

氏 名 石 井 源 久  
 学位(専攻分野) 博 士 (人間・環境学)  
 学位記番号 人 博 第 77 号  
 学位授与の日付 平成 11 年 9 月 24 日  
 学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当  
 研究科・専攻 人間・環境学研究科人間・環境学専攻  
 学位論文題目 多次元半正多胞体のソリッドモデリングに関する研究

論文調査委員 (主査) 教授 宮崎興二 教授 河野敬雄 教授 櫻川貴司

### 論 文 内 容 の 要 旨

準周期的な構造を持つペンローズパターンや、半正多面体の中の切頂二十面体状のバックミンスターフラレンなど、近年、図形科学的な形態が直接的に関与する図柄や物質の発見が諸科学界で続いている。

そうした形態を、より広範囲かつ適正に検索する場合、4次元以上の多次元空間における諸形態、とくに2次元多角形や3次元多面体の拡張図形としての多次元多胞体、の構成解析とそれらの3次元空間内や2次元平面上への具体的な投影が意味を持つ。ペンローズパターンについても、5次元あるいは6次元多胞体による空間充填図形の直投影から導かれることが明らかになっていて、現在では任意次元の多胞体から新しい準周期構造がつつぎ作られている。

このような位置にある多次元多胞体のうち、とくに規則的で対称性の高い多次元正多胞体の全体像については、19世紀中ごろからすでに詳細に考察されてきた。

それに対して、正多胞体と同じ対称性を持ちながらも図形的な規則性が半減する多次元半正多胞体については、各分野での応用が待たれるにも関わらず、定義によって構成内容にさまざまな変化が生じる複雑さや、4次元以上の広がりを持つ形態の、視覚的な把握に関する一般的な困難さが絶えず付随することもあって、一部の抽象的理論的な研究を別とすると、具体的な形態の表示を目的とした考察は、従来からほとんどされてこなかったといって過言でない。

こうした現状において、本論文では、まず $n$ 次元空間内で $(n-1)$ 次元の正多胞体ならびに半正多胞体が各頂点まわりに一定の状態で集まった $n$ 次元半正多胞体のうち、 $n$ 次元正多胞体と同じ対称性を持ちかつ辺長が一定のものを $n$ 次元単純半正多胞体と定義して、その全体像を対称性に基づいて系統的に把握する。また、多次元空間における各種図形の3次元空間内や2次元平面上への直投影を表示するための多次元ソリッドモデリングの技法をコンピュータ支援のもとで構築し、そのあと回転操作の加えられた各半正多胞体の形状データを求めて、それを、全体像の表示が可能なワイヤフレームモデルと、直感的な理解が容易な隠胞処理の施されたソリッドモデルによって表示する。

つまり本論文の主要なキーワードは多次元単純半正多胞体と多次元ソリッドモデリングであり、それを二本柱としながら、論文全体は全二部からなっている。

そのうち、第一部では基礎的な図形概念を扱う。つまり、 $n$ 次元正多胞体ならびに $n$ 次元半正多胞体に関する基本的な構造について考察し、 $n$ 次元単純半正多胞体の概念を、 $n$ 次元空間を対称的な領域に分割することによって構築する。また、形状モデルを、コンピュータのメモリに格納するためのデータ構造と、ワイヤフレーム表示やポリゴン表示のみならず、より具体的なソリッドモデル表示をするための隠胞処理に焦点をあてた基本的アルゴリズムについて考察する。

第二部では具体的な図形出力を扱う。つまり、図形の内部自身を示すCSG (Constructive Solid Geometry) 表現から、その内部を限る境界図形を示す境界表現へのコンピュータによる変換方法について考察し、それを5次元以上の任意の空間で拡張して任意次元の単純半正多胞体の完全な形状データを求める。そのあと、3次元から6次元までの単純半正多胞体の回転操作の加わったワイヤフレームモデル、ならびに隠胞処理されたソリッドモデル、を作図する。7次元単純半正多胞体については、コンピュータの処理速度の関係でワイヤフレームモデルのみを出力している。加えて、将来の処理速度の向上

と搭載メモリの増加によっては、より高い次元の単純半正多胞体の直投影のみならず、もっと一般的な  $n$  次元凸多胞体の、各種投影の隠胞処理された理解しやすいソリッドモデル表示も可能なことを示唆し、その具体例も付記されている。

いずれにしても作図に当たっては、付録に詳述されている C 言語による  $n$  次元ジオメトリライブラリを作成し使用している。

こうした本論文の結論として独自に明らかにされた事項には、従来不明瞭だった任意次元の空間における単純半正多胞体の全体像の図形的な把握を行ったことと、それらの、3次元空間内ならびに2次元平面上への明快な直投影の作図を可能にしたことがあげられる。得られる各図は、従来の3次元空間内や2次元平面上の図形の基本としての、正多角形や正多面体、あるいは半正多角形や半正多面体からは知ることのできない形状と構造を系統的に見せ、ひいては今後の自然界や人工界に関する諸科学の図形的な側面の研究において一定の意味を持つ。

### 論文審査の結果の要旨

コンピュータグラフィックスの急速な発展により、フリーハンドでは不可能だった諸形態の形成や作図、さらにはそれに基づく諸形態の高度な解析が、現在、可能になっている。それとともに、諸科学の基礎を図形科学的な側面に焦点を当てて見直そうとする試みも多くなり、その成果は、結晶学をはじめ、最先端の建築作品や美術作品など、科学から芸術までの幅広い分野ですでに実りつつある。

このような現状にあって、本論文では「多次元単純半正多胞体」と「多次元ソリッドモデリング」をおもなキーワードにして、4次元以上の多次元空間における諸形態、とくに2次元多角形や3次元多面体の拡張図形としての多次元多胞体のうち、これまで全体像が知られてこなかった半正多胞体の代表的なものについて、その完全な構成の解析とそれらの3次元空間内や2次元平面上への具体的で応用可能な投影を、コンピュータに支援されながら行っている。

もともと諸科学の図形的側面の基礎には、2次元正多角形や3次元正多面体を一般化した  $n$  次元正多胞体があり、それについてはすでに多くの研究が残されている。しかしそれぞれの持つ高度な規則性や整理された形状は、基礎的な理論を構築する上では価値があっても、実際的な応用に耐えるものではない。

その欠陥を補うため、従来から、正多胞体を、対称性は崩さず、外形の持つ規則性だけが半減するように変形させた多次元半正多胞体が考えられてきた。ただし一般的にはこの半正多胞体は定義によって図形的な構造が複雑に変化して次元が上がるとともに全体的な把握が困難になる。そのため本論文では、ソリッドモデリングとの関係をも視野に入れて、 $n$  次元半正多胞体の範囲を、 $n$  次元正多胞体と同じ対称性を持ちかつ辺長が一定の  $n$  次元単純半正多胞体に制限している。

その一方で、従来から3次元ソリッドモデリングに使われている CSG 表現と境界表現を、多次元ソリッドモデリングとして拡張することによって、3次元空間内や2次元平面上で得られる多胞体の投影に具体性を与えている。

つまり、3次元空間内では、多角形や多面体をコンピュータで表示する場合、その内部を構成する平面部分や空間部分そのものを示す CSG 表現と、そうした平面部分や空間部分を限る境界図形を示す境界表現が汎用されてきているが、それを  $n$  次元多胞体の表示に適するように一般化する。その場合、 $n$  次元空間そのものの部分を示す CSG 表現と、その空間の部分に限る  $(n-1)$  次元境界図形を示す境界表現が考えられる。この両者には、CSG 表現によれば多胞体のデータ構造が簡単になり、境界表現によれば隠胞処理が容易になる、といった特徴がある。本論文ではその特徴を生かしたソリッドモデリング技法が開発されている。

以上のような本論文の、もっとも重要なキーワードである、多次元単純半正多胞体と多次元ソリッドモデリングが、詳細に考察された例は、従来の図形科学あるいはその関連分野では、皆無に近い。たとえば、4次元までの場合については、これまでに詳細が明らかになっていてその作図のみならず模型の作成も行われていたが、5次元以上の場合の種類や完全な形状データはほとんど研究されず、その一部が、具体性のないワイヤフレームモデルで表示されていたにすぎない。

その大きな理由は、多次元図形の内部構造の複雑さならびに多次元空間における図形の適切な表示手段が確立されていなかったことにある。

それに対して、本論文により、多次元単純半正多胞体という限定された範囲の多胞体を対象にしているにしろ、その完全な全体像の解析とそれらの3次元空間内ならびに2次元平面上への直投影の具体的な表示が可能となった。さらにそれを一般化することにより、本論文でも例示されているように、各種の多次元多胞体や多次元図形のさまざまな投影を理解しやす

い形状で示すことが容易になる。

こうした成果は、とりもなおさず今後の人間とその環境を取り巻く自然界の諸現象の図形的解析や人工界の諸形態の図形的創成に大きく寄与すると期待される。また申請者の所属する人間・環境学専攻人間社会論講座の社会環境デザイン論の研究目的にも合致したものと判断される。

よって本論文は博士（人間・環境学）の学位論文として価値あるものと認める。また平成11年6月15日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。