

海岸地下水の研究 (第4報)

海岸淡水井の鹽水汚染並に石油井附近 底水の錐狀膨隆に就いて

理學博士 野 滿 隆 治

I. 緒 言

海岸地下水に關し著者は既に若干の研究を發表したが、今一つ残つて居る重要問題に過揚水に伴ふ鹽水の侵入汚染現象がある。砂濱海岸の地下水は一般に上部は淡水、下部は鹽水となつて居るので、淡水層内に掘つた井戸でも揚水の少量なる間こそ淡水のみを得ることが出来るのであつて、或定限を超えた過揚水を行へば下部の鹽水が混入し來り飲料其他の家庭用には不適當になるのである。此の現象所謂鹽分汚染 (Salt contamination) は諸方で經驗せられ、海岸地の給水計劃には常に重要視せらるゝ所である。其れにも拘らず之が系統的調査研究は報告が割合に少く、今以てペンニク報文中の⁽²⁾アムステルダム附近に於ける實驗結果が殆んど唯一の定量的データを與へて呉れるに過ぎない。特に其の理論的研究は皆無の様である。これ筆者が本報告を草する所以の一であつて、海岸淡水井の揚水による鹽水の膨隆形狀並に鹽水汚染の起るべき臨界揚水速度を理論的に研究し、其の一部檢證をペンニク報告中のデータによつて試みんとするものである。

尙ほ之と類似の重大現象に油井の採油による底水膨隆や侵水問題がある。石油は大抵背斜層の頂部上層に集積し、其の周翼下部には所謂端水 (Edge water) があつて非常に濃厚なる鹽水となつて居る。従つて端水附近の油田では、上部に軽い石油が下部の鹽水上に浮

(1) Nomitsu, Toyohara & Kamimoto: On the Contact Surface of the Fresh and Salt-water etc.; Mem. Coll. Sci. Kyoto Univ., A. 10 (1927), 279.

野滿隆治: 海岸地下水の研究 (第2報) 其の一. 海鹽の效果. 日本學術協會報告第10卷 (昭和10年), 628; 海岸地下水の研究 (第3報) 其の二. 潮汐と地下水位附別府温泉の感潮度. 地球物理第4卷 (昭和15年), 109.

(2) J. M. K. Pennink: De "Prise deau" der Amsterdamsche duin water-leiding. K. Inst. Ing. Tijdschr. (1904), 183; Investigations for groundwater supplies. Am. Soc. Civil Eng. Trans. 14 (1905), 169.

んで居る状態にあつて、其の様子は全く前記海岸地下水の場合に彷彿たるものがある。斯様な場合の油層下にある鹽水を特に底水(Bottom water)と呼ぶことになつて居る。此處に油井を掘つて採油すると壓力の低下に伴ひ油井附近の底水が膨隆し、遂に一定限以上の採油速度になれば鹽水は石油と共に油井に浸出し來り石油作業を複雑ならしむる。従つて採油に伴ふ底水の膨隆並に浸水生否の臨界條件如何は又石油業者間に重要視せられ、此の現象の報告は枚擧に暇なきほど多數にある。然し其の根本的研究は矢張り極めて稀で著者の知る限りに於ては僅に マスカットとワイコフ⁽³⁾が理論的算式を作り且つ小さな模型實驗を試みたのがあるに過ぎない。それとても筆者の見るところでは大に缺陷がある。といふのは、彼等の理論では採油中に於ける油層内の石油流動ポテンシャルを底水の膨隆なく水油境界面不変とした場合の値を使用して、それに石油が鹽水上に浮いて居るといふことから壓力を規定する所謂ヘルツベルク法則を組合せて、鹽水の膨隆及び浸水生否の臨界採油速度を出して居る。底水の膨隆なきものとしての速度ポテンシャルを用ひて底水膨隆を求めんとするは、根本的觀念的に矛盾ではあるまいか。従つて其の結果は所々に相當の誤差を露呈するに違ひあるまい。而も彼等の理論式は無限級數の形で與へられ、其の實算には相當の煩勞を要する。

本論文の第二の目的は、實に此の採油に伴ふ底水の錐狀膨隆(Water coning)を浸水生否の臨界状態に於て決定し、其の臨界採油速度(Critical rate of production)と油井の油砂貫通率(Well penetration)等との關係を規定する簡単な一理論を提出し、以てマスカット等の理論と比較検討を試みるにある。

II. 海岸地下水井の鹽水汚染

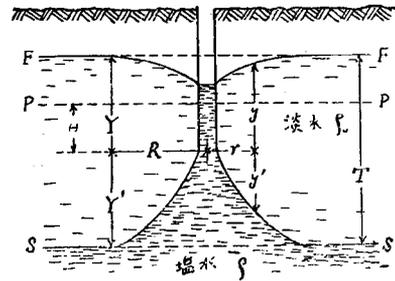
砂濱海岸に於ける淡水井が過揚水によつて鹽水の浸入を見、鹽辛くなることを鹽分汚染(Salt contamination)といふが、其の鹽分汚染が起るか起らぬかの限界揚水量問題から研究を始め、之を不壓地下水の場合と被壓地下水の場合とに分けて論ずる。

[a] 不壓海岸地下水の場合 第1圖に於て、揚水せざる自然状態に於ける淡水面をFF,

(3) M. Muskat & R. D. Wyckoff: An Approximate Theory of Water-coning in Oil Production. A. I. M. E. Pet. Dev. & Tech. (1935), 144.

M. Muskat: The Flow of Homogeneous Fluids through porous Media (1937).

鹽淡兩水の境界面を SS とする。元來此の境界面は拋物線狀をなすべきことは著者の前論文にて證明せる所であるが, 井戸の揚水影響範圍程度の小距離では水平線と見做して差支ないから, 茲では直線とする。而して鹽水の壓力は鹽水柱の高さで測ると, 其の水頭が鹽水の侵入蔓延し來つた附近の海面の高さに大體一致する筈であるが, それを PP とし, 井底からの其の高さを H で表はすことにする。



第1圖 不壓地下水井

揚水中は井戸附近の淡水面が錐狀に降下すると共に, 鹽淡境界面は錐狀に隆起して所謂鹽水の膨隆が起る。そこで井底の中心を座標原點に, 井戸中心軸を縦軸に取つて, 任意の水平距離 r に於ける揚水中の淡水面を高さ y , 鹽淡水境界面を深さ y' になつたとする。而して自然状態に於ける y, y' の値を Y, Y' で表はさう。

實用上最も大切な問題は井戸へ鹽水が混入し來るか來らぬかの臨界揚水量決定であるから, 今問題を簡單のため臨界揚水速度に應ずる定常状態に限定する。然るときは淡水のみが井戸へ流入し來り, 鹽水は最早や流動せず膨隆のまゝ靜止の状態に在るから其の壓力水頭は依然として揚水前の値 H を維持して居るわけである。然つて淡水の比重を ρ_0 , 鹽水のそれを ρ とすれば, 鹽淡水境界面に於ける兩水の壓力は相等しいといふ自明の理から

$$\text{ヘルツベルグ法則} \quad \rho(H+y') = \rho_0(y+y')$$

$$\left. \begin{aligned} \text{或は} \quad \frac{y+y'}{\rho} &= \frac{H+y'}{\rho_0} = \frac{y-H}{\rho-\rho_0} \\ \therefore \frac{dy'}{dr} &= \frac{\rho_0}{\rho-\rho_0} \frac{dy}{dr} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

又淡水の運動方程式は, 單位時間毎の揚水量を Q とし, 砂層の透水率を k とすれば

$$\text{ダルシイ法則} \quad Q = 2\pi r (y'+y) k \frac{dy'}{dr} \quad (2)$$

更に連続方程式としては定常状態では

$$Q = \text{定數(距離 } r \text{ に關せず)} \quad (3)$$

以上三式を組合はすれば

$$2\pi r \cdot k \frac{\rho(H+y')}{\rho_0} \cdot \frac{\rho-\rho_0}{\rho_0} \frac{dy'}{dr} = Q \text{ (一定)} \quad (4)$$

$$\therefore 2(H+y')dy' = \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0 - \rho_0}{\rho(\rho - \rho_0)} \frac{dr}{r}$$

之を積分して積分常数を C と置けば

$$(y'+H)^2 = \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln r + C \quad (5)$$

井戸へ鹽水混入が起るか起らぬかの臨界状態に於ては

$$\left. \begin{array}{l} \text{条件:} \quad r=r_0 \text{ (井半径) にて } y'=0 \\ \text{又は} \quad r=R \text{ (影響半径) にて } y'=Y' \end{array} \right\} \quad (6)$$

の何れかにて積分常数を定むることが出来る。即ち

$$\left. \begin{array}{l} (y'+H)^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{r}{r_0} \\ \text{又は} \quad (Y'+H)^2 - (y'+H)^2 = \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r} \end{array} \right\} \quad (7)$$

之が鹽水汚染が生ずるや否やの臨界状態に於ける鹽淡水境界面形状を與ふる公式である。

尚ほ(7)の兩式より

$$(Y'+H)^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r_0} \quad (8)$$

を得る。 $Y'+H$ は海面下の淡水層の厚さで、 H は其中を井戸が貫通して居る深さであるから、本式は或井戸従つて $k, \rho_0, \rho, Y'+H, r_0, R^*$ の一定なる場合に於ける井底の深さ H (海面下) と鹽水汚染の發現すべき臨界揚水量 Q との關係を規定するものと見てよい。而して其の關係は拋物線的なることが知られる。

又、臨界揚水時に於ける鹽淡兩水の境界面形状は(7)式で與へられて居るが、それに(8)式を組合はすれば計算に一層便利な形になる。即ち

$$\left. \begin{array}{l} \frac{(y'+H)^2 - H^2}{(Y'+H)^2 - H^2} = \frac{\log r/r_0}{\log R/r_0} \\ \text{或は} \quad \frac{(Y'+H)^2 - (y'+H)^2}{(Y'+H)^2 - H^2} = \frac{\log R/r}{\log R/r_0} \end{array} \right\} \quad (9)$$

尚ほ序ながら揚水中の淡水上面は井戸周邊で錐狀に降下するが、其の形状は(1),(2),(3)式より(7)式を導いたと同様の手順により y' を追出して y と r との關係式を作ればわか

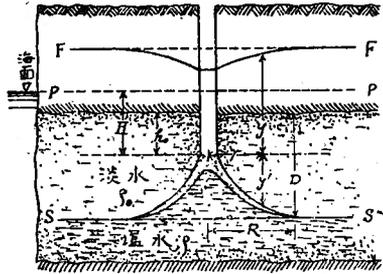
* 影響半径 R は揚水量によつて多少變るが、 $\ln R$ の形になつて作用するから、其の變化は(8)式の計算中では數%以上の影響を與へない。それで地下水學上には實用上の見地から同一井戸の定常状態の R は一定とするのが普通である。

る。即ち

$$\left. \begin{aligned} (y-H)^2 - (y_0-H)^2 &= \frac{\rho - \rho_0}{\pi k \rho} Q \ln \frac{r}{r_0} \\ \text{又は } (Y-H)^2 - (y-H)^2 &= \frac{\rho - \rho_0}{\pi k \rho} Q \ln \frac{R}{r} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

茲に y_0 は井壁 ($r=r_0$) に於ける y の値, Y は影響半徑 R に於ける y の値を示す。

〔b〕 被壓海岸地下水の場合 第2圖に於て自然状態に於ける被壓淡水層の厚さを D とし, 上部不透層底面より井底までの深さを h_0 とする。又 y は井底より揚水中の淡水の水頭面までの高さとし, 淡水實體の表面ではない。其他の記號は全部不壓水の場合と同様の意味に用ゐる。然るときはヘルツベルク法則(1)式は其のまゝ此の場合にも成立する。



第2圖 被壓地下水井

たゞ運動方程式が前と異なり

$$Q = 2\pi r (y' + h_0) k \frac{dy'}{dr} \quad (2_b)$$

従つて, (4) の代りに

$$2\pi r (y' + h_0) k \cdot \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \frac{dy'}{dr} = Q \quad (\text{一定}) \quad (4_b)$$

(7), (8), (9) の代りに

$$\left. \begin{aligned} (y' + h_0)^2 - h_0^2 &= \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{r}{r_0} \\ \text{又は } D^2 - (y' + h_0)^2 &= \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r} \end{aligned} \right\} \quad (7_b)$$

$$\left. \begin{aligned} D^2 - h_0^2 &= \frac{Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r_0} \\ \text{即ち } 1 - \left(\frac{h_0}{D}\right)^2 &= \frac{Q}{D^2 \pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r_0} \end{aligned} \right\} \quad (8_b)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{(y' + h_0)^2 - h_0^2}{D^2 - h_0^2} &= \frac{\log r/r_0}{\log R/r_0} \\ \text{又は } \frac{D^2 - (y' + h_0)^2}{D^2 - h_0^2} &= \frac{\log R/r}{\log R/r_0} \end{aligned} \right\} \quad (9_b)$$

が得られる。

又淡水頭の井戸周辺の錐狀降下は(10)式の代りに次式で表はされる。

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ (y-h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H-h_0) \right\}^2 - \left\{ (y_0-h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H-h_0) \right\}^2 = \frac{\rho-\rho_0}{\pi k \rho_0} Q \ln \frac{r}{r_0} \\ \text{又は} & \left\{ (Y-h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H-h_0) \right\}^2 - \left\{ (y-h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H-h_0) \right\}^2 = \frac{\rho-\rho_0}{\pi k \rho_0} Q \ln \frac{R}{r} \end{aligned} \right\} \quad (10_b)$$

以上通覽するに、淡水位の錐狀降下、鹽水の膨隆形状、鹽水の汚染を生すべき臨界揚水量と井底の深さとの關係など、何れも其の數學的型式に於ては不壓水の場合と同類である。

III. 石油井附近の底水膨隆

採油に伴ふ油井附近の底水膨隆乃至は鹽水の油井侵入問題も其の性質に於ては海岸地下水井の鹽水汚染問題と何等異なる所はない。鹽水の上に油があるか淡水があるかの別があるにすぎぬ。特に石油は所謂帽岩 (Cap rock) によつて被壓状態に保持されて居るから、被壓地下水井の場合の諸式を採用すれば足る。

たゞ其際注意すべき一點がある。それは、淡水にあつては何處の水も殆んど同一の粘性を有するに拘らず、油は産地により其の粘性係數 μ が著しく異なる。然るに所謂透通率 (Permeability) なるものは砂の性質と液體の粘性に關係し、 μ には反比例することがわかつて居る。従つて地下水學上では透水係數 k なるものに水の粘性係數をも加味したものとし、水の粘性係數は表てに現はさない。之に反し採油學上では $\mu=1$ なる油に對する透油率 k を特に油砂の比透油率 (Specific permeability) と稱し、實際の各地油田に於ける透油率を k/μ の形に表示する慣例となつて居る。それで油井の採油量 Q に對する運動方程式は (2_b) の代りに

$$Q = 2 \pi r (y' + h_0) \frac{k}{\mu} \frac{dy}{dr} \quad (2_c)$$

と書かねばならぬ。こゝに k は比透油率である。

従つて之より導かるゝ諸式は被壓地下水の場合のそれの k の代りに k/μ と直して行けばよい。例へば鹽水侵入生否の臨界状態に於ける採油速度 Q と油井の深さとの關係は (8_b) の代りに

$$\left. \begin{aligned} D^2 - h_0^2 &= \frac{\mu Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r_0} \\ \text{即ち} \quad 1 - \left(\frac{h_0}{D} \right)^2 &= \frac{\mu Q}{\pi k D^2} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r_0} \end{aligned} \right\} \quad (8_c)$$

茲に D は油層の厚さ, h_0 は其中を油井が貫通して居る部分の長さで, h_0/D は油井の油砂貫通率 (Well penetration) と稱せられる。 ρ_0 は油の比重, ρ は鹽水の比重, R は影響半徑, r_0 は油井半徑である。

かくて (8c) 式は底水が油井内に浸入し来るや否やの臨界状態に於ける採油速度 Q と油井の貫通率 h_0/D との關係を規定し, 或貫通率に油井を掘れば夫れに應じて臨界採油速度 Q が定まり, 逆に採油速度を與ふれば夫れに應ずる臨界貫通率があるのである。要するに油井内侵水の厄を避けんには貫通率 h_0/D か採油速度 Q か何れかを調節して (8c) 式の指示以下にすればよいのである。此の意味に於て本式は採油學上頗る重要なものである。

又臨界状態に於ける油水境界面の形狀は (7b) に準ずれば

$$\left. \begin{aligned} (y' + h_0)^2 - h_0^2 &= \frac{\mu Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{r}{r_0} \\ \text{又は} \quad D^2 - (y' + h_0)^2 &= \frac{\mu Q}{\pi k} \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \ln \frac{R}{r} \end{aligned} \right\} \quad (7c)$$

と書かねばならぬが, (9b) の型にすれば k が表面にないから地下水の場合と全く同形となり

$$\left. \begin{aligned} \frac{\left(\frac{y'}{h_0} + 1\right)^2 - 1}{(D/h_0)^2 - 1} &= \frac{\log r/r_0}{\log R/r_0} \\ \text{又は} \quad \frac{1 - \left(\frac{y'}{D} + \frac{h_0}{D}\right)^2}{1 - (h_0/D)^2} &= \frac{\log R/r}{\log R/r_0} \end{aligned} \right\} \quad (9c)$$

次に油井附近の油壓頭形狀は (10b) の代りに

$$\left. \begin{aligned} \left\{ (y - h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H - h_0) \right\}^2 - \left\{ (y_0 - h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H - h_0) \right\}^2 &= \frac{\mu(\rho - \rho_0)}{\pi k \rho_0} Q \ln \frac{r}{r_0} \\ \text{又は} \quad \left\{ (Y - h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H - h_0) \right\}^2 - \left\{ (y - h_0) - \frac{\rho}{\rho_0} (H - h_0) \right\}^2 &= \frac{\mu(\rho - \rho_0)}{\pi k \rho_0} Q \ln \frac{R}{r} \end{aligned} \right\} \quad (10c)$$

以上の理論は臨界状態に関するもので, 其以外の場合に於ける鹽水膨隆形狀は嚴密には使へぬ憾みはあるが, 地下水にせよ石油にせよ實用上最も知り度いのは臨界状態であるし, 又臨界状態を超えても膨隆形狀だけは餘り變らぬであらうことは常識上推定せられる。只臨界状態以下では井戸直近こそ上の理論と異なるであらう。それでも少し離れた處は近似的に上の理論の様になると思はれる。

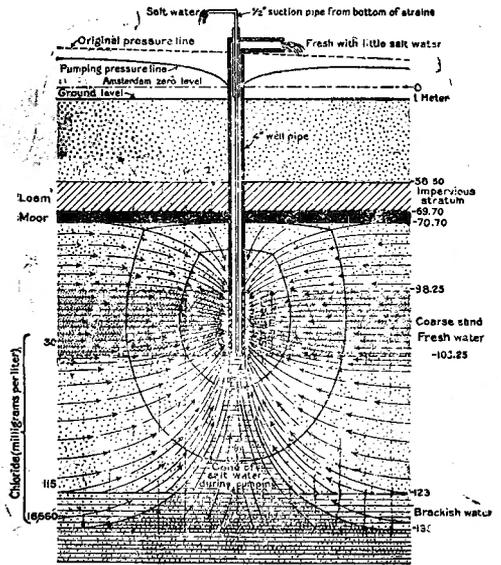
IV. 實用上有要なる二三の算例と檢證

以上の理論をアムステルダム給水計劃の豫備實驗に照らして之を檢證し、且つ石油問題に就きてはマスカット等が實際に起り得ると思はれる條件を假定して示した算例に準じ、侵水起否の臨界採油速度と油井の油砂内貫通率との關係及び其のときの鹽水膨隆形狀を筆者の理論によつて計算し、以てマスカット等の理論と孰れが一層妥當なる結果を與ふるやを見よう。

(1) 海岸淡水井への鹽水浸入實測例による理論の檢證

和蘭アムステルダム市の給水は地下水によつて居るが、其の計劃當初に附近砂丘地に於て廣汎な豫備調査が行はれて居り、其の中に上部淡水を過大に採揚して下部鹽水が混入し來る場合の附近水位並に膨隆狀態を實測した結果がペンニンク⁽⁴⁾の報告に記載されて居る。第3圖の通りだといふ。

アムステルダム零點より測つて-70.7mに不透地層の下面があり其の下に淡水を包藏して居るが、-138mより深部には海水(CI=17%の)が來て居る。従つて此の地下淡水は被壓水であつて其の淡水層厚は $D=67.3$ m あるわけである。而して井底は-103.25m



第3圖 アムステルダム附近の井戸實驗結果

にあるから、 $h_0=32.55$ m である。又井戸は 4" 管といふから $r_0=2"$ である。

揚水量 $Q=1200$ m³/day の割合で圖の様な鹽水の膨隆を生じた。此のときには鹽水も多少井戸内管より出たのであるから、所謂臨界揚水量を超えて居るが、既述の如く水鹽の膨隆形狀は其のまゝで臨界狀態の場合のそれと見做しても差支あるまい。

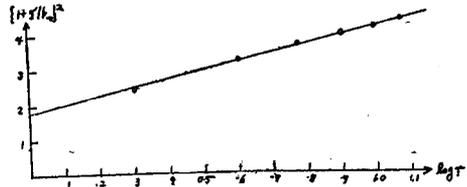
然るに被壓淡水井の臨界狀態に於ける鹽水膨隆形狀は (9b) の上式を使へば

(4) 前出 (2)。

$$\left(1 + \frac{y'}{h_0}\right)^2 = 1 + \frac{(D/h_0)^2 - 1}{\log R/r_0} (\log r - \log r_0)$$

であるから, 同一井に於ける一實驗の $(1+y'/h_0)^2$ と $\log r$ とは比例し, それを圖示すれば直線關係を示す筈である。果して然るや

否やを検證する爲に, 第3圖から種々の r (水平尺度が入れてないから, 井戸の左右兩側を14等分した分點) に應ずる y' (左右兩側平均) を測り, $(1+y'/h_0)^2$ と $\log r$ とを計算して第1表を得, それをグラフにすれば第4圖の様になる。



第4圖 和蘭の井戸實驗結果による予の理論式 (9b) の檢證

第1表 和蘭の井戸實驗による理論の檢證

r	$\log r$	y'	y'/h_0	$(1+y'/h_0)^2$
2	0.301	18.0	0.564	2.42
4	0.602	25.5	0.795	3.22
6	0.778	29.5	0.907	3.68
8	0.903	32.0	0.985	3.94
10	1.000	33.5	1.031	4.11
12	1.079	35.0	1.077	4.31

第4圖は確かに $(1+y'/h_0)^2$ と $\log r$ とが直線配列を示し, 予の理論式を肯定する。

(2) 油井の油砂貫通率と臨界採油量との關係式 (8c) の算例

マスカット著書 The Flow of Homogeneous Fluids の第495頁にある Fig. 188 に相當する貫通率 h_0/D と臨界採油速度 Q との關係を予の公式 (8c) によつて計算して見やう。即ち彼の想定條件は

油の比重 $\rho_0=0.7$, 水の比重 $\rho=1$, $\rho-\rho_0=0.3$

$$\text{透油性 } k/\mu=1 \text{ darcy} = 1.0764 \times 10^{-3} \frac{\text{ft}^2}{\text{sec. atm.}} = \frac{1.0764 \times 10^{-3} \times 0.7}{33.89} \frac{\text{ft}^2}{\text{sec. oil ft.}}$$

$$= 2.223 \times 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{sec}/\text{oil ft.}$$

油井半径 $r_0=1/4 \text{ ft.}$, 影響半径 $R=500 \text{ ft.}$, $R/r_0=2000$ であるが, 此の場合には油層の厚さ D も ft で測れば, 侵水生否の臨界状態に於ける採油速度 Q は (8c) 式によると

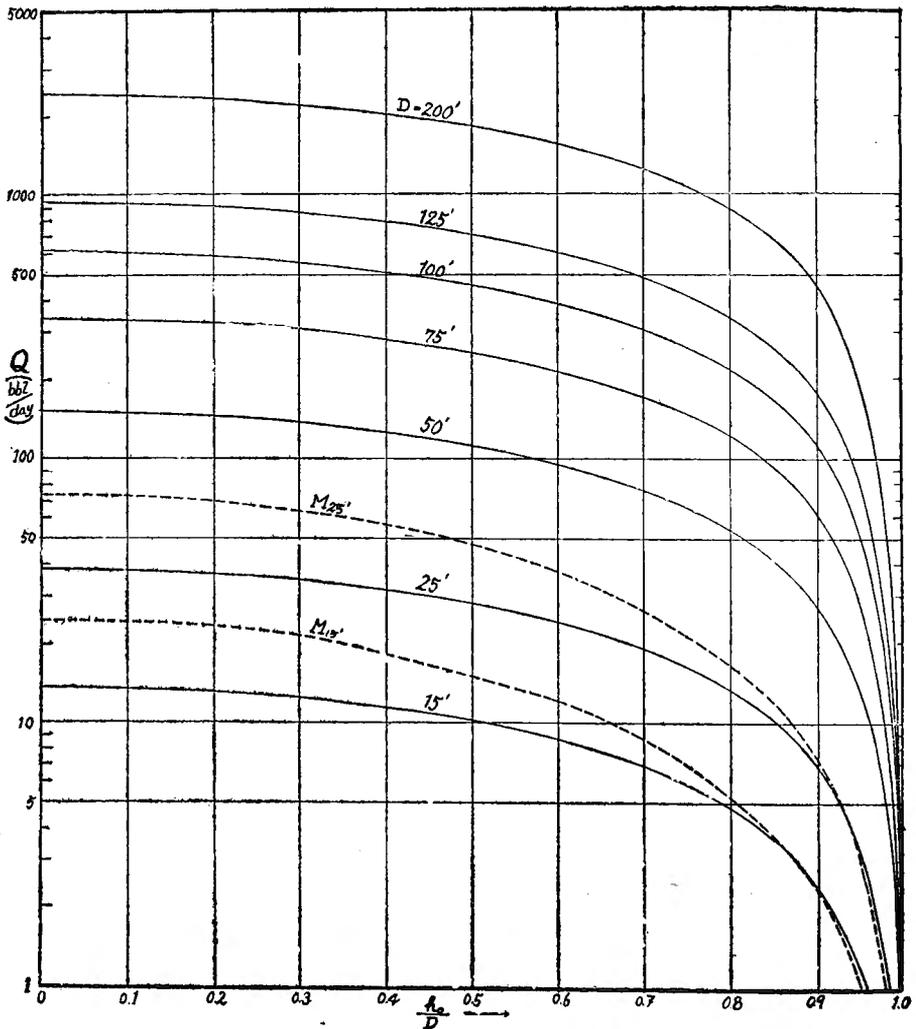
$$Q = \frac{D^2 \pi k (\rho - \rho_0)}{\mu \rho_0 \ln R/r_0} \left\{ 1 - \left(\frac{h_0}{D} \right)^2 \right\}$$

海岸地下水の研究第4報, 海岸淡水井の鹽水汚染並に石油井附近底水の錐狀膨隆に就いて

$$= \frac{\pi \times 2.223 \times 10^{-3} \times 0.3}{0.7 \times 3.3010 \times 2.3026} D^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_0}{D} \right)^2 \right\} = 3.938 \times 10^{-6} D^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_0}{D} \right)^2 \right\} \text{ft}^3/\text{sec.}$$

$$= \frac{3.938 \times 10^{-6} \times 86400}{5.61} D^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_0}{D} \right)^2 \right\} \frac{\text{bbl}}{\text{day}} = 6.064 \times 10^{-2} D^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_0}{D} \right)^2 \right\} \frac{\text{bbl}}{\text{day}}$$

之によつて貫通率の各値に應ずる Q を先づ $D=100 \text{ ft}$ につき計算し, 更にマスカットの圖にある $D=200', 125', 75', 50', 25', 15'$ の各場合を算出すれば第2表を得る。第5圖は其をグラフにしたものである。



第5圖 油井の貫通率と臨界採油量の関係數例

第2表 油井の貫通率と臨界採油量との關係算例

$\frac{h_0}{D}$	$1 - \left(\frac{h_0}{D}\right)^2$	Q (bbl/day)						
		D=200'	125'	100'	75'	50'	25'	15'
0	1.00	2425.6	947.5	606.4	341.1	151.6	37.9	13.6
0.1	0.99	2401.3	937.5	600.3	337.5	150.1	37.5	13.5
0.2	0.96	2328.6	910.0	582.1	327.6	145.5	36.4	13.1
0.3	0.91	2207.3	862.5	551.8	310.5	138.0	34.5	12.4
0.4	0.84	2037.5	795.0	509.4	286.2	127.3	31.8	11.5
0.5	0.75	1819.2	710.0	454.8	255.6	113.1	28.4	10.2
0.6	0.64	1552.4	607.5	388.1	218.7	97.0	24.3	8.7
0.7	0.51	1237.1	482.5	309.3	173.7	77.3	19.3	7.0
0.8	0.36	873.2	340.0	218.3	122.4	54.6	13.6	4.9
0.9	0.19	460.9	180.0	115.2	64.8	28.8	7.2	2.6
1.0	0.00	0	0	0	0	0	0	0

之をマスカットの結果と對照するに、同一貫通率に對する臨界採油速度は彼の結果よりも遙かに少ない。例へば $D=15'$ と $25'$ に對するマスカットの結果を轉寫すれば第5圖中に點線を以て示した M_{15}' , M_{25}' の様になつて居る。彼の結果が斯く過大の臨界採油速度を與ふる所以のものは、蓋し其の理論の組立てに當り油の流動ポテンシアルとして底水の膨隆なく水油境界面不變なる場合の値を其のまゝ採用して底水の膨隆を導かんとせる矛盾に因由する。即ち實際には膨隆した水の中までも油が流れ來る様な計算をして居るから、採油量が過大になるのであらう。

〔3〕 侵水臨界状態に於ける底水の膨隆形状の算例

マスカットの著書 p. 493 にある Fig. 186 の算例に準じ

油井半径 $r_0=1/4 ft.$, 影響半径 $R=500 ft.$, $R/r_0=2000$

油砂層厚 $D=125 ft$

として、油井の油層貫通率が

$h_0/D=0.75, 0.5, 0.25, 0$

の四つの場合につき、侵水生否の臨界状態に於ける底水の膨隆形状を筆者の理論式(9.)の下のもの

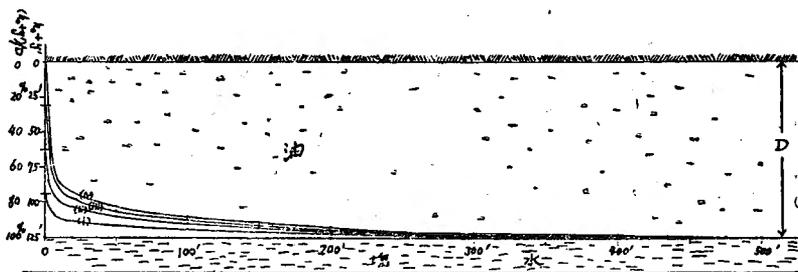
$$1 - \left(\frac{y'}{D} + \frac{h_0}{D}\right)^2 = \frac{1 - (h_0/D)^2}{\log R/r_0} \log R/r$$

によつて計算すれば第3表を得、それを圖示して第6圖を得る。

第3表 臨界状態に於ける水油境界面算例

($R=500\text{ft.}$, $r_0=1/4\text{ft.}$, $R/r_0=2000$)

r	$\frac{R}{r}$	(i) $h_0/D=0.75$		(ii) 0.5		(iii) 0.25		(iv) 0	
		$\frac{h_0+y'}{D}$	$\frac{y'}{D}$	$\frac{h_0+y'}{D}$	$\frac{y'}{D}$	$\frac{h_0+y'}{D}$	$\frac{y'}{D}$	$\frac{h_0+y'}{D} = \frac{y'}{D}$	
10'	50	0.883	0.133	0.789	0.289	0.720	0.470	0.697	
20	25	0.903	0.153	0.826	0.326	0.777	0.527	0.753	
50	10	0.932	0.182	0.880	0.380	0.847	0.593	0.836	
100	5	0.953	0.203	0.919	0.419	0.896	0.646	0.888	
150	3.333	0.966	0.216	0.939	0.439	0.923	0.673	0.918	
200	2.5	0.975	0.225	0.955	0.455	0.942	0.692	0.938	
300	1.667	0.987	0.237	0.976	0.476	0.967	0.717	0.959	
400	1.25	0.995	0.245	0.990	0.490	0.986	0.736	0.985	
500	1	1	0.250	1	0.500	1	0.750	1	



第6圖 臨界状態に於ける水油境界面形状

之をマスカットの算例に比較するに大體に於て互に相調和するものの如くである。彼の著書 Fig. 186 は臨界状態に達しない場合のものであるから當然吾々の圖よりも下になるが、其の中の $h_0/D=0.5$, $\Delta P=1.5\text{atmos}$ と記載されて居る曲線はそれに対応する第6圖の(ii) 曲線に甚だ近く、臨界採油速度になれば一致しさうに見える。

油井貫通率と臨界採油量との關係に於てはマスカットの理論は著しく吾々のそれと異なる結果を與へながら、底水の膨隆形状に於ては兩者互に調和するといふことは、水油境界面の形状が採油量を相當大にさへすれば殆んど臨界状態の曲線に近接し、其以上の採油量増加による底水の膨隆増進は極めて微々たることを語るものではあるまいか。果して然らば臨界採油量を超えて水が油と共に可なりに酌出さるゝ様になつても油砂内の水油境界面には差したる變化は起るまいと想像せられる。而してこのことは常識的にも首肯し易く、又前記海岸地下水井の實驗は之を立證すると見てよい。

V. 結 論

以上の所論を下に要約して置く。

- 1) 筆者は海岸地下水井の過揚水に因る鹽分汚染問題と油井の採油による底水膨隆現象とを理論的に研究した。而して油井附近の底水膨隆は被壓海岸地下水井の鹽分汚染と其性質に於て何等異なる所なきを指摘した。

何れの場合にも鹽水が井戸へ浸出するや否やの臨界状態に研究の主眼を置いた。

- 2) 鹽水浸入の起らぬ最大限度揚水量又は採油量は鹽水の自然的上面と井底との間隔によつて異なる。従つて鹽水浸入を避くるには採揚量を加減するか又は井底の深さを加減すればよいが、其のときの規準を與ふべき公式が得られた。
- 3) 鹽水の膨隆形状も臨界状態の場合には極めて簡単に求められた。其の形は臨界状態を超えた際にも實用的近似的には殆んど變らぬであらうと結論された。臨界状態以下の場合には其の形状を精確に定め得なかつたが、井戸直近を除けば (7), (7₀), (7₀) の下の式で大體は與へられよう。積分常數をきめる境界條件として影響圏外端を使用してあるからである。
- 4) 海岸地下水井の理論は和蘭のアムステルダム附近に行はれた實測結果を以て檢證した。
- 5) 油田に關する理論はマスカットの想定條件に準じて實算を行ひ、彼の理論的結果と比較し其の優劣を批判した。

本研究は文部省科學研究費による第 112 研究班の一事業として遂行した。