

氏 名	お 大 河 内 郁 雄
学位(専攻分野)	博士 (人間・環境学)
学位記番号	人 博 第 51 号
学位授与の日付	平成 11 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	人間・環境学研究科 人間・環境学専攻
学位論文題目	摂動論とバレー法

(主査)

論文調査委員 教授 松田 哲 教授 植松恒夫 教授 青山秀明

論 文 内 容 の 要 旨

量子力学や場の理論などにおいて物理量を厳密に計算することは、一般的に非常に難しいことである。そこで我々は何らかの近似法を用いて計算するわけであるが、その手法の一つとして良く使われるものの一つに摂動論がある。摂動論とは、物理量を相互作用の強さを表す結合定数で展開し、その最初の数項によって近似するという方法である。この摂動論が有効なのは、結合定数が小さく、摂動展開によって得られる級数(摂動級数)がボレル総和法等により十分速く収束するときである。しかし、トンネル効果のような非摂動効果のある系では摂動級数は収束する級数として扱うことができない。この性質は、ボレル総和法を用いたときの虚部の不定性として現れてくる。

このような虚部の不定性は非摂動効果が正しく取り扱われていないために現れると考えられる。そのため、摂動効果と非摂動効果の関係について調べるが必要になってくる。このような理論的背景を基に、本学位申請論文では、二重井戸型ポテンシャルの量子力学系での摂動効果と非摂動効果の関係について考察した。

第 1 章では、この論文で説明される摂動効果と非摂動効果の関係についての概要を述べる。

第 2 章では、摂動級数の高次の振る舞いとボレル総和法について述べる。

第 3 章では、摂動効果と非摂動効果の関係を考察する基となるバレー法について述べる。

バレー法は、元々量子トンネル効果がある場合の虚時間経路積分の評価・近似法として開発された。量子トンネル現象のある系には、多くの場合、インスタントンやバウンスといった古典解が存在する。その古典解の周りでガウス近似しようとするとき、ゼロ・モードや負のモードがあるために一般にその近似を行うことは困難を伴う。この困難を解決するためにバレー法が考えられた。ゼロ・モードなどがある場合には古典解以外にも作用の低い配位があり、それは汎関数空間の中で谷(「バレー」)のような構造を与える。バレー法とは、ガウス近似をする際に古典解の周りではなくこの谷(「バレー」)の周りでガウス積分を行い、最後にバレー方向への積分(バレー積分)を行うことによって経路積分を評価する方法である。

このようなバレーという配位を考える際に重要なのは、バレーの配位が、真空から、インスタントンなどからなる配位にまで伸びていることである。摂動論は作用を真空の周りで展開して物理量の評価を行う方法なので、真空の周りは摂動的な寄与をもたらすと考えることができる。また、インスタントンを含む配位は非摂動的な寄与と考えることができる。したがって、バレーの構造を調べることによって摂動効果と非摂動効果の関係を考察することができるわけである。

第 4 章では、第 3 章で考えたバレーという配位を用いて摂動効果と非摂動効果を分離することができることについて述べる。この分離はバレー積分の積分経路を二つに分けることによって実現され、摂動部分は摂動級数にボレル総和法を用いたものとなる。

第 5 章では非摂動部分について述べる。非摂動部分は、バレー・インスタントンの計算で結合定数を負にして計算した結果を正に解析接続して戻すことによって得ることができることがわかる。そこで、この手法を用いて非摂動部分の計算を行

う。

エネルギーは実であることから、エネルギーの摂動部分の虚部と非摂動部分の虚部が互いに相殺しなければならないことが導かれる。第6章ではこの相殺関係を、実際に摂動計算を200次まで行うことによって検証する。

第7章では、エネルギーに対してバレー配位仮説から得られる予言を、シュレーディンガー方程式を数値的に解くことによって検証する。また、この検証を行うときに重要な役割を担う「N重超対称性」と、その「非繰り込み定理」についても述べる。

第8章では、摂動級数がボレル総和不可能となるときに摂動部分を計算する方法について考察する。そのためにまず、トンネル効果と摂動級数の高次の発散との関係を明確にすることが重要だと考え、経路積分の被積分関数の摂動展開を調べてその摂動関数の解析を行う。この方法を対称二重井戸型ポテンシャルをもつ量子力学系に適用することによって、被積分関数の摂動展開の主要次の寄与を与える配位（「アシンプトン (asympton)」と呼ぶ。）を見出し、さらに副次的寄与のアシンプトンも見つけることができることを示す。収束して有用な物理量がこの方法によって求められる摂動論の進展の可能性についても述べる。

第9章ではこの論文の結論とこれからの展望について述べる。

論文審査の結果の要旨

一般に物理量を厳密に計算することは非常に難しいことである。量子力学や場の理論における摂動論とは、物理系の相互作用の強さを表す結合定数が十分小さいときに、物理量を結合定数で級数展開し、その最初の数項によって物理量の値を近似するという方法である。しかし、多くの物理系においては、結合定数が小さくてもDyson特異性のために一般的に摂動級数は収束しない。このようなときでも、QEDなどの場合には、摂動級数はボレル総和可能と考えられ、事実上収束する級数として取り扱えることが知られている。

しかし、トンネル効果のような非摂動効果のある系では、摂動級数はボレル総和不可能となり、級数和が定義できない。この性質は、ボレル総和法を用いたときに、物理量の虚部の不定性として現れてくる。

本学位申請論文は、この虚部の不定性は物理系に存在する非摂動効果を正しく取り扱っていないために現れると考えられることに着目し、摂動効果と非摂動効果の関係について正確に調べる必要があると論ずる。本論文では特に、対称あるいは非対称な二重井戸型ポテンシャルの量子力学系での摂動効果と非摂動効果の関係について詳細に研究している。

申請者は、摂動効果と非摂動効果の関係を考察する理論的手法として、元々量子トンネル効果がある場合の虚時間経路積分の評価・近似法として開発されたバレー法を用いる。第3章で論じられているように、量子トンネル現象のある系には多くの場合インスタントンやバウンスといった古典解が存在する。その古典解の周りでガウス近似しようとするとき、ゼロ・モードや負のモードがあるために一般にその近似を行うことは困難である。この問題を解決するためにバレー法が考えられた。ゼロ・モードなどがある場合には古典解以外にも作用の低い配位があり、その配位は汎関数空間の中で谷（「バレー」）のような構造をしている。バレー法とは、ガウス近似をする際に古典解の周りではなくこの谷（「バレー」）の周りでガウス積分を行い、最後にバレー方法への積分（バレー積分）を行うことによって経路積分を評価する方法である。申請者は、このバレーの配位が、真空から、インスタントンなどからなる配位にまで伸びていることに着目した。

第4章および第5章で、バレーという配位を用いて摂動効果と非摂動効果を分離することができること、そしてこの分離はバレー積分の積分経路を二つに分けることによって実現されることを論じる。真空の周りで展開して評価が得られる摂動部分は摂動級数にボレル総和法を用いたものになることを示している。また非摂動部分は、バレー・インスタントン配位の計算において、結合定数をまず負にして計算した結果を正領域に解析接続することによって得ることができることを示し、具体的にこの手法を用いて非摂動部分の計算を行っている。

第6章と第7章において、エネルギーは実であることから、エネルギーの摂動部分の虚部と非摂動部分の虚部が相殺するはずであるが、実際に200次までの膨大な摂動計算を行うことによって、この相殺関係を具体的に検証した。また、エネルギーに対するバレー配位の予言をシュレーディンガー方程式を数値的に解くことによって検証した結果を与え、この検証を行うときに重要な役割を担う「N重超対称性」と、その「非繰り込み定理」についても論じている。

次いで、摂動級数がボレル総和不可能になるときに摂動部分を計算する一般的方法について考察を与える。まずトンネル効果と摂動級数の高次の発散との関係を明確にすることが重要だと指摘し、経路積分の被積分関数の摂動展開を考えその摂動関数の解析を行う。この方法を対称二重井戸型ポテンシャルをもつ量子力学系に対し用いることによって、被積分関数の摂動展開の主要次の寄与を与える配位（「アシンプトン (asympton)」と呼ぶ。）を見出し、さらに副次的寄与のアシンプトンも見つけることができることを示し、収束して有用な物理量が得られる摂動論の進展の可能性を論じている。

以上のように、申請者は本学位論文において、二重井戸型ポテンシャルの量子力学系を対象としてバレーという配位を研究し、それによって摂動効果の寄与と非摂動効果の寄与を分離することができることを示した。そして、摂動級数の高次の計算とエネルギーの数値計算によって、このバレー配位の仮説の具体的検証を行った。この研究は、量子力学および場の理論の物理量の近似計算の手法に新たな知見を与えるものである。この成果は、自然環境論講座自然構造基礎論分野の業績として高く評価できる。よって本論文は博士（人間・環境学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成11年1月8日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。