地質斷面圖の幾何學的作圖法（三）

エッチ・デー・バスク著
近　藤　堅　二　譯

軸　面 (Axial plane)

前章に於て向斜の向きにある圓弧は深處にて膨大し、背斜の向きにある圓弧は縮小し遂に尖滅する事を幾何學的構成法に依て證明した。箇様にして、背斜層の軸面は結局、翼を遠ざかる地點の二圓弧に依り決定さる。

石油礦床發見には軸面を正確に決定する事が最も肝要事の一つである。

從來、軸面の習癖(Behaviour)を決定する支配的要素(Controlling factors)の重要意義の把握に失敗せる地質家の爲、石油會社は巨額の資本を空費し來つて居る。

適度に平坦なる非對稱的背斜に於ては、掘鑿に當り、軸面を横切り、急斜せる翼の側へ貫通するは、良策でない。

試掘井が、箇様な失策の判明せる場所に於て得たる該區域の石油探礦に關する證據材料は、概して要領を得ぬものとして排除さるべきである。

第一に注意すべきは、"Axial plane"なる術語は一平面ではなく極めて複雑な曲面なることである。尤も現在では"plane"なる語が極めて廣く使用さるゝを以て、此處でも使用することとする。"Axial plane"は Competent folding に於て明なるが如く、相切する圓錐曲線 (Tangential Conics)の一群として定義し得る所の面である。

*cf. E. H. Cunningham Craig, Oil Finding, 1920, pp. 237 參照。

*軸面の決定に於て、第一に該褶曲の斷面圖に於る正確な表現が必要である。

Competent folding に對しては、既に數學的正確度を以て、之が成功を證明した。

然し Attenuation, Variation, がある場合には或程度の曖昧乃至不正確は已むを得ない。

Competent folding に於る軸面の習癖は Attenuation 或は、非強靱性 (Incompetency) の存在する地點の folding の習癖に對して廣汎な關係を有す。

而して、Competent folding に於て軸面が採る一定の彎曲度 (Curvature) に就ての充分な智識が甚だ肝要である。

更に進んで極めて數多の褶襞が事實、嚴密には平行褶曲であり、而して中間の肢部の縮少 (Attenuation of the middle limb) 及衝上構造 (Overthrusting) 等を抱括する難問題に關し、今日迄誤解が幾多あるは此等の褶曲群の取扱方が正鵠を得ないのに基いて居る。

有望なる地質構造地域の調査に於て、從來背斜の急斜せる翼上に於る極めて重大なる作業が殆ど等閑に附されて來たのが通弊となつて居るといふのは急斜せる部分は絕對に油田地の資格なしとの原則に從ふ結果に外ならない。

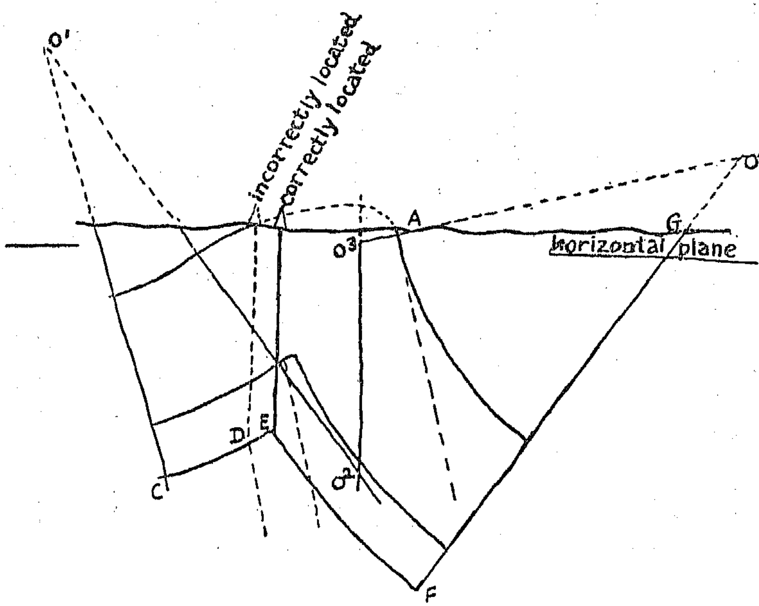
勿論、該原則は眞ではあるが軸面を決定するに當つての最も重大なる要素は Fig.19 及 Fig.20 に見る如く褶襞の急斜せる翼の方である。

任意の深度に於る軸面を決定する dip は緩斜せる翼を支配する傾斜に非ずして、急斜せる翼上に於て、峰より比較的隔れる地點に存在する。

Fig.19 は非對稱的強靱褶襞、即ち Middle limb に於る層の縮少なき褶襞にして夫々の中心を O^1、O^2O^3、O^4 とせる弧群に依り決定さる。

該圖を見るに、從來實地に於る通則として、例へば野外に於てA點迄は地圖作成道程を運び且急傾斜を現出せる厚き地層は外方に、無限に繼續すと假定するが通則となつて居る。

Fig 19



圖上の點線は斯る假定の誤謬を明に圖示せるものである。蓋し層位CDEFの峰に貫通せる豫定の掘鑿井は僅に翼の突尻の方向に峰を隔たる或距離に於て會するし且該深度に於ての軸面は急斜せる翼上に於て遙に隔れるG點の傾斜に支配さるゝ事は明瞭だ。

之と類似性にして更に甚しく誤れる假定はFig.20に見る物である。即ち頂が廣濶且低平なる背斜に於てAは一般に急斜せる翼を代表するものとし、點線に示さるゝ如く褶襞が構成されたりとす。

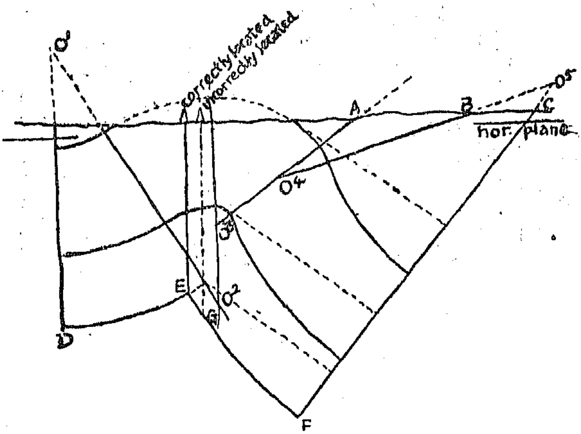
實際、B點に於て傾斜が急に鋭角になるが、吾々がC點に達する迄の間は一般に傾斜が鈍角になる傾向はない。

該圖より明なるが如く、地表より油層層位迄の距離が三千呎にして、恐らく三萬磅を費せる失策試井は何等該層位に會する事なくして失敗に終る事である。

尤も、漸くGの如き地點に會し得ても、そ

れは豫定深度を遙に超過し、且油座發見の見込なき點である。

Fig 20



或種の地質調査を見るに、緩斜せる翼の側の地質は能ふる限り緻密に描寫すれど、急斜翼とその Synclinal bend は殆ど等閑に附されて居るのが、信ぜられぬ事であるが、實狀である。

第一の試井の位置は全く想像に依る仕事にて爲され、峰に近き、緩斜せる翼上の某所に設定される。

この場合、軸面の問題は未解決と假定するか或は、支配的證據材料を搜索すべきは急斜せる翼上に於てなりとの要點を把握するに拙なるか何れかである。

次に、與へられし斷面線に對する軸面の習癖を考察する。

既に定義せし如く軸面なるものは、或定層位として指定されたる褶曲の双翼の肢より等距離に恒に該面上の各點が在るが如き面なる事は忘れてはならぬ。

與へられし層位αを採り、その folding が中心を夫々O^1、O^2、O^3、O^4、O^5を中心として描ける弧群に依り支配さるゝものとす。α層位に對する作圖及び單位の厚さだけαより下層位の點に就ても同樣なる操作をせよ。

この操作をするに當りO^1A、O^6B上に單位の厚さを切取る。而して順次に弧を描く。

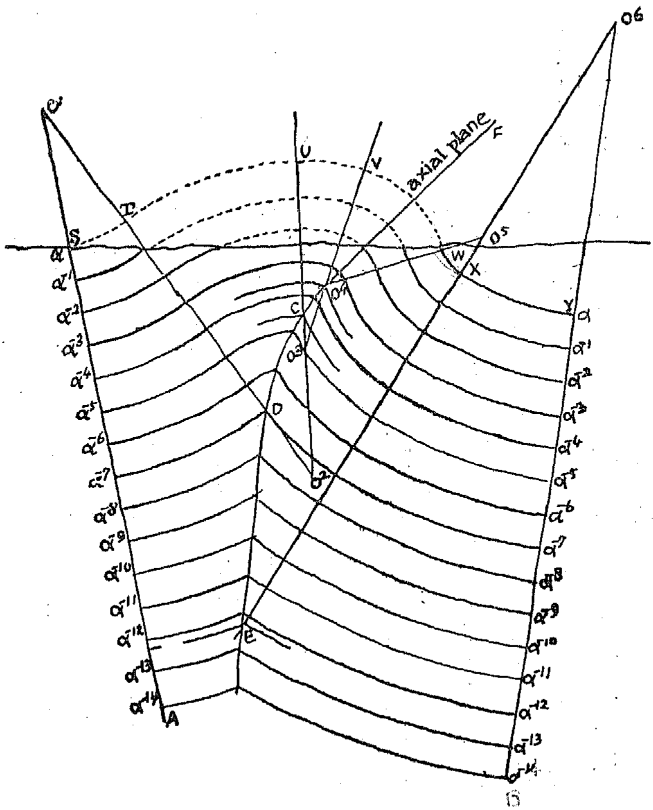
斷面に於る軸面は各層位の頂(apices)等を連結することに依り平滑曲線を得。箇様にして構成さる。O^4、O^3、O^2及O^5等の中心は、連續の中よりはみ出され居る事に氣づく。

さてα^{-3}、α^{-4}兩層位間に中心O^4はO^4點に於て切取らる。α^{-4} α^{-5}兩層位間にO^3がC點に於て切取らる。略々α^{-7}層位に於て中心O^2がD點に於て切出さる而してα^{-12}、α^{-13}兩層位間に中心O^5がEに於て切出さる。

O^4點より下方に軸面を追跡すれば、如上の切り出しの生ずる位置、換言すれば、順次に相連續せる共通半徑の交點を識ることを得。

箇様にして共通半徑 O^5O^2U は軸面をC點に於て切る。

Fig 21



而してC點より下方に於ては最早弧UVは該軸面の曲線に何等關係を及ぼさぬ。

同様にO^1TO^2は軸面をD點に於て切る。而してD點より下方にては弧TUは最早何等軸面の曲線に關係を及ぼさない。以下斯の如くにして同様。

證明は後に譲るが、逆にO^2、O^3、Cの諸點及びO^2、D、O^1の諸點は夫々同一直線上に存在す。O^4點より上方に於て軸面は∠VO^4Wを二等分する直線となる。

さて軸面を構成せる曲線を分析するに次の事が解る。O^4よりCに至る間、軸面（或は嚴密には斷面に於る軸面）は弧UV（背斜）及弧WX（向斜）より恒に等距離にある如く運動する點の軌跡として定義さる。

同様にCよりDに至る間は弧TU（背斜）及WX（向斜）より恒に等距離にある如く運動する點の軌跡として定義さる。

次にDよりEまでの間では弧UV（向斜）及WX（向斜）の間を前と同様に運動する點の軌跡となる。

箇様にして最終にE點より下方に於てはUV（向斜）及XY（向斜）の間を前と同様に運動する點の軌跡となる。O^4より上方ではUV及WXより等距離に運動する點の軌跡であり從て∠VO^4Wの二等分線即直線である。

其他の位置では前掲の條件に依り定る一連の曲線群である。

此等曲線群は如何なるものであり、且夫等の相互間の關係如何？

次に種々可能なる場合に於て背斜及向斜曲線の相交はる組合せの各々を採り、該二曲線より等距離に恒に運動する點の軌跡を求める事を紹介する。

設題 15. 相交れる二つの弧あり。一は向斜、他は背斜の向きにありとす。兩者間に*軸面（Axial plane）を求む。(Fig. 22)

*本設題以後ニ於テハ、"Axial plane" ナル術語ハ地質斷面圖ニ於ル軸面ヲ指スモノトシテ使用スル。層位線(line of horizon) ハ紙面ノ上下ノ線ニ平行ナルモノトシテ取扱フ。

B點ヲ交點トセル二圓弧ヲ夫々AB及BCトス。

而シテABハ背斜、BCハ向斜ノ向キニアリトス。

此等圓弧ノ中心ヲ夫々O^1、O^2トス。

設題ノ目的ハAB、BCヨリ恒ニ等距離ニアル樣ニ運動スル點ノ軌條ヲ求ムレバ足ル。

任意ノ二半徑、O^1A及O^2Cヲ描キ後者ヲ延長ス。

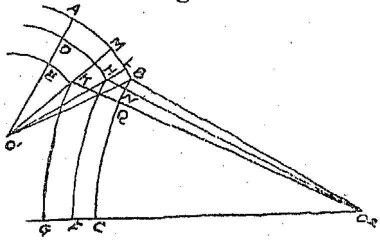
A點ヨリAO^1上ニADヲ區切ル。

C點ヨリO^2Cノ延長上ニCFヲADニ等シク採ル。

A點ヨリAO^1上ニAEヲ區切ル。

C點ヨリO^2Cノ延長上ニCGヲAEニ等シクトル。

Fig 22



O^1ヲ中心トシO^1Dヲ半徑トシテ弧DHヲ描ク。

而シテO^2ヲ中心トシO^2Fヲ半徑トシテ弧FHヲ描キ、弧DHトHニ於テ交ハラシム。

O^1ヲ中心トシ半徑O^1Eヲ以テ弧EKヲ描ク。

O^2ヲ中心トシ半徑O-Gヲ以テ弧GKヲ描キ、弧EKトKニ於テ交ハラシム。

サテ、B、H、Kノ諸點ハO^1、O^2ヲ焦點(focus)トセル、楕圓(ellipse)上ニ在ルコトハ容易ニ證明サル。

證　明

O^1K、O^1H、O^1B、O^2K、O^2H、O^2B等ヲ結ブ。

然ルニ楕圓上ノ任意ノ一點ヨリ焦點ニ至ル距離ノ總和ハ一定ナルヲ以テ、

$$O^1K+O^2K=O^1H+O^2H=O^1B+O^2B$$

右式ガ證サレレバヨイ。

O^1Kヲ延長シテABトMニ交ラシメ、O^1Hヲ延長シテABトLニ交ラシム。

而シテO^2H、O^2Kガ弧BCト夫々N及Qニ於テ交ラシム。

然レバ　$HL=HN,\quad KM=KQ.$

$$O^1M=O^1L=O^1B\quad \text{半徑}$$

$$O^2Q=O^2N=O^2B\quad \text{半徑}$$

$$\therefore\quad O^2Q+QK+O^1K=O^2N+NH+HO^1=O\,B+O^1B$$

二圓弧ノ半徑ノ總和ナリ。

故ニ、B、H、K、ノ諸點ハ楕圓上ニアリ。且夫々ノ焦點ハO^1O^2デアル。AB、BCヨリ等距離ニ在ル、他ノ如何ナル點ニ就テモ同樣デアル。

故ニ、斷面圖ニ於ル軸面ハソノ焦點ガO^1、O^2ナル楕圓デアル。楕圓ハ通常、O^1、O^2、兩點間ニ、ソノ長サニ等シキ絲ヲ張リ鉛筆ノ先ニテ描ク。

更に詳細に本設題を檢討するに、Fig23に於て見る弧群を完成することを得。

而して楕圓は二圓の交點を通過すること、換言すれば楕圓上の一點に於る焦點距離の總和に等いことを認知し得る。

二ツノ焦點ヲ連結シテ左右ニ延長スレバ

$$O^1Y+O^2Y=O^1B+O^2B=O^1S+O^2R$$
$$=O^1R+O^2S+2RS$$

$\therefore\ 2O^1Y+RS=2RS$

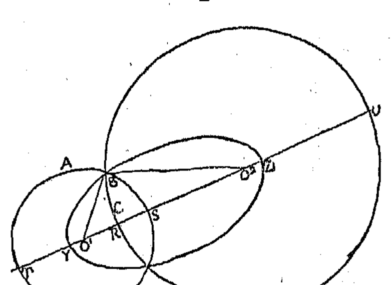
$\therefore\ 2O^1Y=RS$

且 $YT=YR$, $ZS=ZU$

楕圓上各點は二圓周より等距離にあり。

圖より明なる如く弧AB及BCの天然に於る長さには限度がある。而して何れの圓も半圓の程度に於てすら完全なる圓周を採らず。從て一つの軸面に對する全楕圓周は具體化する事が出來ない

Fig 23



弧ABが垂直の方向に位置を占むる處では、軸面も亦垂直になる事は明かである。

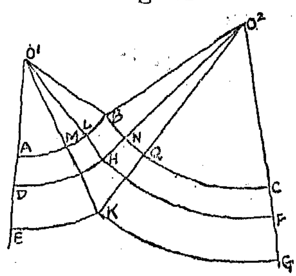
該圖を逆にすれば今度は向斜を形成せる二圓弧を得。即ち一は背斜、他は向斜をなす。

軸面は前と同樣に同じく楕圓である。

設題16・等しく向斜の向きに在る、二つの相交る圓弧の間に軸面を求む。 Fig24

AB及BCヲバO^1O^2ヲ夫々ソノ中心トスル二ツノ圓弧トシ、兩者ガBニ於テ相交ルトス。

Fig 24



AB、BCヨリ等距離ニ恆ニ在ル樣ニ運動スル點ノ軌跡ヲ求ムレバ、ソレガ所求ノモノデアル。

A點ヨリO^1Aノ延長上ニ任意ノ長サニADヲ區切ル。

C點ヨリO^2Cノ延長上ニADニ等シクCFヲ區切ル。

A點ヨリO^1Aノ延長上ニ別ニAEヲ區切ル。

C點ヨリO^2Cノ延長上ニAEニ等シクCGヲ採ル。

O^1ヲ中心トシO^1Dヲ半徑トシテ弧DHヲ描ク。

O^2ヲ中心トシO^2Fヲ半徑トシテ弧FHヲ描キ、弧DHトHニ於テ交ハラシム。

O^1ヲ中心トシO^1Eヲ半徑トシテ弧EKヲ描ク。

O^2ヲ中心トシO^2Gヲ半徑トシテ弧GKヲ描キ、EKトKニ於テ交ハラシム。

然レバB、H、Kノ諸點ハ弧AB、BCヨリ等距離ニアリ。

從テ、B、H、Kハ夫々O^1、O^2ヲ焦點トセル一ツノhyperbola上ニアルコトハ容易ニ證明サル。

O^1K、O^1Hヲ結ビ弧ABト夫々M、Lニ於テ交ラシメ、

O^2K、O^2Hヲ結ビ弧BCト夫々N、Qニ於テ交ラシム。

O^1B、O^2Bヲモ夫々結べ。

さて hyperbola は focus と稱する與點及 directrix と稱する與直線とを含む平面內に於て、focus よりの距離と directrix からの垂直距離との比が恆に1より大なる、一定の比率をなす如く運動する點の軌跡である。

此の定義に依り次の事項が容易に證明し得る即ち、hyperbola 上の任意の一點より焦點に至る距離の差は恆に一定である。

サテ、圖ヨリ明ナル如ク

$O^2B-O^1B=$弧BCト弧ABノ半徑ノ差

而シテ　$LH=NH$　作圖ニ依リ

$\therefore\ O^2H-O^1H=O^2B-O^1B$

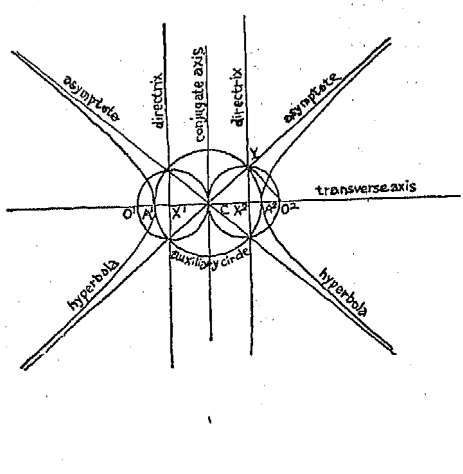
同樣ニ　$O^2K-O^1K=O^2B-O^1B$

故ニ　B.H.Kハ焦點ヲ$O^1.O^2$トスルhyperbola上ニアリ。

任意の背斜に於て軸面は恆に、結局は、向斜

の向きにある相交れる二弧線に依り定まる。
二つの向斜圓弧の相交る場合が、從て、扱ふべき最も重要なる組合せである。
從て、我々は圓弧群間に軸面を形成する hyperbola の性質に就て可成詳細に考察されねばならぬ。
該曲線に關し使用さるゝ二、三の術語を定義し其等の相互關係を描寫する事が先づ以て肝要である。
第一に、hyperbola は ellipse 又は parabola と異り、二つの分岐せる枝を有す。尤も實際には斷面作成に當ては唯其の中の一を取扱ふ。
再び hyperbola 上の任意の一點と焦點との距離の差は恒に一定なりとの事實よりして、若し hyperbola 上の任意の一點と其の二つの焦點が與へられれば、曲線全體を構成し、その directrix を發見する事を得。
箇樣にして Fig25 が構成される。二、三の性質が focus と directrix の關係から從屬的に誘導される。
これは圓錐曲線の教科書に證明は載て居る。
Fig25 を熟視するに次の諸項が明である。

Fig 25



(1) 該曲線の Transverse axis と Conjugate axis の二者に對し、曲線は對稱的である。
(2) 曲線の中心C點は Conjugate axis と Tr-

ansverse axis の交點、從て焦點O^1、O^2兩者間の中央に位す。

(3) 曲線の頂點(Vertices)なるA^1、A^2の諸點は Transverse axis 上にあり。

(4) Cを中心としCA^1を半徑として描ける補助圓(Auxiliary circle)は該曲線と Transverse axis との交點、即ち頂點に於て曲線の二分岐部と切する。

(5) directrix はY點に於て補助圓と交る。$\angle CYO^2$が直角。

(6) 該曲線への切線なる、二つの Asymptotes は其の切點を無限の距離に於て有す。兩者は中心Cに於て相交る。

此處では、hyperbola の asymptote は重要なる意味を有す。蓋し、任意の强褶なる背斜に於て軸面は結局その hyperbola の二つの asymptote に一致してしまふ。而して hyperbola は二つの最終の向斜圓弧に依て定まる。

さて、前掲の二つの相交る向斜圓弧の問題に立戻り兩者より等距離に運動する點を軌跡で連結して得たる hyperbola に就て考察を進めよう。

設題 17. hyperbola 上に一點あり。各焦點を中心として描ける二圓の交點上に橫はるものとす。

該曲線を構成し、併せて、その directrix, asymptote を求む。 Fig 26

O^1O^2 ヲ求ムル中心且焦點トシ、P ヲ與ヘラレタル點トス。

PO^2 上ニ O^1P ニ等ク PT ヲ描ク。

然レバ O^2T ハ焦點距離ノ差ニシテ一定ナリ。

O^1O^2 ヲ結ベバ、ソレガ、Transverse axis デアル。

O^2O^1 上ニ O_2T ニ等ク O R ヲ區切ル。

O^1R ヲ A^1 ニ於テ二等分ス。

然レバ A^1 ハ該曲線上ニアリテ而モ Transverse axis 上ニアリ。

$\therefore$ $O^2A^1 - O^1A^1 = O^2R$

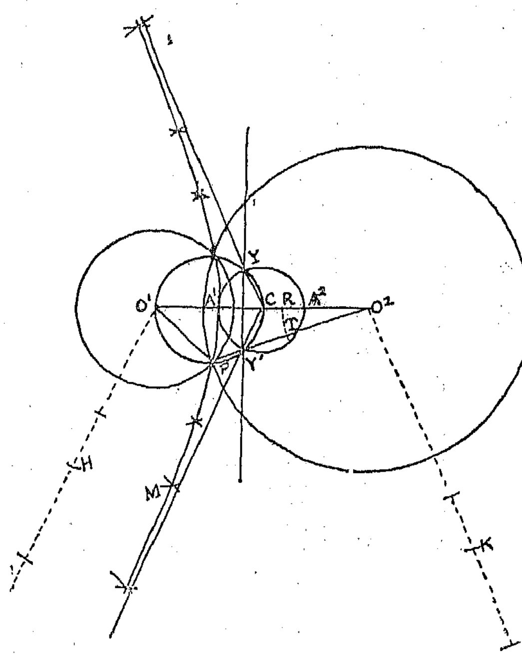
O^1A^1ニ等クO^2A^2ヲ區切ル。然レバA^2ハ該曲線ノ他方ノ分岐部上ノ一點ニシテ且 Transverse axis 上ニアリ。

A^1A^2ヲC點ニ於テ二等分ス。

C點ハ hyperbola ノ中心デアリ、且補助圓ノ中心デアル

Cヲ中心トシCA^1ヲ半徑トシテ補助圓ヲ描ク。

Fig 26



O^1Cヲ含ミ且夫レヲ直徑トスル圓ヲ描キ補助圓ヲ切ル點ヲY Y^1トス。

然レバCY、CY^1ヲ延長シテ得タルモノハ所求ノ asymptote デアリ、YY^1ハ directrix ノ一ツデアル。

hyperbola 上の他の諸點も同様にして見出さる、圖に於て見る如く、各個相交る圓の半徑を採り、等距離に於て、點を結ばしむれば曲線は完成さる。

さて、次には背斜の峰に於る表面の證據材料が曖昧なる場合、尙任意の平行褶皺を採り、その軸面の終局の位置を決定することを紹介する。此處では簡單な場合のみを取扱ふ。

即ち褶皺の翼が圖の斷面を有する、向斜圓弧に依り代表さるゝ場合である。

この構成法は、褶皺を完全に踏査する餘裕はなきも、兩翼上の旣知の horizon の露頭が決定され居るが如き地點に於ても亦有効である。

設題 18. 兩翼が二つの弧斷面の向斜圓弧に依り定まる一背斜及び其の兩翼に露出せる、既知の horizon が與へられたりとす。各深度に於る軸面の終局的位置、並に、軸面を組成せる hyperbola の asymptoteを求む。Fig 27

αナル harizon ガ一背斜ノ兩翼上ノA、B、二點ニ露出スルトセヨ。該兩翼ハC、D、E、L諸點ノ傾斜ニ支配サル、モノトス、DトEトノ兩點間ニハ地表ノ材料ガ曖昧ナリトス。

各深度ニ於ル軸面ノ終極的位置及ソレト關連セル。asymptote ヲ求ム。

O^1O^2 ニ於テ相交ル垂線ヲ夫々描ケ。

而シテ弧FA及BGヲ構成セヨ。

O^1F ノ延長上ニFHヲ區切ル。

而シテO^2G上ニ FH=GK ナル様ニK點ヲトル。

O^1ヲ中心トシ、O^1Hヲ半徑トシテ弧HPヲ作ル。

O^2ヲ中心トシO^2Hヲ半徑トシテ弧KPヲ作リ、弧HPトPニ於テ交ラシム。

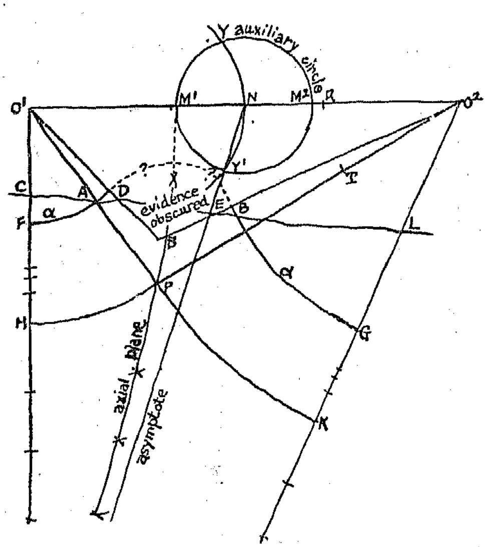
注意。FHナル距離ハ弧ガ相交ルコトヲ保證スル如キ量ナルコトヲ要ス。

然レバ、Pハ hyperbola ヲナス軸面上ノ一點デアル。

O^1O^2、O^1P、O^2Pヲ夫々結ビ、PO^2上ニPO^1ニ等クPTヲトル。

然レバO_2Tハ hyperbola ノ焦點距離ノ差ニシテ一定デアル。

Fig 27



O^2O^1上ニO^2Tニ等クO^2Rヲトル。

O^1RヲM^1ニ於テ二等分ス。

然レバM^1ハ hyperbola ノ一ツノ頂點(Vertices)デアル。

O^1M^1ニ等クO^2M^2ヲトリM^1M^2ヲNニ於テ二等分ス。

Nヲ中心トシ、NM^1ヲ半徑トシテ補助圓ヲ描ク。

O^1Nヲ含ミ且ソレヲ直徑トスル圓ヲ描キ補助圓トY、Y^1ニ於テ交ラシム。

然レバNY^1ハ所求ノ asymptote ナリ。

hyperbola ハ設題17ニ於テ示セル如ク描キ得ル。

本設題より注意すべきは、軸面は決して asymptote を横切らぬ事及び地下に於て軸面に突き當てる筈の掘鑿井は、其の位置を設定するに際して、絶對に褶襞の峰の部分に關係せざる樣にするが安全策なり等である。

加之、一般に峰の部分に於ては材料が貧弱であるが、之は餘り問題でなく、寧ろ翼の突尻の部で得たる材料こそ重要無比のものである等。

新發見の背斜に於て油層の有無を確むべく試掘井を鑿つ場合に材料が峰の部分に於ては豊富だが、翼の部に於ては貧弱なるか又は皆無なりとせよ。

かゝる際には軸面の決定を目的として翼部の傾斜を得る爲めに竪坑又は横坑を掘るべきである。

尚次の事を承認することが最も肝要である。即ち、殆ど總ての場合に於て求むべきは峰の周圍に於る傾斜より寧ろ翼に於る夫である。面して峰に於る傾斜に依り其の位置を選定せる爲、無効又は誤れる試掘井を生じ、かくして費す冗費は試井の正確なる位置選定の唯一の規準たる翼上の材料を得る爲に、掘下げる淺い竪坑に依る小額の經費を遥に凌いで居るのが一般である。

以上我々は(1)向斜圓弧と背斜圓弧の組合せ

(2)二つの向斜圓弧

の二つの場合に就て軸面を考察し(1)の場合には ellipse、(2)の場合には hyperbola なる事を示し

た。

次に、現實にこれの變形と見るべき、總ての場合を取扱ふ。

二つの背斜圓弧の相交る場合は、二つの向斜圓弧の相交る場合の逆に過ぎない。

而して之は Fig28 に於て見る如く種々なる場合が表れて居る。

O¹、O² ヲP及Hニ於テ相交ル二圓ノ中心トス。

然ラバKH及HLハ向斜ノ向キニ於テ相交ル二圓弧デアリ、兩者間ノ軸面ハ hyperbola デアル。

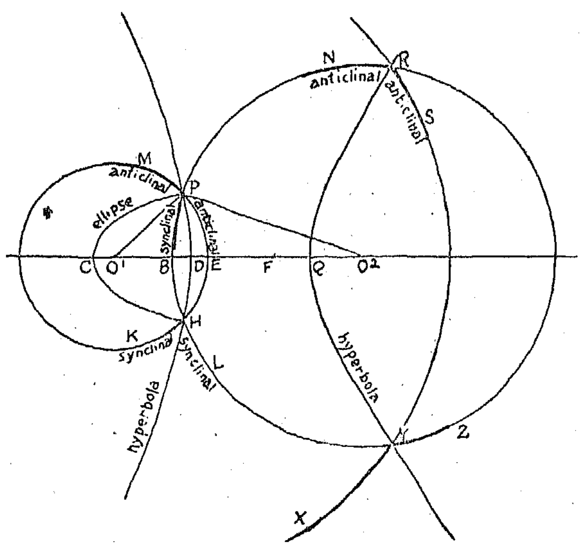
然ルニ、MP ト PB ハ一ハ背斜、他ハ向斜ノ向キニアリ。而モ互ニ相交ル。而シテ兩者間ノ軸面ハ ellipse デアル。

弧BP及EPハ實際双方共ニ背斜ノ向キニアリ。尤モ天然ニ兩者間ノ是ノ如ク鋭角ナルハ稀有デアルカ、又、ハ有リ得ナイ。

二ツノ背斜圓弧ノ相交ル型ノ最モ普通ナルハ、二圓ノ中ノ何レカ一方ノ半徑ガO¹O²ヨリ大ナル場合ニシテ、O¹ヲ中心トスル弧RSトO²ヲ中心トスル弧NRトノ場合ニ於ル如シ。コノ場合モ軸面ハ hyperbola ニナルガ、之ハ設題ヲ改メテ考察スルコトニスル。

弧XY、YZハ共ニ向斜ノ向キニアルコトハ注意スベキナリ。但シ兩者ノYニ於ル交リハ鈍角デアル。

Fig 28



該圖を終るに先立ち更に二、三の關係を注意するは一顧の價値あり。

楕圓PDHを見るに、Transverse axis O^1O^2 上に

$O^2F=O^2P-O^1P$ なる樣にとる。

然レバ $O^2D=O^2B-BD$,

$O^1D=O^1E-DE$,

$O^2D-O^1D=O^2F$.

$\therefore\ O^2B-BD-O^1E+DE=O^2F$

又 $O^1E=O^1P$ 且 $O^2B=O^2P$

$\therefore\ O^2P-O^1P+DE=O^2F+BD$

$\therefore\ BD=DE$.

圖に示されたる ellipse と二つの hyperbola は共通の焦點を採る圓錐曲線であり、共通點に於て互に直角に切り合ふ。

背斜、向斜を問はず、同一の向きにある曲線の二つの弧の會合により生ずる hyperbola である。軸面には或制限條件がある。

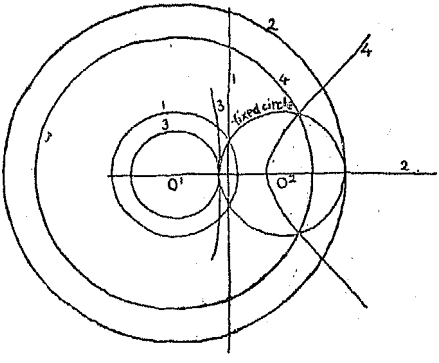
それに就て考察する。夫々の弧の中心ともなる、二つの焦點及び弧群の第一の曲率半徑が一定にして、第二の方が任意に變ずるとせよ。

然れば、Fig29に見る事は明かである。

(1) 二圓が相等しき時、即ち翼の傾斜に關する限りでは對稱なる場合、曲線は、Conjugate axis と一致する一直線になる。

(2) 二圓が内切する場合には、Transverse axis と一致する直線となる。

Fig 29



(3) 二圓が外切する場合には、所求の hyperbbola は何等、特性を有せず。

(4) 任意に變じ得る第二の圓の曲率半徑が、二つの焦點間の距離と第一の定圓の曲率半徑の長さの1/2との和に等しき時、hyperbolaは矩形の形狀をとる。

即ち二本の asymptotes が直交する。

設題 19. 背斜、向斜を問はず、同一の向きにある、二圓弧の中、何れか一方又は双方の半徑の長さが、夫々の中心を結ぶ直線よりも大なる場合。

兩圓弧間に軸面を求む。 Fig 30

PH 及 PK ヲバ與ヘラレタル圓弧トシ、各々ノ中心ヲ O^1、O^2 トス。

然ル時ハ軸面ハ hyperbola デアル。

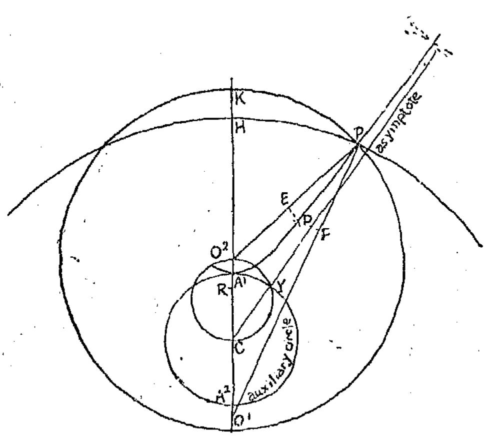
構成法並ニ證明ハ設題16ニ於ルト同様。

∵ PE ヲ PF ニ等ク區切ル。

而シテ O^1 ヲ中心トシ O^1F ヲ半徑トシ、O^2 ヲ中心トシ O^2E ヲ半徑トシテ弧群ヲ描キ夫等ノ交點ヲDトス。

然レバ、Dハ圓周ヨリ等距離ニアル曲線上ノ一點デアル。

Fig 30



∵ $O^1P-O^2P=O^1D-O^2D$

hyperbola ノ asymptote ヲ發見スル。

圖が逆ニナリ、圓弧が双方共ニ synclinal ト考ヘル場合、

O^2R ヲ A ニ於テ二等分ス。

然ルニ $O^1R=PO^1-PO^2$

$O^1A^1-O^2A^1=O^1R$

O^1A^2 ヲ O^2A^1 ニ等クトリ A^1A^2 ヲ直徑トシ、且之ヲ含ム補助圓ヲ作リ

而シテ O^2C ヲ直徑トセル第二ノ圓ヲ作圖ス。

然レバCYハ asymptote デアル。

$$2O^2A^1=KH$$

$$\because\ O^1A^1-O^2A^1=O^1R$$

$$\text{且}\quad O^1H=O^1P$$

$$O^2K=O^2P$$

$$\therefore\ O^1H-O^2K=O^1R$$

$$\text{然ルニ}\quad O^1R=O^1O^2-O^2R$$

$$\therefore\ O^2R=O^1O^2-O^1H+O^2K$$

$$=O^1O^2-O^1H+O^2H+KH$$

$$\text{然ルニ}\quad O^1O^2=O^1H-O^2H$$

$$\therefore\ O^2R=KH$$

$$2O^2A^1=KH$$

兩者共に終局には置換はる二個の背斜圓弧を示す實際上の圖を取扱ふ場合、asymptotes は求め難い。

さて、之と異る極限の場合を考察しよう。

圓弧群の中心、相互間の距離が擴大しつゝある場合を想像する。

圓弧の一方の中心が固定し他方が無限の距離に退却するとせよ。

然れば、弧の一方は圓の形を保持するも他は直線となる。

さて兩者間の軸面は parabola であり、この曲線は結局 hyperbola の極限の形なる事を示さう。

次の設題は褶襞の一翼が同方向に傾斜せる厚さ層より成り時として monoplane と稱せらるゝものを組織し居る場合に當箝められる。

Fig 31
及
Fig 32