(12) 一九三〇　横山次郎　化石生物　岩波講座　生物學
(13) 一九三一　横山次郎　奈良南方の第三紀層　地球　第一五卷
(14) 一九三一　大塚彌之助　第四紀　岩波講座　地質學
(15) 一九三三　三木茂　山城盆地周邊に於ける洪積層の植物化石　京都府史蹟名勝天然記念物調査報告　第一四册

參照地圖　五萬分ノ一　京都東北部　北小松　二萬五千分ノ一　堅田、草津、大原、京都東北部　及び二萬分ノ一　大原、伊香立村、和邇村

海底に滑りある場合の比重海流を論じて エクマン氏比重海流論の誤謬に及ぶ

野滿隆治

從來の理論海洋學は殆んど全部「海底には海水流動なし」との假定上に立つものであるが、然し私はそが淺海では妥當ならざることを拙著吹送海流論(1)及び傾斜海流論(2)に於て論じ「海底に滑りある場合」の解答をも與へた。同じ意味で比重海流に就きても私は先きに發表した「海底流動なき場合」の論文(3)に加ふるに、新たに「海底に Slip ある場合」の解答を作つたので、茲に其の大要を略述する次第である。尤も吹送流及び傾斜流には觸れずに只比重海流のみに關し敢て本誌を煩はすのは、それ丈けの理由があるのである。と云ふのは、Krummel 其他一般の海洋學書に轉載され廣く世上に知

られて居る Ekman の劃期的な海流論中、風成海流傾斜流論は徹底的嶄新さを示し間然する所がないのに、比重海流論のみはどういふものか新舊思想混在して頗る不徹底なるのみならず、幾多の誤謬さへも犯して居る。そして讀者の多くが海洋學の教科書で見られたであらう所の Ekman の比重海流分布圖は悉く多少の誤謬乃至弱點を持つて居て訂正を要するのである。是れ私が本文を草して一般地學關係の讀者にお告げしようとする所以に外ならない。

第一、海底に摩擦なく滑動自由な場合

便宜上先づ海底に毫も摩擦なく Slip が自由な場合から考へて見やう。

エクマンが實際の風成海流を吹送流と傾斜流とに分けた卓見に倣ひ、私は比重海流も亦海面に傾斜がなくて單に比重の地方的差異のみから起るべき「純粋な密度流」とそれが陸其他の影響を受けて二次的に發生する傾斜流とに分けて研究すべきものと信ずる。エクマンはそれをやつて居ない。之れ氏の比重海流論に於ける第一の失錯で、延いては第二第三の誤謬を犯す基となつた様である。

(i)　**純粋の密度流**　今海水の比重が海面から海底まで一樣に或一方位(y方向に取る)に向つて增加せる場合の純粋な密度流を考へるに、定常狀態では運動方程式が

$$\frac{d^2w}{dz^2}-2ik^2w-iaz=0,\qquad i=\sqrt{-1}\qquad (1)$$

となる筈である。茲に座標軸は海面上にxyを又垂直下方にz軸を取り、xy方向の流速をuvとして $w=u+iv$ と置いた。又k及びaは、地球自轉角速度をω、海水の密度と粘性係數を$\rho\ \mu$、緯

度をλ、とすると、

$$k=\sqrt{\frac{\rho\omega\sin\lambda}{\mu}},\qquad a=\frac{1}{\mu}\ \frac{\partial\rho}{\partial y}$$

の如きもので、共に本文では常數と見て置く。

そこで、海の深さをHとし、海底條件$\left(\frac{dw}{dz}\right)_{z=H}=0$　に合ふ樣(1)式を解くと

$$w=\frac{a}{4k^3}\left\{(i-1)\frac{\sinh(1+i)k\left(\frac{H}{2}-z\right)}{\cosh(1+i)k\frac{H}{2}}-2kz\right\}\qquad(2)$$

を得る。この式から分速度 u v を求め圖に示すと第一圖の樣になる。圖の現はし方はエクマンの夫れに準じ全深度の $\frac{1}{10}$ 毎の流速を黒點で示した。速度の單位は普通ならば勿論海の深さに拘らず同一にすべきであるが、此の(2)式が與へる海流は淺海に比し深海では非常に大となつて總てを同一圖中に收めることが出來ない。そのため第一圖では速度の單位を海の深さに比例して變へ $\frac{a}{4k^3}\ \frac{H}{D}$ を1としてある。茲にDとは Ekman の所謂摩擦深度で $D=\frac{\pi}{k}$ に當る數である。

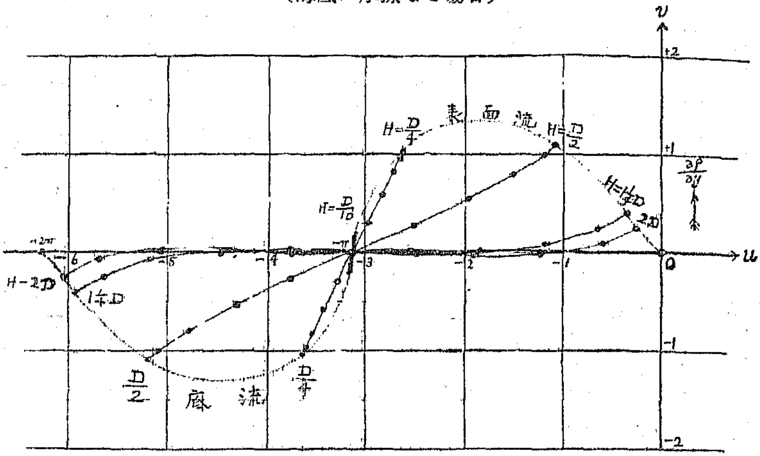
尙序ながら此の場合の海面から海底までの全流量 (Total flow) は

$$S_x\equiv\int_0^H u\,dz=\frac{a}{4k^2}H^2,\qquad S_y\equiv\int_0^H v\,dz=0$$

で、比重差の方向に直角にしかない。

Fig. 1　純粹密度流の垂直分布

（海底に摩擦なき場合）



(ii) **陸岸の影響**　前記の様な比重差のある海に陸岸があつて流動を阻害すると、陸岸附近の水が増減し海面には傾斜 j を生ずると共に水平等壓面は海面下一定の深度 d に沈み、且つ二次的の傾斜海流を發生する。そして實際の海流はその傾斜流と前の純粹密度流との合成したものとなる。そこで今陸岸が一方のみにある場合と四方を圍む場合とを別々に考へて見よう。

（イ）陸岸が無限に長い一直線の場合には對稱の性質から海面傾斜は陸岸に直角方向にしか起り得ぬ。而も定常狀態となる爲めには陸岸に直角な Total flow が差引き0となる迄海面傾斜は發達すべきである。

今直線海岸が x 軸に平行な場合を考へると、y 方向に海面傾斜 j_y が出來るから、運動方程式は(1)の代りに

$$\frac{d^2w}{dz^2} - 2ik^2w + ia(d - z) = 0 \qquad (3)$$

となり、エクマンが比重海流の基礎にしたものとなる。

茲に d は Horizontal isobaric layer の深さで、海面

傾斜 j_y とは $d=\frac{g\rho}{\mu a}j_y$ なる關係を保つ。

扨此のd或は j_y はy方向の Total flow=0 で決定すべきであるが、海底に摩擦なき場合は純粹密度流も傾斜流も共に當然常に Total flow が零となる性質を有するから、其總和が零といふこと丈けではdはきまらない。何でもよいことになり、初めの事情で色々の値を取り得るのである。從つてエクマンが「水平等壓面の深さは全深度の1/2」といふのは誤りで、Slip の自由な場合にも盲斷といふの外はない。且又其の水平等壓面dでは一般に流速があつて、エクマンの比重海流分布圖とは一致しない。

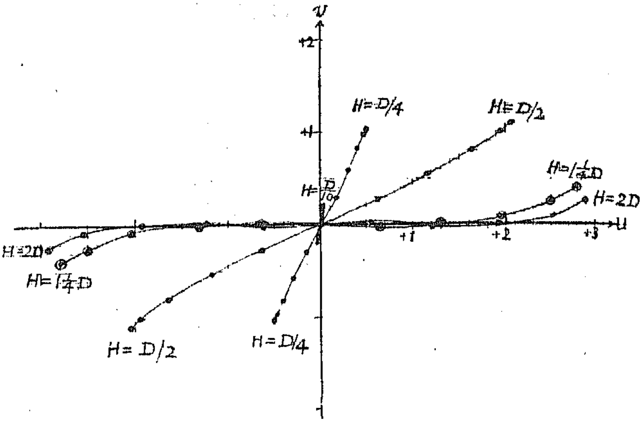
(ロ) 四方環陸の內海では、定常狀態になるとy方向のみならずx方向にも Total flow の存在を許さない。y方向の全流量が零といふ條件は此の場合にも海面傾斜がy方向のみにあることを要求し、從つて運動方程式は矢張り(3)が成立つ。又x方向の全流量が零といふ條件から $d=\frac{H}{2}$ となり流速の式は

$$w=\frac{a}{4k^3}\left\{(i-1)\frac{\sinh(1+i)k\left(\frac{H}{2}-z\right)}{\cosh\frac{1}{2}(1+i)kH}+2k\left(\frac{H}{2}-z\right)\right\} \qquad (4)$$

の形を取る。此の式は Ekman の與へた公式と全く一致し、之を圖にしたのが Fig. 2 で氏の比重海流圖と全く同じく、$z=d=\frac{H}{2}$ の層は始めて流速零を示す。即ちエクマンの基本に取つた比重流

Fig. 2　内海中の比重海流

（海底に摩擦なき場合）



圖（Kürmmel 第二卷第123圖）は實は海底に摩擦なく而も四面環陸の内海にのみ當嵌まるべき極めて特殊の解に過ぎない。氏が之を以て一般的比重海流のモデルの如く主張するのは甚だしき失當であらう。

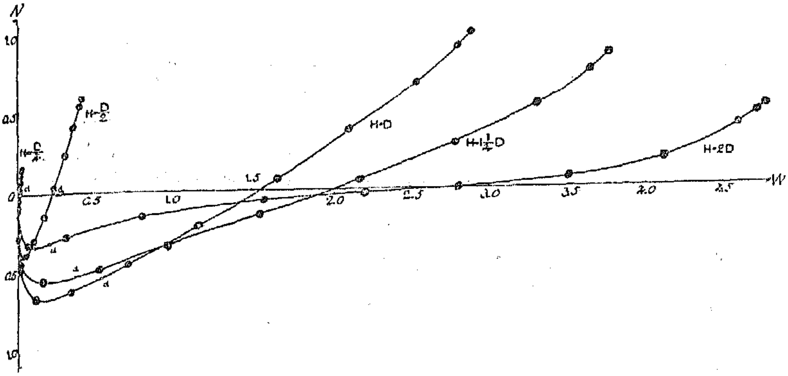
第二、海底に流動なき場合

通例、海底條件として假定せらるゝものは"No bottom-current"でエクマンも常に之を採用して居る。然るに私は前項でエクマン比重海流基本圖の正體を明かにした。氏は其の解答が、水平等壓面dより上だけなら如何なる海底條件例へば「底流なき」場合にでも成立すると漫然考へて居たらしいが、そうは行かぬ。無限の廣海では、海面傾斜は無くdは0で其の上には海水は無いと考ふるのが至當だし、又xに平行な陸があるときにもdの處では速度は0ではないからである。

實際私は、運動方程式(1)で現はされる純粋密度流、及び直線海岸の影響を加味した(3)式を滿足する複成比重海流を"No bottom-current"なる條件の下で直接に解いて見たが、エクマンの海流とは全然異なる結果を得た。其の詳細は京大理學部紀要A

Fig. 3　x軸に平行なる直線海岸ある場合の比重海流

（海底に滑りなき場合）



第十六巻第四號に發表濟だから茲には再說しないが、(3)式に應ずる圖だけ揭げると Fig. 3 の如くである。今一つ京大紀要中には計算の方法のみを示して實算をしてなかつた四面環陸の內海中に於ける海流に就いて、少しく此の機會に述べて置きたいことがある。

Ekman は內海に於ける比重海流分布圖も作つて、それが Krümmel の第二卷第 138, 139, 140 圖に轉載されて居るが、之は元來誤れる氏の基本海流を土臺にして組立てたものであるから、單に其丈けでも正當な答であらう筈はない。其の上夫れを組立てるときにも又新たな誤謬を重ねて居る。即ち氏は "No bottom-friction" に應ずる解から "No bottom-current" のものに直す爲めに、海底の摩擦力による吹送流を加算したが、その吹送流としては氏が嘗て出した "No bottom-current" の吹送流を使つて居る。實はそれが又誤り[4]で私が出した "No bottom-friction" での吹送流を用ひねばならぬ。何となれば海底の作用を風の作用と對照するには海面と海底とを入れ換へて考ふべきで

あるが、假想上の海底（實際の海面）は流速０の面ではなくて單に摩擦なき面と見做し得るだけだからである。

私の此場合の答は、[3]前掲京大理學部紀要掲載の方法で求めると第四圖の様になつた。Ekman の分布圖と大勢は似て居るが、部分部分の相對的大さが違つて居る。即ち夫れ丈け彼に誤算があるのである。

第三、海底摩擦有限な場合

實際の海底は必ずしも絶對に流動を許さゞるものでなく、又全く滑動自由でもない。其の中間にあつて、Slip velocity と共に増大する有限な摩擦抵抗が働くものである。

（イ）海底摩擦が流速の二乘に比例する場合　海底流速をV_H、其の方向とx軸とのなす角をθ、摩擦係數をfとし、

$$\text{海底摩擦} = fV_H{}^2e^{i\theta} = -\mu\left(\frac{dw}{dz}\right)_{z=H}$$

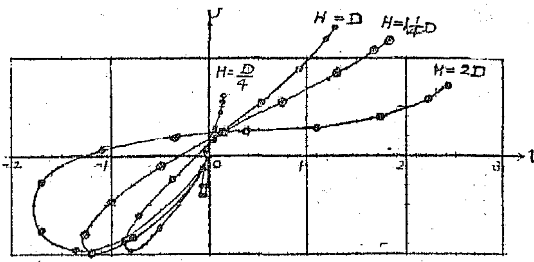


Fig. 4　内海中の比重海流

（海底に滑りなき場合）

とかける場合の**純粹密度流**は定常狀態では

$$w = (2)\text{式} - (1-i)\frac{fV_H{}^2e^{i\theta}}{2\mu k}\frac{\cosh(1+i)kz}{\sinh(1+i)kH} \qquad (5)$$

で與へられる。但しV_Hとθとは

$$(w)_{z=H}=V_He^{i\theta} \qquad (6)$$

なる關係できめることが出來る。

（ロ）海底摩擦が流速に比例する場合　又若し

$$海底摩擦 =f'V_He^{i\theta}=-\mu\left(\frac{dw}{dz}\right)_{z=H}$$

であるときには定常狀態の**純粹密度流**は

$$w=(2)式-(1-i)\frac{f'V_He^{i\theta}}{2\mu k}\;\frac{\cosh(1+i)kz}{\sinh(1+i)kH} \qquad (7)$$

となる。そしてV_Hとθとは $(w)_{z=H}=V_H e^{i\theta}$ なる關係で求めると $\xi=f'/\mu k$ として

$$V_H=\frac{a}{4k^3}\sqrt{\frac{(c^2+d^2)}{1+m\xi+\frac{1}{4}(m^2+n^2)\xi^2}}, \quad \tan\theta=\frac{2d+(md+nc)\xi}{2c+(mc-nd)\xi},$$

但し

$$\left.\begin{aligned} c&=2kH-\frac{\sinh KH+\sin kH}{\cosh KH+\cos kH}, & d&=\frac{\sinh kH-\sin kH}{\cosh kH+\cos kH}, \\ m&=\frac{\sinh 2kH-\sin 2kH}{\cosh 2kH-\cos 2kH}, & n&=\frac{\sinh 2kH+\sin 2kH}{\cosh 2kH-\cos 2kH}, \end{aligned}\right\}$$

第四、密度流の發達期

以上は總て定常狀態になつた後に就いてゞあつたが、海底摩擦が流速に比例する場合には海水の比重差が急に發生した際の**純粹密度流**の發達も之を解くことが出來る。私の得た結果は次の通りで

ある。

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos\beta_n z e^{-(\nu\beta_n^2+2i\bar{\omega})t}, \qquad (8)$$

茲にβ_nは

$$\beta_n\tan\beta_n H=f'/\mu\equiv h$$

の根で、A_nは

$$A_n=\frac{2(\beta_n{}^2+h^2)}{h+(\beta_n{}^2+h^2)H}\int_0^H(7)\times\cos\beta_n z\cdot dz$$

又 ν, $\bar{\omega}$ は $\nu=\mu/\rho$, $\bar{\omega}=\omega\sin\lambda$ の略號、tは時間である。

以上(5)(7)(8)の諸式を圖にすると誠に面白い結果を示し、種々敎へられることが多いが、今は紙數に制限があつて充分に其意を盡すことが出來ないのを遺憾とする。然し其の詳細は京大理學部紀要十一月號で發表の筈であるから就て御覽を願ひ度い。

文　　献

（1）野満隆治, A Theory of the Rising Stage of Drift Current etc., I, II, III, 京大理學部紀要A第十六卷第二, 四, 五號

（2）同人, On the Development of the Slope Current etc., I, II, 同紀要A第十六卷第三, 五號

（3）同人, On the Densilty-Current in the Ocean, I, 同紀要A第十六卷第四號

（4）同人, 京大理學部紀要A第十六卷第四號