

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	小川駿
論文題目	Study on non-equilibrium quasi-stationary states for Hamiltonian Systems with long-range interaction (長距離相互作用を有するハミルトン系の非平衡準定常状態に関する研究)		
(論文内容の要旨)			
<p>クーロン力や重力に代表される様な長距離相互作用を有する大自由度ハミルトン系は、直ちに熱平衡状態へ緩和せずしばしば非平衡準定常状態に長時間留まることが知られている。非平衡準定常状態はN体問題を1体の分布関数に縮約することにより得られるVlasov方程式の安定定常解に対応し、その持続時間はシステムを構成する粒子の数のべき乗に比例して伸びる。本論文では、まず第2章では長距離相互作用を有するハミルトン系で解析的な研究が可能なハミルトニアン平均場モデルの導入を行い、続く第3, 4, 5章の各章で、それぞれ以下の3つの課題に焦点を絞り、非平衡準定常状態の解析及び理論構築を行っている。</p>			
第3章 : Vlasov 方程式の空間非一様定常解の安定性解析			
<p>Vlasov 方程式には無限個のカシミア不変量があり、安定性の必要十分条件の判別式を与えるには無限個のカシミア不変量に対応するラグランジュ未定乗数を求める必要があった。また先行研究では、有限個の不変量のみを考慮した安定性の十分条件の形での判別式も得られていたが、この判別式では、実はフォーマル安定であるにも関わらず、安定であると判定できないことがあった。本論文第3章では、この無限個のラグランジュ未定乗数に関する問題について作用角変数を使うことで回避し、ハミルトニアン平均場モデルに対するVlasov方程式の空間非一様定常解のスペクトル安定性と、フォーマル安定性の必要十分な判別式を得ている。さらに、実際に、先行研究の十分条件の判別式では安定性を正しく判定できない解が、磁性現象の磁化に相当する秩序変数があるエネルギー領域で2種類共存する二相共存領域に存在することを示す。</p>			
第4章 : 空間一様, 非一様準定常状態における線形応答理論			
<p>従来の準定常状態における統計力学の研究では外場の影響は調べられてこなかった。ところが、準定常状態の熱力学的な研究を行おうとする際には外力の影響を考慮することは必須である。本論文第4章では、その熱力学的な研究の第一歩として、空間一様, 非一様な安定定常解周りの線形化Vlasov方程式に基づいた線形応答理論を提案している。本理論により、初めて感受率等を厳密に求めることができ、準定常状態に関するより詳細な研究が可能になったと考えられる。</p>			
第5章 : ハミルトニアン平均場モデルの準定常状態におけるランダウ理論と相図			

相転移は熱力学状態や準定常状態の物理的に実現される状態が固体から液体へと転移する様に、相が他の形態へ転移する物理現象のことをいう。ここでは秩序変数の値で相を特徴付ける。ハミルトニアン平均場モデルにおいて、熱平衡状態では秩序変数が連続的に変化する二次相転移しか見られないが、準定常状態では三つの異なる相が1つの臨界点で共存する三重臨界点や秩序変数が不連続的に変化する一次相転移があることがA. Antoniazzi らのLynden-Bell 統計に基づいた非平衡相転移の研究で明らかになっている。これらの先行研究では、エネルギーと秩序パラメータとの間の関係を示す相図を描くために、二重積分を含む三元連立非線形方程式を解く必要があり、解析が困難であり、物理的にも非常に重要な三重臨界点の位置等を、精度良く特定することができなかった。本論文第5章では、これらの連立方程式を秩序変数で展開するランダウ理論による解析を適用することにより、相図を描く過程を一変数方程式により順次解いていく過程に分解している。それによって、先行研究とは質的には無矛盾な相図を描くと同時に三重臨界点を精度良く、簡単に求めることができています。こうして得られた三重臨界点付近で、リエントランス現象が顕著になることを数値シミュレーションで観測している。

注) 論文内容の要旨と論文審査の結果の要旨は1頁を38字×36行で作成し、合わせて、3,000字を標準とすること。

論文内容の要旨を英語で記入する場合は、400～1,100 wordsで作成し
審査結果の要旨は日本語500～2,000字程度で作成すること。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

本論文は6章からなる。第1章は本論文で取り扱う問題の背景、第2章は本論文で取り扱うハミルトニアン平均場モデルとそのVlasov方程式の導入、第3章はVlasov方程式の安定性、第4章では準安定状態における線形応答理論の構築、第5章は準安定状態の相図と三重臨界点の導出、第6章はまとめと将来の問題が述べられている。

長距離相互作用を有する多体系はプラズマ物理、宇宙物理などで研究されてきたが、一般にダイナミクスの解析的な取り扱いが困難であり、また統計的な解析も、磁石のモデルとなるイジング模型の様な近距離相互作用を持つ系とは異なり、直ちに熱平衡状態へ緩和せず、またしばしば非平衡準定常状態に長時間留まるため、従来の数値シミュレーションのみに頼る解析では、この非平衡準定常状態の平衡、非平衡統計物理学的特性を解析的に評価するのも困難となる。数学的には、熱平衡状態へ緩和しない非平衡準定常状態というのは、長距離相互作用による相関が強いことから、確率変数と見たときの平均場の分布が、熱力学的極限でLevy-Khintchineの一般化中心極限定理が予言するガウス分布含む一般の安定分布に収束しないことに相当し、確率解析も困難となる。ただ一つ残された解析手法として、学位申請者は、非平衡準定常解を縮約解として得ることができるVlasov方程式に注目した。長距離相互作用系の特徴を抽出したシンプルなモデルとしてハミルトニアン平均場モデルが知られているが、このVlasov方程式は、ハミルトニアン平均場モデルの自由度 N を無限にした時に得られる1体の確率分布の時間発展を与える。これは、可積分なハミルトン系ともみなすことができ、無限個のカシミア不変量を持ち、解析的な取り扱いが可能となる。

申請者は、Vlasov方程式の空間非一様定常解のスペクトル安定性と、フォーマルな安定性に関する必要十分条件を初めて得た。これは、従来の方法では無限個のカシミア不変量に対応するラグランジュ未定乗数を求める必要があるという問題があったが、ラグランジュ未定乗数に関する作用角変数を用いることで回避したことによって得られたものである。更に、従来の十分条件のみで与える判定方法では、安定性を正しく判定できない解が、二相共存領域に存在することを申請書自ら示した。

次に申請者は、Vlasov方程式に対する外場に関する応答を調べ、従来の非統計統計力学の線形応答理論をハミルトニアン平均場モデルの非平衡準定常状態の解析に適用した。特記すべき結果として、空間非一様解において感受率の臨界指数は平衡統計力学で導出される値と全く異なることが示されており、非平衡準定常状態は従来の平衡統計力学で得られる感受率とは異なるユニバーサリティクラスであることが明らかにされたことがあげられる。

これらの解析的な結果に加え、ハミルトニアン平均場モデルの相図を決定する研究も本論文第5章で行っている。そこでは、秩序変数で展開する擬似自由エネルギーを構築するというランダウ理論を適用することにより、従来法では精度良く簡単に求めることができなかった三重臨界点を求めている。これらの方法は、Lynden-Bell統計で記述される非平衡状態にも適用できる一般的な方法として評価できる。

このように、申請者の得た知見は、主に非平衡準定常状態に関する解析的手法によるもので、解析的手法であるが故に一般性を持ち、論文で取り扱っている対象の範囲は主にハミルトン平均場モデル及びその拡張に限るとは言え、今後、銀河、無衝突プラズマ等、実際の長距離相互作用を持つ物理現象の解析に示唆を与え得る普遍性を持つと期待されるもので、十分評価に値するものである。

このように、本論文は、Vlasov方程式の空間非一様定常解のスペクトル安定性と

フォーマルな安定性，ハミルトニアン平均場モデルの相図に関する新しい知見を含むだけでなく，長距離相互作用を持つハミルトン系の非平衡準定常状態の解析に今後貢献する研究として高く評価されるものである。

よって，本論文は，博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また，平成25年8月7日に実施した論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。

注) 論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。更に、試問の結果の要旨（例えば「平成 年 月 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」）を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。
要旨公開可能日： 年 月 日以降