

## 温泉湧出導管中に於ける温度垂直分布の近似解

理 學 士 瀨 野 錦 藏

地下深處の高温水を導管によつて地表まで湧出せしむるときは、夫れが上昇途中に於て冷却されることは諸種の觀測により推定實證せられたところである。かゝる場合の地中温度狀況は數學的に岡本元治郎氏<sup>(1)</sup>によつて解かれたが導管内の温度を計算するには甚だ煩雜で實用には稍々不便である。そこで、茲には我々が引湯の冷却現象より得た法則から簡單に導管中の温度分布の近似算式を導き、別府で實測した二温泉につき檢證して見る。

別府温泉について温泉垂直導管中の温度を測定したものは二三ある<sup>(2)</sup>。その附近に於ける地中温度分布を見るに<sup>(3)(4)</sup>

$$(a) \text{ 温泉 No. 434 } \nearrow 1 \text{ 附近 } \quad \frac{dT}{dz} = 6.9 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C/cm}$$

$$(b) \text{ 温泉 No. 220 附近 } \quad \frac{dT}{dz} = 0.98 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C/cm (飛躍層にて)}$$

$$\frac{dT}{dz} = 7.5 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C/cm (飛躍層以深)}$$

である。又温泉水が上昇中冷却による温度勾配も生じるがその程度は

$$(a) \text{ 温泉 No. 434 } \nearrow 1 \quad \frac{\Delta T}{\Delta h} = 8.6 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C/cm}$$

$$(b) \text{ 温泉 No. 220 } \quad \frac{\Delta T}{\Delta h} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C/cm}$$

である。然るに導管壁から側方地中に熱傳導による温度分布狀況は、管壁近くに於ては急激の變化がありその温度勾配は極めて大きく、岡本氏の論文に示される如く地温との差が一度になるには導管より僅か 1m 程度であつて、其の間の平均勾配は上述の値より遙かに大きい。従つて管側近くの温度分布を考へるときは上下の温度勾配を無視しても近似的な解は求められる。今の場合は管壁の温度勾配さへ知られ、ば充分であるから、同様に radial の方向のみの熱傳導を考へればよい。然るとき前論文の引湯の場合の狀況に類似する。

別論文<sup>(5)</sup>によつて温泉水を地表近くに之に平行して引湯する場合には、冷却の法則とし

て Newton の冷却法則類似の

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = -\lambda(T-\theta) \quad (1)$$

を得たのである。ここに  $k$  は地層の熱傳導率、 $T$  は泉管内の水溫、 $r$  は管中心よりの側方距離、 $\theta$  は擾亂されない状態の地溫である。引湯の場合には地表が大氣に接して居るから、今の場合は條件が多少異なるけれども、矢張り (1) 式は少くとも近似的には成立すると考へられる。即ち垂直導管の場合でも地表近くでは當然上式が成立してよい譯であり、又下端に於ては  $T=0$  となり熱傳導がなくなる事も (1) 式で満足せられる。上下兩端の條件を満足してゐるから嚴密な考慮をなしたる場合と餘り遠ざかつてゐると思はれぬ。只  $\lambda$  が定數でないかも知れぬ恐れはあるが、茲では略近的に定數と見なして置く。

次に  $q$  を温泉の湧出量、 $z$  を地表下の深さとすれば、當然

$$q \frac{\partial T}{\partial z} = -2\pi r k \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2)$$

である。之に (1) 式を用ふれば

$$q \frac{dT}{dz} = 2\pi r \lambda (T-\theta) \quad (3)$$

この一般解は

$$T = e^{\gamma z} \left\{ A - \int \gamma \theta e^{-\gamma z} dz \right\}, \quad \gamma = \frac{2\pi r \lambda}{q} \quad (4)$$

地中温度分布が簡単な函数で示されるときは (4) 式の積分は可能である。例へば最も簡単な場合として、 $\theta$  が深さと一次的關係を有し、

$$\theta = \alpha + \beta z \quad (5)$$

の如きものであり、且温泉湧出口下端 ( $z=h_0$ ) の水溫と地中温度とが同一であれば (4) 式は次の如くなる。

$$T = \alpha + \beta z + \frac{\beta}{\gamma} \left\{ 1 - e^{-\gamma(h_0-z)} \right\} \quad (6)$$

又地中温度に飛躍層などがある時でも、比較的簡単に二つの折線と見られるやうならばその折點  $h_1$  に於て上下に二分し

$$\text{下部: } T = \alpha + \beta(z-h_1) + \frac{\beta}{\gamma} \left\{ 1 - e^{-\gamma(h_0-z)} \right\} \quad h_1 < z < h_0 \quad (7)$$

深さ  $h_1$  に於ては上部は下部より來た温泉水の温度にならなければならぬからその温度を

温泉湧出導管中に於ける温度垂直分の近似解

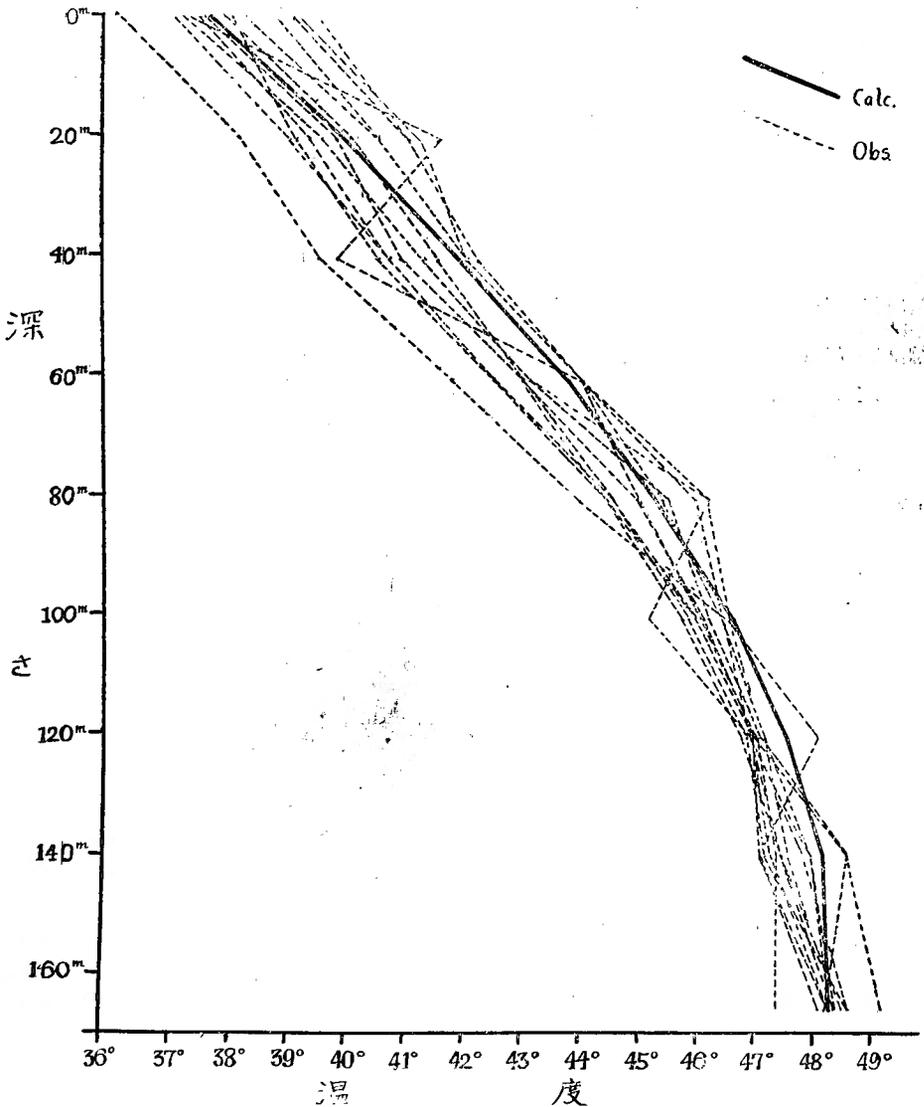
$T_0$  とすれば

$$\text{上部: } T = \alpha' + \beta'z + \frac{\beta'}{\gamma'} + \left\{ T_0 - \left( \alpha' + \beta'h_1 + \frac{\beta'}{\gamma'} \right) \right\} e^{-\gamma'(h_1 - z)} \quad z < h_1 \quad (8)$$

但  $T_0$  は (9) 式に於て  $z=h_1$  とおいて得られるものである。

例へば前掲の (a) 温泉 No. 434 ノ 1 附近 (No. 434 ノ 10) の地中温度は所謂「北<sup>(3)</sup>部分散型」と稱される地帯で<sup>(4)</sup> (5) 式を以て略ぼ之を示す事が出来て、

第1圖 温泉 No. 434 ノ 10 導管中の温度分布



温泉湧出導管中に於ける温度垂直分の近似解

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 17, & \beta &= 0.200 \\ z &= 155.6\text{m} \text{ にて} & T &= 48.4^{\circ}\text{C} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。一方同温泉の観測資料の湧出量の近似的の値をもつ (4) (5) (9) の平均値を用ひ

$$\left. \begin{aligned} 2r &= 4.3\text{cm.} & q &= 2.70 \text{ L/M.} \\ \lambda &= 0.0116\text{cm}^{-1}, (\gamma = 0.0058\text{m}^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

等より常数を求むれば (6) 式は次の如くなる。

$$T = 17 + 0.200z + 34.5 \left\{ 1 - e^{-0.0058 \cdot 156.6 - z} \right\} \quad (z; \text{米単位}) \quad (6')$$

これより各深さの温泉を計算し實測値と對照すれば第 1 圖の如くなる。(10) に於ける  $\lambda$  従つて  $\gamma$  は實は未知なのであつて、この値は例へば水平引湯の場合から得られたものなどを直ちに採用することは出来ない。ところが (4) 式は一次微分方程式の解であるから積分常数は一つで之は温泉水の下端温度が知れて居れば決定出来る。更に温泉湧出口上端の温度が測定されてゐれば  $\gamma$  が未知であつても之を定める事が出来るので得られたものである。

次に (b) 温泉 No. 220 附近の地中温度は所謂「田の湯型」と稱される地帯で二つの折線又は指數函數を以てその地温變化を近似的に示される。例へば (5) 式によれば

$$\left. \begin{aligned} \text{上部: } \alpha' &= 21 & \beta' &= 0.975 \text{ [} (^{\circ}\text{C})/\text{fm} \text{]} & z &< 40\text{m} \\ \text{下部: } \alpha &= 60 & \beta &= 0.075 \text{ [} (^{\circ}\text{C})/\text{m} \text{]} & 40\text{m} &< z < 112\text{m} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となり、同温泉の観測資料中 (2) (6) (7) (8) (9) の平均値を用ふれば

$$\left. \begin{aligned} 2r &= 4.0\text{cm.} & q &= 18.80 \text{ L/M} \\ \lambda &= 0.088 \text{ [} 40\text{m} < z < 112\text{m} \text{]}, & \lambda' &= 0.030 \text{ [} z < 40\text{m} \text{]} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となりて (7) (8) 式はそれぞれ

$$\text{下部: } T = 60 + 0.075(z - 40) + 12.71 \{ 1 - e^{-0.0050(112 - z)} \} \quad 40\text{m} < z < 112\text{m} \quad (7')$$

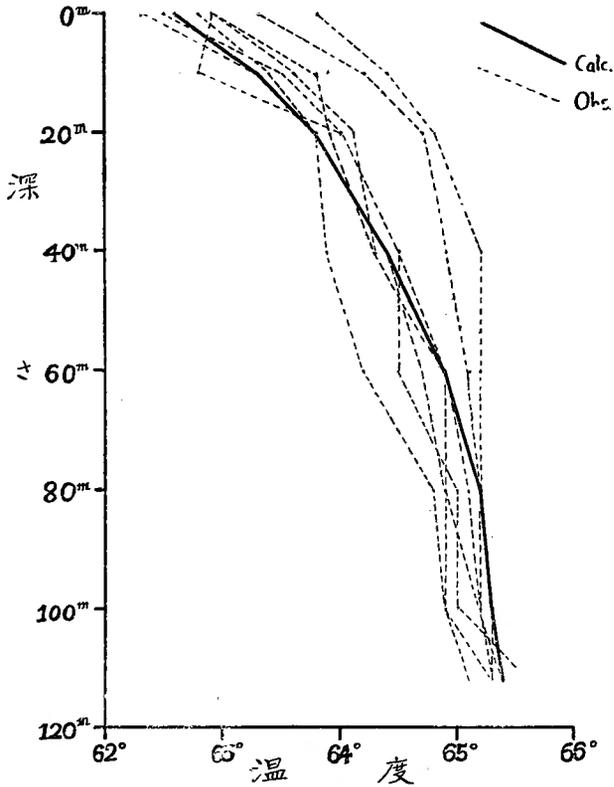
$$\text{上部: } T = 21 + 0.975z + 487.5 - 483.1e^{-0.0020(40 - z)} \quad z < 40\text{m} \quad (8')$$

この二式より計算したるものと實測値を對照すれば第 2 圖の如くなる。前と同様  $\lambda, \lambda'$  従つて  $\gamma, \gamma'$  は未知であるが、今は幸ひ下端、上端及 40m の測温があるから決定することが出来たが、もし地中温度と湧出口温泉しか測定されてゐないときには試行的に求めなければならぬ。

以上に求めた  $\lambda$  の値は桁は同じであるが、可なり異つた値であつて一を以て他に流用出

温泉湧出導管中に於ける温度垂直分の近似解

第2圖 温泉 No. 220 導管中の温度分布



來ない事は注意を要する。

終りに絶えず御指導を賜る野満隆治博士に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- (1) 岡本元治郎；温泉上昇の附近地温に及ぼす影響範圍に就て，本誌第5卷192頁
- (2) 瀬野，西田；別府温泉二三の湧出口導管中に於ける温度分布と途中冷却率，本誌第2卷32頁
- (3) 山下馨外三名，別府市街地ホーリングによる地中温度測定表；本誌第2卷291頁
- (4) 野満隆治，山下馨；別府舊市内の地中温度分布と温泉脈，本誌第2卷233頁
- (5) 野満隆治，瀬野錦藏；引湯の研究，1引湯の冷却，本誌第5卷171頁