経済論叢（京都大学）第 185 巻第 1 号，2011 年 1 月

〈論　　文〉

企業ごとに市場の規模が異なる場合のシュタッケルベルグ・ヤードスティック規制

藤　本　正　樹

Ⅰ．序

多くの場合に地域独占によって財・サービスの供給が行われている公益事業において，コスト削減などの経営効率化に向けての努力を促す方法の一つとしてヤードスティック方式というものがある[1)]。この方式では，各地域にある公益企業に対して，適当な方法によって全企業の業績を計るための基準を算定し，その基準によって各企業を相対評価し，格付けを公表したり結果を料金査定に反映したりしている。つまり，直接的な競争相手がいない独占企業に他地域の独占企業と間接的に競争させるのである[2)]。

このようなヤードスティック方式を理論的に分析した先駆として Shleifer［1985］がある。そこでは，各企業に対してそれ以外の企業の費用の平均を基準として示し，その基準となる仮想的なシャドー企業との費用削減競争を行わせる状況が分析されている。結果として，シャドー企業との費用削減競争のナッシュ均衡において社会的厚生が最大となることが示されている。そのときの重要な前提条件として，すべての企業が同質的であるということが仮定されている。もしその仮定が満たされなければ，そのような最適な結果は得られない。

本稿では，競争させられる企業間に差がある場合には，どこを全企業の業績を測る基準として用いれば良いのかを理論的に明らかにする。特に，考えられる企業間の差のうちで外生的な需要側の要因，その中でも直面する市場規模の差を扱う。現実には，各地域にそれぞれの地域市場がある場合，地域の地理的条件や面積や人口，さらにインフラ整備の程度や産業構造の違いなどの外生的要因によって，市場間には需要規模の格差がどうしようもなく存在している。そのような格差の下では，大規模な需要からくる効率化のメリットをうまく生かして効率化を推し進めていける企業もあれば，不利な条件の下で効率化がなかなか進まない企業も出てくるだろう。このときに，一般に認識されているように「経営効率の高い企業の指標を基準に比較する」[3)] のであれば，市場規模が小さい企業に対して，その責任によらないことによって過剰

1）ヤードスティック規制の現実の適用例として，イギリスの水道事業（Cowan［1997］）やアメリカの診療報酬制度（Shleifer［1985］），そして日本の鉄道事業（Mizutani［1997］），電力事業，都市ガス事業，乗合バス事業，タクシー事業などがある。脚注３も合わせて参照されたい。

2）この最後のまとめ方は，林ら［2010］に負っている。

3）この記述は「2006 年版　経済新語辞典」の解説による。この考えに基づいた査定方法として，例えば電力事業では，「３つのコストそれぞれについて同業他社比較を行い，劣後していると判断されれば，効率化目標額として一定の金額を料金算定時の原価から除外する（圓尾［2006］）」こととしている。具体的な手続きとしては，電力会社に費用削減の程度によって点数と順位を付けてグループ分けを行い，より下位になるほどより大きく減額査定するようにしている。その他のケースについては，「公共料金の窓　消費者庁ホームページ」を参照のこと。

な，あるいは，無理な努力を強いることになりかねないのではなかろうか。ここでは，そのような考えを持ちつつ，その基準の決め方を理論的な分析に基づいて明らかにする。

本稿で得られる結果の現実的なインプリケーションは以下の四点である。第一に，ここで提示するヤードスティック規制は均衡において社会的厚生を最大にするものではなく，全企業の中から基準となる企業を選び出すという制約の下でのセカンド･ベストを実現するものである。つまり，どの企業を基準にしたとしてもファースト・ベストが実現されるわけではない。ただし，基準となる企業は全市場での厚生損失の和が最小となるように選んである。第二に，ここで提示する方式は，すべての企業に対して同じ基準を適用するものである。具体的には，ある特定企業の費用をプライス・キャップ（価格上限）とした全国一律価格を採用するものである。よって，本稿の結果によって市場ごとに規模が異なる場合にでも全国一律価格を用いることについての一定の根拠が与えられる。第三に，ここで提示する方式は，従来のものに対して基準となる企業の選び方を変えた改良版であり，理論的には従来のものと密接な関係を持っている。しかし，従来のものと比べて社会的厚生の面では厳密に優越する。第四に，その社会的厚生面での優越は，⑴財が供給される地域市場の数が少なく，⑵財の需要の価格弾力性が小さく，⑶生産効率化に必要な追加的投資の限界費用が大きいほど，より大きくなる。

本稿の構成は以下のとおりである。先ず第Ⅱ節でモデルを提示する。これはShleifer［1985］のモデルに地域ごとの市場規模の違いを導入したものである。そして第Ⅲ節では，二種類のヤードスティック規制の方法を導入する。第一のものは，すべての企業に対してその他の企業の費用の平均を基準とし，従来型のクールノー・ナッシュ的な費用削減競争が行われるヤードスティック規制である。そして第二ものは，ある特定の企業の費用をその他の企業に対しての基準とし，そしてその特定の企業に対しての基準はそれ以外の企業の費用の平均とするようなヤードスティック規制である。この場合，企業間の費用削減競争は，選ばれた特定企業をリーダーとし他の企業を追随者としたシュタッケルベルグ的なものになる[4)]。第Ⅳ，Ⅴ節では，各ヤードスティック規制の下での均衡点とその厚生水準を順番に明らかにしていく。第Ⅵ節ではその二つの結果を比較し，そして第Ⅶ節ではそれぞれの場合の厚生損失を数量的に評価する。

Ⅱ．モデル

ここでは $n+1$ の企業が存在し，各企業はそれぞれ別々の市場で地域独占者として財の供給を行っている状況を考える。ここで，各企業は自らの市場では独占者であることから，企業 i $(i=1,\ \cdots,\ n+1)$ が財の供給を行っている市場を市場 i と呼んでおく。市場 i では，企業 i は右下がりの市場の需要曲線 $q(p_i;\alpha_i)=\alpha_i-\beta p_i$ $(\beta>0)$ に直面している。ここで，市場の需要量は正であることから，価格は $p_i\in[0,\ \alpha_i/\beta]$ である。本稿では，需要量の差に現れる市場規模の違いを重要視するために，需要関数 $q(\cdot;\cdot)$ そのものは企業間で差はないものとする。また市場規模は，その中でありうる潜在的な需要量の差として現れてくることから，需要量と正の相関を持つシフト・パラメータ $\alpha_i>0$ を市場規模の指標として用いる。ここで，市場規模については，最大値と最小値が存在するものとする：すべての i に対して $\alpha_{\min}\leq\alpha_i\leq\alpha_{\max}$。

4）寡占市場におけるクールノー・モデルやシュタッケルベルグ・モデルについては，標準的なミクロ経済学のテキスト，例えば西村［1995］などを参照のこと。

政府の目的は，すべての市場での経済厚生を最大化することである。そのために，市場で財が供給される際の価格上限（プライス・キャップ）p_i を設定し，その実現に生産の効率化が必要となる場合には定額補助金 T_i を与えて追加的な投資を行わせる。先ず，各企業の生産費用関数は線形 cq_i であるとし，初期の限界費用 c は一定の c_0 であるとする。そして，企業 i が費用額で $\Psi(c_i)=\gamma(c_i-c_0)^2$ だけの生産効率化のための投資を行えば，限界費用を c_i（$c_i<c_0$）まで引き下げることができるとする。この投資費用関数 $\Psi(\cdot)$ は企業間で同じものとしておく。ここではパラメータ $\gamma>0$ より，この投資費用 $\Psi(c_i)$ は Shleifer［1985］の仮定を満たす：$\Psi(c_0)=0$，　$\Psi'(c_i)=2\gamma(c_i-c_0)<0$，　かつ $\Psi''(c_i)=2\gamma>0$。

以上の設定の下で，投資費用と補助金を考慮した場合の企業 i の利潤は以下のようになる。

$$V_i=(p_i-c_i)\,q(p_i;\alpha_i)-\Psi(c_i)+T_i$$

市場 i での社会的余剰を，通常どおりに消費者余剰と生産者余剰（企業の利潤）の合計で定義すれば，それは

$$W_i=\left\{\int_{p_i}^{\alpha_i/\beta}q(x;\alpha_i)dx\right\}+(p_i-c_i)\,q(p_i;\alpha_i)-\Psi(c_i)$$

となる。ただし，ここでは課税の超過負担などの公的資金のシャドー・コストはゼロとしている。よって，補助金の財源を消費者への課税に求めたとしても，そのときの消費者から企業への所得移転は社会的余剰の大きさには影響を与えない[5)]。

ここで，政府が各市場での社会的余剰の最大化を行った場合の最適なプライス・キャップ p_i^* と企業の限界費用 c_i^* と補助金 T_i^* は以下の一階条件を満たす：

$$T_i^*=\Psi(c_i^*)$$

$$p_i^*=c_i^* \tag{1}$$

$$q(p_i^*;\alpha_i)=-\Psi'(c_i^*) \tag{2}$$

ここでは，これらの一階条件を満たす最適解が，もっともらしい範囲に一意に存在するために，以下のことを仮定する。

仮定：

(a)　すべての i に対して，初期の費用は以下の範囲にある：

$$\frac{\alpha_i}{2\gamma}<c_0<\frac{\alpha_i}{\beta}$$

(b)　そして，そのような区間が空でないものとする：

$$2\gamma>\beta$$

ここで，これらの仮定の意味を示す。先ず仮定(a)の下では２式：

$$q(0;\alpha_i)=\alpha_i<2\gamma c_0=-\Psi'(0)$$

$$q(c_0;\alpha_i)=\alpha_i-\beta c_0>0=-\Psi'(c_0)$$

が成立するので，一階条件を満たす最適解は 0 と c_0 の間にある。また，仮定(b)の下では最大化の二階条件：

$$-\partial q(c;\alpha_i)/\partial c-\Psi''(c)=\beta-2\gamma<0$$

が満たされ最適解は一意となる。グラフの中では，仮定(a)と(b)が満たされている場合には一階条件の右辺の曲線 $-\Psi(\cdot)$ は左辺の曲線 $q(\cdot)$ を上から下に横切ることになる。以下では，得られた式の符号の判定を行う場合に，上記の仮定を断りなく使っていく。

関数を上記のように特定化しておけば，最適解の組 $(p_i^*,\ c_i^*,\ T_i^*)$ は以下のようになる。

$$(p_i^*,\ c_i^*,\ T_i^*)=\left(\frac{2\gamma c_0-\alpha_i}{2\gamma-\beta},\ \frac{2\gamma c_0-\alpha_i}{2\gamma-\beta},\ \gamma\left(\frac{\alpha_i-\beta c_0}{2\gamma-\beta}\right)^2\right) \tag{3}$$

5）ここで，ある財市場に課税を導入することによって１円調達する場合，そのことにかかるコストが消費者余剰の減少分なども含めて１円よりも大きい $1+\lambda>1$ とすると，課税と補助金を用いた消費者から生産者への所得移転は $\lambda>0$ だけの社会的余剰の減少を引き起こす。そのときの超過負担 $\lambda>0$ を公的資金のシャドー・コストという。課税の超過負担と公的資金のシャドー・コストについては，Laffont and Tirole［1993］の p. 38 やその参考文献を参照のこと。

ここから，最適な価格 p_i^* と限界費用 c_i^* は市場規模 α_i が大きくなるほど低くなり，最適な補助金 T_i^* は市場規模 α_i が大きくなるほど高くなることが分かる。

これらの最適解を用いると，最大化された社会的余剰は：

$$
\begin{aligned}
W_i^* &= \left\{\int_{p_i^*}^{\alpha_i/\beta} q(x;\alpha_i)dx\right\} - \Psi(c_i^*) \\
&= \frac{2\gamma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha_i-\beta c_0}{2\gamma-\beta}\right)^2 - \gamma\left(\frac{\alpha_i-\beta c_0}{2\gamma-\beta}\right)^2 \\
&= \frac{\gamma(\alpha_i-\beta c_0)^2}{\beta(2\gamma-\beta)}
\end{aligned}
$$

となる。ここから，最大化された社会的余剰 W_i^* は市場規模 α_i が大きくなるほど大きくなることが分かる。

Ⅲ．ヤードスティック規制の導入

本節では，各市場の社会的余剰を最大化することを意図する政府が目的の実現のためにヤードスティック規制を用いる場合に，いかなる基準を設定すれば良いのかについて，選択肢を二つ導入する。それらは以下のものである。

1．どの企業 i ($i=1, \cdots, n+1$) に対しても，それ以外の企業の平均値 $\bar{c}_i=(\sum_{j\neq i}c_j)/n$ を基準とする。その場合の利潤への影響はプライス・キャップを $p_i=\bar{c}_i$，補助金額を $T_i=\Psi(\bar{c}_i)$ とすることで現れる[6)]。

2．市場規模が全体の平均値となる企業 m の限界費用 c_m を基準としてそれ以外の企業へのプライス・キャップ $p_i=c_m$ と補助金額 $T_i=\Psi(c_m)$ を決定する。そして，その企業 m には，それ以外の企業が選択した限界費用の平均 $\bar{c}_m=(\sum_{j\neq m}c_j)/n$ を基準としてプライス・キャップ $p_i=\bar{c}_m$ と補助金額 $T_i=\Psi(\bar{c}_m)$ を決定する。

この第一の設定法の下では，どの企業も他の企業の決定を所与として自らにとって最適な決定を行うことになる。つまり，企業間の費用削減競争は追随者同士で行われ，クールノー・ナッシュ的である。それに対して，第二の設定法では，各企業 i ($i\neq m$) は企業 m の決定を所与として自らにとって最適な決定を行っており，他方では，企業 m は自らの決定に対するその他企業の最適反応に対しての最適化を行っている。この場合，企業間の費用削減競争は一社のリーダーと多数の追随者で行われ，シュタッケルベルグ的である。

以下では，第二番目のシュタッケルベルグ的なヤードスティック規制が，第一番目のクールノー・ナッシュ的な規制よりも社会的厚生（社会的余剰の大きさ）の面で優れたパフォーマンスを実現することを示す。つまり，シュタッケルベルグ的な規制のメリットは，プライス・キャップや補助金額を求める際の計算量が少なくてすむ（あるいは，計算回数が少なくなる）だけではないということが後の議論から分かるのだ。

Ⅳ．クールノー・ナッシュ的ヤードスティック競争

ここでは，クールノー・ナッシュ的な競争が行われる場合の価格と限界費用の値についての結果を示す。ここでの結果は以下のようにまとめられる。

命題 1：クールノー・ナッシュ的なヤードスティック競争の下では，

(1) 企業の直面する市場規模 α_i が全体の平均 $\alpha_m=\sum_i\alpha_i/(n+1)$ より大きい場合には，ナッシュ均衡価格 p_i^e は最適価格 p_i^* と均衡限界費

6）ここでは，計算の都合上，補助金の決定法を Shleifer［1985］によるそれ以外の投資費用の平均 $T_i=\overline{\Psi(c_i)}$ ではなく，上記のように，それ以外の平均となる限界費用 $T_i=\Psi(\bar{c}_i)$ を実現するための投資費用としておく。

用 c_i^e を上回る。さらに，均衡限界費用 c_i^e はその最適水準 c_i^* を上回る。つまり：

$$p_i^e > c_i^e > c_i^* = p_i^*$$

(2)　その市場規模が平均に等しい場合には，均衡での価格 p_m^e と限界費用 c_m^e は最適水準 $p_m^* = c_m^*$ に一致する。

(3)　市場規模 α_i が全体の平均より小さい場合には，ケース(1)と逆の結果が得られる：$p_i^e < c_i^e < c_i^* = p_i^*$

証明　企業の利潤は $V_i = (p_i - c_i) q(p_i; \alpha_i) - \Psi(c_i) + T_i$ である。ここで，投資費用関数は $\Psi(c_i) = \gamma(c_i - c_0)^2$，需要関数は $q(p_i; \alpha_i) = \alpha_i - \beta p_i$，そしてプライス・キャップは $p_i = \bar{c}_i$ である。これらを用いると，利潤は以下のように書くことができる：

$$V_i = -\gamma c_i^2 + [A_i + \beta \bar{c}_i] c_i + (\gamma - \beta) \bar{c}_i^{\,2} - A_i \bar{c}_i$$

ここで，記号 $A_i = 2\gamma c_0 - \alpha_i$ を使っている。

これを c_i で微分することによって，利潤最大化の一階の条件が得られる。

$$-2\gamma c_i + A_i + \beta \frac{1}{n} \sum_{j \neq i} c_j = 0$$

ここでの書き方では定義 $\bar{c}_i = (\sum_{j \neq i} c_j)/n$ を使っている。これらの一階条件を i について足していき，関係 $\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j \neq i} c_j = n \sum_{i=1}^{n+1} c_i$ を使えば以下の式を得る。

$$\sum_{j \neq i} c_j = -c_i + \frac{1}{2\gamma - \beta} \sum_{i=1}^{n+1} A_i$$

この式を一階条件へと代入すれば，ナッシュ均衡限界費用を得る。

$$c_i^e = \frac{n}{2n\gamma + \beta} A_i + \frac{\beta}{(2n\gamma + \beta)(2\gamma - \beta)} \sum_{i=1}^{n+1} A_i \tag{4}$$

特に $i = m$ のとき，$A_m = \sum_i A_i/(n+1)$ を使えばこれは

$$c_m^e = \frac{A_m}{2\gamma - \beta} \tag{5}$$

となり，最適水準に一致する。

前節で得られた最適限界費用 $c_i^* = A_i/(2\gamma - \beta)$ から，限界費用の最適値からの乖離は

$$c_i^e - c_i^* = \frac{\beta}{2\gamma - \beta} \frac{n+1}{2n\gamma + \beta} (\alpha_i - \alpha_m)$$

となる。ここで，市場規模平均を $\alpha_m = \sum_i \alpha_i/(n+1)$ と書いている。また，$A_m = 2\gamma c_0 - \alpha_m$ であることに注意せよ。

(4)式の均衡限界費用を用いると，定義にしたがって均衡プライス・キャップが求まる。

$$\begin{aligned} p_i^e &= \frac{1}{n} \sum_{j \neq i} c_j^e \\ &= \frac{1}{2n\gamma + \beta} \left[\sum_{j \neq i} A_j + \frac{\beta}{2\gamma - \beta} \sum_{i=1}^{n+1} A_i \right] \end{aligned} \tag{6}$$

この式を関係 $\sum_{j \neq i} A_j = \sum_{j=1}^{n+1} A_j - A_i$ を用いて整理すると，

$$p_i^e = \frac{1}{2n\gamma + \beta} \left[\frac{2\gamma}{2\gamma - \beta} \sum_{i=1}^{n+1} A_i - A_i \right] \tag{7}$$

を得る。特に $i = m$ のときこれは

$$p_m^e = \frac{A_m}{2\gamma - \beta} \tag{8}$$

となり，最適水準に一致する。

以上の結果より，均衡価格と均衡限界費用の差は

$$p_i^e - c_i^e = \left(\frac{n+1}{2n\gamma + \beta} \right) (\alpha_i - \alpha_m) \tag{9}$$

となる。また，均衡価格と前節の式(3)に示された最適価格 $p_i^* = A_i/(2\gamma - \beta)$ の差をとれば，価格の最適水準からの乖離は

$$p_i^e - p_i^* = \frac{2\gamma}{2\gamma - \beta} \left(\frac{n+1}{2n\gamma + \beta} \right) (\alpha_i - \alpha_m)$$

となる。以上の結果より，命題の結果が成立する。　**証明終了**

ここで均衡水準と市場規模の関係について，平均市場規模 α_m を一定とすると

$$\frac{\partial p_i^e}{\partial \alpha_i} = \frac{1}{2n\gamma + \beta} > 0$$

$$\frac{\partial c_i^e}{\partial \alpha_i} = -\frac{n}{2n\gamma + \beta} < 0$$

となることにより，市場規模 α_i が大きいほど均衡価格 p_i^e は高くなり均衡限界費用 c_i^e は安くなることが分かる。

また，均衡における企業の利潤は

$$V_i^e=(p_i^e-c_i^e)(\alpha_i-\beta p_i^e)-\gamma(c_i^e-c_0)^2+\gamma(p_i^e-c_0)^2$$
$$=(p_i^e-c_i^e)[\gamma(p_i^e+c_i^e)-\beta p_i^e-A_i]$$
$$=\gamma\left(\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}\right)^2(\alpha_i-\alpha_m)^2>0 \qquad (10)$$

となる[7)]。この式中での記号の定義はこれまでどおりである。利潤の右辺では $(\alpha_i-\alpha_m)^2$ が掛かっていることから，市場規模が平均の場合には利潤がゼロとなる。これは，その市場では価格も限界費用も最適水準になっていることに対応した結果である。そして，市場規模が平均とは異なる場合には，その市場規模が平均から乖離しているほど利潤は大きくなることが分かる。よって，大きな利潤を得るのは，市場規模が大きく最適水準に比べて高価格・高費用で財の供給を行っている場合だけではなく，市場規模が小さく最適水準に比べて低価格・低費用で財の供給を行っている場合でもそうなのだと言える。

また，企業への移転 T_i を差し引かない場合の消費者余剰は

$$\int_{p_i^e}^{\alpha_i/\beta} q(x;\alpha_i)dx=\frac{1}{2}(\alpha_i-\beta p_i^e)^2$$
$$=\frac{1}{2\beta}\left(\frac{4n\gamma^2(\alpha_i-\beta c_0)+2\beta\gamma(\alpha_m-\beta c_0)-2n\beta\gamma(\alpha_i-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}\right)^2 \qquad (11)$$

となる[8)]。

V. シュタッケルベルグ的ヤードスティック競争

本節では，市場規模が全体の平均 $\alpha_m=\sum_i\alpha_i/(n+1)$ である企業 m をリーダーとしたシュタッケルベルグ的な競争の結果を明らかにする。その競争においては，最初に市場規模が平均である企業の限界費用 c_m がその他の企業にとってのプライス・キャップ p_i $(i\neq m)$ としてその他の企業に一律に示され，またその平均規模の企業の投資費用がその他の企業に対しての補助金として提示される $T_i=\Psi(c_m)$。次に，その他の企業がプライス・キャップと補助金を所与として各自の限界費用を利潤最大化によって決定する。そして，リーダーとなる企業 m は，プライス・キャップがその他の企業の限界費用の平均 $\bar{c}_m$ となるため，他の企業の最適反応を所与として利潤を最大化するように自らの限界費用を決定することになる。この場合の結果は以下のようにまとめられる。

命題２：　シュタッケルベルグ的なヤードスティック競争の下では，すべての企業 i で同じ価格が適用される，$p_i^s=p^s$。そして，

⑴　企業の直面する市場規模 α_i が全体の平均 $\alpha_m=\sum_i\alpha_i/(n+1)$ より大きい場合には，シュタッケルベルグ均衡価格 p^s は最適価格 p_i^* と均衡限界費用 c_i^s を上回る。さらに，均衡限界費用 c_i^s はその最適水準 c_i^* を上回る。つまり：

$$p^s>c_i^s>c_i^*=p_i^*$$

⑵　その市場規模が平均に等しい場合には，均衡での価格 p^s と限界費用 c_m^s は最適水準 $p_m^*=c_m^*$ に一致する。

⑶　市場規模 α_i が全体の平均より小さい場合には，ケース⑴と逆の結果が得られる：

$p^s<c_i^s<c_i^*=p_i^*$

証明　ここで，投資費用関数が $\Psi(c_i)=\gamma(c_i-c_0)^2$，需要関数が $q(p_i;\alpha_i)=\alpha_i-\beta p_i$，プライス・キャップが $p_i=c_m$ で補助金が $T_i=\Psi(c_m)$ であることより，追随者 i $(i\neq m)$ の利潤は，命題１の場合と同様にして，

$$V_i=-\gamma c_i^2+[A_i+\beta c_m]c_i+(\gamma-\beta)c_m^2-A_ic_m$$

となる。ここで，記号 $A_i=2\gamma c_0-\alpha_i$ を使っている。この利潤を c_i で微分することによって，企業の最適反応関数が得られる：

$$c_i(c_m)=\frac{A_i+\beta c_m}{2\gamma}$$

これより，$\bar{A}_m=\sum_{i\neq m}A_i/n$ と書くと，リーダー

7）この結果の導出については，補論１を参照のこと。
8）この結果の導出については，補論２を参照のこと。

となる企業 m のプライス・キャップとなる最適反応の平均は以下のようになる：

$$p_m = \bar{c}_m = \frac{\sum_{i \neq m} c_i(c_m)}{n} = \frac{\bar{A}_m + \beta c_m}{2\gamma} \tag{12}$$

ここでは A_m は A_i の平均値であることから，それを除いたときの平均値はそれを含めたときの平均値に等しいことから $\bar{A}_m = A_m$ となる。そこで，企業 m の利潤：

$V_m = (p_m - c_m)(\alpha_m - \beta p_m) - \gamma(c_m - c_0)^2 + \gamma(\bar{c}_m - c_0)^2$

について，プライス・キャップ $p_m = \bar{c}_m$ を代入して因数分解し，そこに(12)式の最適反応の平均を代入したうえで上記の関係 $\bar{A}_m = A_m$ を用いる。すると，利潤は以下のような形に書き直すことができる：

$$V_m = -\frac{1}{4\gamma^2}[A_m - (2\gamma - \beta)c_m][(\beta + \gamma)A_m - (2\gamma - \beta)(\beta + \gamma)c_m]$$

これを c_m で微分し，利潤最大化の一階条件と最適反応関数を使うことによって，シュタッケルベルグ均衡限界費用の組が得られる：

$$c_m^s = \frac{A_m}{2\gamma - \beta} \tag{13}$$

$$c_i^s = \frac{1}{2\gamma}\left[A_i + \frac{\beta}{2\gamma - \beta} A_m\right] \tag{14}$$

これらより，関係 $p_m^s = \bar{c}_m = c_m^s = p_i^s$ $(i \neq m)$ が成立することが容易に確かめられる。よって，すべての i について $p_i^s = p^s$ と書く。上記の関係と前節の最適水準 $p_i^* = c_i^* = A_i/(2\gamma - \beta)$ を使って，以下の関係式を得る：

$$p^s - c_i^s = \frac{1}{2\gamma}(\alpha_i - \alpha_m) \tag{15}$$

$$p^s - p_i^* = \frac{1}{2\gamma - \beta}(\alpha_i - \alpha_m) \tag{16}$$

$$c_i^s - c_i^* = \frac{\beta}{2\gamma(2\gamma - \beta)}(\alpha_i - \alpha_m) \tag{17}$$

以上の結果により，命題の結果が成立する。

証明終了

シュタッケルベルグ均衡水準と市場規模の関係は，平均市場規模 α_m を一定とすると

$$\frac{\partial c_i^s}{\partial \alpha_i} = -\frac{1}{2\gamma} < 0$$

となる。これより，均衡価格 p^s はすべての市場で同じ水準であるが均衡限界費用 c_i^s は市場規模 α_i が大きいほど安くなっていることが分かる。

命題2の結果から，以下のことが言える。先ず，リーダーとなる企業 m は最適な限界費用を選択するので，ゼロの利潤を得ることになる。それに対して，その他の企業 i $(i \neq m)$ の均衡利潤は

$$V_i^s = (p^s - c_i^s)(\alpha_i - \beta p^s) - \gamma(c_i^s - c_0)^2 + \gamma(c_m - c_0)^2$$

$$= \frac{1}{4\gamma}(\alpha_i - \alpha_m)^2 > 0 \tag{18}$$

となる[9)]。この式より，企業の直面する市場の規模が平均から乖離しているほど利潤は大きくなる。

一方，消費者余剰を見ると，規模が平均に等しい市場では最適水準に等しく

$$\int_{p^s}^{\alpha_m/\beta} q(x; \alpha_m) dx = \frac{2\gamma^2}{\beta}\left(\frac{\alpha_m - \beta c_0}{2\gamma - \beta}\right)^2$$

となる。一方，その他の市場では以下のようになる：

$$\int_{p^s}^{\alpha_i/\beta} q(x; \alpha_i) dx = \frac{1}{2\beta}\left(\frac{2\gamma(\alpha_i - \beta c_0) - \beta(\alpha_i - \alpha_m)}{2\gamma - \beta}\right)^2 \tag{19}$$

Ⅵ．ヤードスティック規制の比較

1　均衡点の関係　線形・二次モデルでの結果

本節では，これまでに導入された二つのヤードスティック規制，クールノー・ナッシュ的規制とシュタッケルベルグ的規制，を比較する。後に分かるように，本節の結果がヤードスティック競争の特徴を最も良く示している。先ずは，命題1と2でそれぞれ導出された均衡価格と均衡限界費用についての比較から始め，これまでの結果を整理する。その結果は以下の命題にまとめられる。

命題3：

(1)　企業の直面する市場規模 α_i が全体の平均

9）この結果の導出については，補論3を参照のこと。

$\alpha_m=\sum_i\alpha_i/(n+1)$ より大きい場合には，ナッシュ均衡価格 p_i^e はシュタッケルベルグ均衡価格 p^s を上回る。さらに，ナッシュ均衡限界費用 c_i^e もシュタッケルベルグ均衡限界費用 c_i^s を上回る。また，どちらの価格も限界費用も最適水準を上回っている：

$$p_i^e>p^s>c_i^e>c_i^s>c_i^*=p_i^*$$

(2) その市場規模が平均に等しい場合には，両均衡での価格 p_m^e と p^s そして限界費用 c_m^e と c_m^s はともに最適水準 $p_m^*=c_m^*$ に一致する。

(3) 市場規模 α_i が全体の平均より小さい場合には，ケース(1)と逆の結果が得られる。つまり：$p_i^e<p^s<c_i^e<c_i^s<c_i^*=p_i^*$

証明　両均衡での価格・限界費用とそれらの最適水準の関係は，命題１と２で明らかとなっている。よって，ここでは命題１と２で得られた式からさらに得られる以下の式を示しておく。

$$p_i^e-p^s=\frac{1}{2n\gamma+\beta}(\alpha_i-\alpha_m)$$

$$p^s-c_i^e=\frac{n}{2n\gamma+\beta}(\alpha_i-\alpha_m)$$

$$c_i^e-c_i^s=\frac{\beta}{2\gamma(2n\gamma+\beta)}(\alpha_i-\alpha_m) \tag{20}$$

これらから命題の結果が得られる。　証明終了

２　均衡点の関係　一般論による証明

命題３の結果によって，シュタッケルベルグ均衡は，どの場合であってもナッシュ均衡と最適水準の間に位置していることが分かる。一般的には，均衡限界費用が市場規模について線形であればこの結果は成立する。ここでは，最初に基本的な結果を確認しておく。

先ず，企業の利潤は

$$V_i=(p_i-c_i)q(p_i;\alpha_i)-\Psi(c_i)+T_i$$

であるから，企業の利潤最大化の一階条件は以下のようになる：

$$q(p_i;\alpha_i)=-\Psi'(c_i)$$

つまり，左辺にある費用削減の限界便益が右辺にある費用削減の限界費用に等しくなるように限界費用が決定される。その場合，需要関数は価格の減少関数であることから，価格が高いほど左辺（限界便益）は小さくなる。よって，価格が高いほど均衡限界費用は高くなる。また，投資費用関数 Ψ の凸性より右辺は限界費用の減少関数である。

そして，需要量は市場規模の単調増加であるので $\partial^2V_i/\partial\alpha_i\partial c_i<0$ となり，一階条件を満たす均衡限界費用は市場規模の単調減少関数である[10]。

ここで，社会的最適は第Ⅱ節での一階条件式(1)と(2)：

$$p_i^*=c_i^*$$

$$q(p_i^*;\alpha_i)=-\Psi'(c_i^*)$$

を満たす。また，最大化の二階条件により，右辺にある投資の限界費用曲線 $-\Psi'(\cdot)$（右下がり）は左辺にある需要曲線 $q(\cdot;\cdot)$（右下がり）を上から下へと横切っている。

以上の結果から，市場規模が平均より小さい場合 $\alpha_i<\alpha_m$ に，最適価格水準と各均衡価格の大小関係を明らかにする。（逆の場合も同様の方法で証明できる。）先ず，均衡限界費用が最適水準ではないときには，ナッシュ均衡の一階条件 $q(p_i^e;\alpha_i)=-\Psi'(c_i^e)$ と２曲線 $q(\cdot;\cdot)$ と $-\Psi'(\cdot)$ の位置関係より，(a) $p_i^*=c_i^*>c_i^e>p_i^e$ または(b) $p_i^e>c_i^e>c_i^*=p_i^*$ のどちらかとなる。ここで，均衡限界費用が市場規模の線形関数であれば，ナッシュ均衡価格の定義 $p_i^e=\sum_{j\neq i}c_j^e/n$ と関係 $\alpha_m<\sum_{j\neq i}\alpha_j/n$ と均衡限界費用の市場規模についての単調減少性から

$$c_i^e-p_i^e=c^e(\alpha_i)-\frac{\sum_{j\neq i}c^e(\alpha_j)}{n}=c^e(\alpha_i)-c^e\left(\frac{\sum_{j\neq i}\alpha_j}{n}\right)>0$$

となる（命題１の式(4)と式(6)の関係を示す式

10) このように２変数の交差偏微分が負となる場合，その関数をサブモジュラー関数という。ここで用いられたサブモジュラー関数の最大値の比較静学の結果については，Milgrom and Roberts［1990］や Milgrom and Shannon［1994］等を参照のこと。

(9)の結果)。よって，この場合は$p_i^* > c_i^e$となる（命題１の結果)。

また，$c_i^e > p_i^e$は，

$$c_i^e > \frac{\sum_{j \neq i} c_j^e}{n} \quad \text{つまり} \quad \frac{\sum_{j \neq i} (c_i^e - c_j^e)}{n} > 0$$

を意味するので，以下の大小関係が得られる：

$$c_i^e > \frac{\sum_{j=1}^{n+1} c_j^e}{n+1} > \frac{\sum_{j \neq i} c_j^e}{n} \tag{21}$$

この大小関係のうち最初の不等号は関係：

$$c_i^e - \frac{\sum_{i=1}^{n+1} c_j^e}{n+1} = \frac{\sum_{j \neq i} (c_i^e - c_j^e)}{n+1} > 0$$

より，二番目の不等号は関係：

$$\frac{\sum_{j=1}^{n+1} c_j^e}{n+1} = \frac{\sum_{j \neq i} c_j^e + c_i^e}{n+1} > \left(\frac{n+1}{n}\right) \frac{\sum_{j \neq i} c_j^e}{n+1} = \frac{\sum_{j \neq i} c_j^e}{n}$$

より成立する。

また，限界費用が市場規模について線形であることにより，大小関係(21)の真ん中の項は平均市場規模の企業mのナッシュ均衡費用に一致する：

$$\frac{\sum_{j=1}^{n+1} c^e(\alpha_j)}{n+1} = c^e\left(\frac{\sum_{j=1}^{n+1} \alpha_j}{n+1}\right) = c^e(\alpha_m)$$

さらに，企業mのナッシュ均衡費用$c^e(\alpha_m)$がシュタッケルベルグ均衡費用$c^s(\alpha_m)$に一致することを示す（命題１の式(5)と命題２の式(13)の関係)。第一に，平均市場規模の企業mは，クールノー・ナッシュ的競争でもシュタッケルベルグ的競争でも，ともに自分以外の平均を相手に競争している。第二に，限界費用が市場規模について線形であることから，他の企業の限界費用の平均について

$$\frac{\sum_{j \neq m} c^s(\alpha_j)}{n} = c^s\left(\frac{\sum_{j \neq m} \alpha_j}{n}\right) = c^s(\alpha_m)$$

が成立し，その競争は対称的なものである。そして，対称的な２企業間のヤードスティック競争では，ナッシュ均衡とシュタッケルベルグ均衡は一致するのである[11)]。

以上の結果に加えて，シュタッケルベルグ規制の価格式$p^s = c_m^s$を用いれば，式(21)の大小関係から価格の関係が得られる：$p_i^* > p^s > p_i^e$。そして，需要関数は価格の減少関数であることから，限界便益の大小関係

$$q(p_i^*; \alpha_i) < q(p^s; \alpha_i) < q(p_i^e; \alpha_i)$$

を得る。これと一階条件とその右辺が限界費用の減少関数であることより，限界費用の大小関係が得られる：$c_i^* > c_i^s > c_i^e$

３　社会的余剰についての比較

以下では，二つのヤードスティック規制の下での社会的余剰を比較し，社会的厚生の観点から見てシュタッケルベルグ規制の方が望ましいことを示す。その結果は以下のようにまとめられる。

命題４：

ナッシュ均衡での社会的余剰W_i^eとシュタッケルベルグ均衡での社会的余剰W_i^sでは，すべての市場iでシュタッケルベルグ均衡での方が大きくなる。つまり，

$$W_i^e - W_i^s = -\frac{\beta[\beta + 2(2n+1)\gamma]}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2}(\alpha_i - \alpha_m)^2 < 0$$

ここで，それぞれは以下のように定義されている：

$$W_i^e = \left\{\int_{p_i^e}^{\alpha_i/\beta} q(x; \alpha_i) dx\right\} + (p_i^e - c_i^e) q(p_i^e; \alpha_i) - \Psi(c_i^e)$$

$$W_i^s = \left\{\int_{p^s}^{\alpha_i/\beta} q(x; \alpha_i) dx\right\} + (p^s - c_i^s) q(p^s; \alpha_i) - \Psi(c_i^s)$$

証明　ここでは，社会的厚生の差を項別に計算していって，最後にそれらの結果を合計する。最初に，社会的余剰のうち第一番目の消費者余剰の差$\int_e q(x; \alpha_i) dx - \int_s q(x; \alpha_i) dx$を求めると，式(11)と式(19)の差より

$$\frac{[2\beta^2\gamma + 8n\beta\gamma^2 - 2\beta\gamma^2 - 8n\gamma^3]}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}(\alpha_i - \beta c_0)(\alpha_i - \alpha_m)$$

$$-\frac{[4n\beta\gamma^2 + 2\beta\gamma^2]}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}(\alpha_m - \beta c_0)(\alpha_i - \alpha_m)$$

$$-\frac{[\beta^3 + 4n\beta^2\gamma]}{2(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}(\alpha_i - \alpha_m)^2$$

11）この結果については，Fujimoto［2010］の命題６や藤本［2010］，さらにその参考文献を参照のこと。

を得る[12]。ここでの計算式の表示の仕方は，計算をしていく便宜上，項ごとに行を変えている。

次いで，第二番目の企業の利潤の差 $(p_i^e-c_i^e)q(p_i^e;\alpha_i)-(p^s-c_i^s)q(p^s;\alpha_i)$ を求めると，

$$-\frac{[\beta^2+4n\beta\gamma-4n\gamma^2]}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$+\frac{[2n\beta\gamma+2\beta\gamma]}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$+\frac{[\beta^3+4n\beta^2\gamma-4n\beta\gamma^2]}{2\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2$$

を得る[13]。

最後に，第三番目の投資費用の差 $\Psi(c_i^s)-\Psi(c_i^e)$ を求めると

$$\frac{[\beta^2+4n\beta\gamma]}{2(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$+\frac{\beta^2}{2(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$-\frac{[\beta^3+4n\beta^2\gamma]}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2$$

を得る[14]。

定義により，社会的余剰の差は上記の三つの項を合計することで求まる。

先ず，各一行目に示した $(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$ の項を合計する。分母を $4\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2$ に通分して足していくと分子は

$$2\beta^3\gamma+8n\beta^2\gamma^2+4\beta^2\gamma^2-8\beta\gamma^3$$

となる。そして，各二行目に示した $(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$ の項を合計する。分母を先ほどと同じく $4\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2$ に通分して足していくと，その分子は

$$-(2\beta^3\gamma+8n\beta^2\gamma^2+4\beta^2\gamma^2-8\beta\gamma^3)$$

となる。ここで，$(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)-(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$ は $(\alpha_i-\alpha_m)^2$ とまとめられることにより，これらの部分を先に足し合わせまとめておくと良い。その結果は以下のようになる：

$$\frac{2\beta^3\gamma+8n\beta^2\gamma^2+4\beta^2\gamma^2-8\beta\gamma^3}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}(\alpha_i-\alpha_m)^2 \quad (22)$$

最後に各三行目に示した $(\alpha_i-\alpha_m)^2$ の項を合計する。先ほどと同じに分母を通分し足していくと

$$\frac{-\beta^4-4n\beta^3\gamma+8n\beta^2\gamma^2-16n\beta\gamma^3}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}(\alpha_i-\alpha_m)^2 \quad (23)$$

が得られる。結果として欲しい社会的余剰の差は最後の二式(22)と(23)の和であることから：

$$W_i^e-W_i^s$$
$$=-\frac{\beta[\beta^3+4n\beta^2\gamma-2\beta^2\gamma-16n\beta\gamma^2-4\beta\gamma^2+8(2n+1)\gamma^3]}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}(\alpha_i-\alpha_m)^2$$

となる。この分子の中括弧の中を，3番目の $\beta^2\gamma$ の項と5番目の $\beta\gamma^2$ の項に注意しつつ並べ替えると

$$4\beta\gamma^2-4\beta^2\gamma+\beta^3+8(2n+1)\gamma^3-16n\beta\gamma^2-8\beta\gamma^2+4n\beta^2\gamma+2\beta^2\gamma$$
$$=\beta(2\gamma-\beta)^2+2(2n+1)\gamma(2\gamma-\beta)^2=[\beta+2(2n+1)\gamma](2\gamma-\beta)^2$$

と因数分解できることから，命題の結果を得る。

証明終了

この命題の結果，全国一律化価格を採用するシュタッケルベルグ的ヤードスティック規制は市場ごとに異なった価格を採用するクールノー・ナッシュ的なものよりも，社会的厚生の面で厳密に優れていることが分かった。このことは，市場ごとに規模が異なるような場合にでも全国一律価格を用いることに一定の根拠を与える。さらに，

$$W_i^e-W_i^s=-\frac{\beta[\beta+2(2n+1)\gamma]}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2}(\alpha_i-\alpha_m)^2<0$$

より，市場数が増加していった場合の極限について $\lim_{n\to\infty}[W_i^e-W_i^s]=0$ が言える。つまり，一国の財需要が増加していくことで地域市場とその市場で財を供給する独占企業の数が増加していったとき，その極限では両方の社会的余剰が一致するのである。

そのことが言えるのは，以下の極限についての結果のためである。

命題5：

市場規模 α_i $(i=1, 2, \cdots)$ の並べ方が大きい順

12) この結果の導出については，補論4を参照のこと。

13) この結果の導出については，補論5を参照のこと。

14) この結果の導出については，補論6を参照のこと。

$\alpha_1 > \alpha_2 > \cdots$ または小さい順 $\alpha_1 < \alpha_2 < \cdots$ になっているとする。すると，市場と企業の数 n が無限に増加していくのにしたがって，ナッシュ均衡価格と均衡限界費用はシュタッケルベルグ均衡価格と均衡限界費用の組に収束する：

$\lim_{n\to\infty} p_i^e = \lim_{n\to\infty} p^s$　かつ　$\lim_{n\to\infty} c_i^e = \lim_{n\to\infty} c_i^s$

証明　今，市場規模には最大値と最小値が存在するものとしているので，すべての i に対して $\alpha_{\min} \leq \alpha_i \leq \alpha_{\max}$ である。よって，任意の n について平均市場規模は最大値と最小値の間にある：

$$\alpha_{\min} < \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}{n} < \alpha_{\max}$$

すると，それまでに足された市場の数 n でインデックス付けされた平均市場規模の数列 $\{\alpha_m^n\}_{n=1}^{\infty}$ は有界である。

ここで，市場規模の並べ方が大きい順になっているとする。(小さい順の場合も同様の議論を行うことができる。) すると，平均市場規模の数列 $\{\alpha_m^n\}_{n=1}^{\infty}$ は単調減少列である。なぜなら，市場規模が単調減少なので任意の n に対して $\alpha_i > \alpha_{n+1}$ ($i=1, 2, \cdots, n$) となり，結果：

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}{n} - \alpha_{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i - \alpha_{n+1})}{n} > 0$$

が得られ，これより，任意の n に対して

$$\alpha_m^n = \left(\frac{n+1}{n}\right) \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}{n+1} > \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \alpha_{n+1}}{n+1} = \alpha_m^{n+1}$$

が成立するからである。よって，数列 $\{\alpha_m^n\}_{n=1}^{\infty}$ は有界な単調減少列なので収束し，ただ一つの極限を持つ[15)]。それを α_μ と書く。

ここで，ナッシュ均衡価格の極限をとると

$$\lim_{n\to\infty} p_i^e = -\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n\gamma+\beta} A_i + \lim_{n\to\infty} \frac{2(n+1)\gamma}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)} A_m$$

となる。右辺第一項はゼロになるので，結果は：

$$\lim_{n\to\infty} p_i^e = \frac{1}{2\gamma-\beta} A_\mu$$

となる。ここで記号は $A_\mu = 2\gamma c_0 - \alpha_\mu$ である。これはシュタッケルベルグ均衡価格の極限：

$$\lim_{n\to\infty} p^s = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2\gamma-\beta} A_m = \frac{1}{2\gamma-\beta} A_\mu$$

に一致する。

一方，ナッシュ均衡限界費用の極限をとると

$$\lim_{n\to\infty} c_i^e = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n\gamma+\beta} A_i + \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)\beta}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)} A_m$$

$$= \frac{1}{2\gamma} A_i + \frac{\beta}{2\gamma(2\gamma-\beta)} A_\mu$$

となる。これはシュタッケルベルグ均衡限界費用の極限：

$$\lim_{n\to\infty} c_i^s = \frac{1}{2\gamma}\left[A_i + \frac{\beta}{2\gamma-\beta} A_\mu\right]$$

に一致する。ここで記号は先と同じである。

証明終了

以上の議論から，社会厚生の面でシュタッケルベルグ均衡はナッシュ均衡に対して厳密な上限を与えていることが分かる。また，命題３に示された関係：

- 市場規模 α_i が全体の平均より大きい場合には，$p_i^e > p^s > c_i^e > c_i^s > c_i^* = p_i^*$
- 市場規模 α_i が全体の平均より小さい場合には，$p_i^e < p^s < c_i^e < c_i^s < c_i^* = p_i^*$

を見れば，ヤードスティック規制のさらなる特徴が分かる。命題５の結果より，どちらの場合も，市場数（企業数）が増加していくのにつれてナッシュ均衡価格と均衡限界費用はそれぞれの最適水準へと近づいていくことが分かる。しかし，シュタッケルベルグ均衡水準がナッシュ均衡水準と最適水準とを隔てているために，どれだけ市場数（企業数）が増加しようとも価格と限界費用は最適水準に一致することはない。このことは良く知られている寡占市場モデルでの結果，「市場で財を供給する企業の数が増加していくのにつれて，財の価格と供給量は最適水準へと収束していく」，とは対照的である[16)]。

このような結果が成立するのは，クール

15）この結果については，解析学のテキスト，例えば荷見・堀内［1994］の p. 24 定理 1 と p. 176 定理 1 を参照のこと。

ノー・ナッシュ的競争での価格 $p_i^e = \sum_{j\neq i} c_j^e / n$ $(i\neq m)$ がシュタッケルベルグ的競争での価格 $p^s = c_m^s$ に収束するからである。両方の場合で価格が等しければ，両方の場合の一階条件が同じ形の式 $q(p_i;\alpha_i) = -\Psi'(c_i)$ であることから，限界費用も等しくなる。このことは，命題１と２の証明での均衡限界費用の導出手続きからも確認できる。そして，本稿での価格の収束は，需要関数 $q(\cdot;\cdot)$ と投資費用関数 $\Psi(\cdot)$ の特定の仕方から均衡限界費用が市場規模に関して線形となっていることから成立している。もし均衡限界費用が市場規模に関して線形であれば，

$$p_i^e = \frac{\sum_{j\neq i} c^e(\alpha_j)}{n} = c^e\left(\frac{\sum_{j\neq i}\alpha_j}{n}\right)$$

となる（命題１の式(4)と式(6)の関係）。この関係さえ得られれば，均衡限界費用が市場規模に関して連続である場合に

$$\lim_{n\to\infty} p_i^e = \lim_{n\to\infty} c^e\left(\frac{\sum_{j\neq i}\alpha_j}{n}\right)$$
$$= c^e\left(\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{j\neq i}\alpha_j}{n}\right) = c^e(\alpha_\mu) = c^s(\alpha_\mu)$$

となる。ここで α_μ は命題５の証明で定義した平均市場規模 α_m の極限である。また最後の等号は，平均規模の市場ではナッシュ均衡とシュタッケルベルグ均衡で限界費用が一致することによる。よって，この関係と $\lim_{n\to\infty} p^s = c^s(\alpha_\mu)$ により，極限での均衡価格の一致が言える。

Ⅶ．厚生損失の数量的評価

前節で，シュタッケルベルグ的な競争下の方がクールノー・ナッシュ的な競争下よりも社会的余剰が大きいことが示された。では，それぞれは社会的最適に比べればどうであろうか？ ナッシュ均衡での社会的余剰は社会的最適に比べてどの程度小さいのか？ また，シュタッケルベルグ均衡ではナッシュ均衡よりも厚生損失がどの程度小さいのだろうか？ 本節ではそれらの事柄について明らかにする。先ず，シュタッケルベルグ的な競争と社会的最適の比較は以下のようになる。

命題６：
シュタッケルベルグ的ヤードスティック競争下での社会的余剰 W_i^s と社会的最適な場合の社会的余剰 W_i^* の差は以下のようになる：

$$W_i^s - W_i^* = -\frac{\beta}{4\gamma(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2 < 0$$

証明 先ず，消費者余剰の差を求める。第Ⅱ節の最適社会的余剰の計算と第Ⅴ節の均衡消費者余剰の計算の結果から，消費者余剰の差は：

$$\int_{p^s}^{\alpha_i/\beta} q(x;\alpha_i)dx - \int_{p_i^*}^{\alpha_i/\beta} q(x;\alpha_i)dx$$
$$= -\frac{2\gamma(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)}{(2\gamma-\beta)^2} + \frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)^2}{2(2\gamma-\beta)^2}$$

となる。

次に，企業の利潤の差を求める。命題３の証明の式(15)より価格と限界費用の差：

$$p^s - c_i^s = \frac{1}{2\gamma}(\alpha_i-\alpha_m)$$

が得られて，これとシュタッケルベルグ均衡価格 $p^s = (2\gamma c_0 - \alpha_m)/(2\gamma-\beta)$ のときの需要量：

$$\alpha_i - \beta p^s = \frac{2\gamma(\alpha_i-\beta c_0)}{2\gamma-\beta} - \frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma-\beta}$$

を掛け合わせると利潤の差を得る：

$$(p^s - c_i^s)(\alpha_i - \beta p^s)$$
$$= \frac{(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma-\beta} - \frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)^2}{2\gamma(2\gamma-\beta)}$$

ここで社会的最適の場合の利潤は $p_i^* = c_i^*$ よりゼロであることに注意せよ。

最後に，投資費用の差を求める。ここで，投資費用の差は以下のように書き直せる：

$$\Psi(c_i^*) - \Psi(c_i^s) = \gamma(c_i^* - c_i^s)[(c_i^* - c_0) + (c_i^s - c_0)]$$

第Ⅱ節で得られた最適限界費用 $c_i^* = (2\gamma c_0 - \alpha_i)/(2\gamma-\beta)$ から，右辺の中括弧の１番目の項は

16）この結果については，ミクロ経済学のテキスト，例えば西村［1990］の pp. 116-118 を参照のこと。

$$c_i^*-c_0=-\frac{\alpha_i-\beta c_0}{2\gamma-\beta} \tag{24}$$

となる。そして命題2の証明より，シュタッケルベルグ均衡限界費用は(14)式

$$c_i^s=\frac{1}{2\gamma}\left[(2\gamma c_0-\alpha_i)+\frac{\beta(2\gamma c_0-\alpha_m)}{2\gamma-\beta}\right]$$

なので，右辺の中括弧の2番目の項も求まる：

$$c_i^s-c_0=-\frac{\alpha_i-\beta c_0}{2\gamma-\beta}+\frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma(2\gamma-\beta)} \tag{25}$$

命題2の証明で得られていた式(17)より，

$$\gamma(c_i^*-c_i^s)=-\frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2(2\gamma-\beta)} \tag{26}$$

となる。

以上の三式(24)と(25)と(26)を代入すれば，投資費用の差は：

$$\Psi(c_i^*)-\Psi(c_i^s)$$
$$=\frac{\beta(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)}{(2\gamma-\beta)^2}-\frac{\beta^2(\alpha_i-\alpha_m)^2}{4\gamma(2\gamma-\beta)^2}$$

となる。最終的に，上記の消費者余剰の差と利潤の差と投資費用の差を足し合わせれば命題の式を得る。　証明終了

この結果の系として，社会的損失の和を最小にするリーダーの最適な選び方が分かる。リーダーを企業 l，その市場規模を α_l とすると，命題2と6と同様の議論より，シュタッケルベルグ均衡での厚生損失の和は

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n+1}(W_i^*-W_i^s)$$
$$=\frac{\beta}{4\gamma(2\gamma-\beta)}\sum_{i=1}^{n+1}\left(\alpha_i-\frac{n\gamma-\beta}{n(\beta+\gamma)}\alpha_l-\frac{(n+1)\beta}{n(\beta+\gamma)}\alpha_m\right)^2$$

となり，これを最小にするリーダーの市場規模は以下の一階条件と二階条件：

$$\frac{\partial}{\partial\alpha_l}\sum_{i=1}^{n+1}(W_i^*-W_i^s)$$
$$=-\frac{\beta}{2\gamma(2\gamma-\beta)}\frac{n\gamma-\beta}{n(\beta+\gamma)}\sum_{i=1}^{n+1}\left(\alpha_i-\frac{n\gamma-\beta}{n(\beta+\gamma)}\alpha_l-\frac{(n+1)\beta}{n(\beta+\gamma)}\alpha_m\right)$$
$$=0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\alpha_l^2}\sum_{i=1}^{n+1}(W_i^*-W_i^s)=\frac{(n+1)\beta}{2\gamma(2\gamma-\beta)}\left(\frac{n\gamma-\beta}{n(\beta+\gamma)}\right)^2>0$$

を満たすために，$\alpha_l^*=\alpha_m$ となり全体平均に一致する[17)]。よって，本稿でのリーダーの選び方はこの意味で最適である。

ここまでで，社会的余剰の差が二組得られている：

$$W_i^e-W_i^s=-\frac{\beta[\beta+2(2n+1)\gamma]}{4\gamma(2n\gamma+\beta)^2}(\alpha_i-\alpha_m)^2<0$$

$$W_i^s-W_i^*=-\frac{\beta}{4\gamma(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2<0$$

これらを足し合わせることによって，クールノー・ナッシュ的な競争と社会的最適の差が求められる。

$$W_i^e-W_i^*=-\frac{\beta\gamma}{2\gamma-\beta}\left(\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}\right)^2(\alpha_i-\alpha_m)^2<0$$

以上より，どちらの均衡の場合も，市場規模が平均の場合は社会的最適，そしてそこからの乖離（厚生損失の大きさ）は市場規模の平均からの乖離によって決まっていることが分かる。

また，両均衡の下での厚生損失の差の比率をとると

$$0<\frac{W_i^s-W_i^*}{W_i^e-W_i^*}=\frac{1}{4\gamma^2}\left(\frac{2n\gamma+\beta}{n+1}\right)^2<1$$

それは，市場規模によらずすべての市場 i において同じになる。また，クールノー・ナッシュ的なヤードスティック規制からシュタッケルベルグ的なものへと規制手段を切り替えることによる厚生損失の改善率：

$$0<\frac{W_i^s-W_i^e}{W_i^e-W_i^*}=\frac{(2\gamma-\beta)[2(2n+1)\gamma+\beta]}{4(n+1)^2\gamma^2}<1$$

も，すべての市場で同じとなる。よって，規制手段の切り替えはどの市場に対しても公平に恩恵をもたらすと言える。

ここで，規制手段の切り替えによる厚生損失の改善率を θ と書くと，それは需要曲線の傾き β（あるいは，需要の価格弾力性）が小さくなるほど大きくなる：

$$\frac{\partial\theta}{\partial\beta}=-\frac{2(2n\gamma+\beta)}{4(n+1)^2\gamma^2}<0$$

そして，投資の限界費用 γ が大きくなるほど大

17) ここで示した厚生損失の導出については，補論7を参照のこと。

きくなる：

$$\frac{\partial\theta}{\partial\gamma}=\frac{\beta(2n\gamma+\beta)}{2(n+1)^2\gamma}>0$$

さらに，極限の結果からも分かるとおり，市場数 n が多くなるほど小さくなる：

$$\frac{\partial\theta}{\partial n}=-\frac{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}{2(n+1)^3\gamma^2}<0$$

これらの結果を以下の命題にまとめておく：

命題７：

規制手段をクールノー・ナッシュ的ヤードスティック規制からシュタッケルベルグ的規制に切り替えたときの厚生損失の改善率は，

(1)　財の需要の価格弾力性が小さいほど

(2)　効率化に必要な投資の限界費用が大きいほど

(3)　財が供給されている地域市場の数が少ないほど

大きくなる。

補論１：ナッシュ均衡利潤の導出

ここでは，第Ⅳ節式(10)に示された企業のナッシュ均衡利潤を求める。先ず，プライス・キャップ $p_i=\bar{c}_i$ の下で企業の利潤を因数分解すれば，

$$V_i^e=(p_i^e-c_i^e)[\gamma(p_i^e+c_i^e)-\beta p_i^e-A_i]$$

となる。ここでは $A_i=2\gamma c_0-\alpha_i$ である。また，均衡での費用と価格は命題１の式(4)と(7)よりそれぞれ

$$c_i^e=\frac{n}{2n\gamma+\beta}A_i+\frac{(n+1)\beta}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}A_m$$

$$p_i^e=-\frac{1}{2n\gamma+\beta}A_i+\frac{2(n+1)\gamma}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}A_m$$

である。ここでは $A_m=2\gamma c_0-\alpha_m$ かつ $\alpha_m=\sum_i\alpha_i/(n+1)$ である。これらを用いると上記の利潤での二番目の中括弧は以下の形に書くことができる：

$$\gamma(p_i^e+c_i^e)-\beta p_i^e-A_i=XA_i+YA_m$$

ここで右辺の表現はそれぞれ

$$X=\frac{1}{2n\gamma+\beta}(-\gamma+n\gamma+\beta-2n\gamma-\beta)=-\gamma\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}$$

$$Y=\frac{n+1}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}(2\gamma^2+\beta\gamma-2\beta\gamma)=\gamma\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}$$

である。これを計算すると

$$\gamma(p_i^e+c_i^e)-\beta p_i^e-A_i=\gamma\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}(\alpha_i-\alpha_m)$$

となる。これと命題１で導いた式(9)：

$$p_i^e-c_i^e=\left(\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}\right)(\alpha_i-\alpha_m)$$

を掛け合わせると，ナッシュ均衡利潤が求まる：

$$V_i^e=\gamma\left(\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}\right)^2(\alpha_i-\alpha_m)^2$$

補論２：ナッシュ均衡での消費者余剰の導出

ここでは，第Ⅳ節の式(11)に示されたナッシュ均衡での消費者余剰の導出を行う。先ず，需要関数が線形であることから消費者余剰は三角形の面積となり，以下のように書くことができる：

$$\int_{p_i^e}^{\alpha_i/\beta}q(x;\alpha_i)dx=\frac{1}{2\beta}(\alpha_i-p_i^e)^2$$

この括弧の中の項は以下のようにして計算できる：

$$\begin{aligned}
&\alpha_i-\beta p_i^e\\
&=\alpha_i+\frac{\beta(2\gamma c_0-\alpha_i)}{2n\gamma+\beta}-\frac{2(n+1)\beta\gamma(2\gamma c_0-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}\\
&=\frac{(2n\alpha_i\gamma+2\beta\gamma c_0)(2\gamma-\beta)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}\\
&\quad-\frac{4n\beta\gamma^2c_0+4\beta\gamma^2c_0-2n\alpha_m\beta\gamma-2\alpha_m\beta\gamma}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}\\
&=\frac{4n\gamma^2(\alpha_i-\beta c_0)+2\beta\gamma(\alpha_m-\beta c_0)-2n\beta\gamma(\alpha_i-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}
\end{aligned}\tag{A-1}$$

これにより，消費者余剰を求めることができる。

補論３：シュタッケルベルグ均衡利潤の導出

ここでは，第Ⅴ節の命題２の後に式(18)で示された均衡利潤の導出を行う。シュタッケルベルグ均衡利潤は，プライス・キャップ $p^s=c_m^s$ よ

り，以下のように書き直せる：

$$V_i^s=(p^s-c_i^s)[(\alpha_i-\beta p^s)+\gamma(c_m^s-c_0)+\gamma(c_i^s-c_0)]$$

右辺の中括弧の第一項は $p^s=(2\gamma c_0-\alpha_m)/(2\gamma-\beta)$ より，

$$(\alpha_i-\beta p^s)=\alpha_i-\beta\frac{2\gamma c_0-\alpha_m}{2\gamma-\beta}$$
$$=\frac{2\gamma(\alpha_i-\beta c_0)}{2\gamma-\beta}-\frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma-\beta} \qquad (\text{A}-2)$$

第二項は：

$$\gamma(c_m^s-c_0)=\gamma\left(\frac{2\gamma c_0-\alpha_m}{2\gamma-\beta}-c_0\right)$$
$$=-\frac{\gamma(\alpha_m-\beta c_0)}{2\gamma-\beta}$$

そして最後の第三項は，命題６の証明で得られた式 (25) より

$$\gamma(c_i^s-c_0)=-\frac{2\gamma(\alpha_i-\beta c_0)}{2(2\gamma-\beta)}+\frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2(2\gamma-\beta)}$$

となる。よって，これら三つの項を足して，中括弧の中は

$$(\alpha_i-\beta p^s)+\gamma(c_m^s-c_0)+\gamma(c_i^s-c_0)=\frac{1}{2}(\alpha_i-\alpha_m)$$

となる。これと命題２で得られた式 (15)

$$p^s-c_i^s=\frac{1}{2\gamma}(\alpha_i-\alpha_m)$$

を掛ければ均衡利潤が得られる。

補論４：消費者余剰の差の導出

ここでは，本文の命題４の証明に示された消費者余剰の差を導出する。先ず，ナッシュ均衡での消費者余剰は式 (11) より

$$\int_{p_i^e}^{\alpha_i/\beta}q(x;\alpha_i)dx$$
$$=\frac{1}{2\beta}\left(\frac{4n\gamma^2(\alpha_i-\beta c_0)+2\beta\gamma(\alpha_m-\beta c_0)-2n\beta\gamma(\alpha_i-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}\right)^2$$

一方，シュタッケルベルグ均衡での消費者余剰は式 (19) より

$$\int_{p^s}^{\alpha_i/\beta}q(x;\alpha_i)dx=\frac{1}{2\beta}\left(\frac{2\gamma(\alpha_i-\beta c_0)-\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma-\beta}\right)^2$$

であることから，両者の差は二乗の差となり以下のように和と差の積の形で書ける：

$$\frac{(X+Y)(X-Y)}{2\beta(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)^2}$$

ここで，分子左側の $X+Y$ は以下の三つの項の和である：

$[4n\gamma^2+2\gamma(2n\gamma+\beta)](\alpha_i-\beta c_0)=[2\beta\gamma+8n\gamma^2](\alpha_i-\beta c_0)$

$2\beta\gamma(\alpha_m-\beta c_0)$

$[-2n\beta\gamma-\beta(2n\gamma+\beta)](\alpha_i-\alpha_m)=-[\beta^2+4n\beta\gamma](\alpha_i-\alpha_m)$

そして，右側の $X-Y$ は以下の三つの項の和である：

$[4n\gamma^2-2\gamma(2n\gamma+\beta)](\alpha_i-\beta c_0)=-2\beta\gamma(\alpha_i-\beta c_0)$

$2\beta\gamma(\alpha_m-\beta c_0)$

$[-2n\beta\gamma+\beta(2n\gamma+\beta)](\alpha_i-\alpha_m)=\beta^2(\alpha_i-\alpha_m)$

よって，分子にある積 $(X+Y)(X-Y)$ は以下に挙げる六つの項の和である。

１．$(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_m-\beta c_0)$ の項：

$2\beta\gamma[(2\beta\gamma+8n\gamma^2)-2\beta\gamma](\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_m-\beta c_0)$

$=16n\beta\gamma^3(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_m-\beta c_0)$

２．$(\alpha_i-\beta c_0)^2$ の項：

$-2\beta\gamma(2\beta\gamma+8n\gamma^2)(\alpha_i-\beta c_0)^2$

$=-4\beta^2\gamma^2(\alpha_i-\beta c_0)^2-16n\beta\gamma^3(\alpha_i-\beta c_0)^2$

３．$(\alpha_m-\beta c_0)^2$ の項：

$4\beta^2\gamma^2(\alpha_m-\beta c_0)^2$

４．$(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$ の項：

$[\beta^2(2\beta\gamma+8n\gamma^2)+2\beta\gamma(\beta^2+4n\beta\gamma)](\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$

$=[4\beta^3\gamma+16n\beta^2\gamma^2](\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$

５．$(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$ の項：

$2\beta\gamma[\beta^2-(\beta^2+4n\beta\gamma)](\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$

$=-8n\beta^2\gamma^2(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$

６．$(\alpha_i-\alpha_m)^2$ の項：

$-[\beta^4+4n\beta^3\gamma](\alpha_i-\alpha_m)^2$

ここで，上記１．と２．と３．の和について以下の二式：

$$(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_m-\beta c_0)-(\alpha_i-\beta c_0)^2$$
$$=-(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$(\alpha_m-\beta c_0)^2-(\alpha_i-\beta c_0)^2$$
$$=-(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)-(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$

に注意しつつ，以上の六つの項を合計すると，分子にある積 $(X+Y)(X-Y)$ は

$2\beta[2\beta^2\gamma+8n\beta\gamma^2-2\beta\gamma^2-8n\gamma^3](\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$
$-2\beta[4n\beta\gamma^2+2\beta\gamma^2](\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$
$-\beta[\beta^3+4n\beta^2\gamma](\alpha_i-\alpha_m)^2$
となる。これより命題4の証明に示された式を得る。

補論5：企業の均衡利潤の差の導出

ここでは，本文の命題4の証明に示された均衡利潤の差を導出する。先ず，ナッシュ均衡での投資費用と補助金を考慮しない利潤は $(p_i^e-c_i^e)(\alpha_i-\beta p_i^e)$ である。このうち左側の括弧の部分はすでに命題1の式(9)で得られており

$$p_i^e-c_i^e=\left(\frac{n+1}{2n\gamma+\beta}\right)(\alpha_i-\alpha_m)$$

である。そして，右側の括弧の部分は補論2の消費者余剰の導出での式(A−1)ですでに得られており

$$\alpha_i-\beta p_i^e$$
$$=\frac{4n\gamma^2(\alpha_i-\beta c_0)+2\beta\gamma(\alpha_m-\beta c_0)-2n\beta\gamma(\alpha_i-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}$$

である。よって，これらを掛け合わせればナッシュ均衡利潤

$$\frac{4n^2\gamma^2+4n\gamma^2}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$+\frac{2n\beta\gamma+2\beta\gamma}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_m-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$-\frac{2n^2\beta\gamma+2n\beta\gamma}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2$$

が得られる。

一方で，投資費用と補助金を考慮しないシュタッケルベルグ均衡利潤 $(p^s-c_i^s)(\alpha_i-\beta p^s)$ のうち，左側の括弧の部分はすでに命題2の式(15)で得られており

$$p^s-c_i^s=\frac{1}{2\gamma}(\alpha_i-\alpha_m)$$

である。そして，右側の括弧の部分は補論3の均衡利潤の導出の式(A−2)ですでに得られており

$$\alpha_i-\beta p^s=\frac{2\gamma(\alpha_i-\beta c_0)}{2\gamma-\beta}-\frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma-\beta}$$

である。よってこれらを掛け合わせればシュタッケルベルグ均衡利潤

$$\frac{1}{2\gamma-\beta}(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)-\frac{\beta}{2\gamma(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2$$
$$=\frac{4n^2\gamma^2+4n\beta\gamma+\beta^2}{(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\beta c_0)(\alpha_i-\alpha_m)$$
$$-\frac{4n^2\beta\gamma^2+4n\beta^2\gamma+\beta^3}{2\gamma(2n\gamma+\beta)^2(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)^2$$

も得られる。

以上で求められた二つの均衡利潤の差をとれば，命題4の証明に示された企業の利潤の差が得られる。

補論6：均衡投資費用の差の導出

ここでは，本文の命題4の証明に示された均衡投資費用の差を導出する。先ず，均衡投資費用の差は以下のように書ける：

$$\Psi(c_i^s)-\Psi(c_i^e)=\gamma(c_i^s-c_i^e)[(c_i^s-c_0)+(c_i^e-c_0)]$$

最初に，右辺の中括弧の中の第一項は，命題6の証明で得られた式(25)より以下のようになる：

$$c_i^s-c_0=-\frac{\alpha_i-\beta c_0}{2\gamma-\beta}+\frac{\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma(2\gamma-\beta)}$$

次に，命題1の証明の式(4)よりナッシュ均衡限界費用は

$$c_i^e=\frac{n(2\gamma c_0-\alpha_i)}{2n\gamma+\beta}+\frac{(n+1)\beta(2\gamma c_0-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}$$

なので，右辺の中括弧の中の第二項は，以下のようになる：

$$c_i^e-c_0=-\frac{2n\gamma(\alpha_i-\beta c_0)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}-\frac{\beta(\alpha_m-\beta c_0)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}$$
$$+\frac{n\beta(\alpha_i-\alpha_m)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}$$

以上により，中括弧の中の項 $[(c_i^s-c_0)+(c_i^e-c_0)]$ は

$$-\frac{[\beta+4n\gamma](\alpha_i-\beta c_0)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}-\frac{\beta(\alpha_m-\beta c_0)}{(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}$$
$$+\frac{[\beta^2+4n\beta\gamma](\alpha_i-\alpha_m)}{2\gamma(2n\gamma+\beta)(2\gamma-\beta)}$$

となる。これに命題3の証明の式(20)からの次式：

$$\gamma(c_i^s-c_i^e)=-\frac{\beta}{2(2n\gamma+\beta)}(\alpha_i-\alpha_m)$$

を掛けると命題４の証明に示された均衡投資費用の差が得られる。

補論７：リーダーが平均市場規模の企業 m とは限らない場合のシュタッケルベルグ均衡

ここでは，シュタッケルベルグ的規制においてどの企業をリーダーとして選ぶのが最適であるのかを考えるために，いずれかの一企業がリーダーとなった場合の厚生損失を導出する。

リーダーとなる企業を l とすると，命題２と同様にして，他の企業の最適反応の平均を代入した企業 l の利潤は以下のように書ける：

$$V_l=-\frac{1}{4\gamma^2}[\bar{A}_l-(2\gamma-\beta)c_l][2\gamma A_l+(\beta-\gamma)\bar{A}_l-(2\gamma-\beta)(\beta+\gamma)c_l]$$

ここで，記号は $\bar{A}_l=\sum_{j\neq l}A_j/n$ であり，リーダー以外の企業での平均を表す。明らかに，$l=m$ ならば関係 $\bar{A}_m=A_m$ が成立するので，これは命題２の証明に現れた式になる。

この利潤を限界費用 c_l について最大化し，その他の企業の最適反応 $c_i(c_l)=(A_i+\beta c_l)/2\gamma$ を用いると，以下の均衡限界費用の組を得る：

$$c_l^s=\frac{1}{2\gamma-\beta}\left[\frac{\gamma}{\beta+\gamma}A_l+\frac{\beta}{\beta+\gamma}\bar{A}_l\right]$$

$$c_i^s=\frac{1}{2\gamma}\left[A_i+\frac{\beta}{2\gamma-\beta}\left[\frac{\gamma}{\beta+\gamma}A_l+\frac{\beta}{\beta+\gamma}\bar{A}_l\right]\right]$$

ここで，関係 $\sum_{j\neq l}A_j=\sum_{j=1}^{n+1}A_j-A_l$ と定義 $A_i=2\gamma c_0-\alpha_i$ を用いると，企業 l の均衡限界費用の中括弧の中は以下のように書き換えられる：

$$\frac{n\gamma-\beta}{n(\beta+\gamma)}A_l+\frac{(n+1)\beta}{n(\beta+\gamma)}A_m$$

$$=2\gamma c_0-\left[\frac{n\gamma-\beta}{n(\beta+\gamma)}\alpha_l+\frac{(n+1)\beta}{n(\beta+\gamma)}\alpha_m\right]$$

このうち右辺の中括弧の中の項を x_l とおくと，企業 l の均衡限界費用は

$$c_l^s=\frac{2\gamma c_0-x_l}{2\gamma-\beta},$$

その他の企業の均衡限界費用は

$$c_i^s=\frac{1}{2\gamma}\left[A_i+\frac{\beta}{2\gamma-\beta}(2\gamma c_0-x_l)\right]$$

となるので，命題６の計算と同様にして，シュタッケルベルグ均衡での厚生損失は

$$W_i^*-W_i^s=\frac{\beta}{4\gamma(2\gamma-\beta)}(\alpha_i-x_l)^2$$

となる。これに x_l を代入すれば，命題６の後ろに示された式を得る。

参考文献

消費者庁　「公共料金の窓」www.caa.go.jp/seikatsu/koukyou

西村和雄［1990］『入門経済学ゼミナール』実務教育出版。

――［1995］『ミクロ経済学入門（第２版）』岩波書店。

日本経済新聞社編［2005］『2006年版　経済新語辞典』日本経済新聞社。

荷見守助・堀内利郎［1994］『現代解析の基礎』内田老鶴圃。

林正義・小川光・別所俊一郎［2010］『公共経済学』有斐閣。

藤本正樹［2010］「ヤードスティック競争の効果と限界：効率性促進と情報獲得の両立不可能性」『地方分権に関する基本問題についての調査研究報告書（座長：堀場勇夫）』自治総合センター，pp. 51–65.

圓尾雅則［2006］『電力・ガス　業界研究シリーズ日経文庫』日本経済新聞社。

Cowan, S.［1997］“Competition in the Water Industry”, *Oxford Review of Economic Policy*, 13, pp. 83–92.

Fujimoto, M.［2010］“Robustness of Equilibrium in a Two-firm Yardstick Competition Model”,『生駒経済論叢』8, pp. 71–91.

Laffont, J. J. and J. Tirole［1993］*A Theory of Incentives in Procurement and Regulation*, The MIT Press.

Milgrom, P. and J. Roberts［1990］“Rationalizability, Learning and Equilibrium in Games with Strategic Complementarities”, *Econometrica*, 58, pp. 1255–1278.

Milgrom, P. and C. Shannon［1994］“Monotone Comparative Statics”, *Econometrica*, 62, pp. 157–180.

Mizutani, F.［1997］“Empirical Analysis of Yardstick

Competition in the Japanese Railway Industry", *International Journal of Transport Economics*, 24, pp. 367-392.

Shleifer, A. [1985] "A Theory of Yardstick Competition", *RAND Journal of Economics*, 16, pp. 319-327.