

氏 名	飯 間 信
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学位記番号	理 博 第 1982 号
学位授与の日付	平成 10 年 5 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	理学研究科物理学・宇宙物理学専攻
学位論文題目	Dynamical Aspects of Cascade Process in Fully Developed Turbulence (発達した乱流中におけるカスケード過程の力学的側面) (主査)
論文調査委員	助教授 藤 定義 教授 小貫 明 教授 蔵本由紀

論 文 内 容 の 要 旨

申請者は、発達した乱流状態におけるカスケード過程の動的様相について、特にエネルギー輸送を動力学的な立場から記述すること、カスケード画像に基づいて輸送過程の動的な振舞を理解することの2点に焦点を置き、乱流のカスケード過程に対する理解を深めた。

発達した乱流は、与えられた系の境界条件や外力の具体的な形に依らずに普遍的な様相を示す。粘性や外力の効かないスケールでは、乱れのエネルギーはカスケード過程により小スケールに輸送されていると考えられている。ここでカスケード過程とは、乱れのエネルギーが統計的相似性を保ちながら徐々に小さなスケールに伝わる現象のことで、発達した乱流において普遍的に存在する現象と思われるが、その詳細は明らかではない。申請者は、カスケードの動力学的理解が間欠性など乱流の物理的原理を解明するのに不可欠であると考え、その性質を解明することを試みた。

申請論文は大きく分けて、(1)ウェーブレットを用いたエネルギー輸送の表現、(2)自由対流乱流におけるエントロピー輸送の特性時間の考察、の二つの研究からなる。

(1)において、乱流におけるカスケード過程は動力学的には素過程の集合からなるとの立場に立ち、その空間的局在性に着目しその動力学的な記述法を得るために、エネルギー輸送をウェーブレットを用いて調べる手法に関する基礎研究を行った。ウェーブレットとは完全正規直交基底の一種で、基底が実空間および波数空間で局在しており、さらに基底は互いに相似であるという性質を持っている。

現在までに行われて来たフーリエ基底を用いたエネルギー輸送の解析法は、空間的局所性を考慮出来ないため、そもそも素過程の空間的局所性と統計的なエネルギー輸送の関係を調べるには不向きである。また、ウェーブレット基底を用いた従来のエネルギー輸送の解析法は、スケール内でのエネルギー輸送が明確に分離できないなど不十分なものであった。

そこで申請者は以下の二点を研究した。第一に、ウェーブレット空間におけるエネルギー輸送の独自の表現を、移流項に依存する部分について構成した。この表現は、速度場の3つのモードで構成され、その内2つのモードに詳細釣合が成立している。一方、圧力項に関する輸送項に対しては、適切な表現を得ていない。これは、圧力効果が非局所的であるためである。この意味で不完全であるが、二次元乱流や熱対流乱流では圧力が直接関与しないため、移流項による輸送が支配的であり直接適用できる。この表式の有効性を確かめるため、振舞の良く分かっているバーガース方程式のショックを例として適用した。エネルギー輸送に関して、平均流は主に衝撃波に対応するエネルギーのスケール内輸送を、また衝撃波本体は主に小さいスケールへのスケール間輸送を担うという物理的直観に合致する結果を得た。第二に、直交ウェーブレットが実関数であることから起こる、基底に固有の位相に関連する見かけの振動を取り除く手法を開発した。この手法は一種の空間的なフィルタであり、場の性質に依らず、また二次元以上の場合にも適用できるものである。以上の様に、エネルギー輸送の局所性を観測する手法を部分的に開発した。

以上の研究を踏まえ、カスケード過程に普遍性があるとの予想に基づき、申請者は特性時間に着目して(2)の研究を行った。

二次元自由対流乱流ではエントロピー（温度の自乗）がカスケードを起こすと考えられている。このエントロピーカスケードの描像は、三次元ナビエ・ストークス乱流とは異なり、これまで確立されていなかった。

申請者は、速度勾配および温度勾配の相互作用に基づくエントロピーカスケードの描像を提案した。この描像では、あるスケールの温度勾配が浮力効果により同スケールの速度勾配を励起し、これらの相互作用によって更に小さいスケールの温度勾配を励起するということを繰り返し、最終的に分子粘性のスケールまで輸送する過程をカスケードとみなしている。この画像を確かめるために、スケール毎に温度勾配と速度勾配を代表する量を定義し、時系列の相関時間を調べることで、これらの揺らぎの伝搬とスケール間から導かれる特性時間のスケール間との関係を調べ、以下のような結果を得た。

(1) 温度勾配がより小さいスケールに伝わる時間および温度勾配が速度勾配を励起する時間のスケール間とはともに特性時間のスケール間 ( $\tau \sim k^{-2.5}$ ) に合致する。(2) 各スケールの揺らぎには、統計的な意味での相関時間が局所的に成立する時間帯が存在し、個々の時間帯での温度勾配、速度勾配の揺らぎ同士の相関は高い。(3) これらの揺らぎの幅はスケールによらず特性時間のスケール間には合致しい。(4) また、時間帯が異なると、その揺らぎの形は異なる。

これらの結果を理解し、統計法則を満たす背景場とエントロピーカスケードの関係を調べるため、申請者は上記のエントロピーカスケード描像に合致するシェルモデルを提案した。このシェルモデルは、スケール毎に定義された温度勾配と速度勾配の代表量を変数に持っている。また定常解に加えられた微小攪乱が高波数に輸送される一回事象（結果(2)）を再現することを目的としており、スケール間理論に合致する安定定常解を持っている。実際の乱流場では速度勾配と温度勾配の揺らぎは各々の時間平均に比べて小さいことから、定常解に加えた微小攪乱の時間発展を調べた。その結果、このシェルモデルが直接数値計算で観測された揺らぎの振舞(1)(3)(4)をよく再現することを明らかにした。更にこれらの結果は、擾動論によって定量的に記述でき、攪乱の伝搬は定常解周りの線形攪乱の発展として理解できることを示した。また、その時間スケールは速度勾配の背景場のスケール間によって定められることを明らかにした。

以上の結果から、直接数値計算において観察されたカスケード過程の素過程とみなされる温度勾配と速度勾配の強い揺らぎの動的振る舞いにおいて、背景場を形成する相対的に弱い揺らぎに中心的な役割を果たす、ということが示めされた。これは、最近注目されている特異的構造が乱流揺らぎに強く支配されていることを示すものである。

参考論文には、二次元ナビエ・ストークス乱流および二次元熱対流乱流における乱流特性をウェーブレットを用いて解析した論文がある。

## 論文審査の結果の要旨

申請者は、発達した乱流状態におけるカスケード過程における動的様相について、特にカスケード過程の動力学的記述法を得ることと、カスケード過程の観察から得られた輸送過程の動的な振舞を理解することの2点に焦点を置き、乱流のカスケード過程に対する理解を深めた。

発達した乱流では、流れの統計的性質は境界条件や外力に依らずに普遍的な様相を示す。粘性や外力の効かないこの様なスケールでは、乱れのエネルギーはいわゆるカスケード過程により小スケールに向かって輸送されていると考えられている。ここでカスケード過程とは、乱れのエネルギーが統計的相似性を保ちながら徐々に小さなスケールに伝わる現象のことであるが、その詳細はいまだ明らかではない。カスケードは時間的空間的間欠性を示すことが知られており、構造関数の指数など統計量にも影響を及ぼす。間欠性を示す物理的原理を説明しようとする試みは多数行われてきたが、限定された特徴を説明する現象論の域を出ていない。これは、エネルギー輸送の詳細かつ直接的な測定が不可欠であるにも関わらずいまだ十分ではないために、理論の根拠が曖昧であったことによる。このような背景から、申請者はエネルギー輸送の詳細かつ直接的測定を行うための具体的な方法を提示し、これまでの解析法に対する問題点を部分的に解決した。申請者はエネルギーのスケール間輸送を測定するために直交ウェーブレットを用いた。今までに提案されたウェーブレット解析を用いたエネルギー輸送の解析法は、(1) 基本相互作用に詳細釣り合いが成立していないこと、また(2) スケール内でのエネルギー輸送 (sweeping effect) を分離できない、さらに(3) 直交ウェーブレットに固有の振動を分離できないなどの問題点があつた。そこで申請者は、ウェーブレット空間におけるエネルギー輸送に対し、移流項による基本相互作用の新たな表現を提案することにより(1)(2)を部分的に解決した。この表現は、速度場の3つのモードで構成され、その内2つのモードに詳細釣り合いが成立して

いる。また波数空間での解析で確立されている「三角相互作用」に対応させることが可能である。またこの表現はsweeping effectによるエネルギーの輸送を適切に表現出来る。更にこの表現は二次元乱流や熱対流乱流において見られるカスケード過程を解析する場合にも基本相互作用として適用できる。申請者はこの表式の有用性を、振舞が良く理解されている系（定常進行する衝撃波）を解析することで、実際に確かめた。また(3)に見られる振動を一種の空間的なフィルタ作用させる手法により取り除くという方法を提案した。以上の成果により、多次元の一般的な乱流場におけるエネルギーカスケードの動力学側面がウェーブレットを用いて実用的に理解できる可能性を示した。このような手法は乱流のより深い理解のために大きく貢献すると期待できるものである。

申請者は、カスケード過程の動的側面を理解するため、特に二次元自由対流乱流におけるエントロピーの輸送過程における特性時間に着目した研究を行った。二次元自由対流乱流は二次元熱対流乱流の中央領域のモデル方程式で、エントロピー（温度の自乗）がカスケードを起こすと考えられている。実際、観測された統計量がエントロピーカスケードに基づく理論によりよく記述できることが知られている。この二次元自由対流乱流は、三次元ナビエ=ストークス乱流に限られてきた乱流の基礎研究に対する新たなモデルになりうるものである。また二次元系であることから数値計算や解析が三次元系に比べて簡便であるという利点がある。エントロピーカスケードの描像については三次元ナビエ=ストークス乱流とは異なり、これまで提案されていなかった。

申請者は、直接数値計算の結果から、あるスケールの温度勾配が同スケールの速度勾配を励起して、これらの相互作用が更に小さいスケールの温度勾配を励起し、この過程の繰り返しという形のエントロピーカスケードの描像を提案した。その上で、この描像に基づいた揺らぎの伝搬とエントロピーカスケードの関係を、とくにスケーリング理論に基づいた特性時間の解釈という観点から研究した。この研究は直接数値計算に基づいており、スケール毎に温度勾配と速度勾配を代表する量を定義し、それらの時系列のスケール間相関時間を調べることで、これらの量の揺らぎが高波数に伝わる様相を定量的に明らかにした。

統計的にみた相関時間は温度勾配がより小さいスケールに伝わる時間および温度勾配が速度勾配を励起する時間に対して、ともにスケーリング理論から予想される時間スケール（ $\tau \sim k^{-2\alpha}$ ）に合致するという結果を得た。また、個々の揺らぎを取り出してみた場合、相関関数から導かれる統計的時間スケールが局所的に成立する時間帯があることに注目した。このような時間帯ではエントロピーカスケードが系に主要な寄与をしていると考えられる。またこれらの揺らぎの幅はスケールによらずスケーリング理論から予想された特性時間の時間スケールには合致しなかった。

申請者はこれらの結果を説明し、統計法則を満たす背景場とエントロピーカスケードの関係を調べるため、先述のエントロピーカスケード描像に合致するシェルモデルを提案した。このシェルモデルが直接数値計算で観測された時間スケールの振る舞いをよく再現することを確認した。更に、上記の数値計算の結果が摂動論によって説明され、このような攪乱の振る舞いは定常解周りの線形攪乱として理解できることを示すことにより、特性時間が攪乱の輸送の時間スケールを表したそれが背景場の持つスケーリングによって決定されることを明らかにした。これは、最近注目されている特異的構造が乱流揺らぎに強く支配されていることを初めて示した例であり、構造の動的役割を理解する上で重要な結果である。

申請論文は、乱流のカスケード過程の動力学的理解に対し、エネルギー輸送の直接観測の方法及び特性時間に着目したカスケード画像の再考という技術及び概念の両面からの基礎研究となるものであり、今後の乱流研究に大きく寄与するものと期待できる。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

なお、主論文及び参考論文に報告されている研究業績を中心とし、これらに関する研究分野について試問した結果、合格と認めた。