【184】

氏　　　名　藤　野　　修（ふじ の おさむ）

学位(専攻分野)　博　士　(理　学)

学位記番号　理　博　第 2242 号

学位授与の日付　平 成 12 年 3 月 23 日

学位授与の要件　学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当

研究科・専攻　理学研究科数学・数理解析専攻

学位論文題目　The indices of log canonical singularities
(対数的標準特異点の指数について)

論文調査委員　(主 査) 教 授 森　重文　　教 授 宮岡洋一　　助教授 中山　昇

論 文 内 容 の 要 旨

複素数体上の代数多様体 X の双有理幾何を研究するとき、自然に現れる特異点として、標準特異点、端末特異点、あるいは次元に関する帰納的議論が容易になるように一般化された対数的標準特異点、対数的端末特異点などがある。これらは次の 2 条件で定義される。

1．rK_x が Cartier 因子となるような正整数 r が存在する。

2．任意の特異点解消 $f: Y\to X$ に対して、$K_Y=f^*(K_X)+\Sigma_i a_i E_i$ と表す。(E_i は例外因子。) このとき、芽 $x\in X$ が対数的標準特異点または対数的端末特異点とは、各々、$a_i\geq -1$ または $a_i>-1$ が全ての i に対して成立することである。

これらの特異点 $x\in X$ について、K_X は x の近傍で $\mathrm{r}K_X$ が Cartier 因子になるような最小の正整数 r は x の指数と呼ばれる。

指数は X の重要な数値不変量であり、一般にある種の X の族の有界性を示すのに、最初に扱う必要のある重要な量である。

1998 年に東京工業大学の石井志保子教授は次の結果を得た：

孤立した 3 次元対数的標準特異点 $x\in X$ が対数的端末特異点でない時、x の指数は次にあげる I'_2 の元である。

$$I'_2:=\{r\in\mathbf{N}\mid \phi(r)\leq 20, r\neq 60\},$$

ただし、ϕ は初等整数論で用いられるオイラーの関数である。

氏による証明は、特異点解消に現れる例外因子の分類を行い、その混合ホッジ構造を調べるもので、分類を必要とする点に不満が残った。

申請者は、孤立特異点という条件を緩め、標準係数

$$0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \ldots, \frac{\mathrm{k}-1}{\mathrm{k}}, \ldots, 1$$

をもつ境界を許すなど、ぎりぎりまで上述の結果を拡張した。

正確に述べると、標準的係数を持つ 3 次元対数的標準対 (X, Δ) に対して、$x\in X$ が対数的標準中心という条件は孤立特異点という条件よりずっと弱いが、この弱い条件の下で指数は I'_2 の元である、というのが単純化した主要結果である。

申請者の手法は、例外因子の自己 B-双有理写像の位数を評価することにより、上述の分類を用いない点で優れている。

申請者は、さらに一般の枠組みで証明のメカニズムを非常に透明にした。具体的に述べると、n 次元対数的極小モデル理論を仮定すれば、同様な主張が n 次元でも成立する、という結果を得た。現在のところは、対数的極小モデル理論は 3 次元以下でしか確立していないので、この n 次元版で新たな結果が出るわけではないが、議論の性格が明確になった。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

対数的端末特異点の指数は無限に多くの値を取りうるが、対数的標準特異点のうち対数的端末特異点でないものの指数は

有限個の可能性しかない、という「主張」を3次元の場合にぎりぎりまで拡張して証明したというのが申請者の主論文の主要結果の一つである。

これは、2次元ではよく知られた事実である。3次元の孤立特異点の場合に東京工業大学の石井志保子教授により、$x \in X$ の特異点解消に現れる例外因子の分類を通して、1998年に証明された。申請者の結果は、石井教授の証明では必要であった例外因子の分類を不要にし、さらに一般の枠組みで証明のメカニズムを非常に透明にした。具体的に述べると、n次元対数的極小モデル理論を仮定すれば、同様な主張がn次元でも成立する、という結果を得た。現在のところは、対数的極小モデル理論は3次元以下でしか確立していないが、これにより、議論は非常に透明になっている。

対数的標準特異点などに付随した数値的不変量については、有界性や昇鎖列条件がV. V. Shokurovにより予想されており、本定理もその一つと言える。その意味で、分類によらず、一般性のある手法での解決は大いに意味があり、一連の問題へ本格的に取り組むことを可能にするかも知れない。

申請者のアイデアは、その修士論文に遡る。修士論文では、申請者は半対数的アバンダンス予想を研究した。

アバンダンス予想は極小モデルの多重標準因子が底点を持たない、という予想である。2次元以下では古典的な結果であるが、3次元では宮岡洋一教授、東京大学の川又雄二郎教授により確立され、1994年にS. Keel–J. MacKernan–K. Matsukiにより3次元対数的アバンダンス予想に拡張された。これらは、単なる拡張ではなく、アバンダンス予想を次元に関する帰納法で証明しようという枠組みがあり、その枠組みの中では、これらの一般化を考えるのは自然である。さらに、可約な場合（半対数的場合）を扱う必要がある。事実、S. Keel–J. MacKernan–K. Matsukiは2次元の半対数的アバンダンスを用いて3次元の対数的アバンダンスを証明した。しかし、2次元の半対数的場合を扱うのに、各既約成分上の大域切断を交わりに沿って張り合わせる必要があり、曲面の交わり具合を分類する必要があった。その組み合わせ的複雑さのため、議論が煩雑になり、3次元化は諦められていた。これが、申請者以前の状態であった。

申請者は、各既約成分の自己双有理写像のうち、交わりを弱い意味で保つものを自己B–有理写像と呼び、研究した。これらは射とは限らない、という点が重要である。氏のアイデアは、自己B–双有理写像全体の表現の有限性を示し、B–双有理写像で不変な大域切断ばかりを張り合わせることであった。この定式化に沿って議論することにより、既約成分の交わりの複雑さを考慮する必要は解消された。それにより、申請者は3次元半対数的アバンダンス予想を確立した。これは修士論文ではあるが、既に学術論文として第1級の業績であり、Duke Math. Journalから出版されることになっている。

さて、主論文の評価にもどる。氏は、上で触れた自己B–双有理写像群の表現の位数の具体的評価を与えることが、対象としている特異点の指数を評価することにし他ならないことを示した。この視点に立つと、非常に明快である。修士論文で発見した概念を、主論文では見事に応用して指数の有界性を発見した。

申請者は大学院在学5年未満であり、特例を適用するに十分であるかどうかを慎重に審査した結果、以上のような理由により、本論文は、博士（理学）の学位論文として充分なものと考える。また申請者は博士後期課程の研究指導の認定をすでに受けているので学識についての審査を免除した。

平成12年1月19日、論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。