井戸理論の一進展（第2報）
竪井の揚水開始及び停止に伴ふ附近水位變化と地層の彈性率*

理學博士　野　滿　隆　治

故理學士　山　下　　馨

I. 緒　　言

著者の一人は前論文[1]に於て井戸揚水の定常狀態を論じ，垂直分速の存在を顧慮して井壁内外水面の不連續階段性あるべきことを指摘した。本論文に於ては其の點を確むる爲の模型實驗を行ふと共に，揚水開停に伴ふ附近水位の不定常狀態をも一方には理論的に研究し，他方には野外實測又は模型實驗によつて其の檢證を行はんとするものである。

不壓井揚水後の水位變動に就いては既にシュルツェー[2]やウェーベー[3]の理論はあるが，共に運動法則の外には正當なる連續方程式を用ひずして，其の代りに豫め一の補助式を勝手に假定し立論して居る。然るに其の假定は氏等が得た最後の公式と數學的に矛盾するのみならず，吾等の模型實驗結果とも相反するから，其の理論は不完全といはねばならない。又セイス[4]は無造作に熱傳導論の瞬間線吸込を利用して理論を立てたが，熱を水に熱傳導率を透水係數に置き換へただけでは不合理である。熱は媒體の一定容積中に幾らでも出入出來るが全く空には出來ないのに，水は一定容積内には一定量しか這入れないし又全くそこを空にすることも出來るので，不定常狀態に於ける連續式の關係は水と熱とで全く違ふのである。セイスの理論が帶水層の空隙率も壓縮率も含まず從つて不壓水でも被壓水でも形式のみならず數量的にも全く同一となつて居るのは，此の點の考察不足に基づく誤謬であ

---

* 本文は昭和8年故山下理學士在學中の卒業課題として實驗し，野滿の理論を檢證したもので，其の大要は昭和10年(1935) 6月京都にて陸水學會席上に講演した。其の後著者は火山溫泉の研究に沒頭するの止むなきに至り印刷が著しく遲延した。

(1) 野滿隆治: An advance in the theory of wells. 日本天文學及地球物理學輯報 12 (1935), 159.

(2) J. Schultze: Die Grundwasserabsenkung in Theorie und Praxis (1924), 9.

(3) H. Weber: Die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen (1928), 10.

(4) C. V. Theis: The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate & duration of discharge of a well. Trans. Am. Geo. Union (1935), 519.

る。

仍つて著者は先づ地下水の運動法則と連續式とのみから理論を組立て，其の結果を實際の井戸揚水例と模型實驗とに照合することとした次第である。

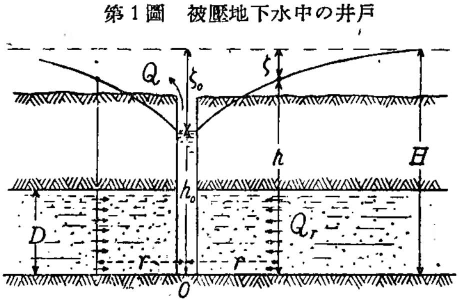
II. 理　　論

1. 掘拔井戸の場合　上下兩面を完全な不透水層に限られた被壓帶水層がある場合に，其の水も帶水層の組成粒子も不可壓であり，且つ帶水層自身剛體であるならば，揚水開始又は停止の影響は無限大速度を以て遠方に傳はる筈である。又帶水層自身は剛體で水のみが實際の如き壓縮率を有する場合は，揚水影響の傳播は近傍では水中音波程度の急速度でなくてはならない。然るに實測例を見れば，掘貫井の影響は不壓淺井の場合に比しては桁違ひに速く傳はるが，水中音波速度（1400米/秒）に比すれば遙に遲い。例へば著者が郷里熊本の灌漑用掘貫井經驗では，500 m の距離に 6 分を費す程度であつた。それでも不壓淺井ならば 1 km も離れると，小揚水では影響が分らず，大揚水でも 1～2 日を要して初めて分るのに較べると，隨分迅速だと言はねばならない。

そこで私は，被壓地下水中の揚水或は其の停止の理論を作るに當り，水の壓縮性の外に帶水層自身及び組成粒子の壓縮性をも計算に入れる。

揚水開始：第 1 圖に於て，帶水層の厚さを D，空隙率を n，透水係數を k とし，又水の壓縮率を $\varkappa_1$，砂粒の夫れを $\varkappa_2$ とする。尙ほ上下不透水層が中間帶水層内の水壓變化によつて變形し，其の爲めの帶水層 D の壓縮又は延長率を α とし，何れも其の地層に就いては定數と考へる。然るときは，

第 1 圖　被壓地下水中の井戸



井戸より距離 r に於ける水頭降下 ζ 及び圓筒面を通過する流量 Q_r の間には，時間を t にて表はせば

運動法則　$$Q_r=2\pi rD.k\frac{\partial\zeta}{\partial r} \qquad (1)$$

連續方程式　$$\frac{\partial Q_r}{\partial r}=[n\varkappa_1+(1-n)\varkappa_2+\alpha]2\pi rD.g\rho\frac{\partial\zeta}{\partial t}=2\pi r\varkappa D\frac{\partial\zeta}{\partial t} \qquad (2)$$

但し　$$\varkappa\equiv g\rho[n\varkappa_1+(1-n)\varkappa_2+\alpha] \qquad (3)$$

なる二式が成立つ。此の二式 (1), (2) より Q_r を追出せば

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=\frac{k}{\varkappa}\left[\frac{\partial^2\zeta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\zeta}{\partial r}\right] \tag{4}$$

揚水開始の場合には，條件として

$$\left.\begin{array}{ll}\text{初期條件} & t=0 \text{ のとき } \zeta=0 \\ \text{境界條件} & r=\infty \text{ では } \zeta=0 \\ & r=r_0,\ t>0 \text{ で } Q_r=Q\ (\text{揚水量})\end{array}\right\} \tag{5}$$

を用ひる。但し r_0 は井戸半徑で，影響圏問題のときには $r\gg r_0\fallingdotseq 0$ と見てよい。井戸揚水量 Q は一定と考へる。

さて，(4) 式を普通微分方程式に化するため

$$\xi\equiv\frac{r}{2\sqrt{kt/\varkappa}} \tag{6}$$

なる置換を行へば，

$$\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial\xi}{\partial t}\frac{d}{d\xi}=-\frac{1}{4\sqrt{kt/\varkappa}}\frac{r}{t}\frac{d}{d\xi},\qquad \frac{\partial}{\partial r}=\frac{\partial\xi}{\partial r}\frac{d}{d\xi}=\frac{1}{2\sqrt{kt/\varkappa}}\frac{d}{d\xi}$$

であるから (4) 式は

$$\frac{d^2\zeta}{d\xi^2}+\left(\frac{1}{\xi}+2\xi\right)\frac{d\zeta}{d\xi}=0 \tag{4'}$$

となる。之を一回積分して

$$\frac{d\zeta}{d\xi}=C\frac{e^{-\xi^2}}{\xi},\qquad \text{但し } C=\text{積分常數} \tag{7}$$

更に積分して，且つ初期條件「$t=0$ のとき $\zeta=0$」を用ふれば

$$\zeta=-C\int_\xi^\infty\frac{e^{-\xi^2}}{\xi}d\xi \tag{8}$$

次に起點條件 $r\to 0$ にて $Q_r=Q$ (揚水量) となる様に C を定むるには，(8) 式を (1) 式に代入して

$$Q=\left|2\pi rDk\frac{\partial\zeta}{\partial r}\right|_{r=0}=-2\pi kDC\left|\frac{e^{-\xi^2}}{\xi}\frac{r}{2\sqrt{kt/\varkappa}}\right|_{r=0}=-2\pi kDC.$$

$$\therefore\quad -C=Q/(2\pi kD)$$

仍つて求むる解は

$$\zeta=\frac{Q}{2\pi kD}\int_\xi^\infty\frac{e^{-\xi^2}}{\xi}d\xi \tag{8'}$$

更に
$$\lambda \equiv \xi^2 \equiv \frac{r^2}{4(k/\varkappa)t} \tag{9}$$

なる置換を行へば

$$\zeta = \frac{Q}{4\pi kD}\int_\lambda^\infty \frac{e^{-\lambda}}{\lambda}d\lambda = -\frac{Q}{4\pi kD}Ei(-\lambda) \tag{10}$$

となる。即ち被壓井の揚水による周圍の水位降下は(9)式の如き λ の Ei 函數で表はされる。Ei 函數の數値表は既に出來て居り，Jahnke[(5)] 等の函數表にも載せてあるから，計算は容易に實行が出來る。

(8)或は(10)式によれば，水位降下 ζ の變化は距離 r と時間 t とが λ 或は ξ の集團となつて傳播する。從つて簡單に考へらるる樣に等速度ではない。或對應狀態例へば各地點に於ける水位降下の最急なる時刻と距離との關係は，先づ(8)式より水位降下速度を求め

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} = \frac{d\zeta}{d\xi}\frac{\partial\xi}{\partial t} = C\frac{e^{-\xi^2}}{\xi}\frac{r}{4\sqrt{(k/\varkappa)t^3}} = \frac{C}{2t}e^{-\frac{r^2}{4(k/\varkappa)t}}$$

從つて降下速度極大の時は

$$0 = \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2} = -\frac{C}{2}\left[\frac{1}{t^2} - \frac{r^2}{4(k/\varkappa)t^3}\right]e^{-\frac{r^2}{4(k/\varkappa)t}}$$

$$\therefore\ t = \frac{r^2}{4k/\varkappa} \quad \text{或は} \quad r = 2\sqrt{(k/\varkappa)t} \quad \therefore \lambda = 1 \tag{11}$$

換言すれば，水頭最急降下點(水位時間曲線の變曲點)の時刻は距離の二乘に比例する。

又井戸問題で常に重要視せらるる影響圏半徑 R が時間と共に如何に擴大されるかも容易に決定し得る。凡そ吾人が影響限界と稱するものは，絕對に影響が無いといふことではなく，只吾人の觀測精度では認められないといふに過ぎぬ。それで今我々の水位觀測精度を1粍（普通は1糎或は其以上なるも）とすれば，$\zeta \geqq 1$ 粍になる距離が影響圏半徑に外ならぬ。而してかかる R は，(10)式より $c.g.s$ 單位にて

$$0.1 = \frac{Q}{4\pi kD}\int_\lambda^\infty \frac{e^{-\lambda}}{\lambda}d\lambda \quad \text{或は} \quad -Ei(-\lambda) = \frac{4\pi kD}{Q}\times 0.1$$

になる樣な λ を Ei 函數表より求め之を b^2 とする。然るときは

$$\lambda = \frac{R^2}{4(k/\varkappa)t} = b^2 \quad \therefore\ R = 2b\sqrt{(k/\varkappa)t} \tag{12}$$

であつて，矢張り R は $\sqrt{t}$ に比例して擴大し，等速度を以て擴大するのではない。

---

(5) E. Jahnke und F. Emde: Funktionentafeln (1933), 83.

(11), (12) 特に (11) 式は水位觀測によつて $k/\varkappa$ を實測するに役立つ。而して若し他の方法により透水係數 k 及び空隙率 n が分つて居れば，それから $\varkappa=g\rho[n\varkappa_1+(1-n)\varkappa_2+\alpha]$ が算定出來る。然るに水の壓縮率 $\varkappa_1$ は既知で，水溫 15°C のとき $\varkappa_1=48.9\times10^{-12}c.g.s.$ である。又珪素の壓縮率は 0.16×10^{-12} であるが，地震縱波の傳播速度より推定される地殼岩石の壓縮率は之よりも遙かに小さく 10^{-16} 程度になるやうであるから，帶水層砂粒の壓縮率 $\varkappa_2$ は水のそれに較ぶれば非常に小さく，略近的には無視しても大過あるまい。揚水影響傳播の實際から判斷して，$\varkappa_1$ そのものが既に α に較べて餘程小さいのである。

從つて $k/\varkappa$ の實測値から出した $\varkappa$ の値より地層の變形率 α が割出せる。即ち (11) 式は被壓帶水層上部の地層變形の難易を井戸實驗によつて判斷する方法を提供するものと私は信ずる。實際後節に述ぶる實例によれば，α は $\varkappa_1$ の 60 倍程度のもので，略算には $\varkappa_1$ も $\varkappa_2$ も α に比して省略するも差支ない。只茲に一言して置きたいことは，不透水層と考へた粘土層などへの水の出入である。粘土層の透水係數は 1 糎/年 程度を普通とするから，掘貫井の影響傳播に要する時間(分程度)位では殆んど水の出入は考へなくても宜しい。たとへ其の效果はあつても，$\varkappa_1$ の效果程度を超えないのである。

尚茲に注意すべきは $\lambda\equiv\frac{\varkappa r^2}{4kt}<1$ 即ち水位降下の最急時刻以後の場合である。此の時は Ei 函數を級數に展開することが出來る。即ち

$$\int_\lambda^\infty\frac{e^{-s}}{s}ds=\int_\lambda^1\frac{e^{-s}}{s}ds+\int_1^\infty\frac{e^{-s}}{s}ds=\int_\lambda^1\frac{e^{-s}}{s}ds+0.2194$$

又
$$\int_\lambda^1\frac{e^{-s}}{s}ds=\int_\lambda^1\frac{1}{s}\left(1-s+\frac{s^2}{2!}-\frac{s^3}{3!}+\cdots\right)ds=\left|\ln s-s+\frac{s^2}{2\cdot2!}-\frac{s^3}{3\cdot3!}+\cdots\right|_\lambda^1$$

然るに
$$-1+\frac{1}{2\cdot2!}-\frac{1}{3\cdot3!}+\cdots\cdots=-0.7966\cdots$$

$$\therefore\ \zeta=\frac{Q}{4\pi kD}\left[-0.5772+\ln\frac{1}{\lambda}+\lambda-\frac{\lambda^2}{2\cdot2!}+\frac{\lambda^3}{3\cdot3!}-\cdots\right] \qquad (10')$$

特に λ が 1 に比して著しく小なる(定常狀態に近い)場合には最初の二項のみを取り

$$\zeta\doteqdot\frac{Q}{2\pi kD}\ln\frac{1.50\sqrt{(k/\varkappa)t}}{r} \qquad (10'')$$

としてよい。之を普通の掘貫井定常狀態の式 $\zeta=\frac{Q}{2\pi kD}\ln\frac{R}{r}$ に對照すれば

$$R=1.50\sqrt{(k/\varkappa)t} \qquad (12')$$

としたものに相當するが，この R は決して所謂影響圏半徑を示すものではない。水位最急降下點よりも遙かに近距離にあるからである。

揚水停止： 揚水停止後の水位恢復狀況は，揚水が引續き行はれて居る上に新に $-Q$ なる給水を追加したと見ればよいから，揚水實施時間を t_1，其の後の時間（揚水停止時刻より測つた）を t とすれば，次の如く二つの Ei 函數の差で直ちに算定し得る。

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= \frac{Q}{4\pi kD}\left[\int_{\lambda'}^{\infty}\frac{e^{-s}}{s}ds-\int_{\lambda}^{\infty}\frac{e^{-s}}{s}ds\right] \\ \text{但し}\quad \lambda &= \frac{\varkappa r^2}{4kt},\quad \lambda'=\frac{\varkappa r^2}{4k(t_1+t)} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

特に λ, λ' が 1 に比し著しく小さくなつた後，換言すれば最急恢復點より餘程後には

$$\zeta \doteqdot \frac{Q}{4\pi kD}\ln\frac{t_1+t}{t} \tag{13'}$$

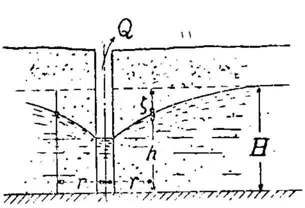
之は水位恢復時の ζ を觀測して透水係數 k を求むるに極めて便利である。(13′)式は既にセイスも出して居るが，それは $\varkappa$ の作用が互に消し合つて居る爲め，氏の出發點には誤りがありながら茲では偶然に正しくなつたまでである。

2. 不壓地下水の場合 上部に自由面を有する不壓地下水中の竪井に就ては，帶水層下底より自由面までの高さを揚水前に H, 揚水中に h とすれば，水面降下は $\zeta=H-h$ である。此の時の基本方程式は

運動方程式 $$Q_r=2\pi rh\cdot k\frac{\partial\zeta}{\partial r} \tag{14}$$

連續方程式 $$\frac{\partial Q_r}{\partial r}=\beta 2\pi r\frac{\partial\zeta}{\partial t} \tag{15}$$

第 2 圖 不壓地下水中の井戸揚水



茲に β は有效空隙率で，前節の空隙率 n の內で重力水が通過し得る部分である。即ち吸着水や毛管水などの部分，換言すれば極々微細な空隙を引去つた比較的大きな空隙だけであるから，n よりは小さい。又透水係數 k と流通係數 (Transmission canstant) c との間には

$$k/\beta=c \tag{16}$$

なる關係あることを注意して置く。又運動方程式(14)は普通の慣例に從ひ垂直分流を水平流に比し極めて小さく無視し得るものとした。從つて前論文[(6)]に取扱つた樣な井戸壁內外の水面不連續が生じない程度の揚水にしか精確には適合しないことも豫め斷つて置く。

(6) 前出 (1).

(14)式を r にて微分し (15)式に代入すれば，(16)式及び $h=H-\zeta$ に注意し

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=cH\left[\frac{\partial}{r}\left\{\left(1-\frac{\zeta}{H}\right)\frac{\partial\zeta}{\partial r}\right\}\right]+\left(1-\frac{\zeta}{H}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial\zeta}{\partial r}\Big] \tag{17}$$

之が ζ の基礎微分方程式であるが，完全に解くことは到底困難であり，逐次近似算も甚だ複雑となり實用には供し難い。仍つて ζ/H が 1 に比して省略し得る程度の揚水に對してのみ研究し，それで滿足することにする。尤も多少の修正法は後に述べる。

さて，ζ が H に比し甚だ小さい場合には，(17)式は

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}\doteqdot cH\left[\frac{\partial^2\zeta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\zeta}{\partial r}\right],\quad c=k/\beta \tag{17'}$$

となる。即ち第一近似的には被壓水の場合の (4) 式と全く同型で，只右邊の係數を異にするだけである。

依つて井戸揚水量を Q とすれば，(17')の解は前同様にして

$$\left.\begin{aligned}&\zeta=\frac{Q}{4\pi kH}\int_\lambda^\infty\frac{e^{-\lambda}}{\lambda}d\lambda=-\frac{Q}{4\pi kH}Ei(-\lambda)\\ \text{但し}\quad&\lambda\equiv\frac{r^2}{4cHt}=\frac{\beta r^2}{4kHt}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

水位最急降下時刻は

$$t=\frac{r^2}{4cH}=\frac{\beta r^2}{4kH}\quad\text{或は}\quad r=2\sqrt{cHt} \tag{19}$$

で，k/β を實測するに適する。

水位觀測精度 (1 粍或は 1 糎等) に對する影響半徑 R も，(12)式に準じ

$$R=2b\sqrt{cHt} \tag{20}$$

又水位最急降下以後 λ が 1 に比し著しく小となつた後は

$$\zeta\doteqdot\frac{Q}{2\pi kH}\ln\frac{1.50\sqrt{(k/\beta)Ht}}{r} \tag{21}$$

此の(21)式は Schulze や Weber の式と酷似して居るが，對數內 $\sqrt{cHt}$ の係數が餘程違ふ。Schulze の $\sqrt{6}$, Weber の 3 に對し，我々のは 1.50 となるのである。而も之は影響圏限界ではなくて，水位最急降下時刻より餘程後にならねば成立せぬのである。

揚水停止後の水位恢復も同様に

$$\zeta=\frac{Q}{4\pi kH}\left[\int_{\lambda'}^\infty\frac{e^{-s}}{s}ds-\int_\lambda^\infty\frac{e^{-s}}{s}ds\right] \tag{22}$$

但し $\lambda=\dfrac{\beta r^2}{4kHt}$, $\lambda'=\dfrac{\beta r^2}{4kH(t_1+t)}$

特に $\lambda \ll 1$ なるときは

$$\zeta \fallingdotseq \frac{Q}{4\pi kH}\ln\frac{t_1+t}{t} \tag{22'}$$

で與へられる。t_1 は揚水繼續時間，t は揚水停止時より測つた後の時間で，ζ は其の時の水位降下量である。kH を實測するに有利な式である。

以上は ζ が H に比し甚だ小さい場合の解であるが，若しさうでないときには定常狀態の普通公式より推察して，式(18),(21),(22),(22′) 等の右邊係數中にある $2H$ を $H+h$ にて置き換へたものが一層良い近似解であらう。例へば(22′)の代りには第二近似解として

$$H^2-h^2 \fallingdotseq \frac{Q}{2\pi k}\ln\frac{t_1+t}{t} \tag{22''}$$

3. 井戸及び距離 $r=R$ にて水位を一定に保持する場合 上には廣さ無限の帶水層中で，井戸揚水に當り其の揚水量を一定にした場合を論じたが，エーア・リフトなどにて揚水する場合には寧ろ井戸内の水頭を一定値に保持するとした方が事實に近いことがある。又帶水層の廣さも無限とせず有限距離 $r=R$ にて水位が原水位に保持され，R に比し井戸半徑 r_0 を無視し得ない場合をも考へて置く必要がある。例へば吾々が行つた樣な模型實驗では，どうしても帶水層の廣がりを無暗に大きくは出來ない。又最近は油田の採油にも地下水の井戸理論が適用される趨勢にあるが，石油の粘性は水に比して非常に大なるが爲に汲出井の影響は僅かに 100 米か 200 米までに限られ井戸の半徑も之に較べて全く無視するわけに行かないのである。仍つて茲に**被壓地下水**の基本微分方程式(4)を解く條件として

$$\left.\begin{array}{lll} \text{初期條件:} & t=0 \quad \text{のとき} & \zeta=0,\ [h=H] \\ \text{境界條件:} & r=r_0,\ t>0 \quad \text{で} & \zeta=\zeta_0,\ [h=h_0] \\ & r=R,\ t\geqq 0 \quad \text{で} & \zeta=0,\ [h=H] \end{array}\right\} \tag{23}$$

の場合を考へやう。

私は之を解く爲に ζ を二部分に分ち，r のみの函數 $\zeta_1(r)$ と，r 及び t の函數 $\zeta_2(r,t)$ の差とする。即ち

$$\zeta=\zeta_1-\zeta_2 \tag{24}$$

と置き，且つ兩部分は次の様な性質のものとする。

ζ_1 基本式 $$0=\frac{k}{\kappa}\left[\frac{d^2\zeta_1}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\zeta_1}{dr}\right],\quad r_0<r<R \tag{4_a}$$

同條件 $$\left.\begin{array}{lll} r=r_0\ (\text{井壁})\text{にて} & \zeta_1=\zeta_0 \\ r=R\ \text{にて} & \zeta_1=0 \end{array}\right\} \tag{23_a}$$

ζ_2 基本式 $$\frac{\partial\zeta_2}{\partial t}=\frac{k}{\kappa}\left[\frac{\partial^2\zeta_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\zeta_2}{\partial r}\right],\quad r_0<r<R \tag{4_b}$$

同條件 $$\left.\begin{array}{lll} r=r_0,\ t>0 & \text{にて} & \zeta_2=0 \\ r=R,\ t>0 & \text{にて} & \zeta_2=0 \\ t=0 & \text{のとき} & \zeta_2=\zeta_1 \end{array}\right\} \tag{23_b}$$

斯様な ζ_1 と ζ_2 であれば，$\zeta=\zeta_1-\zeta_2$ が其の基本式(4)及び條件(23)を全部滿足することは明かである。而も ζ_1 は結局定常狀態に於ける水位分布を與へ，ζ_2 は定常狀態にあるものが揚水停止によつて恢復するときの水位を示すこと明かである。即ち此の様な解法を取れば，揚水開始の問題も揚水停止の影響も一擧に解決される利點がある。

先づ定常部分 ζ_1 は (4_a) より

$$d\left(\frac{d\zeta_1}{dr}\right)\Big/\frac{d\zeta_1}{dr}=-\frac{dr}{r}$$

$$\therefore\quad \ln\left(\frac{d\zeta_1}{dr}\right)=-\ln r+\ln C \qquad \text{即ち}\quad \frac{d\zeta_1}{dr}=\frac{C}{r}$$

茲に C は積分常數である。之を更に積分して

$$\zeta_1=C\log r+C'$$

積分常數 C' 及 C を條件 (23_a) にて決定し

$$\zeta_1=\zeta_0\frac{\ln(R/r)}{\ln(R/r_0)} \tag{25}$$

之に應ずる揚水量 Q は

$$Q=\left|-2\pi rDk\frac{\partial\zeta_1}{\partial r}\right|_{r=R}=2\pi kD\zeta_0/\ln(R/r_0)$$

此の式より ζ_0 を求め (25) 式に代入すれば

$$\zeta_1=\frac{Q}{2\pi kD}\ln\frac{R}{r} \tag{25'}$$

となつて，普通の井戸理論式に一致する。

次に變化部 ζ_2 は**揚水停止後の恢復狀態**に相當するが，熱傳導論に於て中空圓筒の始め

の温度分布が與へられて居るとき急に內外兩壁面を零點に維持する場合の温度變化に類似であるから，カールスロー[7]等の理論に倣ひ

$$\zeta_2=\sum_1^\infty A_n e^{-(k/\varkappa)\alpha_n^2 t}\,U_0(\alpha_n r)=\frac{\pi^2}{2}\sum_1^\infty \alpha_n^2\frac{J_0^2(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n R)-J_0^2(\alpha_n r_0)}e^{-(k/\varkappa)\alpha_n^2 t}$$

$$\times U_0(\alpha_n r)\cdot\int_{r_0}^R r\zeta_1 U_0(\alpha_n r)dr \qquad (26)$$

但し，玆に J_0 は第一種の零級ベツセル函數，$U_0(\alpha r)$ は

$$U_0(\alpha r)=J_0(\alpha r)H_0^{(1)}(\alpha R)-J_0(\alpha R)H_0^{(1)}(\alpha r)$$

の如き函數で，$H_0^{(1)}$ は第一種零級ハンケル函數である。又 α_n は

$$U_0(\alpha r_0)=J_0(\alpha r_0)H_0^{(1)}(\alpha R)-J_0(\alpha R)H_0^{(1)}(\alpha r_0)=0 \qquad (27)$$

の根で，其の n 番目のものを示す。此の樣な α は

$$J_0(\alpha r_0)Y_0(\alpha R)-J_0(\alpha R)Y_0(\alpha r_0)=0$$

の根と同一で，ヤーンケー等の表に其の若干は揭出してあるから，それを利用することが出來る。然し實際の井戸では $R/r_0=m$ が同表にあるよりは著しく大きいから，自分で其の都度必要なだけの根を求めねばならぬ。それには McMahon[8] の近似法を用ひたり，或は

$$y=J_0(mx)/J_0(x), \qquad y=Y_0(mx)/Y_0(x) \quad 又は \quad y=H_0^{(1)}(mx)/H_0^{(1)}(x)$$

によつて，(x, y) 曲線を二本畫き，其の交點の x の値を取ればよい。それに應ずる α は $\alpha=x/r_0$ で決定される。

兎も角，かようにして ζ_2 が(26)式によつて計算出來る。特に少し時間が立てば第 1 項のみをとつて，次式により計算しても大差なくなる。

$$\zeta_2 \fallingdotseq A_1 e^{-(k/\varkappa)\alpha_1^2 t}\,U_0(\alpha_1 r)$$

次に**不被地下水**の場合でも，ζ が H に比して充分小さいときは，基本式(17′)を解けばよいから，(23)式以下(27)式まで殆んど其のまま使用し得る。ただ D の代りに H を，$\varkappa$ の代りに β/H を代入すればよい。又 ζ が相當大きい場合には $2D$ の代りに $(H+h)$ を入るれば第二近似解となるであらう。

III. 實驗との照合

(7) Carlslaw: The Conduction of Heat (1921), 127.

(8) J. McMahon: On the roots of the Bessel and certain related functions. Annals of Mathematics **9** (1894), 23; Gray & Mathews: Bessel functions (1922), 261.

1. 不壓井實測　著者の一人[9]が日野川原で行つた不壓井揚水實測は上記理論の檢證に役立つ點が二三ある。本井戸及び距離15米と30米との二つの觀測井に於ける水位變化を揚水中は素より揚水停止後の恢復まで測定したが，不幸にして揚水中二回ポンプの故障があつて數分間斷絕した。然し其の爲に却つて其の故障の傳播が觀測井にも明瞭に現はれ思はぬ好材料を提供した。(18)式によれば何でも對應狀態は時間と距離とが $\lambda=\dfrac{r^2}{4cHt}$ の集團にて表はされ，時間 t は距離 r の二乘に比例する筈である。然るにポンプ故障の影響が距離15米には4～6分で現はれたのに30米距離には18～23分で現はれ約4倍の時間がかかつたので，全く理論の要求を滿足する。

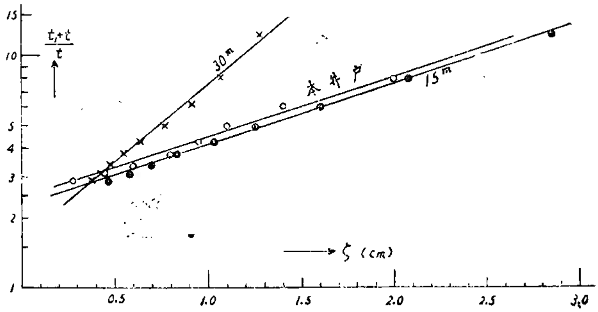
又揚水を1時間32分（故障時間差引き）續けた上で停止した後の水位恢復狀況は第1表の通りであつた。

本井戸及び 15 m 距離では揚水停止より8分以後，30 m 距離では 13 分以後は (ζ, t) 曲線の變曲點より遙か後になるから，其等の數値を以て半對數方眼紙上に $(t_1+t)/t$ を縱軸

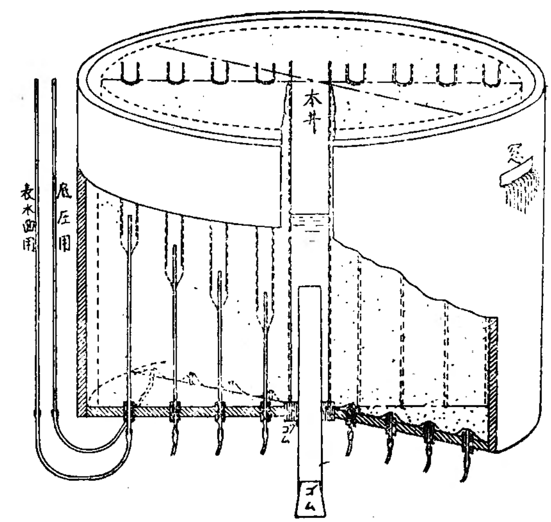
第1表　日野川原揚水時間 t_1＝92分後の水位恢復

時間 t	$\dfrac{t+t_1}{t}$	ζ（殘存水位低下量 cm） 本井戸	15 m	30 m
0分	∞	49.5	4.10	1.40
3	31.6	8.0	4.08	1.39
8	12.5	3.2	2.86	1.28
13	8.1	2.0	2.08	1.07
18	6.1	1.4	1.60	0.91
23	5.0	1.1	1.25	0.77
28	4.3	0.95	1.03	0.64
33	3.8	0.80	0.83	0.55
38	3.4	0.60	0.70	0.48
43	3.1	0.45	0.58	0.43
48	2.9	0.30	0.47	0.38

第3圖　半對數方眼紙上に第1表圖示



第4圖　井　戸　模　型

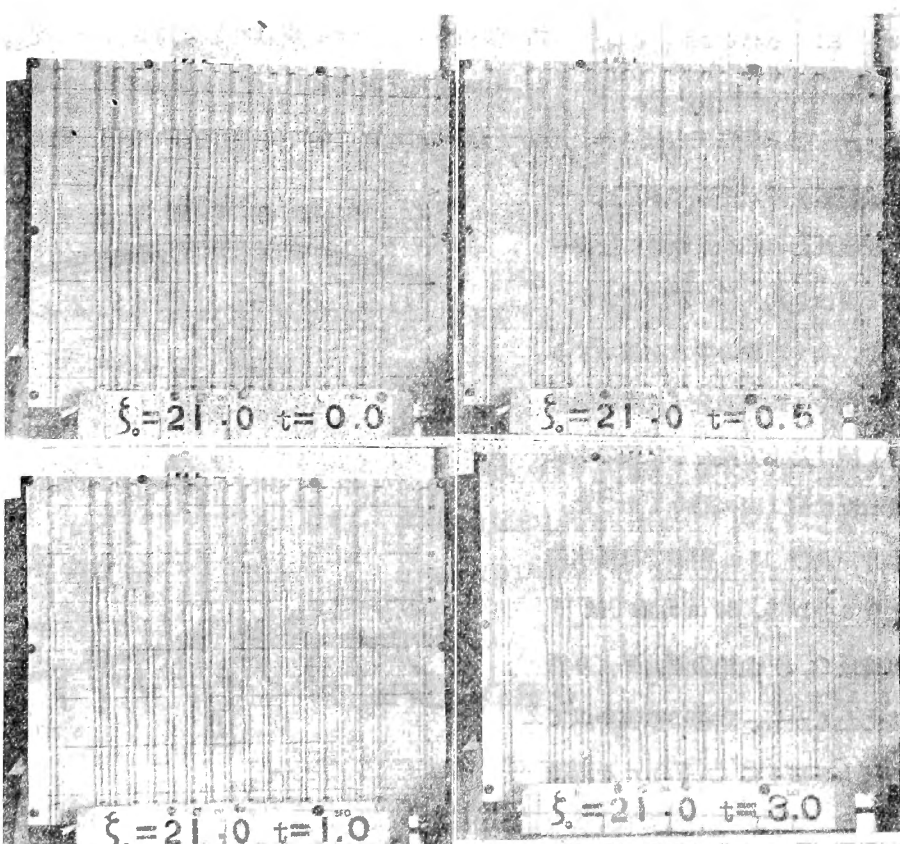


(9) 野滿隆治: 地下水量測定に就いて. 日本學術協會報告 4 (昭和3年), 79.

にξを横軸に取つてグラフを作ると第3圖を得る。何れも直線配列をするのを見れば(22′)式が立證されたことになる。此の場合の揚水量は $Q=0.363$尺^3/秒であつたから，(22′)式で kH を出せば，本井戸及び 15 m 井より 0.0275 m^2/sec, 30 m 井より 0.0605 m^2/s で平均 0.044 となり定常値より出した前論文の値 0.0394 m^2/s に近い。尙ほ30米井のみ著しい差があるのは15mと30mとの中間に帶水層の厚さか粒徑かが急變して居る爲であらう。

2. 不壓井模型實驗 次に山下，松崎兩名に行はせた模型實驗は次の通りである。第 4 圖の如き直徑約 56 cm の木製圓筒內に徑 50 cm の金網圓筒を据ゑ砂を一杯塡める。木桶には上端より少し下（底面より 25 cm の高さ）に矩形狀の小窓を開け，金網との間隙に水道水を導入するとき一定水位を保たせる樣にする。砂の中央部には別に徑 4.7 cm の小さい金網圓筒を垂直に立て井戸を代表せしめる。此の井戸には木桶の底より適當な太さの

第5圖 模型實驗中の水位變化例(各圖左半分は底壓，右半分は水表面)



第2表　揚水時の底水頭及び表水面の低下

Exp 1　S_0 = 6 8 cm

T_{cm}	3		8		13		18	
t_{sec}	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 5	3 0	2 3	1 4	1.1	1 2	0 3	0 9	0
1	4 2	3 1	1.8	1 7	1 4	0 7	1.1	0.3
1 5	4 8	4 0	2 5	2 2	2 0	1 0	1 7	0.5
2	4 9	4 1	2.6	2 4	2 1	1 2	1 7	0 6
2.5	4 9	4 0	2.8	2 4	2 0	1.2	1.7	0 7
3	4 7	4.0	2 9	2.3	2 1	1 4	1 8	0 8
3 5	4.7	4.1	2 9	2 5	2 1	1 5	1 8	0.9
4	4.8	4.0	2 9	2.4	2 1	1 5	1 8	0 9

Exp 2　S_0 = 10 7 cm

T_{cm}	3		8		13		18	
t_{sec}	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 5	2.5	2.0	1 0	0 9	0 8	0 3	0.5	0 2
1	5 4	4.0	2.4	2 2	1 8	0 8	1 3	.0 5
1.5	5 6	5 6	3 4	3 1	2 3	1 4	2.0	0 6
2	6 8	5 8	3.7	3 3	2 3	1.5	1 6	0 6
2 5	6.7	5.8	3 9	3 4	2 3	1 6	1.9	0.7
3	6 6	5 7	3 9	3 4	2 3	1.7	1 9	0.7
3 5	6 6	5 7	4.0	3 4	2 3	1 8	1.8	0 7
4	6.8	5 8	4.1	3 4	2 3	1,8	1.7	0 8
4 5	6.6	5 6	4 0	3.4	2 3	1.8	2,0	0.8
5	6.9	5.9	4 3	3 4	2 5	2,0	2 1	0.9
6	6.6	5 8	4 2	3.4	2 3	1,9	1 9	1 0
10	6 9	5 9	4 4	3.4	2 5	2.2	2 1	1 1

Exp 6　S_0 = 23 8 cm

T_{cm}	3		8		13		18	
t_{sec}	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 5	7 4	4 7	3 0	2 4	2.4	0 7	1.7	0.1
1	9 7	6 2	3.9	3 1	2.9	1.2	2.4	0.6
1.5	15.1	10.5	6 9	5.9	5.4	2.6	3.9	1.1
2	16 5	12 4	8 4	7.0	5.9	3 6	4.7	1 8
2.5	16.6	12.8	9 2	7.2	5.9	3.9	4 7	2.0
3	16.5	12 9	9.3	7.2	6.3	4.1	4.9	2.2
3.5	16.7	12.9	9 5	7.4	6.3	4 2	4.9	2.5

Exp 3　S_0 = 14 4 cm

T_{cm}	3		8		13		18	
t_{sec}	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5	4.2	2 9	1.9	1 5	1.6	0 7	1 5	0 3
1	8.1	5.9	3 6	3 4	2 8	1 5	2 5	0.5
1 5	9 9	7 5	4 9	4 6	3 7	2 2	3 0	0.9
2	10 5	8 2	5 6	5.1	3 9	2 6	3 3	1 3
2 5	10 5	8 5	6 2	5 2	4 0	3.0	3 5	1 6
3	9 5	8 1	5.7	4.9	3 8	2 8	3 3	1 5
3 5	9 3	8 0	5.7	4 8	3.7	2 9	3 3	1.7
4	10 1	8.9	6.5	5 4	3 9	3 1	3 5	1.7
5	9 2	7 9	5 9	4 9	3 9	3 0	3 3	1 8
10	9 7	7 8	5 8	4 8	3 8	2 9	3.2	1.8

Exp 4　S_0 = 15 2 cm

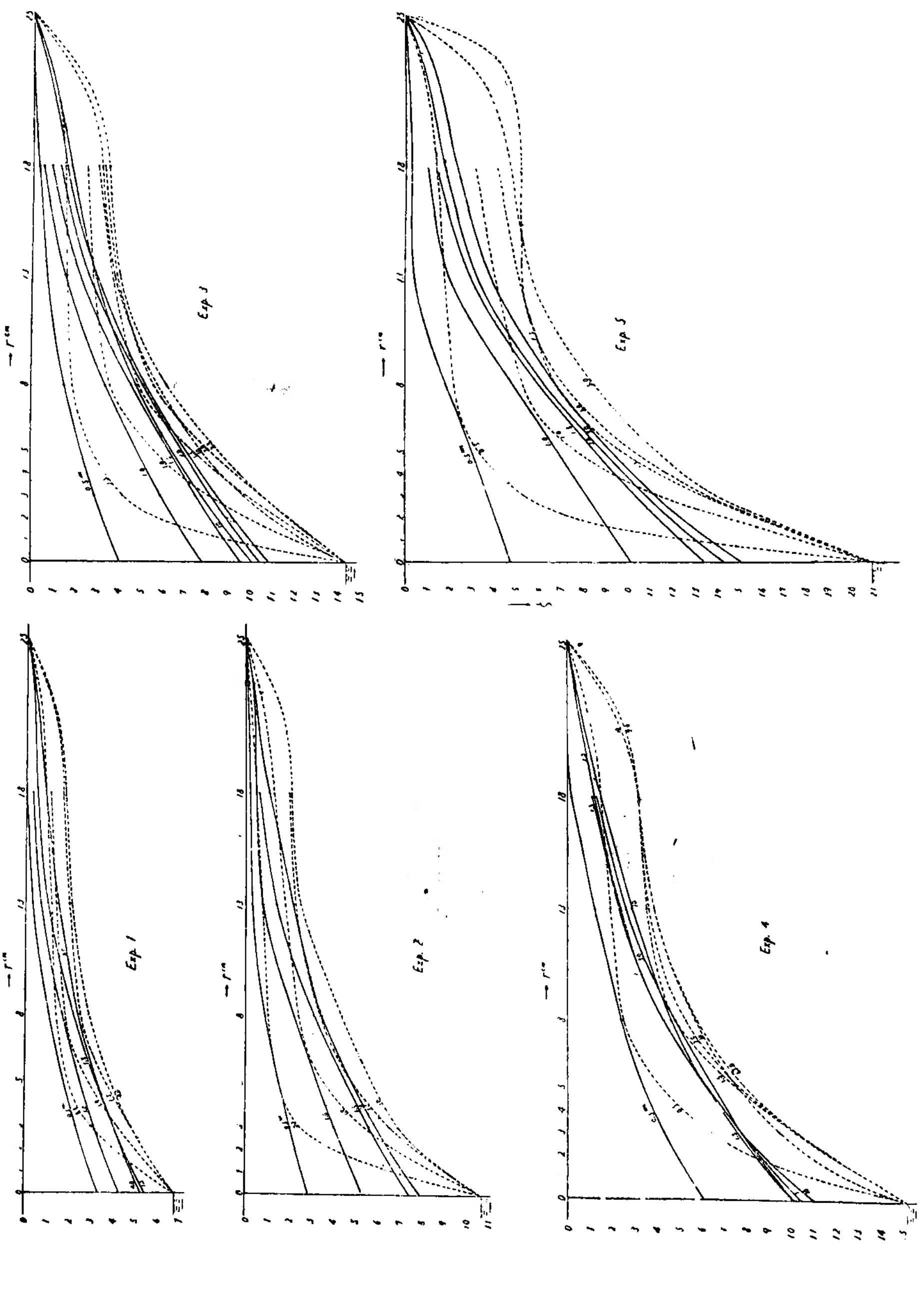
T_{cm}	3		8		13		18	
t_{sec}	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5	6 4	4 3	2 5	2 4	1 9	1 2	1 5	0 2
1 5	10 2	7 6	4 8	4 3	3 5	2 3	3 2	1 1
2	10 3	7 8	5 3	4 3	3 6	2 4	3 2	1.2
2 5	10 3	7 8	5 5	4.3	3 5	2 4	3 2	1.2
3	10 3	9 8	5 8	4 8	3 4	2 6	3.2	1 3
5	9 4	7 5	5 5	4 5	3 3	2 7	3 1	1 4
10	9.5	7.6	5.7	4 6	3 4	2 9	3.2	1 5

Exp 5　S_0 = 21 cm

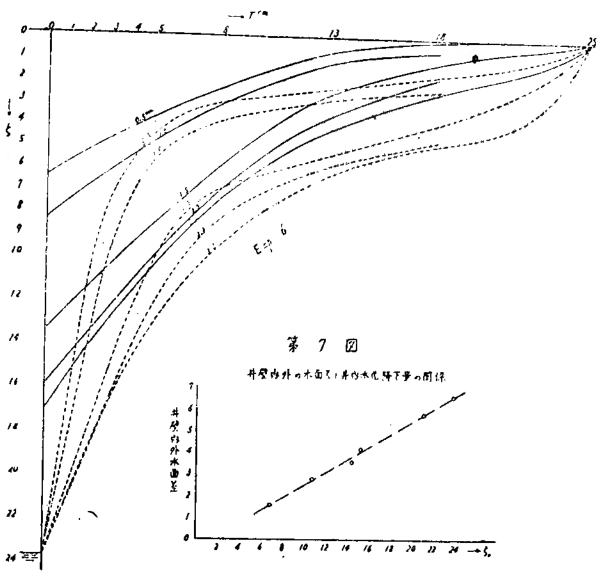
T_{cm}	3		8		13		18	
t_{sec}	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面	底圧	水面
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 5	5 4	3 7	2 2	1 9	1.8	0.4	1 4	0 3
1	11.5	8 2	5.3	4 9	4 1	2 0	3 2	1 0
1.5	13 5	10 4	6.8	6.1	5 2	3.0	4 2	1 4
2	13 7	10.9	7.2	6 3	5 3	3.3	5.3	1.8
2.5	13 8	11.3	7.8	6.6	5.5	3.7	5 4	1 9
3	13 9	11.3	8 2	6.5	5 4	3.8	5 6	2 0
3 5	13.9	11 3	8.3	6 7	5 5	3.9	4 6	2.1
4	13.8	11.3	8 4	6 8	5 6	3.9	4 6	2 2
4.5	13.8	11 3	8.7	6.8	5.8	4,0	4 7	2.3
5	14.0	11 3	8 6	6 8	5 8	3 9	4.8	2 4

第 6 圖　揚水中の時刻別水頭分布（左右平均）

實線は表水面，點線は底水頭



第 6 圖　續　き



硝子管を挿入し，其の硝子管の下底にはゴム栓をして置く。又其の上端は木桶の窓よりも適當だけ下に在る様にする。實驗を行ふには，先づ水道より水を木桶の內部周邊に導入して常に其の小窓よりは水が適當に流出する程度にし，砂層一面に小窓の高さまで水が充滿したる處で，模型井內の硝子管下底のゴム栓を急に拔いて揚水作業に代へる。硝子管內水位は瞬時にして硝子管上端の高さまで降り以後其の高さを維持する。井戸周圍の水頭を測るには，二直徑上に木桶の底面に數個の細孔をあけて，底外から測壓管を一列は底面すれすれまで挿入して上に金網を張り砂の侵入を防ぎ，他列は砂の上層に設けた金網製の觀測井內まで測壓管を挿入して，帶水層の底壓頭と水表面の高さとを別々に觀測し得る様にした。かくして是等測壓管內の水面を揚水開始後半秒毎に寫眞撮影し，水頭變化を檢討したのである。第5圖は寫眞の一例である。本井戸內の硝子管上端の高さ h_0 を種々に變へると，揚水量を變へた實驗に相當する。

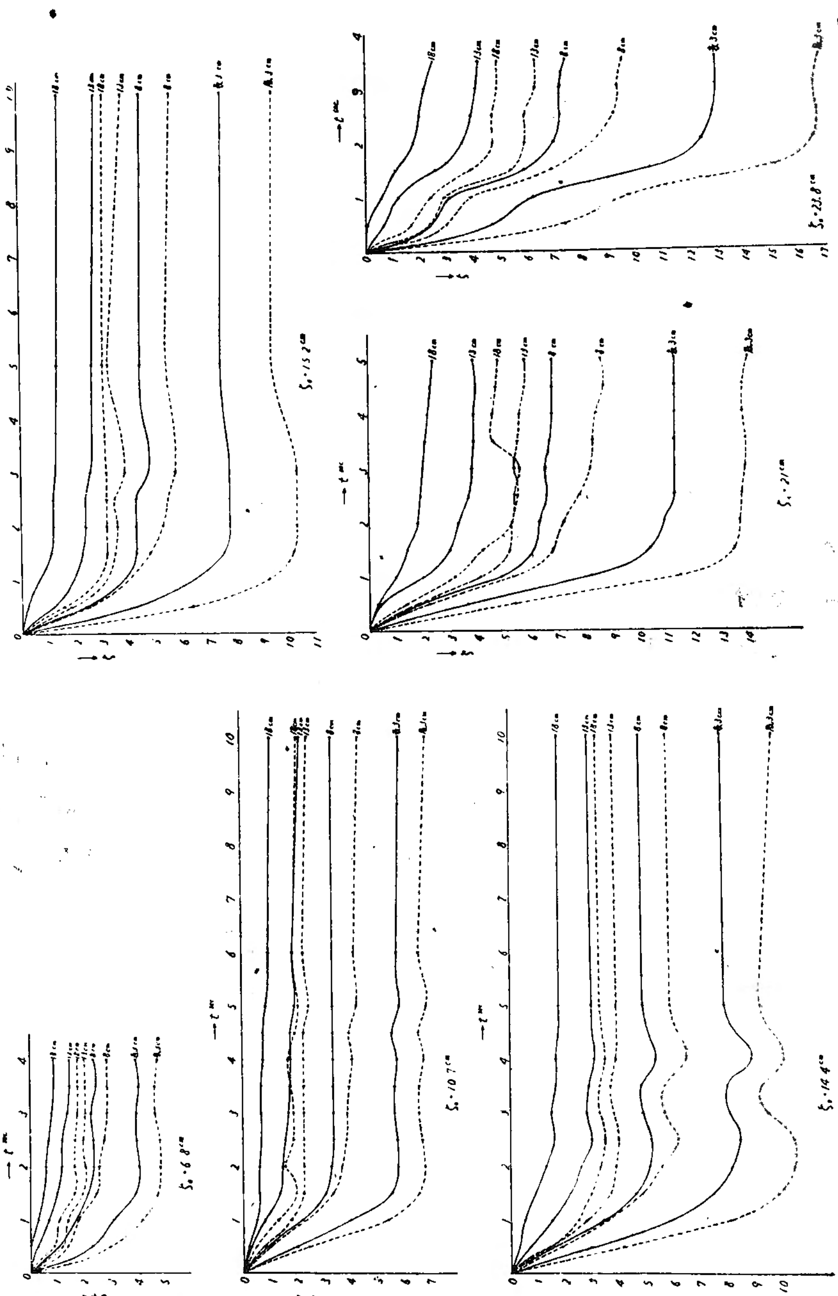
第 3 表　井壁內外表水面の喰違ひ

井水面底下量 ζ_0	6.8	10.7	14.4	15.2	21.0	23.8
井壁內外水面差	1.6	2.8	3.6	4.2	5.8	6.6

第2表は是等の寫眞若干を測微計で讀取つたもの，第6圖は其を圖示したものである。先づ定常狀態に入つた後を見ると，前論文[10]に指摘した通り，底壓は井壁の內外で連續であるのに，表水面は明かに不連續で著しい喰違ひを示す。最終時に於ける其の量を圖上に測つて見ると第 3 表の如く其を圖示したのが第7圖で，井水面底下量に略ぼ比例して大きくなる。又同一縱線上では底水頭が表水面よりは常に低く降下して居る。下降速度がある為である。尙ほ底壓にせよ表水面にせよ，其の勾配が井戸壁に最急で井戸より遠ざかるほど緩くなるのは當

(10)　前出 (1).

第８圖　揚水中の距離別水頭變化



然ながら，外周附近で再び多少急になり，水頭面が單純なる漏斗狀を成さず鞍狀になるのが目を惹く。之は(26)式が示す如く週期的なベッセル函數の和で水位低下が表はされる爲であるが，然しそれ許りではない。定常狀態に入つても同樣の形勢は殘るからである。恐らく外周では水が靜止狀態から砂中の固有速度に移るときの加速度の影響であらうが，更に將來の研究を要する點である。

(26)式を計算するに必要な α，即ち(27)式の根は，我々の模型では $m=R/r_0=10.7$ であるから，圖式法で求めると次の如きものである。

根番號	1	2	3	4
$\alpha r_0=x$	0.3066	0.6357	0.9622	1.2879
$\alpha R=mx$	3.281	6.802	10.296	13.781

次に同一點($r=$const) に於ける水位の時間的變化若干例を第2表によつて描き第8圖を得る。大體に於て水位は時間と共に降下するが，然し往々僅かながら波狀を呈するのが見える。之も數學的には(26)式の如きベッセル函數の集合だからであつて，物理的には周邊からの反射作用が加はることを意味する。

かやうな (ζ, t) 曲線から水位の最急降下時刻を各距離毎に求め第4表を得る。尤も $r=3$ cm では餘りに早く最急降下が起り 0.5 秒間隔の觀測からは認定出來ぬから省略した。其他の距離でも圖上からの直接判定は稍〻不確定の感があるので，別に半秒毎の水位差を計算して縱軸にとり時間を橫軸にしたグラフを作り，其の最高點を定めたものとを平均したのである。

第4表　水位最急降下時刻（上列は表水面，下列は底壓）

距離 ＼ 實驗番號	1	2	3	4	5	6	平均 t	$cH=\dfrac{r^2}{4t}$
$r=18$糎	1.05秒 1.25	1.10秒 1.00	1.50秒 0.60	1.0 秒 1.0	0.90秒 1.25	1.75秒 1.50	1.22 1.10 } 1.16 秒	糎秒 69.0
13	0.50 0.40	0.90 0.65	0.50 0.40	0.50 0.40	0.75 0.50	1.10 1.15	0.70 0.58 } 0.64	66.0
8	0.20 0.25	0.30 0.20	0.25 0.20	0.20 0.20	0.25 0.25	0.25 0.25	0.24 0.22 } 0.23	69.6

之によると，$r=18$ cm の距離では揚水開始後 1.16 秒にして水位降下速度最急となり，$r=13$ cm ではその $\frac{1}{2}$ 强，$r=8$ cm では $\frac{1}{5}$ 强の時間に起るから，大體に於て r^2 に比例する。即ち(19)式に調和する。尚此の結果を(19)式に入れて cH を算出すれば第4表終行

の如く，平均

$$cH = 68.2\ 粍^2/秒$$

となる。而して本實驗の帶水層厚 H は 28 cm であるから，

$$\frac{k}{\beta} = c = 2.44\ 粍/秒$$

使用砂は徑 1～3 mm のものであるから，此の c の値は妥當のものと思はれる。

3. 被壓井實驗と帶水層の壓縮率判定 實際の掘貫井實測は吾々自身で行つたのはないが，米國での若干例を借りて上記の理論を檢證しよう。

不壓井では模型實驗が示す通り數糎の距離に井戸揚水の影響が現はれるにも秒程度の時間を要し，又日野川原での實測の如く二三十米の距離へは數分を費すのである。況んや數百米の距離ならば其の二乘に比例して十數時間かかることが想像せられる。然るに掘貫井の揚水影響は Leggette[11] 氏や同氏と Taylor[12] 氏共同の報告によれば，1～2 km に揚水開始又は停止の影響が現はれるのは僅か數分乃至數十分にすぎず，不壓水の場合と桁違ひである。之だけでも不壓水と被壓水とに差異を認めないセイスの理論が誤りであることは明かである。不壓水と被壓水とに斯程の差を生ずるのは，連續式の相違によるが，又次の樣に考へても肯ける。不壓水の揚水量は水面の降下漏斗内にあつた水量に相當するから，降下漏斗の容積に有效空隙率 β を掛けたものに等しく，近距離だけでも相當量になるのに反し，被壓水の揚水量は水壓降下漏斗内にある帶水層の壓縮量に相當するから餘程遠距離まで波及せねば相當量にならぬのである。帶水層の壓縮率は水其のものの壓縮率に比すれば桁違ひに大きいとはいへ，空隙率に比すれば又桁違ひに小さいからである。

揚水停止後の水位恢復が相當時間經過後は（13′）式に從ふことは，既にセイス[13]氏並びに Jacob[14] 氏によつて檢證せられて居る。セイスの理論は其の立論に誤謬あること前述の通りではあるが，（13′）式だけは偶然にも正しく我々の結果と同一式になるのである。從つて氏等の同式檢證を以て，直ちに我々の公式檢證と見做し得る。

---

(11) R. M. Leggette: The mutual interference of artesian wells on Long Island, N. Y. Trans. Am. Geoph. Union (1937), 490.

(12) R. M. Legette & G. H. Taylor: The transmission of pressure in artesian aquifers. Ditto (1934), 409.

(13) 前出 (4).

(14) C. E. Jacob: Groundwater underflow in Croton Valley, N. Y. Trans. Am. Geo. Union (1938), 419.

最後に(10)式の檢證を行ふと同時に帶水層の壓縮率 $\varkappa$ の程度を示さう。Code[15] 氏によれば(10″)式や類似のヴェーベー或はシュルツェー式の如き單純な對數式では廣範圍に亙る水位分布の實際とは如何にしても合はぬといふ。之は吾々の理論に從へば當然のことである。(10″)式の成立するのは λ が1より著しく小さい範圍，換言すれば揚水による水位降下の最急時が疾くに過ぎ去つた近距離内だけに限ることで，未だ夫れ程までに水位が降下せぬ影響の微弱な遠方には成立せぬ筈である。かやうな遠方まで一括して論ずるには是非共(10)式を使はねばならぬのである。

それで數百米の遠方まで(10)式が使はれ而も之より帶水層壓縮率を判定するに足るデータの揃つた報告を探したのであるが，中々見當らず漸くにして Code[16] 氏の實驗報告一つだけ見付かつた。それとても揚水 $Q=104\ \mathrm{ft^3/min}$ の割で135分後の水頭分布が 1 km 程迄圖にしたのがあるだけで不精確ではあるが，圖上に讀み取ると次表上欄の如きものである。

第5表 Code 氏 Croton Valley に於ける實測

距離 r(ft)		200	400	600	800
水位低下 ζ (ft)	實測	2.2	1.4	0.9	0.65
	計算	2.21	1.41	0.93	0.64
λ		0.015	0.056	0.141	0.230
$\varkappa$ (水柱 1 ft 壓に對し)		0.96×10^{-4}	0.96×10^{-4}	1.00×10^{-4}	0.94×10^{-4}

此の井戸の帶水層は 46 ft の粘土層に被覆され，壓水頭は地下 10 ft にあるといふ。故に粘土層の比重を2と見れば帶水層實質部にかかる岩壓は $46\times2-36=56$ ft の水柱の重さに等しいわけである。尙ほ帶水層の厚さ $D=27$ ft, 透水係數 $k=0.48$ ft/min だといふ。

是等のデーターを使用して各距離に於ける水位降下に對應する λ を(10)式により計算し，從つて(9)式より $\varkappa$ を算定すれば，第5表の下列に示した樣になる。之を見ると，$\varkappa$ が殆んど一定に出て來るので，(10)式の正確なる證據とすることが出來る。而して $\varkappa$ の平均値は

$$\text{平均}\quad \varkappa=0.965\times10^{-4}(\text{水柱 1 ft. 壓に就て})=31.6\times10^{-4}\ (\text{1 氣壓に就き})$$

$$=2.98\times10^{-9}\ c.\,g.\,s.$$

で，水柱 1 ft の壓力に對し此の帶水層は約1萬分の一の壓縮性を示す。水の壓縮率は 1 氣

(15) W. E. Code: Some observations on well-characteristics. Ditto (1937), 557.
(16) 前出 (15).

壓につき $\varkappa_1=48.9\times10^{-6}$，硅酸は $\varkappa_2=10^{-6}$ 程度であるから，帯水層の夫れ($\alpha\fallingdotseq\varkappa$)に比し 2 桁乃至 3 桁下の微數で無視しても差支ない。

Meinzer[17] 氏はダコタ砂岩地方の過揚水による水位降下を利用して同地域全般に亘る平均壓縮率を水柱 100 ft につき 0.2% と判定して居る。上の値に比し約1/5にすぎない。然し之はダコタ砂岩の被覆層が 1000 ft もあつて非常な豫壓を受けて居るからで，共に Terzaghi[18] 氏の土砂壓密に關する室內實驗結果と殆んど一致するのである。

要するに(10)式や(11)式は，掘抜井の揚水實驗によつて帯水層の壓縮率を判定するに極めて便利な方法を提供することが明かに知られる。

IV. 結　　論

以上所論の主要點は次の通りである。

1) 井戸揚水の開始又は停止に伴ふ附近水位の變化時に於ける理論を作つた。不壓水の場合には帯水層の有效空隙率が，又被壓水の場合には帯水層自身の壓縮率が極めて重要な役目をすることがわかつた。

2) 從つて揚水開停の影響半徑及び其の傳播する速さは，被壓水の場合が不壓水に比して格段に大きくなる機構も明瞭になつた。

3) 揚水時の水位最急降下點及び揚水停止後の水位恢復狀況を觀測することによつて，簡單に不壓帯水層の有效空隙率又は被壓帯水層の壓縮率を判定し得ることを示した。

4) 不壓水の場合は鳥取縣日野川原にての著者の實測結果とを檢討した。

5) 更に模型實驗を施行して，理論式を種々の點で檢討した。尙ほ定常狀態に於ける井壁內外の水面差についても前論文の理論と模型實驗の結果を比較した。

6) 被壓水に就いては，米國の實測例を借用して理論式を檢討した。

7) クロトン谷の帯水層は地下 47 ft に於て壓縮率が水柱 1 呎の壓力に對し約 1 萬分の 1 なることを知つた。1 氣壓につき 3.2×10^{-3} に當る。水自身の壓縮率はこの 1/64 程度で無視し得ることも分つた。

終りに，模型實驗には松崎卓一氏の協力を得た。記して謝意を表する。

---

(17) O. E. Meinzer: Compressibility & elasticity of artesian aquifers. Econom. Geol. **23** (1928), 263.

(18) C. Terzaghi: Principles of soil mechanics. Eng. News-Records, **95** (1925), 742.