南條を中心とする一帶では小陷沒地も見られ、被害殊に著しく大きい。(四)、大仁以南湯ヶ島に至る間は梶山、青羽根、月ヶ瀬の如く、局所に被害が大きい。以上南北、北西・南東、北東・南西及東西の地質構造線上及び之等の交錯地に位置するもの殊に被害が著しい。

附記　昭和五年十二月十六日午后二時より東京帝國大學地震研究所に開かれた第五十五回談話會に於いて、那須信治岸上冬彦及び小平孝雄氏等の「伊豆地震の前震並に餘震の活動に就いて(豫報)」なる演題に於いて公表された所によれば、昭和五年二月以降十二月十五日迄の地震は主として伊東溫泉の北西なる巢雲山附近及び同溫泉南東海上の地下に群集するものと、此の外に餘震には沼津市と對島村八幡村を結び付ける北西・南東線の一部分なる伊豆半島の地下に特に密集するものとがある。此の北西・南東線上に於ける餘震の分布は地震を起した勢力の何たるかを暗示するものとして最も重要視しなければならぬ。(本間)

日本地圖に適應したボンヌ氏斜軸投影圖法 (二)

丸　山　隆　玄

三、投影法に伴ふ歪の一般の法則

地球の眞の形狀は廻轉楕圓體であるが、その扁平率が小さいから取扱ひの便宜上之れを完全なる球と考へることもできる。地球をかく球と考へることによつて實際とどの位の差異を生ずるかと云ふことは深く考へなければならないのであるが。之れについては最後に少し吟味して見やうと思ふとにかく、地球をかくの如く球と考へてその半徑を單位にとり、その中心を原點として空間に直交軸をとれば、地球の表面において、經緯度 (λφ) と云ふ點は此の座標系に關して空間座標

$(\cos\phi\cos\lambda, \cos\phi\sin\lambda, \sin\phi)$ と云ふ點になる。

そこで　$x=\cos\phi\cos\lambda \quad y=\cos\phi\sin\lambda \quad z=\sin\phi$ …III 1)

なる一組の方程式をとり、ϕ及びλを助變數（Parameter）として、ϕが -90° から $+90^\circ$ までλが -180° から $+180^\circ$ まで連續的に變るとすればかくの如き(x, y, z)の一組で以つて、地球の表面上のすべての點を表すことができるし、又た地球の表面のすべての點はかくの如き一組の(x, y, z)で表はすことができるから、この一組の方程式は地球に對する助變數方程式（Parametric Equation）である。

地球上の經緯線はかくの如く表したときに、$\lambda=\mathrm{const}$, $\phi=\mathrm{const}$ と云ふ曲線になるから、地球をかくの如き助變數方程式として表はすと、經緯線はその助變數曲線（ParameterCurves）になる。

今球面上の二點 $P(x\ y\ z)$ 及び $P'(x+\triangle x\ y+\triangle y\ z+\triangle z)$ をとる。しかるときは點 P は(λ, ϕ), 點P'は$(\lambda+\triangle\lambda\ \phi+\triangle\phi)$なる經緯度によつて定まる、そして

$$\overline{PP'}=\sqrt{\triangle x^2+\triangle y^2+\triangle z^2}$$ であるから、

P及P'を通過する球面上の曲線を考へ、その曲線の弧 $PP'=\triangle S$ とすれば點P'がPに近づいた極限においては、

$$ds^2= dx^2+ dy^2+ dz^2$$ となる。

この $x, y, z,$ に III 1) の値を入れると、

$$ds^2 = d\phi^2 + \cos^2\phi d\lambda^2 \cdots\cdots \text{III } 2)$$ となり、

dsがλ及びφによつて表される。かやうに表したdsは所謂球面の線要素（Line Element）であつて、球面に關する極限の性質を吟味するのに大切なものである。

地球の表面を地圖に表はすと云ふことは、その表面上の任意の一點を或る方法によつて、平面上の點に對應させてゆくことであるから、平面上に適當な直交軸をとれば、地球の表面における經緯度（λ φ）と云ふ點と平面上のこの直交軸に關する（x, y）と云ふ點との間に對應を立てることができる。若しこの對應が一々對應(One-one-Correspondence)でしかも連續的であるならば x及yはλ及φの一價連續函數として、

$$x = f_1(\lambda\phi) \quad y = f_2(\lambda\phi) \cdots\cdots \text{III } 3)$$

と表される。このとき一般には之れ等の函數のφ及λに關する、第二偏微係數までが存在して、しかも連續であると考へて差支へない。

球面上の相接近した二點 P(λ, φ) 及びP′（λ+dλ, φ+dφ）には平面上の相接近した二點、P_1(x, y) 及び P_1'（x+dx y+dy）がそれぞれ對應してゐると考へると、P, P′ 間の弧の長さ即ち線要素 ds に對しては、P_1P_1'間の線分の長さ ds_1 即ち $ds_1^2 = dx^2 + dy^2 \cdots\cdots$ III 4）が對應してゐる。しかるにx及びyはλ及びφの函數だから、ds_1 も亦λ及びφの函數として表はすことができる。

x及yとλ及びφとの關係は、

$x = f_1(\lambda\phi) \quad y = f_2(\lambda\phi)$ であり、f_1, f_2 はλ及びφについて一價連續であり、その中その第二

偏微係數まで存在して一價連續であるとすれば、その微分 dx 及び dy は

$$dx=\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}d\lambda+\frac{\partial f_1}{\partial \phi}d\phi \quad dy=\frac{\partial f_2}{\partial f}d\lambda+\frac{\partial f_2}{\partial \phi}d\phi \cdots\cdots \text{III } 5)$$

となり、之れ亦 λ 及び ϕ に關して一價連續となる。此の dx 及び dy を用ひて ds_1 を λ 及び ϕ の函數として表せば

$$ds_1^2=\left\{\left(\frac{\partial f_1}{\partial \phi}\right)^2+\left(\frac{\partial f_2}{\partial \phi}\right)^2\right\}d\phi^2+2\left\{\frac{\partial t_1}{\partial \phi}\,\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}+\frac{\partial f_2}{\partial \phi}\,\frac{\partial f_2}{\partial \lambda}\right)d\lambda d\phi+\left\{\left(\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}\right)^2+\left(\frac{\partial f_2}{\partial \lambda}\right)^2\right\}d\lambda^2 \cdots \text{III } 6)$$

となる。これを記號的に

$$\left\{\left(\frac{\partial f_1}{\partial \phi}\right)^2+\left(\frac{\partial f_2}{\partial \phi}\right)^2\right\}=E \quad \left(\frac{\partial f_1}{\partial \phi}\,\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}+\frac{\partial f_2}{\partial \phi}\,\frac{\partial f_2}{\partial \lambda}\right)=F \quad \left(\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}\right)^2+\left(\frac{\partial f_2}{\partial \lambda}\right)^1=G \cdots\cdots \text{III } 7)$$

とおけば、ds_1 は簡單に、

$$ds_1^2=Ed\phi^2+2Fd\lambda d\phi+Gd\lambda^2 \cdots\cdots \text{III } 8)$$

となる。そこで ds_1 と ds_1 との比をとれば、　球面上の點が平面に投影せられるときその點の附近の弧の長さが、如何に延長され又は短縮されてあらわされたかと云ふことがわかる。

しかるに、ds_1 や ds は λ と ϕ との函數であると同時に $d\lambda$ 及 $d\phi$ の函數でもあるから $\frac{ds}{ds_1}$ は λ 及 ϕ が一定の値をとつても $d\lambda$ や $d\phi$ によつて變るものである。即ち球面上において定點についても、方向によつて變るもので定點を通る定曲線にそうて一定の値をとるものである。

それで球面上の定點を通る定曲線についてその點における $\frac{ds_1}{ds}$ を求めて見やう。

定點を$(\lambda_{0}\ \varphi_{0})$とし、定曲線の方程式を、$\Psi(\lambda\ \varphi)=0$ とする、とくに此の曲線が緯線でないならば $\dfrac{\partial\Psi}{\partial\lambda}\neq 0$ と考へていい。又一般にΨはλ及φに關して第一扁微係數を持つてゐるとすれば此の曲線に沿ふて、

$$\frac{d\lambda}{d\varphi}=\frac{-\dfrac{\partial\Psi}{\partial\varphi}}{\dfrac{\partial\Psi}{\partial\lambda}}\quad\cdots\cdots\ \text{III 9)}$$

となる。

そこでλ及びφにλ_{0}及びφ_{0}を入れると、この曲線に對して此の點における $\dfrac{d\lambda}{d\varphi}$ は、

$$\left(\frac{d\lambda}{d\varphi}\right)_{\varphi_{0}\lambda_{0}}=\left(\frac{-\dfrac{\partial\Psi}{\partial\varphi}}{\dfrac{\partial\Psi}{\partial\lambda}}\right)_{\varphi_{0}\lambda_{0}}\cdots\cdots$$

となる。

この $\dfrac{d\lambda}{d\varphi}$ の値を入れるとこの點において、か丶る曲線に沿ふて、 ds_1/ds が一定の値をとる。それで III 2) 及び III 8) によつて ds_1/ds を求めると、

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{Ed\varphi^2+2Fd\lambda d\varphi+Gd\lambda^2}{d\varphi^2+\cos^2\varphi d\lambda^2}\quad\cdots\cdots\ \text{III 10)}$$

となるからこれによつて、定點を通る定曲線が平面に投影されるとき、此の點の附近の弧の長さがいかに延長されたか、或ひは短縮されたかゞわかり、この點のこの曲線の方向に對する長さの歪が

わかる。

長さの歪について。

一、經線に沿ふた長さの歪。

經線の方程式は $\lambda=\text{const}$ であるから III 10) に $d\lambda=0$ とおけば、その方向の長さの歪は

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=E \quad \text{となり從つて} \quad \frac{ds_1}{ds}=\sqrt{E} \quad \cdots\cdots \text{III 11)} \quad \text{となる。}$$

二、緯線に沿ふた長さの歪。

緯線の方程式は $\phi=\text{const}$ であるから一、と同樣に III 10) に $d\phi=0$ とおけばその方向の長さの歪は、

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{G}{\cos^2\phi} \quad \text{となり從つて} \quad \frac{ds_1}{ds}=\sqrt{\frac{G}{\cos\phi}} \cdots\cdots \text{III 12)} \quad \text{となる。}$$

三、一般の方向の長さの歪。

平面上において經線に沿ふては南から北へ向ふ方向を正とし、緯線に沿ふては西から東へ向ふ方面を正とし、經線の正の方向から緯線の正の方向へ、反時針方向に角を計るとき、經線と θ の角をなす方向即ち方位角 θ の方向の長さの歪を求めて見やう。

球面における曲線の、平面上への投影が、經線の投影となす角即ち平面上の方位角を θ とすれば θ は

$$\tan\theta=\frac{Wd\lambda}{\lambda Ed\phi+Fd\lambda}\quad\cdots\cdots\text{III 13)}\qquad W=\sqrt{EG-F^2}$$

であたへられる。$d\phi/d\lambda=K$ とおけば θ は又

$$\cot\theta=\frac{F}{WK}+\frac{F}{W}\cdots\cdots\text{III 14)}$$ となる。

定點を通る定曲線については（λ,ϕ）及び $d\lambda/d\phi$ が與へられるから、この曲線については θ は一定の値をとる。又 III 14）をKについてとけば、

$$K=\frac{E\tan\theta}{W-F\tan\theta}\cdots\cdots\text{III 15)}$$

となるから一定の方位角 θ をなす方向に於いてはKはまた一定の値をとる。

そこで III 15）による K を III 10）に入れたなら平面上の方位角 θ をなす方向の長さの歪を求めることができる。

III 10）の右邊の分母分子を $d\phi^2$ で除せば、

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{E+2FK+GK^2}{1+\cos^2\phi K^2}$$ となり、このKに III 15）を入れゝば

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{EW^2}{(W\cos\theta-F\sin\theta)^2+E^2\cos^2\phi\sin^2\theta}\cdots\cdots\text{III 16)}$$

となる。これによつて平面上の方位角 θ の方向の長さの歪を求めることができる。

今經線の正の方向を首線、ds_1/ds を動徑、θ を變角と考へると III 16）はかゝる極座標系におけ

る二次曲線の方程式となり、ds_1/ds の端は一つの二次曲線を描く。この形をよく見るために、經線から計つた角 θ の代りに、經線と反時針方向に α の角をなす方向を基準にして計つた角 Ψ を用ふれば、$\theta=\Psi+\alpha$ となるから III 16) は

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{EW^2}{W^2\cos^2(\Psi+\alpha)-2FW\cos(\Psi+\alpha)(\sin\Psi+\alpha)+(F^2+E^2\cos^2\phi)\sin^2(\Psi+\alpha)}\cdots\cdots\text{III 17)}$$

となる。この分母を變形して

$$\cos^2\Psi\{W^2\cos^2\alpha+2FW\sin\alpha\cos\alpha+(F^2+E^2\cos^2\phi)\sin^2\alpha\}$$
$$+2\sin\Psi\cos\Psi\{-W^2\sin\alpha\cos\alpha-FW\sin^2\alpha+FW\cos^2\alpha+(F^2+E^2\cos^2\phi)\sin\alpha\cos\alpha\}$$
$$+\sin^2\Psi\{W^2\sin^2\alpha-2FW\sin\alpha\cos\alpha+(F^2+E^2\cos\phi)\cos^2\alpha\}$$

とし、とくに α を

$$\tan\ 2\alpha=\frac{2FW}{W^2-F^2-E^2\cos^2\phi}\cdots\cdots\text{III 18)}$$

にとれば III 17) の分母における $\sin\Psi\cos\Psi$ の項の係數は0となつて、

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{EW^2}{A^2\cos^2\Psi+B^2\sin^2\Psi}\cdots\cdots\text{III 19)}$$　　となる。

こゝに、A, Bは

$$\left.\begin{aligned}A^2&=W^2\cos^2\alpha+2FW\sin\alpha\cos\alpha+(F^2+E^2\cos^2\phi)\sin^2\alpha\\B^2&=W^2\sin^2\alpha-2FW\sin\alpha\cos\alpha+(F^2+E^2\cos^2\phi)\cos^2\alpha\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\text{III 20)}$$

を表はすものである。A及びBは更らに、

$$A^2=(W\cos\alpha+F\sin\alpha)^2+E^2\cos^2\phi\sin^2\alpha$$

$$B^2=(W\sin\alpha-F\cos\alpha)^2+E^2\cos^2\phi\cos^2\alpha$$

となるから、確かにA^2及びB^2は共に正の數である。

$A^2<B^2$ 或ひは $A^2>B^2$ に從つて III19)を

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{EW^2}{B^2-(B^2-A^2)\cos^2\Psi}\cdots\cdots\text{III 21)}$$ 又は

$$\frac{ds_1^2}{ds^2}=\frac{EW^2}{A^2-(A^2-B^2)\sin^2\Psi}\cdots\cdots\text{III 22)}$$

と變形すると、これは經線と時針方向に α 丈の傾きをなす方向に長軸を有する楕圓の極方程式である。(長軸を首線、中心を極とする)それで III 16) における ds^1/ds の端は、定點を中心として、かやうな楕圓を描くことがわかる。

この楕圓の長軸若しくは、短軸の方向は、この點における延長率或ひは短縮率の極限値の方向を示し、その長さは、延長率或ひは短縮率の極限値の大きさを與へる。これらの方向は III 18) によつて與へられるから、次にその大きさを求めやう。

長軸を a とし、短縮を b とする楕圓の中心を極とし、長軸の方向を首線とする極方程式は、

$$P^2=\frac{a^2b^2}{a^2-(a^2-b^2)\cos^2\Psi}\cdots\cdots\text{III 23)}$$

である。これとIII 21) 又は III 22) と比べると相應ずる項の係數は比例すべきであるから、その

比例常数をæとすれば III 21) より、

i. $æB^2=a^2$　ii. $æ(B^2-A^2)=a^2-b^2$

iii. $æEW^2=a^2b^2$ ……………… III 24)

を得る、これより

$$æ=\frac{a^2b^2}{EW^2} \cdots\cdots \text{III 25)}$$

となるから、III 21) なる楕圓の長軸若しくは短軸の長さは

$$a^2=\frac{FW^2}{A^2} \qquad b^2=\frac{EW^2}{B^2} \cdots\cdots \text{III 25)}$$

となり、又た同様にして III 22) においては、その長軸及び短軸の長さは、

$$a^2=\frac{EW^2}{B^2} \qquad b^2=\frac{EW^2}{A^2} \cdots\cdots \text{III 26)}$$

となる。III 21) と III 23) とを比べると $A^2<B^2$ の場合には長軸の方向が首線の方向に一致し、短軸の方向はそれと垂直になり、$A^2>B^2$ の場合はその反對となる。

投影に際してとくに長さの歪のない方向に對しては $ds_1/ds=1$ となるから III 10) の左邊を1とおいて、Kについて

$$(G-\cos^2\phi)K^2+2FK+(E-1)=0 \cdots\cdots \text{III 27)}$$

なる方程式を得る。これは二次方程式であるから、$F^2-(G-\cos^2\phi)(E-1)>0$ なるときは長さの歪

のない方向は二つあつて、それらの平面上の方位角θは、この方程式の二根 K^1 K^2を III 14）に入れて得られる。上の判別式θの負となる點には長さの歪のない方向はない。

面積の歪について。

球面上においては、線要素が $d\varphi^2+\cos^2\varphi d\lambda^2$ であるから（λ, φ）なる點における、積要素（Elementary Area）$d\sigma$は、

$$d\sigma_1=\cos\varphi d\varphi d\lambda \cdots\cdots\cdots \quad \text{III 28)}$$

で與へられ、平面上においては線要素、が$Ed\lambda^2+2Fd\varphi d\lambda+Gd\lambda^2$ であるから（λ φ）に對應する點における積要素は、

$$d\sigma_1=Wd\lambda d\varphi \cdots\cdots\cdots \quad \text{III 29)}$$

であたへられる。この兩者の比をとれば、投影に際して（λ φ）なる點の附近の微小なる面積が、如何に擴大され、又は縮小されるかゞわかる。故に

$$\frac{d\sigma_1}{d\sigma}=\frac{W}{\cos\varphi} \cdots\cdots\cdots \quad \text{III 30)}$$

でもつて、この點の附近における面積の歪を知ることができる。

角度の歪について。

球面上における線要素は $d\varphi^2+\cos^2\varphi d\lambda^2$ であるから球面上において $d\lambda/d\varphi$ がK及びK′に應ずる二方向のなす角は III 13）によつて

$$\tan\vartheta=\frac{\cos(K'-K)}{1+\cos^2\phi KK'}\quad\cdots\cdots\text{III }31)$$

で與へられ、平面上においては線要素が、$Ed\phi^2+2Ed\lambda d\phi+Gd\lambda^2$ であるから、K及K′に應ずる二方向のなす角は、

$$\tan\vartheta_1=\frac{W(K'-K}{E+F(K+K')+GKK'}\quad\cdots\cdots\text{III }32)$$

で與へられる、そこでその差をとれば

$$\tan(\vartheta_1-\vartheta)=\frac{(K'-K)\{(W-E\cos\phi)-F\cos\phi(K+K')+(W\cos^2\phi-G\cos\phi)KK'\}}{W\cos\phi(K-K')^2+(E+F(K+K')+GKK')(1+\cos^2\phi KK')}\quad\cdots\cdots\text{III }33)$$

となる。これ相應ずる二方向のなす角の差であるから、投影において $(\lambda\ \phi)$ なる點における、この二方向についての角度の歪である。

とくにこの二方向の一つを經線の方向にとり、球面上と平面上とにおいて經線の方向を一致させたとき、Kに應ずる方向の球面上の方位角を ϑ、平面上の方位角を ϑ_1 とすれば $\tan(\vartheta_1-\vartheta)$ は III 33) に $K'=0$ とおいて

$$\tan(\vartheta_1-\vartheta)=\frac{K\{(W-E\cos\phi)-F\cos\phi K\}}{W\cos\phi K^2+FK+E}\quad\cdots\cdots\text{III }34)$$

となる。これ即ち經線の方向を基準とした角度の歪を與へるものである。

III 34) によつて、經線の方向を基準にしたときに、角度の歪の極限値及びその方向を求めて見

やう。III 34) をKについて微分して0とおけば、

$$\cos^2\phi(-W^2+EW\cos^2\phi-F^2)K^2-2EF\cos\phi K+E(W-E\cos\phi)=0 \cdots\cdots \text{III } 35)$$ となる

III 35) の判別式を作つて變形すれば

$$E^2F^2\cos^2\phi(1-\cos\phi)+EW(W-E\cos\phi)^2\cos^2\phi+F^2EW$$

となる。こゝにおいて III 7) により E, G, W, は正であり $|\cos\phi|<1$ であるからこの判別式は負とならない。

故にこの方程式は實根を有することになる。この方程式の二根を K_1, K_2, とすればそれに應ずる方向が角度の歪の極限値を與へる方向である。この K_1, K_2 を III 34) に入れるとこの方向における角度の歪の大きさがわかる。K_1 及び K_2 の中一方は、$\vartheta_1>\vartheta$ なるときの極限値に應ずる方向で一方は、$\vartheta_1<\vartheta$ なるときの極限値に應ずる方向である。K_1 及び K_2 の中何れが $\vartheta_1>\vartheta$ に應ずるかと云ふことは III 34) が正になるか負になるかにより決まる。

次に　角度の歪のない方向は III 34) の分子を0とするKに應ずる方向、即ち $K=0$ 及び $K=W-E\cos\phi/F\cos\phi$ に應ずる方向である。$K=0$ は經線の方向であるから、これは經線を角度を計る基準にした結果、當然のことでこの外に $K=W-E\cos\phi/F\cos\phi \cdots\cdots$ III 36) に應じて角度の歪のない方向がある。その方向の方位角を求めるには III 14) と III 36) によつて

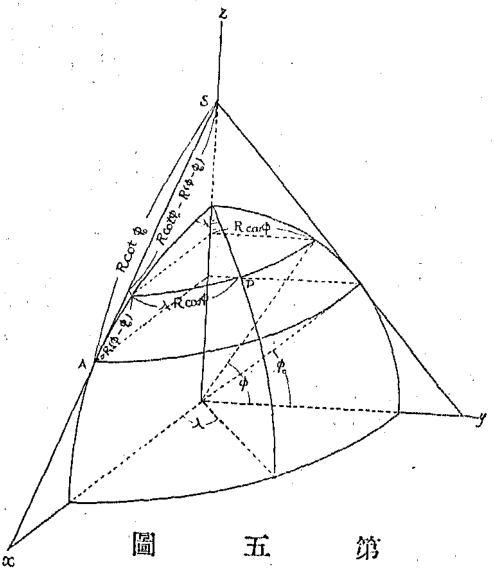
$$\cot\theta=\frac{FW^2}{W-E\cos\phi} \cdots\cdots \text{III } 37)$$

を解けばよい。

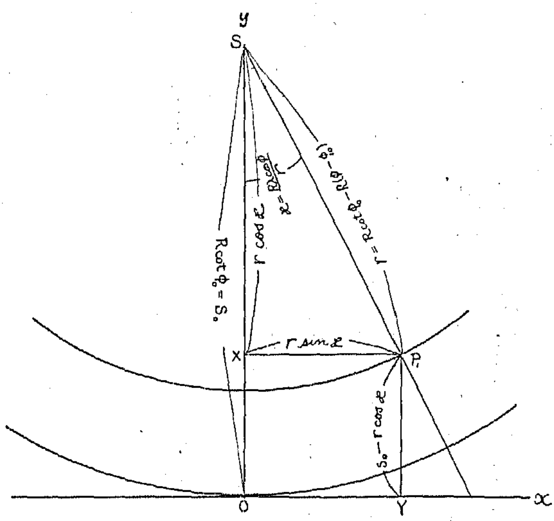
IV、ボンヌ圖法とそれに伴ふ歪について。

ボンヌ圖法は一種のプトレミー單圓錐圖法の變形と見做すべきものであつて、その緯線は此圓錐圖法の場合と同樣にして描かれる。此圓錐圖法においては、球面上の點は標準緯線に切する圓錐上に投影せられ、然る後に平面に展開せられるのであるから、標準緯線は平面の上においては半徑が$R\cot\phi_0$なる圓となる。こゝにRは地球の半徑で、ϕ_0は標準經線の緯度である。猶此圓錐圖法においては經線は正長に分割されてゐるから、一般に緯度ϕなる緯線は、平面上において標準緯線と同

第四圖



第五圖



心で半徑が $R\cot\varphi_0 - R(\varphi-\varphi_0)$ なる圓として表される。

ボンヌ圖法においては、緯線はかやうにして描かれ、經線は緯線を正長に分割する點を連ねる曲線とせられてゐる。故に經線は緯線系の同心圓の中心にて交はるが、一般には直線とならないで、中央經線を隔てるほど彎曲してくれる。

かくの如くして描かれたボンヌ圖法において、中央經線と標準緯線との交點を原點に、原點において標準緯線への切線をx軸、中央經線をy軸にとつて直交軸を考へ、球面上で (λ, φ)（但し λ は中央經線を基準にして計つた緯度）と云ふ點の、平面上における投影のこの座標軸に關する座標 (x, y) を求めて見やう。

球面上における點をP、それに應ずる平面上の投影を P_1 とする。P_1 においてy軸及びx軸に垂線 P_1X 及び P_1Y を立てると、その長さは P_1 のこの座標系に關する座標を與へる。緯線系の同心圓の中心をS、原點を0、緯度 φ なる緯線がy軸を切る點をTとする。SO は標準緯線の半徑であるから、$R\cot\varphi_0$ となるこれは函數でこれを S_0 とおく。ST は緯度 φ なる緯線の投影となる圓の半徑であるから、$ST = R\cot\varphi_0 - R(\varphi-\varphi_0)$ となる。これを r とおく。P_1 はこの圓の上にあるから、$SP_1 = r$ となる。$\angle OSP_1$ なる角を考へると、ボンス圖法において緯線は正長に分割されてゐるから、TP_1 なる弧の長さは、$\lambda R\cos\varphi$ となる。ところでこの圓の半徑は r であるから、明らかに、

$$\angle OSP_1 = \frac{\lambda R\cos\varphi}{r}$$

となる。これを α とおく。こゝにおいて直ちに $P_1X = r\sin\alpha$, $SX = r\cos\alpha$

となる。又たP₁のy座標 P_1Yは $P_1Y = XO = SO - SX = S_\circ - r\cos\text{æ}$ となる。これよりP₁點の座標x及びyは、

$$x = r\sin\text{æ} = R\{\cot\phi_\circ - (\phi - \phi_\circ)\}\sin\frac{\lambda\cos\phi}{\cot\phi_\circ - (\phi - \phi_\circ)} \cdots\cdots \text{IV } 1)$$

$$y = S_\circ - r\cos\text{æ} = R\cot\phi_\circ - R\{\cot\phi_\circ - (\phi - \phi_\circ)\}\cos\frac{\lambda\cos\phi}{\cot\phi_\circ - (\phi_\circ - \phi)}$$

として得られる。これは即ち一般論におけるx＝$f_1(\lambda\phi)$ y＝$f_2(\lambda\phi)$に當るもので之れによつて、E F, G, W を求めると、

$$E = 1 + Ⓗ^2 \quad F = \cos\phi Ⓗ, \quad G = \cos^2\phi, \quad W = \cos\phi \cdots\cdots \text{IV } 2)$$

となる、但し、$Ⓗ = \lambda(\cos\phi / r - \sin\phi) \cdots\cdots$ IV 3）のことである。

これによつてボンヌ圖法に伴ふ種々の歪を求めることができる。

面積の歪について。

ボンヌ圖法においては W＝cosφ であるから III 30）によつて、正積であることがわかる。

長さの歪について。

一、經線に沿う歪。

IV 2）によつて $E = 1 + Ⓗ_2$ となるから III 11）から經線に沿ふた歪は

$$(ds'/ds)_{\lambda = const} = \sqrt{1 + Ⓗ^2} \cdots\cdots \text{IV } 4)$$

となる。

二、緯線に沿ふ歪。

IV 2）によつて $G=\cos^2\varphi$ となるから、III 11）から緯線に沿ふた歪は

$$\left(cls/ds\right)_{\varphi=\text{const}}=1 \quad \cdots\cdots \quad \text{IV 5)}$$

となる。それで緯度の方向は、III 27）における歪のない方向の一つであることがわかる。

三、一般の方向に沿ふ歪。

先づ、III 19）なる楕圓の長軸及び短軸の長さ、及びその方向を求めやう。

III 18）と IV 2）とから、長軸の方向と經線の正の方向とのなす角を反時針方向に計つた α は

$$\tan 2\alpha=\frac{-2}{\text{Ⓗ}(\text{Ⓗ}^2+3)} \quad \cdots\cdots \text{IV 6)}$$

によつて與へられる。III 20）と IV 2）とから A^2、及び B^2 を求めると、

$$A^2=\cos^2\varphi(1+2\text{Ⓗ}\sin\alpha.\,os\alpha+\text{Ⓗ}^2(\text{Ⓗ}^2+3)\sin^2\alpha)$$
$$B^2=\cos^2\varphi(1-2\text{Ⓗ}\sin\alpha\cos\alpha+\text{Ⓗ}^2(\text{Ⓗ}^2+3)\cos^2\alpha) \quad \cdots\cdots \text{IV 7)}$$

となる。

$\text{Ⓗ}>0$, $\text{Ⓗ}<0$, に從つて $\alpha<0$ 及び $\alpha>0$ となり、又た、$B^2>A^2$, $A^2>B^2$ となるから、$\text{Ⓗ}>0$ の場合と $\text{Ⓗ}<0$ の場合とに於て、長軸と短軸の方向が經線に對して、互に反對の側にあることがわかる。

長軸及び短軸の長さを求めるために、IV 7）から A^2B^2 を求めると、

$$A^2B^2=\{1+\text{Ⓗ}^2(\text{Ⓗ}^2+3)+2\text{Ⓗ}^3(\text{Ⓗ}^2+3)\sin\alpha\cos\alpha\cos2\alpha-4\text{Ⓗ}^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\text{Ⓗ}^4(\text{Ⓗ}^2+3)^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha\}\cos^4\varphi$$

となる。更らに變形して

$$A^2B^2=\{1+\textcircled{H}^2(\textcircled{H}^2+3)+2\textcircled{H}^3(\textcircled{H}^2+3)\sin2\alpha\cos2\alpha-\textcircled{H}^2\sin^22\alpha+\frac{\textcircled{H}^4(\textcircled{H}^2+3)^2}{4}\sin^22\alpha\}\cos^4\phi$$

となる。こゝで 2α に IV 6) の値を入れゝば更らに變形されて、

$$A^2B^2=\{1+\textcircled{H}^2(\textcircled{H}^2+3)-\frac{2\textcircled{H}^4(\textcircled{H}^2+3)^2}{\textcircled{H}^2(\textcircled{H}^2+3)^2+4}-\frac{4\textcircled{H}^2}{\textcircled{H}^2(\textcircled{H}^2+3)^2+4}+\frac{\textcircled{H}^4(\textcircled{H}^2+3)^2}{\textcircled{H}^2(\textcircled{H}^2+3)^2+4}\}\cos^4\phi$$

$$=(1+\textcircled{H}^2)^2\cos^4\phi\cdots\cdots\text{IV 8)}$$

と簡單になる。同様にして A^2+B^2 を計算して簡單にすると、

$$A^2+B^2=\cos^4\phi\{2+\textcircled{H}^2(\textcircled{H}^2+3)\}\cdots\cdots\text{IV 9)}$$

を得る。これより、a 及び b を求めると、III 25) 及び III 26) によつて

$$a^2+b^2=\frac{EW^2(A^2+B^2)}{A^2B^2},\quad a^2b^2=\frac{E^2W^2}{A^2B^2}\cdots\cdots\text{IV 10)}$$

を得る。A^2及びB^2 に IV 9) を入れゝば

$$a^2+b^2=2+\textcircled{H}^2=1+E\cdots\cdots\text{IV 11)}$$

$$a^2b^2=\ 1\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{IV 12)}$$

となつて、これより a 及び b の値を求めることができる。

a 及び b は正であるから IV 12) から $ab=1$ となる。IV 11) と IV 12) から、

$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=1+E-2=\textcircled{H}^2$ を得從つて、$a-b=\pm\textcircled{H}\cdots\cdots$ IV 13) を得る。

$a>b$であるから、この複號は$\textcircled{H}$が正のときは正號を、$\textcircled{H}$が負のときは負號をとる。

同様にして$(a+b)^2$を求めると、

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=4+\textcircled{H}^2$ となり、これより、$a+b=\pm\sqrt{4+\textcircled{H}^2}$ ……IV 14)

を得るが、a、b共に正であるか複號は正をとる。實際計算をすると、$\textcircled{H}$は絶對値が非常に小さいから、$a+b$は近似的に簡單に、

$$a+b=2+\frac{\textcircled{H}^2}{4} \text{……IV 15)}$$

として差支へない。

IV 14)及びIV 15)からaとbとを求めると

$$a=1\pm\frac{\textcircled{H}}{2}+\frac{\textcircled{H}^2}{8} \qquad b=1\mp\frac{\textcircled{H}}{2}+\frac{\textcircled{H}^2}{8} \text{……IV 16)}$$

を得る、これ ds_1/ds の端の描く圓の、長軸及び短軸の長さで、長さの歪の極限値の大きさである。

IV 16)における複號は$\textcircled{H}$の正なるときは、上の方の一組を、$\textcircled{H}$の負なるときは下の方の一組をとる。

かくの如く計算した、a及びbの値と、

$$Q=\frac{a-b}{2}=\textcircled{H} \text{……IV 17)}$$

の値とを TABLE II に示す。

「此の表は北田宏藏氏、日本地圖に對する投影圖法の選擇、(地理學評論、昭和五年七月號) による。同氏の與へられた式は、III 6) とは異るけれ共、その値は何れによるも殆んど變りのないものである。

TABLE II

a, b, 及 $Q=\frac{a-b}{2}$ の表 ($\phi_0=36°$ 中央經線は東經138°)

緯度 ＼ 經度		133° E.G. 及 143° E.G.	128° E.G. 148° E.G.	123° E.G. 153° E.G.	120° E.G. 156° E.G.
52°	a	1.00995	1.01999	1.03014	1.03627
	b	0.99015	0.98040	0.97075	0.96500
	Q	0.00990	0.01979	0.02969	0.03563
48°	a	1.00743	1.01492	1.02247	1.02702
	b	0.99262	0.98529	0.97803	0.97369
	Q	0.00740	0.01482	0.02722	0.02666
44°	a	1.00494	1.00991	1.01490	1.01791
	b	0.99508	0.99018	0.98531	0.98241
	Q	0.00493	0.00987	0.01480	0.01775
40°	a	1.00247	1.00494	1.00742	1.00891
	b	0.99754	0.99508	0.99264	0.99116
	Q	0.00247	0.00493	0.00739	0.00837
36°	a	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
	b	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
	Q	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
32°	a	1.00247	1.00494	1.00742	1.00891
	b	0.99754	0.99508	0.99264	0.99116
	Q	0.00247	0.00493	0.00739	0.00837
28°	a	1.00494	1.00990	1.01489	1.01790
	b	0.99508	0.99020	0.98533	0.98242
	Q	0.00493	0.00985	0.01478	0.01774
24°	a	1.00741	1.01489	1.02241	1.02686
	b	0.99264	0.98533	0.97808	0.97374
	Q	0.00738	0.01478	0.02217	0.02651
20°	a	1.00989	1.01988	1.02996	1.03606
	b	0.99020	0.98051	0.97092	0.96520
	Q	0.00985	0.01968	0.02954	0.03543

此の表によつても明らかなる如く、正軸投影におけるボンヌ圖法において、Qの分布はほゞ中央

經線と標準緯線とを漸近線とする双曲線に近いから、千島、臺灣、南滿洲、小笠原島等においては0,03以上の大きな値をとるにかゝはらず、遠い大洋上や大陸においては、非常に0に近い値をとるところがある。これは序論において述べたことと一致するもので、ボンヌ圖法は正軸投影における等距圏方位線がほゞ經緯線を二等分するやうな斜軸投影に用ひた方が、Qの分布が日本地圖に對して都合のよいことを、如實に示すものである。

角度の歪について。

球面上と平面上において、經線の方向を一致させたとき、Kに應ずる方向に對する角度の歪を求めるには、III 34）に IV 2）の値を入れて、

$$\tan(\delta_1-\delta)=\frac{\textcircled{H}\cos\phi K(\textcircled{H}+\cos\phi K)}{1+\textcircled{H}^2+\textcircled{H}\cos\phi K+\cos^2\phi K^2}\cdots\cdots\text{IV 18)}$$

を得る。

之れによつて角度の歪の極限値及びその方向を求めるには、IV 18）をKについて微分して0とおけば、

$$2\cos\phi\textcircled{H}K+\cos\phi\textcircled{H}^2=0\cdots\cdots\text{IV 19)}$$

となる、この方程式は、元來二次方程式となるものであるから、その二根は、$K=\infty$ 及び $K=\frac{-\textcircled{H}}{2\cos\phi}$ であると考へる。$K=\infty$ に對する方向は緯線の方向であつて、それに應ずる歪の極限値は　$\tan(\delta_1-\delta)=\textcircled{H}\cdots\cdots\text{IV 20)}$

で與へられる。$K=-\frac{\textcircled{H}}{2\cos\phi}$に對する方位角を$\theta_1$とすれば、$\theta_1$は

$$\cot\theta_1=-\frac{2}{\textcircled{H}}-\textcircled{H}\quad\cdots\cdots\mathrm{V}\ 21)$$

で與へられ、又たそれに應ずる歪の極限値は

$$\tan(\partial'-\partial)=\textcircled{H}\left(1-\frac{4+4\textcircled{H}^2}{4+3\textcircled{H}^2}\right)\cdots\cdots\mathrm{IV}\ 22)$$

となる。

$\textcircled{H}$の正なるときは、緯線の方向においては$\partial_1>\partial$となり、$K=-\frac{\textcircled{H}}{2\cos\phi}$の方向においては$\partial_1<\partial$となる。$\textcircled{H}$の負なるときは、その反對となる。これによつて見ると角度の歪は$\textcircled{H}$のみの函數に、從つてQの函數となるからQと同様に分布されてゐる。故に日本地圖に對するボンヌ圖法においては正軸投影よりも、斜軸投影の方角度の歪についても都合がよいと云ふことができる。

奈良南方の第三紀層

槇　山　次　郎

奈良市の南方に大和盆地の東縁に沿うて第三紀層がある事は二十萬分一大阪地質圖幅に明かに圖示されてある。其區域は南北に細長く鹿野(ロクヤ)園(オン)より丹波市の東、天理教本部附近にまで及んでゐる。此第三紀層を藤原層と命名する。藤原の陸軍射撃場に模式的の露頭が見られるからで