

き吳左海の助力を得て第二版をつくつたといふ、この事はブラッドレーには Huzohai の請によつて訂正したとかいた吳左海である。ついで辛丑萬曆二十九年（一六〇二年、我慶長六年にあたる）北京にゆき李之藻の激勵を得て、はじめてこの壬寅孟秋版をつくり、誤譯を改め、國名をまし、空白の所に地志の大體をしるし、はじめてこの書の完成した所以をのべ、大なるアピアン圖の外に、極を中心とする兩半球圖二をいれた理由をしるしてゐるのである。

かうした天地を知つてはじめて天地を主宰する全能の神を信するに至るべきことを説いてゐるのも面白いではないか。

バッドレー氏の報告よりも、この一篇の自序の方が、本圖の由來を明にするとと思ふからこゝにこの全部をかけたのである。（未完）

日本地圖に適應したボンヌ氏斜軸投影圖法 (三)

丸 山 隆 玄

V 斜軸投影におけるボンヌ圖法について。

斜軸投影として特別の圖法があるのではなく、正軸投影における、經緯線の代りに、新しい極に對する方位線、及び等距圈を、經緯度の代り新しい極に對する方位と、新しい極に對する赤道からの緯度とを用ひて、正軸投影と同じ圖法により描かれる。それで序論に述べた通りに、歪の値につい

ては兩者共に同じ程度であるが、その分布の状態をかへることができるから、くに斜軸投影を用ひて、我國の地形に應じて都合のよい歪の分布をとらしめることができることは前節に示す通りである。

かやうな斜軸投影に對する新しい極としてIの第三の例により（東經四十五度、北緯四十五度）をとつて、その方位線、等距圏網を描けば、その等距圏は經緯線をほゞ北東から南西に二等分し、その方位線は、これとほゞ直交するから、この點を新しい極にとつた斜軸投影は、此の場合に適してゐるものである。

その上、この點を極にとれば、IIに示したやうに方位線、等距圏網の計算が簡單になるから、日本地圖に對してボンヌ圖法を用ひる場合には、かやうな斜軸投影が一番適してゐると思はれる。

かやうな斜軸投影に關する、歪その他の關係式は、經緯度の代りにTABLE I による ϕ 及び a を用ひて、正軸投影の場合のものをそのまま用ひることができる。但し經緯線に關するものは、正軸投影のやうに簡單にはならないから、それについては別に方程式を求めて、吟味しなければならぬ。

TABLE I による斜軸投影によつて、ボンヌ圖法による日本地圖を描くために、先づ中央方位線及び標準等距圏を決定しやう。今 TABLE I に $\phi = 25^\circ$ と云ふ等距圏と、 $a = 25^\circ$ と云ふ方位線とを考へて見る。前者は丁度北東から南西へ、樺太、千島の間から、北海道の本島を横斷し日本海に出で、中國地方において本州を横切り、四國西部から九州の東南部、琉球の西方から臺灣

東方の海上に至つてゐるし、後者は南滿洲から朝鮮を横斷して、中國四國を経て、小笠原諸島の附近に至つてゐるから、この二方向を、標準等距圈及び、中央方位線にとることは、此場合においてもきつめて適當であることがわかる。

斜軸投影におけるボンヌ圖法の描き方。

かゝる斜軸投影によつて、ボンヌ圖法を描くには、正軸投影の場合の經緯度 (λ, ϕ) の代りに TABLE I における a 及び ψ を用ふれば、 λ から、平面上において、中央方位線 $\psi = 25^\circ$ 。標準等距圈 $\phi = 25^\circ$ 。との交點を原點にとり、中央方位線を y 軸に標準等距圈 x 軸にとつて、直交軸を考へると球面上 (a, ψ) と云ふ點のこの平面上における投影の、この座標系に關する座標 x 及び y は、IV D) と同様にして次のやうになる。

$$\left. \begin{aligned} x &= R \left\{ \cot 25^\circ - (\phi - 25^\circ) \right\} \sin \frac{(a - 25^\circ) \cos \phi}{\cot 25^\circ - (\phi - 25^\circ)} \\ y &= R \cot 25^\circ - R \left\{ \cot 25^\circ - (\phi - 25^\circ) \right\} \times \cos \frac{(a - 25^\circ) \cos \phi}{\cot 25^\circ - (\phi - 25^\circ)} \end{aligned} \right\} \dots V 1)$$

これによつて、方位線、等距圈網を描くことができ、従つて經緯線網もそれより TABLE I によつて描くことができる。

斜軸折影における經緯線について。

斜軸投影においては、方位線、等距圈網によつて地圖を描くのであるから、經緯線は描圖上直接には必要はないが、球面上において點の位置を示す基準になる要素であるから、地圖の上において

も之れを示さなければならぬし、又たそれに沿ふ歪をも詳しく吟味しなければならないから、斜軸投影においては經緯線が如何なる形になるか、考へなければならぬ。

實際上地圖の上に之れを描くには、經緯線網の網目にあたる點の a 及び ϕ から、(V1) によつて α 及び β を求め、平面上において之れ等の點を連結すれば得られるが、その方向に沿ふた歪を求めたりその他、數學的の取扱ひをなすには、改めてその方程式を求めなければならぬ。

そこで次に TABLE I を用ひた斜軸投影によつて經緯線の方程式を求めて見やう。

II に掲げる圖を用ひて、球面三角形 ANP に餘弦法則を適用すれば

$$\sin(90^\circ - \phi) \sin \delta \cos \alpha = \cos(90^\circ - \phi) - \cos \delta \cos(\lambda - \lambda_0)$$

となる。今 ϕ_0 は 45° であるから、これは

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \delta \cos \alpha = \sin \phi - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \delta \dots (V2)$$

となる。更らに餘弦法則によつて

$$\cos \delta = \cos(90^\circ - \phi) \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \phi) \sin(90^\circ - \phi) \cos(\lambda - \lambda_0)$$

を得る。 $\phi_0 = 45^\circ$ 及び (V2) の $\cos \delta$ を (V2) に代入すれば

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \delta \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \phi - \frac{1}{2} \cos \phi \cos(\lambda - \lambda_0) \dots (V3)$$

となる。それで II に掲げると同様に α, β, λ を α, ϕ, λ にかへると、それによつて (V3) は變形され

$$\sqrt{2} \cos \phi \sin a = \cos \phi \sin \mu + \sin \phi \dots \dots \dots V4)$$

となることより II(6) III(7) より得た。

$$\sqrt{2} \sin \phi = \sin \phi - \cos \phi \sin \mu \dots \dots \dots V5)$$

$$\cos a \cos \phi = \cos \phi \cos \mu \dots \dots \dots V6)$$

から、 μ 又は ϕ を消去して経線及び緯線の方程式を求めることができる。

V4)+V5) を作れば、

$$\sqrt{2} \sin \phi = \cos \phi \sin a + \sin \phi \dots \dots \dots V7)$$

となる。これは μ を含まないから、緯線の方程式である。同様に V4)-V5) を作ると、

$$\sqrt{2} \cos \phi \sin \mu = \cos \phi \sin a - \sin \phi \dots \dots \dots V8)$$

となる V 8) より V 6) よりを邊々相除すれば

$$\sqrt{2} \tan \mu = \tan a - \sec a \tan \phi \dots \dots \dots V9)$$

となる。これは ϕ を含まないから、経線の方程式である。

かやうに経緯線の方程式を求めると、その方向における歪の吟味をすることができる。

かやうに経緯線の方程式が、簡単に求め得られたのは、實に $\omega \parallel \omega'$ とおいた爲であつてかやうな點を極にとると云ふことは、IIに示したやうに、單に方位線、等距圏網の計算が簡單になつたばかりでなく、経緯線の方程式において、従つて経緯線に沿ふ歪の吟味にあつて、計算が非常に簡單になる爲めであつたことは特に注意すべきことである。

次にボンヌ圖法をかゝる斜軸投影に用ひた場合の歪について計算して、その分布の様子を調べて見やう。

VI 斜軸投影におけるボンヌ圖法の歪の分布に就いて。

ボンヌ圖法を斜軸投影に用ひんとする目的は、我版圖内において、陸地の部分における歪を小さくするためであるから歪に就いての吟味の要點も亦此處になければならない。それで歪について吟味せんとする點を、我版圖内の陸地若しくは陸地に近い海洋上にとつて、それらの點についての歪の状態が、正軸投影よりも良好になつてゐれば、それで以つて斜軸投影を用ひた目的は達せられてゐるわけである。それ故に歪を吟味せんとする點としては、我版圖内の陸上にあるか、又は陸地に近い海洋上にある次の十八ヶ所の點をとる。

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------|
| A (東經百四十五度、北緯五十度) 樺太國境東方海上 | B (東經百五十度、北緯五十度) 樺太千島中間海上 |
| C (東經百五十五度、北緯五十度) 千島幌筵島東方海上 | D (東經百四十度、北緯四十五度) 北海道利尻島西方海上 |
| E (東經百四十五度、北緯四十五度) 北海道北見東北海上 | F (東經百五十度、北緯四十五度) 千島得撫島東南海上 |
| G (東經百二十度、北緯四十度) 支那秦皇島附近 | H (東經百二十五度、北緯四十度) 朝鮮平安北道定州附近 |
| I (東經百三十度、北緯四十度) 朝鮮城津東南海上 | J (東經百四十度、北緯四十度) 秋田縣八郎潟湖上 |
| K (東經百二十五度、北緯三十五度) 朝鮮木浦西方海上 | L (東經百三十度、北緯三十五度) 九州對馬東方海上 |
| M (東經百三十五度、北緯三十五度) 兵庫縣多可郡加古川流域附近 | N (東經百四十度、北緯三十五度) 千葉縣安房和田附近海上 |
| O (東經百三十度、北緯三十度) 鹿兒島縣薩南諸島口ノ島附近海上 | P (東經百二十度、北緯二十五度) 臺灣海峽新竹 |
| Q (東經百二十五度、北緯二十五度) 沖繩縣宮古島北方海上 | R (東經百四十五度、北緯二十五度) 小笠原諸島東南海上 |

これらの點の α 及び ϕ は TABLE III に示される通りである。

T A B L E III

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
ϕ	27°33'8	25°5'4	22°43'2	27°9'2	24°24'3	21°45'1	36°29'7	33°16'2	30°6'9
α	44°26'0	46°43'2	49°5'6	37°39'4	40°7'3	42°39'9	23°1'0	25°32'0	28°5'5
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
ϕ	24°2'2	30°24'6	27°8'2	28°55'9	20°47'8	24°0'7	27°41'4	24°12'7	10°48'6
α	31°19'3	20°48'1	28°31'0	26°20'5	29°12'0	19°11'1	8°38'2	11°52'0	24°40'6

これらの點の歪について吟味するには先づ (IV2) によつて、E、F、G、及び W を計算しなければならぬ。TABLE III を用ひてこれらの値を計算したものと、及び

$$\textcircled{II} = a \left(\frac{\cos \phi}{r} - \sin \phi \right) \dots \dots \text{VI I}$$

但し $r = \cot 25^\circ - (\phi - 25^\circ)$.

によつて求められた \textcircled{II} の値を、TABLE V に示す。

TABLE IV

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
①	+0.01342	+0.00054	-0.01516	+0.00753	-0.00249	-0.01588	+0.00628	+0.00122	+0.00475
E	1.00018	1.00000	1.00023	1.00006	1.00001	1.00024	1.00004	1.00000	1.00002
F	0.01189	0.00049	-0.01398	0.00670	-0.00227	-0.01470	0.00504	0.00102	0.00411
G	0.78588	0.82019	0.85033	0.73228	0.82928	0.86257	0.64599	0.69905	0.74826
W	0.88650	0.90564	0.92240	0.89006	0.91065	0.92880	0.80373	0.83610	0.86502
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
②	-0.00223	+0.00639	+0.00087	-0.00038	-0.00487	-0.00127	+0.01216	-0.00307	-0.00119
E	1.00001	1.00004	1.09000	1.00000	1.00002	1.00000	1.00015	1.00001	1.00000
F	-0.00208	0.00551	0.00078	-0.00035	-0.00455	-0.00116	0.01076	-0.00299	-0.00117
G	0.83482	0.74874	0.79196	0.83545	0.87394	0.83441	0.78407	0.83181	0.95817
W	0.91331	0.86240	0.83992	0.91340	0.93435	0.91346	0.88548	0.91204	0.98220

次に此らの値を用ひて各點に於ける歪の吟味をしよう。

面積の歪について。

ボンヌ圖法は正積であるから、面積の歪はない。

長さの歪について。

方位線に沿ふ歪は、IV 4 に従つて $\sqrt{1+\epsilon}$ となる。

等距離に沿ふ至は、IV 5 より 1 であるからこの方向には至はなす。

一般の方向に於ける至につき。

一般の方向に於ける至の極限値は IV 16) によつて

$$a = 1 + \frac{\textcircled{a}}{2} + \frac{\textcircled{a}^2}{8}$$

$$b = 1 + \frac{\textcircled{b}}{2} + \frac{\textcircled{b}^2}{8}$$

とす。

かかる極限値をとる方向はの方位線となす角度は、IV 6) によつて

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{-2}{\textcircled{a}(\textcircled{a}^2 + 3)}$$

で與へられる。

これらの種々の値、及び $Q = \frac{a-b}{2} = \frac{\textcircled{a}}{2}$ の表を TABLE V にかゝらる。

TABLE V

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$1+6^2$	1.00009	1.00000	1.00012	1.00003	1.00000	1.00012	1.00002	1.00000	1.00001
a	1.00673	1.00027	1.00761	1.00377	1.00125	1.00794	1.00313	1.00061	1.00238
b	0.99330	0.99973	0.99245	0.99625	0.99875	0.99212	0.99687	0.99939	0.99762
Q	0.00671	0.00027	0.00758	0.00376	0.00125	0.00791	0.00313	0.00061	0.00238
α	$-44^\circ 25' 3$	$-44^\circ 58' 6$	$+44^\circ 20' 9$	$-44^\circ 40' 6$	$+44^\circ 53' 5$	$+44^\circ 19' 2$	$-44^\circ 43' 8$	$-44^\circ 58' 9$	$-44^\circ 42' 8$

點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
$\sqrt{1+g^2}$	1.00000	1.00002	1.00000	1.00000	1.00001	1.00000	1.00007	1.00000	1.00000
a	1.00114	1.00319	1.00044	1.00019	1.00243	1.00063	1.00609	1.00151	1.00059
b	0.99386	0.99681	0.99956	0.99981	0.99751	0.99937	0.99395	0.99849	0.99241
Q	0.00114	0.00319	0.00044	0.00019	0.00243	0.00063	0.00607	0.00151	0.00059
α	+44°54'1	-44°43'6	-44°57'8	+44°59'0	+44°47'4	+44°56'6	-44°28'7	+44°52'0	+44°56'9

この表を TABLE II と比べて見るに、Q の如き 0.03 を超えたものが、この表に於ては 0.01 に達する處がない。従つて a 、及び b についても、はるかによい値を得たことがわかる。それでは a の歪については、これらの點における値を、TABLE II における値の三分の一以下にすることができたから、斜軸投影を用ひた目的が、ほとゞ達せられたと云ふことができる。

之らの値の正軸投影と斜軸投影の場合に就ての分布の状況は本章第六・第七圖に示す通りである。ポンス圖法に於ては、等距離に沿ふては長さの歪がない。故に III (27) は既に一實根を持つからその外にもう一つ長さの歪のない方向が存在してゐることがわかる。それを求めるために、ポンス圖法に關する III (27) に相當する式を作ると

$$2\cos\phi \textcircled{K} + \textcircled{M} = 0 \dots \text{IV } 2)$$

を得るから、この方向は $K = \frac{-\textcircled{M}}{2\cos\phi}$ に應ずる方向であることがわかる。この方向の方位線となす角は、TABLE IV の \textcircled{M} を用ひて計算される。その値は TABLE VI に示す通りである。

TABLE VI

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
θ_1	0°22'8	0°0'9	-0°26'0	0°12'3	-0°4'3	-0°28'1	0°10'8	0°2'1	0°5'3
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
θ_1	-0°3'9	0°10'9	0°1'5	-0°0'6	-0°8'3	-0°2'1	+0°20'3	-0°5'3	-0°2'0

角度の歪、について。

角度の歪に關する種々の公式も、正軸投影におけるものが、そのまゝあてはまるものであるが只此の場合においては基準となる方向が、經線の方角ではなくて、方位線の方角になることを注意しなければならぬ。

角度の歪の極限値を與へる方向及び、その大小を見るには、(IV 20) (IV 21) によつて、その一つは等距離の方角で、それに應ずる歪は、

$$\tan(\delta' - \delta) = \textcircled{B} \quad \text{で與へられる。}$$

更にもう一つの極限値に應ずる方向は、 $K = \frac{1}{2 \cos \phi}$ (B) に應ずる方向で、その方位線となす角、 θ_2 は (IV 21) によつて與へられ、その方向の歪の大小は、(IV 22) によつて與へられる。B が 0 に近いから、この方向における角度の歪 θ_2 は殆んど 0 に近いものであるからこの値は別に表と

してかゝげなす。

次にIIIに於いて與へられた、角度の歪のない方向を求めやう、そのために

$$K = W - E \cos \phi / F \cos \phi \dots \dots VI 3)$$

に相當するものを作れば、

$$K = \frac{-\textcircled{II}}{\cos \phi} \dots \dots VI 4)$$

を得る。この方向の方位線となす角度は、III 14)によつて、 $\text{cot} \gamma = -\frac{1}{\textcircled{II}}$ で與へられる。

TABLE V は、かうな方向、及びそれらの方向の歪について計算した表である。

T A B L E VII

(ω の - は $\alpha_1 < \alpha_2$ なる筈なり) ($\tan(\alpha_1 - \alpha_2) = 0$ に應ずる $\alpha_1 - \alpha_2$ を ω で表す)

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
γ	0°45'6	0°1'8	-0°52'1	0°25'9	-0°3'5	-0°54'2	0°21'6	0°4'2	0°16'4
α_2	0°22'8	0°0'9	-0°28'0	0°12'8	-0°4'3	-0°28'1	0°10'8	0°2'1	0°8'3
ω	0°45'6	0°1'8	-0°52'1	0°25'9	-0°3'5	-0°54'2	0°21'6	0°4'2	0°16'4
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
γ	-0°7'8	0°21'9	0°3'1	-0°1'2	-0°16'6	-0°4'2	0°41'7	-0°10'6	-0°4'1
α_2	-0°3'9	0°10'8	0°1'5	-0°0'6	-0°8'3	-0°2'1	0°20'8	-0°5'3	-0°2'0
ω	-0°7'8	0°21'9	0°3'1	-0°1'2	-0°16'6	-0°4'2	0°41'7	-0°10'6	-0°4'1

之等の方向の長さの歪について考へて見やう。方位線の方向に關する歪は TABLE IV に既に計算してあるし、等距圈及び、 $K = \frac{1}{2\cos\phi}$ に應ずる方向は、長さの歪のない方向であるから、單に $K = \frac{1}{\cos\phi}$ の方向における歪のみを考へて見ればよい。この方向に應ずる歪は、(III 10) にポンヌ圖法に關する値を入れると、

$$ds_x/ds = \frac{1}{\sqrt{1+\textcircled{1}}} \dots \text{VI 5}$$

となる。TABLE VIII はこの値を計算したものである。

TABLE VIII

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
歪	0.99991	1.00000	0.99989	0.99996	1.00000	0.99983	0.99998	1.00000	0.99999
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
歪	1.00000	0.99998	1.00000	1.00000	0.99999	1.00000	0.99993	0.99999	1.00000

經緯線の方角と、それに沿ふ歪。

經緯線は、斜軸投影においては、描圖上直接の關係はないが、地球上において位置を示す基準となるものであるので、地圖の上にも之れを示さなければならぬし、それにそつた歪も吟味しな

ればならぬ。

その方程式は既に(VI)及び(V9)に出してあるから、これを用ひて先づ方位線となす角を求めやうそのために、(V7)及(V9)から、それらの方向に於ける $da/d\phi = K$ を計算すると。

$$K\phi = \frac{\sin\phi \sin\alpha - \cos\phi}{\cos\phi \cos\alpha} \dots\dots VI 6)$$

$$\frac{1}{K\phi} = \cos^2\phi \operatorname{seca} - \tan\alpha \cos\phi \dots\dots VI 7)$$

を得る、各點についてこの値を計算した結果を TABLE IX に掲げらる。

TABLE IX

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$-K\phi$	0.87629	0.83991	0.90818	0.90977	0.91326	0.92242	0.97497	0.99893	0.97012
$1/K\phi$	0.688863	0.72989	0.77272	0.72072	0.75736	0.79564	0.62982	0.69481	0.72591
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
$-K\phi$	0.94541	0.93885	0.98706	0.93988	0.97480	0.95981	0.88812	0.91799	0.99894
$1/K\phi$	0.78859	0.71314	0.78171	0.82704	0.85192	0.80098	0.69615	0.76859	0.96869

此等のKを用ひて(III, 14)により方位線となす角を求めることができる。既に歪の極限值をとる方向、その他を方位線を基準にして角を求めてあるから、これによつて、

それらの方向の經緯線となす角を求めることが出来る。かくして求めた經緯線の方位線となす角の及び θ を TABLE X にかゝげる。これによつてボンヌ圖法に關する、斜軸投影に於いては經緯線は直交してゐないで、その差はほんゞに等しいことを知る。

こゝに θ は緯線の負の方向が、方位線の正の方向となす角である。

TABLE X (Eの方向となす角である)

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
θ	37°32'8	38°51'2	40°18'5	38°49'7	39°48'5	40°57'7	37°56'8	39°42'0	39°43'2
θ	51°40'7	51°7'1	50°32'8	50°44'4	50°20'1	49°56'6	51°41'5	50°13'8	49°50'1
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
θ	40°53'1	39°26'2	41°16'3	42°3'8	42°28'1	41°16'3	37°54'7	40°1'5	44°29'2
θ	49°15'7	50°11'5	48°40'5	47°52'4	47°48'5	48°47'9	51°23'6	50°9'6	45°34'9

經緯線に沿ふた長さ及び角度の歪を求めるには TABLE IX に求めた K_0 及び K_1 の値を (III 10) (III 34) に入れればよい。かやうにして得た、經緯線に沿ふ長さの歪を緯線に沿ふ歪 θ 及びそれぞれに沿ふ角度の歪 ω の表を次の TABLE XI にかゝげる。

TABLE XI (—は $\alpha < \beta$ なる歪なり)

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I
β	0.99353	0.99974	1.00750	0.99633	1.00123	1.00786	0.99696	0.99940	0.99767
α	1.00651	1.00026	0.99279	1.00359	0.99918	0.99220	1.00804	1.00059	1.00231
ω	0°17'9	0°0'9	-0°21'8	0°10'3	-0°3'5	-0°23'2	0°8'3	0°1'7	0°6'9
ω	0°28'8	0°1'1	-0°30'5	0°19'5	-0°5'2	-0°31'2	0°13'5	0°2'6	0°9'6
點	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
β	1.00103	0.99687	0.99957	1.00019	1.00242	1.00054	0.99412	1.00151	1.00059
α	0.99888	1.00814	1.00042	0.99981	0.99757	0.99987	1.00592	0.99849	0.99941
ω	-0°3'3	0°8'9	0°1'4	-0°0'5	-0°7'5	-0°1'6	0°15'8	-0°4'5	-0°2'1
ω	-0°4'5	0°13'1	0°1'7	-0°0'8	-0°9'1	-0°2'6	0°25'4	-0°6'2	-0°2'2

これによつて見ると、經緯線の方角はほゞ α 及び β の方向に一致してゐることがわかる。

結論 これまでに吟味した、種々の歪の値によつて、斜軸投影におけるボンヌ圖法を見るに、そ

の長さの歪については、既に吟味した様に極限値の最も都合の悪い場合において、正軸投影のほゞ三分の一にすぎない。又た角度の歪に關しても、TABLE VII に於ける値はその最も大なるものと云へども、 1° に達するものはない。しかるに正軸投影においては、最も大なる角度の歪は、 4° を超えてゐるものもある。(前掲、北田氏論文參照)

圖 六 第

圖布分差誤るよに法影投軸正氏ヌンボ

日本地圖に適應したボンヌ氏斜軸投影圖法

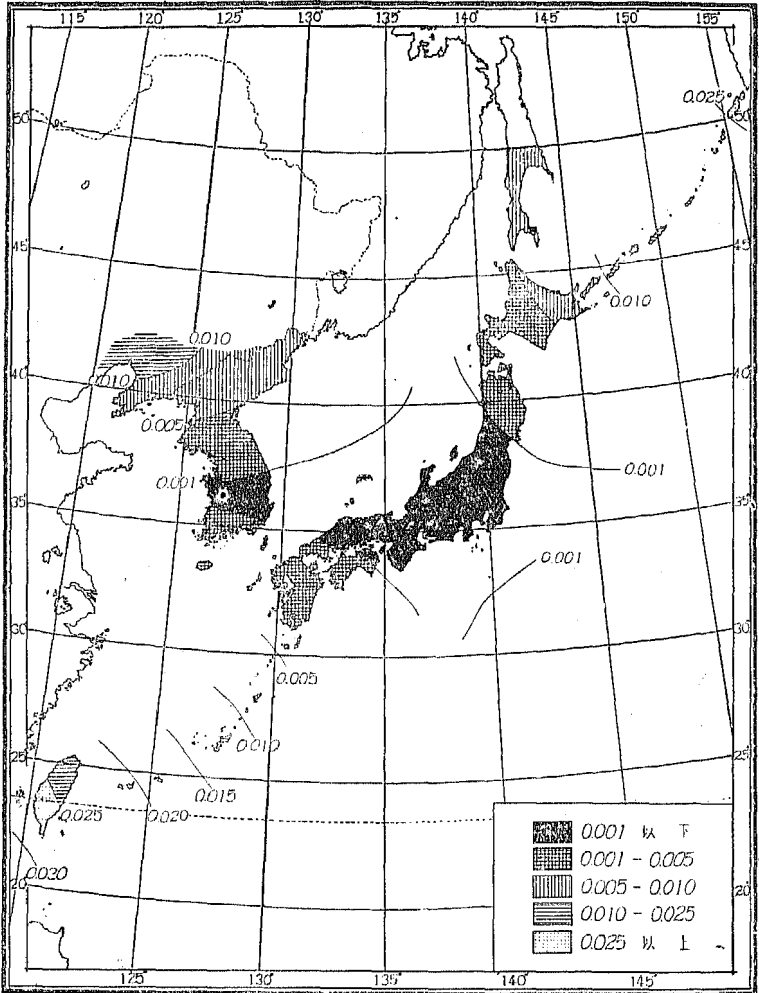


圖 七 第

圖布分差誤るよに法影投軸斜氏ヌンボ

地

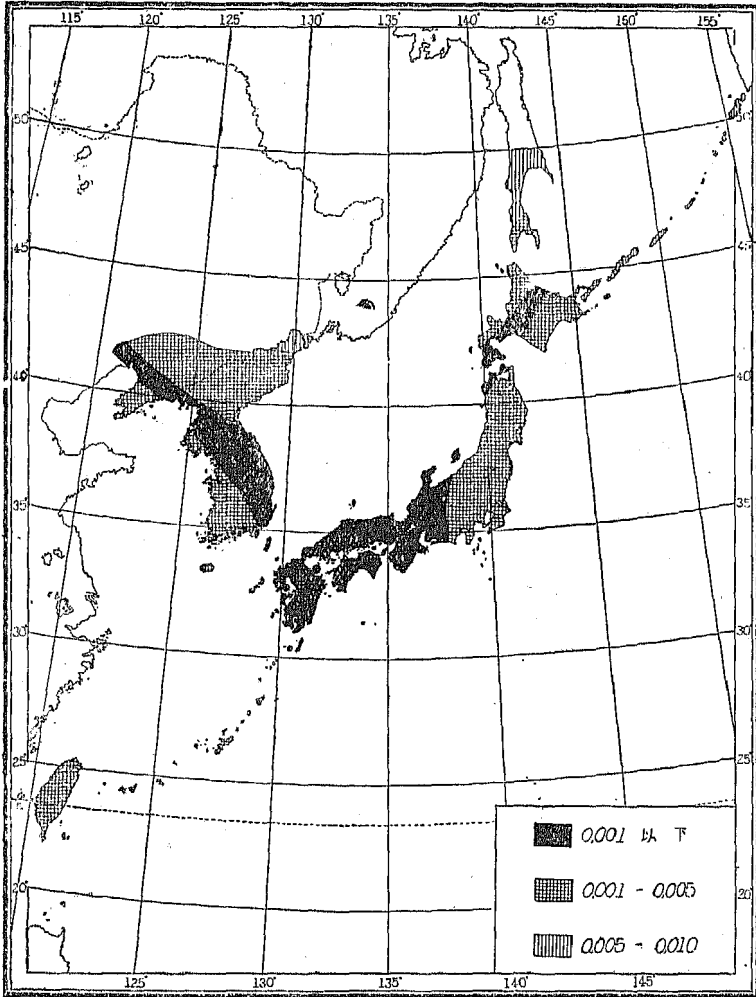
球

第十五卷

第三號

三

三〇



それ故に、かゝる斜軸投影を用ひることによつて、ボンヌ圖法によつて、日本地圖を描く際に、その歪の分布をさわめて、理想的にすることを得たと云ひ得るであらうと思ふ。

又た、此の圖法を他の斜軸投影に比べて見るに次の諸點において勝つてゐると思ふ。

一、單に樺太、千島、北海道、本州、四國、九州、琉球、臺灣のみならず、南滿洲、朝鮮、小笠原諸島における歪も、さわめて、小さいこと。(前掲、北田氏論文參照)

二、新しい極を適當にとつたため、方位線、等距圏網の作成が比較的容易となつたこと。

この點は實際に計算する上に極めて重要なことで、歪の極めて少ない圖法でも、計算が、繁雜では實際に利用することが困難になるのである。

二、經緯線の方程式が、簡單になり、従つてそれに沿ふ歪の計算が容易になつたこと。

四、圖法が正積なること。

かゝる理由によつて、新しい極を(東經四十五度北緯四十五度)にとつた、斜軸投影による、ボンヌ圖法は、日本地圖に對する投影法として、極めて理想的なものであることを確信する。

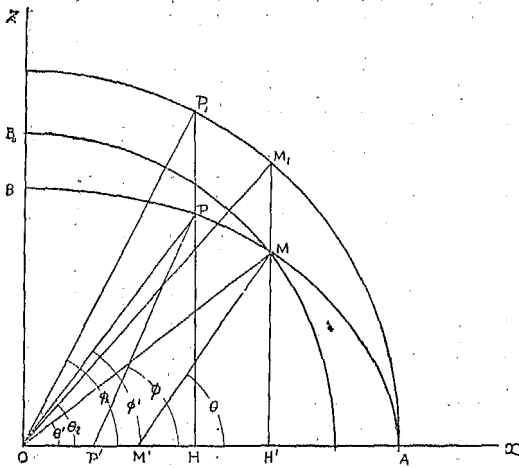
VII 附 言

廻轉楕圓體を球に投影することに就いて。

地球の形狀は廻轉楕圓體であるが、斜軸投影における、便宜上、これを球と考へたのである。廻轉楕圓體を球と考へると云ふことはつまり廻轉楕圓體の表面を球面に投影することであつて、これによつて實際とどの位ひの差を生じるか、即ちかゝる投影による歪はいかなる値をとるか、と云ふ

ことは深く考へなければならぬことである。この場合における歪は、この投影法によつて變るものであるから、いかなる投影法によるが歪が最も小さいかと云ふことは、研究を要する問題であるがこゝには、最も簡單な場合について、少しばかり吟味するに止めて、また機を見て、深く吟味して見たいと思ふ。

第八圖



廻轉橢圓體を通る切口を見ればよいから、圖において廻轉軸を OX 軸にとり、 AMB 平面の切口について考へやう圖に於て AMB を橢圓體の切口、 $A'MB'$ を球の切口としやう、橢圓體上の一 P における緯度とは、 P において橢圓體に立てた法線が、 OX 軸となす角、 $\angle PP'X$ のことで、之れを地理緯度と云ふ。この外に P と原點 O とを結んで得られを地心緯度、又た P において OX 軸に垂線を立て、それを OA' を半徑として、 O を中心とする圓と P_1 に交らしめ、 P_1 と O とを結んで得られる角、 $\angle P_1OX$ 球面緯度を考へる。以下之れ等を ϕ, ϕ' にて示すことにする。

次に此れ等の關係を求めるには、橢圓體の長軸の長さを a 、短軸の長さを b とすれば、 P 點の直交座

標 (α, β) は明らかに、

$$x = a \cos \varphi, \quad z = b \sin \varphi, \dots \text{VII 1)}$$

で與へられる。同様にして x 及 z はまた、

$$x = O P \cos \varphi', \quad z = O P \sin \varphi', \dots \text{VII 2)}$$

とかくこゝに φ と φ' との關係を、

$$z/x = \tan \varphi' = b/a \tan \varphi, \dots \text{VII 3)}$$

となる。又た長軸が a 、短軸が b なる楕圓の方程式は $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ である。ゆへ P 點における、

楕圓の法線が、 x 軸となす角であるから、

$$\tan \varphi = - \frac{dx}{dz} = \frac{a^2}{b^2} \frac{z}{x} = \frac{a^2}{b^2} \tan \varphi'$$

となり、これより (VII 3) から φ と φ' の間には

$$\tan \varphi = \frac{a}{b} \tan \varphi', \quad = \frac{a^2}{b^2} \tan \varphi', \dots \text{VII 4)}$$

なる關係がある。

楕圓體を投影するに球の切口を A.M.B. とすれば、その半徑は OM に等しくなる。M 點の緯度を $\theta, \theta', \theta_1$ とすれば

$$OM^2 = R^2 = a^2 \cos^2 \theta_1 + b^2 \sin^2 \theta_1 = a^2 (1 - e^2 \sin^2 \theta_1) \quad \text{よつて} \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad \text{ゆへ} \quad e = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad \text{なること VII 4) なる$$

$\tan^2 \theta_2 = a^2 \nu \tan^2 \theta_1$ となるから、これより、 $\sin^2 \theta_2 = \frac{\tan^2 \theta_2}{1 + \tan^2 \theta_2}$ (VII 4) の関係を入れれば、

$$\sin^2 \theta_2 = \frac{a^2(1-e^2)}{(1-e^2 \cos^2 \theta_1)} \nu^2 \quad \nu^2 \text{ なる。}$$

これにより、 OM を求めらる。

$$OM^2 = R^2 = a^2 \left(1 - \frac{e^2 \sin^2 \theta_1}{1 - e^2 \cos^2 \theta_1} \right) = \frac{a^2(1-e^2)}{(1-e^2 \cos^2 \theta_1)} \dots \dots \text{VII 5}$$

となる。

そこで楕圓體を、かゝる球に中心から投射的に投影したときの歪を考へて見やう。これは楕圓體上の點が經度が等しく、且つ地心緯度が等しいやうな球面上の點と對應してゐるものと考へられる楕圓體に於いて、經線と $\varphi_1 = \text{const}$ なる緯線とを助變數曲線にとれば、楕圓體の方程式は

$$x = a \cos \varphi_1 \cos \lambda, \quad y = a \cos \varphi_1 \sin \lambda$$

$$z = b \sin \varphi_1 \dots \dots \dots \text{VII 6)}$$

となる。今、 ν なる地心緯度を持つ點を球面上の緯度 φ と云ふ點に對應させやうと云ふのであるから助變數を λ, ν にかゝると、

$$\tan \varphi_1 = a_1 \tan \varphi \quad \text{であつたから、之れを用ひて}$$

$$\cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{(1-e^2) \cos^2 \varphi}{1-e^2 \cos^2 \varphi}} \dots \dots \dots \text{VII 7)}$$

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{1-e^2 \cos^2 \varphi}}$$

なる關係を得る。これを VII 6) に入れれば、橢圓體の方程式は、

$$z = \frac{a_1 \sqrt{1 - e^2} \cos \lambda \cos \phi'}{\sqrt{(1 - e^2 \cos^2 \phi')}} \quad y = \frac{a_1 \sqrt{1 - e^2} \sin \lambda \cos \phi'}{\sqrt{(1 - e^2 \cos^2 \phi')}} \quad \dots\dots\dots \text{VII 8)}$$

$$z = \frac{a \sqrt{1 - e^2} \sin \phi'}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \phi'}} \quad \dots\dots\dots \text{VII 8)}$$

となる。これに従つて E', F', G', を計算すれば、

$$E = \frac{a^2(1 - e^2)}{(1 - e^2 \cos^2 \phi')^2} \quad F = 0 \quad G = \frac{a^2(1 - e^2) \cos^2 \phi'}{(1 - e^2 \cos^2 \phi')^2} \quad \dots\dots\dots \text{VII 9)}$$

となる。

一方 λ, ϕ' を助變數にとれば、球の方程式は、

$$x = R \cos \phi' \cos \lambda \quad y = R \cos \phi' \sin \lambda \quad z = R \sin \phi'$$

こゝに $R^2 = \frac{a^2(1 - e^2)}{(1 - e^2 \cos^2 \theta)^2}$ となる。従つて球における E, F, G, 即ち E₀, F₀, G₀ を計算すれば

$$E_0 = \frac{a^2(1 - e^2)}{(1 - e^2 \cos^2 \theta)^2} \quad F_0 = 0 \quad G_0 = \frac{a^2(1 - e^2) \cos^2 \theta}{(1 - e^2 \cos^2 \theta)^2} \quad \dots\dots\dots \text{VII 10)}$$

を得る。

此の場合における、橢圓體より球への投影は、 $\theta = \phi'$ なる關係であるから、

兩者の線要素

$ds^2 = E d\phi^2 + G d\lambda^2$ $ds^2 = E_0 d\phi^2 + G_0 d\lambda^2 \dots VII 11)$
より歪の計算ができる。

以下歪の數値を計算するに當つて恒數として、Hayfordの次の値を用いる。

$$a = 6378388m \quad f = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{297}$$

従つて、 $e^2 = 0.003723$ 。又 f としては、ほぼ本州の中央を通るやうに、 $\theta = 36^\circ$ 即ち $\theta = 36.1171$ なる緯線にあつて、橢圓體と交る球に投影した際の歪を求めやう。

長さの歪にしよう。

VII 11) より直ちに

$$\frac{ds^2}{ds^2} = \frac{E_0 d\phi^2 + G_0 d\lambda^2}{E d\phi^2 + G d\lambda^2} \quad \text{を得る。之れより、} d\lambda = 0$$

とちつて、經線方向の歪、

$$(ds_0/ds_0)_\lambda = \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos^2 \phi}{1 - e^2 \cos^2 \theta}} \dots VII 12)$$

及び $d\phi = 0$ として 緯線方向の歪、

$$(ds_0/ds_0)_\phi = \frac{1 - e^2 \cos^2 \phi}{1 - e^2 \cos^2 \theta} \dots VII 13)$$

を得る、上の恒數を用ひて、これらの値を五度毎に計算したものを、TABLE XII にかゝける。

(これらの歪はφのみの函数である)

T A B L E XII

φ	25°	30°	35°	40°	45°	50°
1φ	0.99943	0.99967	0.99994	1.00028	1.00051	1.00080
λ	0.99666	0.99714	0.99766	0.99823	0.99881	0.99940

面積の歪について。

楕圓體上の積要素は、 $ds = \sqrt{EG} d\phi da$

であり、球面上に於ける積要素は、

$ds_1 = \sqrt{E_1 G_1} d\phi da$ であるから、その比をもとめれば、面積の歪が求まる。

VII 9) VII 10) により計算するに、

$$\frac{ds_1}{ds} = \frac{(1 - e^2 \cos^2 \phi)^{\frac{3}{2}}}{(1 - e^2 \cos^2 \phi)} \dots \dots \text{VII 14)}$$

となる。この値を五度毎に示したものが、TABLE XIII である。

T A B L E XIII

φ	25°	30°	35°	40°	45°	50°
$\frac{ds_1}{ds}$	0.99603	0.99681	0.99761	0.99843	0.99932	1.00002

角度の歪について。

經線を基準にしてその正の方向から、緯線の正の方向に反時計方向に角をはかるとし、同一の $d\lambda/d\phi$ に應ずる方向の經線となす角を、橢圓體上で ω 球面上で ω_0 とすれば
明らかに

$$\tan \omega = \sqrt{\frac{G}{E}} \frac{d\lambda}{d\phi} \quad \tan \omega_0 = \sqrt{\frac{G_0}{E_0}} \frac{d\lambda}{d\phi} \dots \dots \text{VII 15}$$

となる、EGE 2 とVII 9) VII 10) の値を入れると、 $c = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \phi}}$ とすべし

$$\text{tg} \omega = c \text{tg} \omega_0 \dots \dots \text{VII 16}$$

なる關係を得る。

角度の歪の極限を求めるには、 $e = e_0$ の極限を求めればよす。

$$\text{tg} (\omega - \omega_0) = \frac{\text{tg} \omega - \text{tg} \omega_0}{1 + \text{tg} \omega_0 \text{tg} \omega} = \frac{(1 - c) \text{tg} \omega}{1 + c \text{tg}^2 \omega}$$

となるから、この右邊の極限を求むればよいわけである、 c は1より小であるが1に極めて近いから之れを $e = 1 - \epsilon$ とおきて、以上の項を捨てれば極限に應ずる $\text{tg} \epsilon$ の値として、

$$\text{tg} \omega = \frac{1}{c}, \quad \text{及び} \quad \text{tg} \omega = \frac{c - 1}{c(c + 1)} \quad \text{を得る。}$$

前者は $e \sqrt{\epsilon}$ 、後者は $e \wedge \epsilon$ なるときの歪の極限值を與へるものであるが、その歪の値は前者に比べて非常に小さいから、前者に應ずる歪を求めれば、兩方を通じた歪の極大値であると考へられ

る、これを計算したものが TABLE XIV である。

T A B L E XIV (恒数は前と同し)

φ	25°	30°	35°	40°	45°	50°
角の歪	0°47	0°42	0°38	0°34	0,29	0°24

結 語

廻轉橢圓體を球に投影することについて、こゝに吟味したのは、唯地心緯度を球の同じ緯度に應ずるやうに對應を立てた場合について、僅かの歪について吟味をしたに過ぎない。一般に橢圓體を球と考へるときには、地心緯度でなくて、地理緯度をそれと同じ緯度をもつ球面上の點に對應させることである。この場合においては歪はかへつて地心緯度を對應させる場合よりも大きくなるものである。この點より見るときは、地理緯度を地心緯度に直して對應を立てた方がよい様に思はれる。尙かゝる單純なものでなく計算の繁雜ささへ忍べば、ガウスの正角投影法を用ふれば歪は最も少なくなると思はれる、或は標準緯線において橢圓體を切る球へ、橢圓體上における緯線をそれと等しい長さをもつ球面上の緯線へ投影するのも一つの方法である。これらの諸問題及び θ を如何なる緯度にとるかと云ふこと等更に吟味しなければならぬことは尙數多く出てくる。これらについては更によく研究を重ねたいと思ふ。

最後に、私が此の小論を書くことを得ましたのは、全く、京都帝國大學名譽教授小川琢治先生、同教授大谷亮吉先生、同助教

授熊谷直一先生の御懇切なる御指導の賜であります。讀んでこゝに厚く感謝の言を申し述べて御筆いたします。

肥前相知附近の海蝕洞窟と石佛

原 口 九 萬

唐津線相知驛の西方約一軒、相知炭坑々夫小屋の背後に露白する第三紀の厚層砂岩から成る丘陵地は斷崖を成し、その中腹には鶺鴒窟がある。

小川博士によつて此の洞窟は海蝕洞と確認せられ、且その内壁や洞外に彫刻された磨崖の石佛は曾て西北九州に傳來した大陸交通記念物として、我國文化史上に興味ある遺跡であることが明瞭になつた。

この鶺鴒窟の外に、相知附近には猶海蝕洞窟が現存するであらうとの考察の下に筆者は昨夏同博士の命をうけて、この地に訪れた。

此かる海蝕洞窟は舊汀線の位置を證示する貴重な記録であつて、是等を追跡するときはその

に地學上興味ある事項を齎しうるものと信じたからである。隨て茲には主として海蝕洞窟に就て記述し従として石佛の觀察の結果を略記し、詳細は専門家の考證に譲りたいと惟ふ。

我國に於ける海蝕洞窟の研究中には其白眉と稱すべき山崎博士によつて發表された房總半島守谷の洞窟を始とし、江の島、紀伊半島其他各地ものの記載はあるが、未だ文献は豊富とは謂ひ難い。

この意味に於て相知附近の海蝕洞窟群は珍重さるべきものであるが、探查の結果では、鶺鴒の如き洞窟は數多くは現在せぬのである。加ふるにこの海蝕洞窟は含炭層と極めて緊密な關係を有するこの地方に特によく發達する砂岩中に