

なる關係式により地下の弾性研究の手掛を與へるものである。但上式中 λ, μ は Lamé の弾性常數、 g は地球上の重力加速度、 G は萬有引力常數である。斯く逆に地球内部の弾性状態が判れば m の形が定まり従つて、海水の引力項 A より B, C 二項が求められ、其總和が海洋項となるのであるが、現在地下100~1200 呎の弾性分布状態は前の研究で明かとなつたが其以下は不明である。一方地震波の研究によれば弾性率は地下100~1200 呎までの所謂地球外殻に於ては殆んど直線的に増大し1200~2900 呎の所謂地球中間層に於ては、外殻とは別の傾度を以て矢張増大して行き2900 呎より中心までの間は S 波の通りぬ所謂液核(Liquid core)を成すものとされて居る。現在の問題に於て先づ $m(r)$ の形を定める爲に次の三通りの弾性分布状態を考へて見る。即各れも外殻に於ては前に求めたと同じ分布状態を採り中間層に於ては一つは外殻に於けるも同じ傾度の増加状態を示すものと一つはその傾度の2倍一つは $\frac{1}{2}$ の傾度を假定する。今其三者の分布状態を示す $m(r)$ を夫々 m_1, m_2, m_3 と記號すれば1200 呎、2900 呎の深さに於ける夫々の剛性率は次の値をとる。

$$1200 \text{ 呎} \quad \mu = 18 \times 10^{11} \text{ c. g. s } (m_1, m_2, m_3),$$

$$2900 \text{ 呎} \quad \mu = 39 \times 10^{11} \text{ c. g. s } (m_1)$$

$$60 \times 10^{11} \text{ c. g. s } (m_2)$$

$$29 \times 10^{11} \text{ c. g. s } (m_3)$$

斯る $m(r)$ の型としては $r=11^\circ$ 以上に於ては $m_1 = \frac{12.6}{r+3.0}$ $m_2 = \frac{6.2}{r-4.2}$ $m_3 = \frac{23.9}{r+14.8}$ と採れば良い。扱此の m_2, m_3 に於て示さる弾性分布状態は共に兩極端を示すものにして、實際の地球は此の中間邊の状態を有するものと推定される。兎も角斯る三通りの $m(r)$ を採用して海洋項の影響を計算する。其には先づ附近の海を適當の海帯に別け、實際の海洋潮汐圖より先づ引力項を求め、それに $m(r)$ を乗じて撓曲項を求め

$$A + B + C = A(\frac{1}{2} + m(r))$$

として海洋項を求むる事、⁽¹⁾前の如くである。先づ m_1 の場合に就き計算を施せば次の第三表となる。但し r が 30° 以上に對しては地球曲率より考へて撓曲項は非常に小さくなると考へて、撓曲項を O とした。表中 Z (海帯)、 $m_1(r) \left(\frac{12.6}{r+3.0} \right)$ 、 A (引力項) B 、(撓曲項)、 S 、(海

洋項 $B+1/2A$ な記號を採用して居る。

第三表 海洋項

M_2 " $\times 10^{-6}$

Z	r	$m_1(r)$	S				W			
			cos 2t		sin 2t		cos 2t		sin 2t	
			A	B	A	B	A	B	A	B
日本海	13°	07.9	-1	-1	+21	+17	+2	+2	-18	-14
黄海	14	0.74	+37	+27	-1	-1	-2	-1	0	0
オホーツク海	17	0.68	+28	+18	+21	+13	+49	+31	-9	-6
東支那海	19	0.57	0	0	-92	-52	0	0	+17	+10
南支那海	32	0	+25	0	-17	0	+4	0	-2	0
北極洋	32	0	+6	0	0	0	+2	0	0	0
太平洋										
17-20	19	0.57	-28	-16	+8	+5	+20	+11	-16	-9
20-30	25	0.45	-140	-63	-10	-5	-24	-11	-92	-41
30-40	35	0	-94	0	-15	0	-109	0	-58	0
40-60	50	0	-42	0	+25	0	-100	0	-36	0
Σ			-209	-35	-60	-23	-158	+32	-214	-60
S			-140		-53		-47		-167	

第三表 (續)

S_2 1" $\times 10^{-6}$

Z	r	$m_1(r)$	S				W			
			cos 2t		sin 2t		cos 2t		sin 2t	
			A	B	A	B	A	B	A	B
日本海	13°	0.79	-1	-1	+7	+6	+1	+1	-6	-5
黄海	14	0.74	+10	+7	+9	+7	+2	+1	-2	-1
オホーツク海	17	0.68	+5	+3	+17	+11	+18	+11	+11	+7
東支那海	19	0.57	+10	+6	-41	-23	-1	-1	+9	+5
南支那海	32	0	+17	0	+3	0	+3	0	+1	0
北極洋	32	0	+3	0	0	0	+1	0	0	0
太平洋										
17-20	19	0.57	-17	-10	+1	+1	+17	+10	-9	-5
20-30	25	0.45	-57	-26	-35	-16	+23	+10	-51	-23
30-40	35	0	-31	0	-24	0	-36	0	-45	0
40-60	50	0	-9	0	+2	0	+29	0	+4	0
Σ			-70	-21	-61	-14	+57	+32	-88	-22
S			-56		-45		+61		-66	

第三表 (續)

O_1 $1'' \times 10^{-6}$

Z	r	$m_1(r)$	S				W			
			cos t		sin t		cos t		sin t	
			A	B	A	B	A	B	A	B
日本海	18°	0.79	+13	+10	-7	-6	-19	-15	+14	+11
黄海	14	0.74	+1	+1	-8	-6	0	0	+2	+1
オホーツク海	17	0.68	+61	+38	+12	+8	+126	+79	-6	-4
東支那海	19	0.57	-24	-14	-6	-3	+5	+3	+1	+1
南支那海	32	0	+22	0	-44	0	+8	0	-8	0
北極洋	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0
太平洋										
	17-20	0.57	-17	-10	+7	+4	+22	+13	-16	-9
	20-30	0.45	-70	-31	-12	-5	+65	+29	-89	-40
	30-40	0	-41	0	-28	0	+34	0	-76	0
	40-60	0	-51	0	-5	0	+18	0	+63	0
Σ			-106	-6	-91	-8	+259	+109	-115	-40
S			-59		-54		+239		-98	

上の表より明かな如く、日本海、黄海は最も接近せるに關らず、前者は潮高の小なる爲め、後者は數多の無潮位點の存在に依り其影響は極めて小さく僅にオホーツク海の影響稍認め得べくも、大部分は太平洋の影響なる事を知る。此太平洋の影響を見るに、巴林より角距離にして 60° は西太平洋を全部含める海域にして、其の引力項は表で見る如く最遠の $40^\circ - 50^\circ$ の海域に於ても相當大なる値を示して居る。故に遠方の海域をも計算する必要ある如く解せられるが、實際の海洋潮汐圖に見れば明かなる如く半日潮には、東經 180° 北緯 35° 、一日潮には西經 170° 北緯 20° 邊に大規模の無潮位點が存在する爲め引力項の計算を現在より更に遠方にまで及ぼす必要なく、實際上第三表中の最後の海域の引力項の値は更に小さく取るのが至當かとも考へられる。兎も角、斯くして得た海岸項を \cos 函數にて表し、且巴林の子午線に時間坐標を移し更に本傾斜觀測の中央日である、昭和16年9月10日に於ける月の軌道面の赤道に對する傾斜角 $J=18.36$ の値に直したものは次の數値となる。尙同時に比較の爲觀測値 O を再記すれば

S	O
M_2 S. $0.000016 \cos(2t-175.0)$	S. $0.000565 \cos(2t-349.5)$
W. $0.000018 \cos(2t-228.6)$	W. $0.000720 \cos(2t-91.7)$

S_2	S. $0.''00007 \cos(2t-193.^{\circ}0)$	S. $0.''00243 \cos(2t-349.^{\circ}2)$
	W. $0.''00009 \cos(2t-287.^{\circ}0)$	W. $0.''00282 \cos(2t-85.9)$
O_1	S. $0.''00007 \cos(t-209.^{\circ}6)$	S. $0.''00021 \cos(t-322.^{\circ}2)$
	W. $0.''00021 \cos(t-324.^{\circ}9)$	W. $0.''00228 \cos(t-96.^{\circ}2)$

斯く海洋項は観測値に比し極めて僅少であつて M_2, S_2 項では2~3% O_1 項では9%であり、僅少なる補正項として作用するに過ぎない事を知る。今上のOよりSを差引き残りをPと記號すれば此が純粹の直接項即夫よりDを與ふべきものとなる。其の値は次章に於て理論値と併記する。其の形は第四圖の實線で示す如きものとなる。

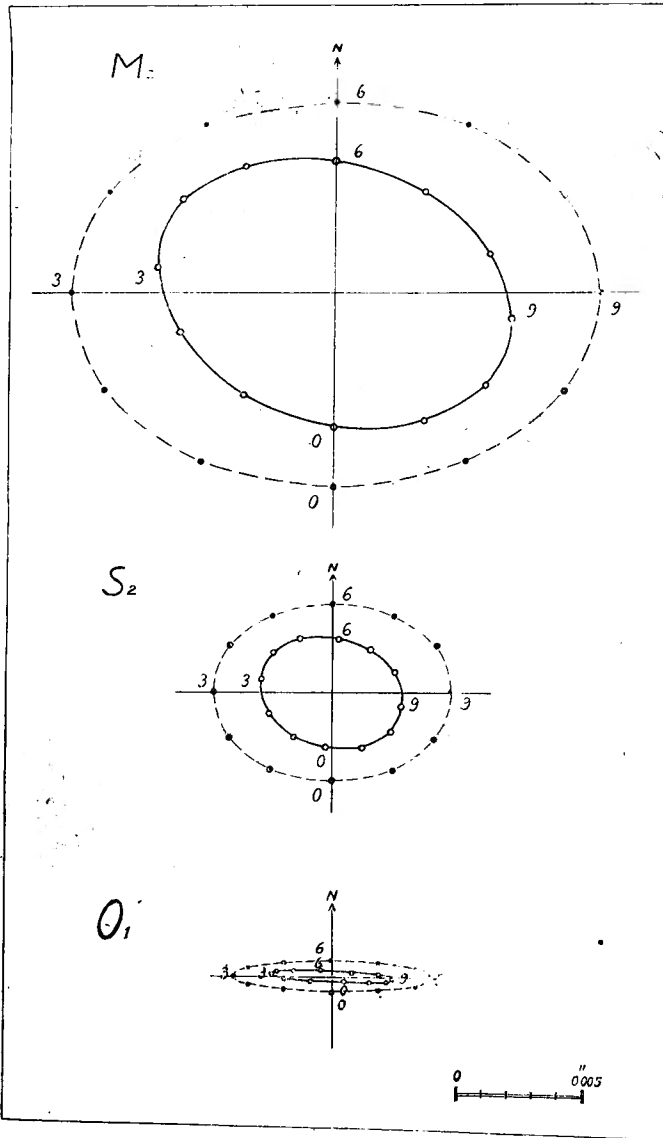
5. D の 値

上に於て求めたるPよりDの値を決定するには各分潮の理論値即地球を完全剛體としたときの振子の振角を求め、それとPとの比を求むれば良いのである。理論値は観測所の緯度並観測期に於ける月の軌道面の赤道に對する傾度 J を與ふれば求め得らる。⁽⁹²⁾今巴林の緯度(48.°18.′2)並 J (18.°36)を與へ各分潮時を巴林の子午線に準據せしめた場合 M_2, S_2, O_1 は次の値となり、その形は第四圖破線にて示せる如くなる。此の理論値(T)と前に求めたPとを併記すれば下の如し。

	P	T
M_2	S. $0.''00582 \cos(2t-349.^{\circ}6)$	$0.''00814_2 \cos 2t$
	W. $0.''00733 \cos(2t-90.^{\circ}8)$	$0.''01090_6 \sin 2t$
S_2	S. $0.''00250 \cos(2t-349.^{\circ}8)$	$0.''00364_8 \cos 2t$
	W. $0.00291 \cos(2t-86.^{\circ}6)$	$0.''0488_7 \sin 2t$
O_1	S. $0.''00025 \cos(t-336.^{\circ}6)$	$0.''00060_9 \cos t$
	W. $0.''00243 \cos(t-99.^{\circ}9)$	$0.''00395_3 \sin t$

今、 $D = \left(\frac{PO \text{の振幅}}{TO \text{の振幅}} \right) \times = (P \text{の位相} - T \text{の位相})$ と記號すれば各分潮並に平均のD、 \times は次の値となる。但第一行はS、W各方向のもの、第二行は其平均、第三行は各分潮に對する信用度(weight)、第四行は全平均とすれば

	D		\times
M_2	N.S. 0.715	0.694[2]	N.S. -10.4
	E.W. 0.672		E.W. +0.8
S_2	N.S. 0.685	0.640[1]	N.S. -10.2
	E.W. 0.595		E.W. -3.4
O_1	N.S. (0.411)	0.615[1]	N.S. (-23.4)
	E.W. 0.615		E.W. +9.9
			$-1.6 \pm 3.^{\circ}8$



観測値P(實線)理論値T(破線)

上に於て O_1 項の NS 方向は既に述べたる如く、観測値其物が他に比し非常に小さく誤差と同程度の故を以て上の平均計算には用ひて居ない事を附言する。

扱上に求めたる D の値は補正項である海洋項の計算に於て $m(r)$ の形として、 $m = \frac{12.6}{r+3.0}$ なる地球外殻に於ける形を其儘中間層にまで延用した結果であるが今、比 $m_1(r)$ の代りに先に述べた兩極端の m_2, m_2' を採用すれば D の値は如何に變化するかを見るために前と同

地殻潮汐に就いて(其三)地球の剛性

様に先づ海水引力項を求めそれに $m_2 = \frac{6.2}{r-4.2}$, $m_1 = \frac{23.9}{r+14.8}$ を乗じて海洋項を求めそれを観測値より除去すれば純粹の \mathbf{P} となる。その \mathbf{P} と前に求めたる理論値 \mathbf{T} との比を取りて D を求め、位相の差より α を求むれば次の値となる。

$m_2(r)$		D		α			
\mathbf{M}_2	S. 0.712	0.691	〔2〕	0.658	S. -10.6	-4.4	〔2〕
	W. 0.670				W. + 1.8		
\mathbf{S}_2	S. 0.683	0.638	〔1〕	0.663	S. -10.4	-7.6	〔1〕
	W. 0.593				W. - 4.7		
\mathbf{O}_1	S. (0.394)	0.610	〔1〕	0.663	S. (-24.5)	+9.5	〔1〕
	W. 0.610				W. + 9.5		
$m_1(r)$		D		α			
\mathbf{M}_2	S. 0.718	0.696	〔2〕	0.663	S. -10.5	-4.8	〔2〕
	W. 0.673				W. + 0.9		
\mathbf{S}_2	S. 0.688	0.643	〔1〕	0.663	S. -10.2	-6.8	〔1〕
	W. 0.598				W. - 3.3		
\mathbf{O}_1	S. (0.411)	0.617	〔1〕	0.663	S. -23.5	+10.2	〔1〕
	W. 0.617				W. +10.2		

m_1, m_2, m_1^2 を比較すれば

	D	α	ΔD	$\Delta \alpha$
m_2	0.658	-1.7	-0.003	-0.1
m_1	0.661	-1.6		
m_1^2	0.663	-1.4	+0.002	+0.2

此等の差 $\Delta P, \Delta \alpha$ は何れもその平均誤差よりも一桁下の數である。即ち此場合には $m(r)$ 函數の形が極端に變つても D, α の値には影響が無い事になる。即上の結果より次の結論に達する。

$$\mathbf{D} = 0.661 \pm 0.024$$

$$\alpha = -1.6 \pm 3.8$$

- 即 1. 地殻の潮汐現象に於て海洋潮汐の影響無き純粹の實測潮汐と理論潮汐との振幅比 \mathbf{D} は 0.661 である。
2. 地殻の潮汐現象に於ては作用體と現象との間に位相差を認めず。

6. D の 比較

今 D の値として 0.661 なる數値を得たのであるが、此値が從來數多の人々に依つて求められたる D と如何なる關係にあるか一應考察する必要がある。其には最初の第一表に戻る

わけであるが前述の如く、 Δ の決定の際に、誤差の原因となる主なるものは海洋潮汐の影響と純然たる観測誤差とである。前者に就ては既に述べた通りであるが、後者に就いて一言すれば一般に地球表面上に於ては太陽の日射量、気温、気圧の變化、降雨等に依つて表土並地皮は局部的に歪を受け、しかも其變化量は今問題として居る地殻潮汐の變化量に較べて非常に大きいのである。若し傾斜計をば表土近くに置かんか、その観測は上述の氣象要素の變化による傾斜のみを記録し地殻潮汐の研究は不可能である。斯る意味に於て観測室は出来る限り地下深き所に設くるを良しとするのであつて、實際上は大體地表下20米以上となればその影響極めて小なる事を知る。又單に深さばかりではなく偶々その地點が局部的なる地殻變動期にある場合には之又地殻潮汐の観測に支障を來す事は別府の例⁽²³⁾に於ても又 Schweydar の Heidelberg⁽²⁵⁾ 於ける、Hecker の Pribram⁽²⁴⁾に於ける 1110m の深所の観測に徴しても明かである。斯る諸點より考ふれば第一表中に於ても、海より遠く且安定せる地下深き観測室を有するものは僅にして、他は或は海に近く或は淺き観測室の故にて、 Δ の議論には不向きのものと考ふべきである。巴林の観測室は海より距る事1000杆、地表下44米の深所にて且地質的に古く且堅固なる大興安嶺の一部に位する好條件を有するも只周圍の事情に依り長期の観測が出来ない事は遺憾である。然し此の短期間の観測なるが爲起る誤差は次の理由に依り巴林に於ては、其の観測値の1%内外である事を知るのである。一般に潮汐観測を長期(半年又は一年)に行ふ理由は普通の観測には純粹の潮汐變化の外に氣象要素の變化に依る所謂氣象潮汐(太陽の日射量、気温、気圧、降雨等の諸變化に起因する變化)を伴ふものであつて、特に地殻潮汐に於て淺所に於ける観測には此氣象潮汐が非常に利いて來る爲め、其調和解析により分潮を求める際に、短期観測では其等の影響が残存する恐れがあり其爲め長期の材料で其消去を確實にする必要がある。然るに巴林の場合では地下深く且安定せる地層に於ける観測の故に第二表に掲けたる観測値資料に於ても明かなる如く所謂氣象潮汐は全然認めず、純粹の潮汐變化のみ記録して居るのであつて、斯る場合には上述の心配は全然ないのである。次に又一般に調和解析に於て各分潮は出来る限り完全に分離する必要があるのであるが、今回の場合の如く、 M_2 、 S_2 、 O_1 の如き顯著なる分潮に就いては、解析に於て各分潮日にして、 $M_2=29$ 日、 $S_2=30$ 日、 $O_1=25$ 日を採用れば、 M_2 、 O_1 は完全に他の半日項、一日項より分離し得るのであるが S_2 のみは K_2 との分離は解析の上では出来ない。然し今回の如く、氣象潮汐其他の影響の全然なく且海洋潮汐項をも無視し得る純粹の地殻潮汐の場合には S_2 と K_2 との關係は理論的に求められて居る關係を保持

するものと考へるのが至當であるから、今回の観測期に對する S_2 、 K_2 の位相關係並振幅比を理論的に求め其の影響(振幅は S_2 の約二割)を解析値より差引けば純粹の S_2 を求め得、更に S_2 の理論値と比較するため観測期の太陽の視差の三乗に比例する補正を施せば結局既に掲げた S_2 の値を得るのであつて、其間の數値を比較すれば、其等により起り得る誤差は之又觀測値の2%以下である事を知る。斯くして、今回の巴林の如き場合には、 M_2 、 S_2 、 O_1 の三分潮に關する限り、短期間の觀測材料の調和解析による誤差は各れも觀測値の1%内外であつて、然も一方器械の感度其他の常數の決定、記録時刻、記録紙上の變化線の讀取り等に於て、其精密度に於て實際上自ら限度があり、其等はすべて1%内外の誤差を伴ふものである事を思へば、今の場合には一箇月の材料にて充分なる事を知るのである。

扱元の問題に歸つて第一表の内、 D の議論に適すべきものを求むればHeckerの Potsdam に於ける、Schweydarの Freiberg に於ける、Michelsonの Williams Bay に於ける觀測等であらう。Heckerは1902—09に北ドイツのPotsdam(東經 13.0° 、北緯 52.4°)の天文臺の50米の井戸の途中、25米の片側に觀測室を設けRebeur型の傾斜計に依つて長年月の觀測を行ひ、

		D	x
M_2	<i>NS</i>	0.43	-5.0
	<i>EW</i>	0.68	$+0.2$

なる値を得た。Schweydarは1910—15に中ドイツFreiberg i. Sa.(東經 13.3° 北緯 50.9°)の189米の深さの鑿坑に於て、Zöllner吊り水平振子の傾斜計に依る觀測を行ひ、種々の分潮を求め、議論したが其内主なる三項に就いては

		D	x
M_2	<i>NS</i>	0.54	$+12.5$
	<i>EW</i>	0.61	-0.8
S_2	<i>NS</i>	1.09	-31.1
	<i>EW</i>	0.67	-4.6
O_1	<i>NS</i>	1.32	$+173.1$
	<i>EW</i>	0.79	$+0.6$

なる値を得た。又Michelsonは1916—17に、北アメリカ中部のChicagoに近きWilliams BayのYerkes天文台(西經 88.5° 北緯 42.6°)に於て、長さ502呎、直徑6吋の鐵管を地下6呎に埋め、夫に半ば水を滿し、傾斜變化に依る水面の昇降を光學干涉計を用ひ、測定したものであつて、其結果

地殻潮汐に就いて(其三)地球の剛性

		<i>D</i>	α
M_2	<i>NS</i>	0.68	+1.°3
	<i>EW</i>	0.69	+5.9
S_2	<i>NS</i>	0.72	+5.9
	<i>EW</i>	0.68	+5.5
O_1	<i>NS</i>	(0.58)	(+7.8)
	<i>EW</i>	0.70	+0.6

なる値を得たのである。此三者と巴林の結果とを比較して見れば、三者各れも其観測の精密なる點に於ては共通なれども、海よりの距離観測室の深さに於て異つて居るのであつて、先づ Michelson の場合には地下6呎に埋めたる鐵管を使用して居る爲め前に述べた氣象影響の混入は豫想される所なるも、海よりの距離に就いて云へば大西洋より1100軒、メキシコ灣より1200軒にて其點非常に好條件の位置を占めて居るが、ミシガン湖其他の大湖が極めて接近して存在して居る事は一應注意を要する點であらう。然し兎も角、Michelson の場合は各分潮並兩方向の*D*の値は良く一致し、平均として

$$\left. \begin{array}{l} D=0.690 \\ \alpha=+4^\circ \end{array} \right\}$$

を得て居るが、此値は巴林の値と誤差の範圍に於て良く一致して居る。次に Potsdam は北方バルト海北海よりは2—300軒、西方大西洋より約800軒餘距り、又 Freiberg は北方バルト海、北海よりは400軒、西方大西洋よりは、800軒餘距りたる位置を占め、若し海洋潮汐の影響を問題とするならば兩者共 *NS* 方向に著しく利き、*EW* 方向は僅である事が推定され且 *NS* 方向に於ても Potsdam は Freiberg に比し更に大なる作用を蒙るべき事は豫想される所である。斯く考へ此兩者の *D*、 α を比較すれば先づ M_2 に就いては

			<i>D</i>	α
M_2	<i>NS.</i>	Potsdam	0.43	-5.°0
		Freiberg	0.54	+12.5
	<i>EW.</i>	Potsdam	0.68	+0.2
		Freiberg	0.61	-0.8

斯く*D*の方から云つても、 α を考へても、*EW*に比し*NS*に於て差違著しく、しかも*NS*に就いては Freiberg は Potsdam に較ぶれば一層 *EW*の値に近づいて居る事を知るのである。更に Freiberg に就いて他の分潮をも見れば

			<i>D</i>	α
Freiberg	<i>NS</i>	M_2	0.54	+12.°5
		S_2	1.09	-31.1
		O_1	1.32	+173.1
	<i>EW</i>	M_2	0.61	-0.8
		S_2	0.67	-4.6
		O_1	0.79	+0.6

の如く、 NS の方向に於ては D の値も位相差も多種多様であるに拘らず、 EW の方向のものは、比較的良く一致してゐるのである。今 EW の平均を取れば

$$EW \quad \left. \begin{array}{l} D=0.69 \\ x=-1.6 \end{array} \right\}$$

之又巴林の場合と良く一致する。

次に参考の爲めに傾斜計観測からではなく、地殻潮汐の爲めの海洋潮汐高の減少率の研究方向に就いて述べれば地球が完全剛體としたときの海洋潮汐高は理論的に求め得らるゝが、實際の海洋潮汐は地球が幾分變形する爲め、理論値よりもある割合だけ減少し、此の減少率(海洋潮汐の實測高と理論高との比)が今迄述べて來た D と同じものなのである。此考へから理論に最も良く従ふと考へられる半月潮、一月潮に就いて、實測値と理論値を比較して D を求めた人には、Darwin⁽²⁵⁾、Schweydar⁽²⁶⁾ 等がある。其研究によれば

	観測材料總延數	D
Darwin	66年(14港)	0.68
Schweydar	388年(46港)	0.65

上の海洋潮汐に依る D の決定の際の理論値の計算並観測値決定にも種々の困難があるのであつて實測される海洋潮汐は氣象其他の局部的影響を受けて、確實なる値を求むる事は難しいが、長年月の観測により、多數の箇所の材料を用ふる事に依り、其難點を補ひ、一方理論値に對しては Darwin⁽²⁷⁾ の研究に對して Lamb⁽²⁸⁾、Rayleigh⁽²⁹⁾ の反對論等があるが、結局半月潮と一月潮とは大體理論値は statical 或は dynamical theory、何れを採用するも大差なき事が證明されたので、斯く考へると相當議論の餘地は在るであらうが、兎も角斯くして求められた D の値も或る程度信用出来る事になる。此等の D も平均0.67であつて巴林の D と良く一致して居る事も注目すべき點である。

以上の如く、巴林に於て求められたる $D=0.661$ の値は他の方面より考へても充分確からしさを有する値である事を知るのであつて、今後は前章の結論を以て議論を安全に進め得るのである。

7. 地球の剛性

扱此迄の議論に依つて D の確實なる値を求め得たのであるが、此 D を用ひて地球内部の彈性を求むる事は又一つの問題である。Kelvin⁽³⁰⁾ は地球が均等の密度、剛性率を有し、且非壓縮性と假定して Love's number, h , h と剛性率 μ との間に次の關係式を理論的に導

いた。

$$h=3/5h, \quad h=5 \frac{g\rho h}{2g\rho h+19\mu}$$

此に g, ρ, a は夫々地球の重力加速度, 密度, 半径である。斯く假定すれば $D=1+k-h$ の D の値より直ちに地球の平均剛性率を求め得るのである。然し實際の地球は密度, 弾性共に均等でなく, 且壓縮性のものと考へられるから, 上の假定は實際の物と餘程趣を異にして居るわけである。實際の地球の密度は其平均密度並地球の慣性能率の兩方面より内部ほど密度大なるものゝ存在が明らかにされて居り, 剛性率も亦, 地震波の研究よりして, 表面より内部2900軒迄は増大の一途を辿り, 其以下中心までは剛性率が非常に小となり, 所謂液核 (Liquid core) を形成して居ると解せられて居る。かく地球の内部は密度剛性率共に均等でない事は明らかであつて, 従つて地球内部に於ける密度, 剛性率の分布は球殻状として中心よりの距離 r の或る函數にて表はし, それに對する h, k を理論的に求めなければならない。但非壓縮性の問題は Kelvin, Love の研究に依れば, 剛性率決定には餘り大きな影響を與へぬ事が明らかにされたので, 地球を簡単に非壓性と假定して理論を進めても差支へないのである。以下全て非壓縮性を前提として居る。

扱 Darwin, Herglotz, Prescott 等は Roche 型の密度分布を用ひて理論的に潮汐高を求めたが其によれば密度の不均一性は均一性に比し, 小なる潮汐變化をあたへる。即 Herglotz の場合では其比は 0.807 となり, 即密度の不均等は其程度に見掛の剛性を増す結果を與へるのである。又 Herglotz, Schweydar は Roche 型の密度分布の代りに Wiechert 型密度分布を用ひて解いた結果, 矢張り Roche 型の場合と同様見掛の剛性を増し, その振幅比も前の場合と殆んど變らぬ事を明らかにした。斯く密度の不均等に依る影響は, Roche 型を用ふるも Wiechert 型を用ふるも, 共に均一密度の場合に比し, 潮汐高を減少せしめ, 見掛の剛性を増すのであつて, しかもその割合は兩者共殆んど變らぬ結果を與へて居る。次に又 Schweydar, Hoskins, Prey 等は密度のみでなく剛性率をも r の函數とし,

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta r_1^2) \\ \mu = \mu_0 (1 - \gamma r_1^2)$$

なる形を採用した。上式中 ρ_0, μ_0 は中心に於ける密度, 剛性率, β, γ は或る定數 $r_1 = \frac{r}{a}$ 即地球半径を單位とした中心よりの距離である。此函數を用ひて, 理論的に解いた結果各々の D に對して次の剛性率を得たのである。即

Schweydar. $29.03 \times 10^{11} (1 - 0.909 r_1^2) \text{ c. g. s} \quad [D=0.827]$

地殻流に就いて(其三)地球の剛性

Hoskins $16.95 \times 10^{11} (1 - 0.85r_1^2) \text{ c. g. s.}$ [$h=0.70, k=0.28$]

Prey $16 \times 10^{11} (1 - 0.83r_1^2) \text{ c. g. s.}$ [$k=0.28, D=0.74$]

此等は地球中心が最大の剛性率を有するものとして居るが、前述の如く地震波の研究より地球の液核の存在が明らかに成つて居る今日、上の假定は此又實情に即せぬものと稱すべきであらう。⁽³⁷⁾ Prey は又上の液核を考慮に入れて密度は Roche 型の分布即 $\rho = \rho_0 (1 - \beta r_1^2)$ を採用し剛性率は $\mu = \mu_1 r_1^2 (1 - \gamma r_1^2)$ なる函数を用ひ第一報に於ては、

$$\mu = 60.10^{11} r_1^2 (1 - 0.95r_1^2) \text{ c. g. s.}$$

即中心では $\mu=0$ 、表面では $\mu=3.10^{11} \text{ c. g. s.}$ 1650 秆の深さに於て最大の剛性率 $15.8 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$ を得た。又第二報に於ては

$$\mu = \gamma_1^2 (1 - 0.97r_1^2) \times 10^{13} \text{ c. g. s.} \quad [h=0.41, k=0.22, D=0.81]$$

即中心では $\mu=0$ 、表面では $\mu=3.10^{11} \text{ c. g. s.}$ 、地下1800秆に於て最大剛性率 $25.78 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$ を得た。上の Prey の研究は稍實際の地球の内部構造に近いものを與へると考へられるが其よりも更に實際の構造に即したものは Jeffreys の研究であらう。⁽³⁸⁾ Jeffreys は前の Herglotz の⁽³⁴⁾ 解式を用ひ、Wiechert 型の密度を修正して地震波研究の結果と協調せしめ次の如き假定をなした。即地球は地殻と内核との二層より成り其の各々に關する、諸量は其域内に於ては均等で其を次の如く記號する。

	地 殻	内 核
半 徑	a	$a\alpha$
密 度	ρ	$\rho(1+\eta)$
剛性率	μ	$\delta\mu$

今斯る二層の密度分布を地球の平均密度5.53並慣性率より定めるには、

$$\left. \begin{aligned} \rho(1+\eta\alpha^3) &= 5.53 \\ \eta(5\alpha^3 - 6\alpha^5) &= 1 \end{aligned} \right\}$$

なる二式に於て今 $\alpha=0.545$ (地下2900秆を地殻と内核との境とすれば) と採り上式を満足し且 Radau 變換を考慮に入れて $\rho=4.27, \eta=1.821$ を求めた。即

	地 殻	内 核
半徑(秆)	6370	3470
密度(c. g. s.)	4.27	12.04
剛性率(c. g. s.)	μ	$\delta\mu$

扱 Herglotz の解式に従へば、斯る二層の場合にはその h, k は次の式にて表される。

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{H_2 + H_4}{H_2 H_3 - H_1 H_4} \\ k &= \frac{3}{5} \frac{H_2 + H_4 + \eta \alpha^5 (H_1 + H_3)}{(1 + \eta \alpha^3)(H_2 H_3 - H_1 H_4)} \end{aligned} \right\}$$

此處に H_1, H_2, H_3, H_4 は次の關係を示す。

$$H_1 = \frac{3}{5} \frac{1}{1 + \eta \alpha^3} + \frac{\sigma}{5 \eta \alpha^2} \frac{35(8 - 3\alpha^2) - 2(64 - 24\alpha^2 + 21\alpha^5 - 64\alpha^7)\epsilon}{4 - 7\alpha^3 + 3\alpha^7 - 2(1 - \alpha^3)(1 - \alpha^7)\epsilon}$$

$$H_2 = \frac{1 + \frac{2}{5}\eta}{1 + 7\alpha^3} + \frac{\sigma}{5 \eta \alpha^2} \left[19(\delta - 1) + \frac{175 - 2(43 + 21\alpha^5 - 64\alpha^7)\epsilon}{4 - 7\alpha^3 + 3\alpha^7 - 2(1 - \alpha^3)(1 - \alpha^7)\epsilon} \right]$$

$$H_3 = 1 - \frac{3}{5} \frac{1}{1 + \eta \alpha^3} + \frac{\sigma}{5} \left[19 + \alpha^3 \frac{7(8 - 3\alpha^2)^2 - 2(64 - 21\alpha^4 - 43\alpha^7)\epsilon}{4 - 7\alpha^3 + 3\alpha^7 - 2(1 - \alpha^3)(1 - \alpha^7)\epsilon} \right]$$

$$H_5 = \eta \alpha^5 H_1.$$

上式中 $\epsilon = \delta/\delta - 1$, $\sigma = \mu/g\rho a$ を示す。故に今 δ を與ふれば h, k を σ の函數にて表し得、更に $1 + k - h = D$ を與ふれば σ , 従つて μ を決定し得るのである。

然るに今 $D = 0.661$ と決定し得たのであるから、其を用ひ且つ、内核が地震の S 波を通さぬ事實より液核と考へ、剛性率 = 0, 即 $\delta = 0$ と置けば上の Herglotz-Jeffreys の式より、地殻の μ を求め得るのである。斯して求めたる μ 並 h, k は

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 13.95 \times 10^{11} \quad c. g. s. \\ h &= 0.743 \\ k &= 0.404 \end{aligned} \right\}$$

となる。即液核を有する地殻の剛性は $13.95 \times 10^{11} c. g. s.$ である。次に上の結果に就いて二、三、の吟味を試むれば、先づ地殻の剛性に就いてあるが今の場合、此の $\mu = 13.95 \times 10^{11} c. g. s.$ なる値は如何なる意味を有するものなるかを考へる。實際の地球内部に於ては地震波の研究に依れば地表下 100~1200 呎(外殻) 1200~2900 呎(中間層) 2900~6370 呎(内核)の三層を考へ剛性率は外殻・中間層と順次増加し、兩層の増加率は等しからざるも大體單調増加(第一近似として直線的)を示して居り、内核の剛性率は他に比し非常に小で事實上 0 として取扱つて差支へなき程度のもので解せられて居る。又前の地球外殻の剛性率の研究に依りて、外殻に於ては剛性率は直線的増加を示すとして例へば地下 100 呎に於て 5.2, 600 呎に於て 11.2, 1200 呎に於て $18.3 \times 10^{11} c. g. s.$ の値を採る事を知り得たのである。地殻剛性率の斯る分布状態に於て地殻を形成する二層即外殻並中間層の剛性の單なる平均値 μ_m と外部作用に對する有效値 μ_e とは如何なる關係に在るか考ふれば先づ外殻の場合には前の研究に於て示せる如く

外殻	有効剛性率	$6.2 \times 10^{11} \text{ c. g. s. }$
	平均剛性率	$11.7 \times 10^{11} \text{ c. g. s. }$

即外部の作用に對する有効剛性率が單なる平均剛性率より著しく小さい(約1/2)事之は地球内部の剛性率の分布が内部へ順次増加する事により説明されるものである。上の場合は外力が海水荷重の場合の有効剛性率であつたが今の場合は潮汐力であるが此の場合にも次の事が謂へる。

潮汐力に依る地球内の一點の變位は一般に中心よりの距離 r の power series に比例し(均等非壓縮の場合は三乗) 剛性率に逆比例する。然るに上の Herglotz-Jeffreys の計算に於て起潮汐の Potential を $k_2 r^2 S_2$ とし (S_2 は 2 次の球面函數 k_2 は定數, r は中心よりの距離) 地殻並内核の表面に於ける潮汐高を夫々 $q a S_2, q_1 a a S_2$ と記號すると, 此の q, q_1 , は次の式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} H_1 q - H_2 q_1 + a k_2 / g = 0 \\ H_3 q - H_4 q_1 - a k_2 / g = 0 \end{aligned} \right\}$$

H_1 其他の記號はすべて, 前述のものとし, 上の結果を利用すれば

$$q_1 / q = 1.98$$

となり, 潮汐高の比は

$$1.98 \times 0.545 = 1.08$$

即地球の表面と内核の表面に於ける潮汐變化は殆ど等しい大さである。均等の密度並剛性の場合には地下2900呎に於いてはその潮汐高は表面の約7割程度となるべきも液核の場合には核の剛性率の0の爲め變位大となり表面のそれと同程度となる。此れは地殻の剛性率を均等とした場合で實際の如く順次増加する場合には此とは異なるものであつて上の結果より潮汐高の分布は中心よりの距離 r に關係する部分は僅となり, 剛性率に逆比例する項によつて大部分定まると考ふべきであるから, 若し地殻の剛性率の分布を既に求めた外殻の剛性率分布と性質的に同型のものとするれば其平均剛性率は 13.95×10^{11} より, ずつと大きく恐らく2倍程度と推定される。即地殻(外殻並中間層)全體の平均剛性率は $20 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$ 内外と考へられる。而して上の 13.95×10^{11} は潮汐力の如き外力に對する地殻の有効剛性率と解釋出来るのである。

次に前の Herglotz-Jeffreys の式に於て $\nu=1$ 即地殻, 内核共同じ剛性率を有するものとして μ を求むれば

$$\mu = 6.56 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$$

即内核を含めて地球全體の有効剛性率は

$$\mu_e = 6.56 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$$

と解釋すべきである。今地球の密度分布を Roche 型又は Wiechert 型、どちらを採用しても結果に於て大差なしとし、且地球を非壓縮性として取扱ふも之又最後の結果に影響を及ぼさぬとするならば前の研究並今回の⁽³⁴⁾ $D = 0.661$ より Herglotz-Jeffreys の理論を用ひて得たる結果は次の如く謂ひあらはされる。

即今有効剛性率なるものを大さ、密度等が實際の地球と同じく且つ均等の剛性率を有する球體又は球殻が外部の作用に對して結果的に見て、實際の地球と同じ弾性現象を示すとき、其の均等なる剛性率を地球の有効剛性率と定義するならば、地球各部即外殻(100~1200 秆)、地殻(100~2900 秆)地球(全體)の有効剛性率は次の値を示す。

有効剛性率 (10¹¹ c. g. s.)

外 殻	6.17
地 殻	13.95
地 球	6.56

即外部の作用に對しては外殻並地球全體は宛も白金の如き剛さを示し、地殻は其二倍の剛さを示すものである。

8. 結 語

以上述べたる所を要約すれば

1. 滿洲國巴林に於て「シリカ」傾斜計に依る地殻潮汐の觀測を行つたのである。巴林は太平洋より距る2000 秆餘の地點にして、地質的に安定であり、且觀測室を地下深所に有し、地殻潮汐の純粹なる直接項の觀測には好適の條件を與へて居る。
2. 此の觀測によつて次の結論を得たのである。即地殻潮汐現象に於ては、
 - (1) 實測潮汐と理論潮汐との振幅比 D は 0.661 である。
 - (2) 作用體と現象との間には位相差を認めず。
3. 地球を、地殻(100~2900 秆) 内核(2900~中心)との二層より成るとし更に地殻を外殻(100~1200 秆)と中間層(1200~2900 秆)とに區別し且内核の剛性率を O とすれば上に求めたる $D=0.661$ より各部の有効剛性率として次の値を求め得たのである。

有效剛性率	外	殻…… 6.17×10^{11} c. g. s.	}
	地	殻……13.95	
	地	球……6.59	

終りに臨み終始懇切なる御指導を賜りし佐々博士に深謝を表すると共に、巴林観測坑の借用並観測に多大の御援助を賜りし滿洲國鑛業開發株式會社鑛産資源調査所の各位に深甚の謝意を表す。又観測の一部は日本學術振興會の補助金に依り成されたるもので此處に御禮を申上ぐる。更に又、困難なる連続観測の遂行に協力下されたる鹽津益次郎君に對し改めて滿腔の感謝を述ぶる次第である。

文 献

1. 西村英一, 地殻潮汐に就いて. 其一. 地球外殻の剛性. 「地球物理」第5卷第1號 昭16 (阿武山地震観測所報告 第1報)
2. v. Rebeur-Paschwitz, E., Horizontalpendel-Beobachtungen auf der Kaiserlichen Universität-Sternwarte zu Strassburg 1892-1894. Gerl. Beit. z. Geophys. 2, 1897.
3. Kortazzi, J. T., Mitt. d. russischen astron. Gesellsch. (Isvestia russk. astron. Obs.) 4, 24, 1895, 5, 301, 1896.
4. Ehlert, R., Horizontalpendel beabachtungen im Meridian zu Strassburg i. E., Gerl. Beit. z. Geophys. 4, 1900.
5. Schweydar, W., Untersuchung der Oscillationen der Lotlinie auf dem Astrometr. Institut der Grossh. Sternwarte zu Heidelberg. Gerl. Beit. z. Geophys. 7, 1905.
6. Hecker, O., Beobachtungen an Horizontependeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluss von Sonne und Mond.
 - I. Veröff. d. Königl. Preuss. Geod. Inst. N. F. 32, 1907.
 - II. " " N. F. 49. 1911.
7. Haid, M., Gezeiten und Starrheitskoeffiziente n der festen Erde. Konf. Intern. Erdmess. Hamburg 1912.
8. Orloff, A., Beobachtungen über die Deformation des Erdkörpers unter dem Attraktionseinfluss des Mondes an Zöllnerschen Horizontalpendeln. Astr. Nachr. 186, Nr. 4446, 1911.
9. Braak, C., On tidal force as determined by means of Wiechert's astatic seismograph Proc. the meeting of Friday, Apr. 28, 1911.
10. Shida, T., On the elasticity of the earth and the earth's crust. Memoir Coll. Science and Eng. Kyoto Imp. Univ. 4, 1912.
11. Schweydar, W., Lotschwankung und Deformation der Erde durch Flutkräfte. Zentralbureau d. Intern. Erdmess. N. F. 38, 1921.
12. Michelson, A. A., The rigidity of the earth, Astrophys. J. 50, 1919.
13. Eblé, L., Sur les déviations périodiques de la verticale à paris. Comptes Rendus 184, 1927, 336-338.
14. Takahasi, R., Tilting of the earth's crust observed at Ryozyun (Port Arthur). Bull. Earthq. Research Inst. 10, 1932.
15. Schaffernicht, W., Horizontal pendelbeobachtungen über Lotschwankungen in Marburg/Lahn Ann. d. Phys. (5) 29, 1937.
16. Lettau, H., Lotschwankungen unter dem Einfluss von Gezeitenkräften und atmosphärischen Kräften Gerl. Beit. z. Geophys. 51, 1937.
17. Gnass, G., Bestimmung zeitlicher Änderung des Schwerevektors hinsichtlich der Tide M_2 aus

地殻潮汐に就いて(其三)地球の剛性

- gleichzeitigen Horizontalpendelbeobachtungen in Pillnitz, Berchtesgaden und Beuthen. *Zs. f. Geophys.* 16, 1940.
18. Schweydar, W., Theorie der Deformation der Erde durch Flutkräfte. Veröff. d. Königl. Preuss. Geod. Inst. N. F. 66, 1925.
 19. Street, R. O., Oceanic tide as modified by a yielding earth. *M. N. R. A. S. Geophys. Suppl.* 1 1925, 292-306.
 20. Rosenhead, L., Tides on a two-layered earth. *M. N. R. A. S. Geophys. Suppl.* 2, 1927 171-196.
 21. Sterneck, R., Neue Weltkarten der Flutstüdenlinien. *Ann. d. Hydrogr.* 50, 1922, 145-149.
 22. Schweydar, W., Harmonische Analyse der Lotstörungen durch Sonne und Mond. Veröff. d. Königl. Preuss. Geodät. Inst. N. F. 59, 1914.
 23. 西村英一, 地殻潮汐に就いて. 其二. 活断層附近の土地の特異なる運動. 「地球物理」第5巻 第1号 昭16 (阿武山地震観測所報告 第1報)
 24. Hecker, O., Deformationsbeobachtungen in Pribram in Böhmen, *Mittl. d. Zentralbr. d. Inter. Seism. Assoziation* Nr. 5, 1914. *Gerl. Beitz. Geophys.* 13, 1914.
 25. Darwin, G. H., Thomson and Tait-Treatise on Natural Philosophy 1883 II. § 848.
 26. Schweydar, W., Ein Beitrag zur Bestimmung des Starrheitskoeffizient der Erde. *Gerl. Beit. z. Geophys.* 9, 1908.
 27. Darwin, G. H., Dynamical theory of the tides of long period, *Proc. R. S. London*, 41, 1886.
 28. Lamb, H., *Hydrodynamics* 1895 §§ 198, 207.
 29. Lord Rayleigh, Note on the theory of the fortnightly tide, *Phil. Mag. (Ser. 6.)* V. 1903.
 30. Lord Kelvin, Dynamical problems regarding elastic spheroidal shell. On the rigidity of the earth. *Phil. Trans. R. Soc. London* 153, 1863.
Treatise on Natural Philosophy II Cambridge 1923 § 832.
 31. Lord Kelvin, Treatise on Natural Philosophy II Cambridge, 1923 § 837.
 32. Love, A. E. H., Some problems of Geodynamics, Cambridge, 1926 Chapt. VIII.
 33. Darwin, G. H., *Scientific Papers (G. H. Darwin)* vol. II. Cambridge 1908. § 2.
 34. Herglotz, G., Über die Elastizität der Erde bei Berücksichtigung ihrer variablen Dichte. *Zs. f. Math. u. Phys.* 52, 1905.
 35. Prescott, J., On the rigidity of the earth, *Phil. Mag.* 22, 1911.
 36. Hoskins, L. M., The strain of a gravitating sphere of variable density and elasticity. *Trans. Amer. Math. Soc.* 21, 1920.
 37. Prey, A., Über die Elastizität der Erde. I. *Gerl. Beit. z. Geophys.* 23, 1920.
II. " 44, 1925.
 38. Jeffreys, H., The rigidity of the earth central core, *M. N. R. A. S. Geophys. Suppl.* 1. 1926, 371-383.