経済論叢（京都大学）第 185 巻第 2 号，2011 年 4 月

〈論　　文〉

マクロ経済動学と価値・価格問題
――線型効用・拡張モデルの場合――

金　江　　　亮

Ⅰ．本稿の目的

金江［2010］では，瞬時的効用関数を線型効用とし，資本財生産が労働のみでなされる基本モデルの下で価値・価格問題を扱った。線型効用の下では，生産現場での資本労働比率や価値・価格が毎期一定という強い結果が成り立ち，そのため通常では求まらない制御変数の明示解が求まった。しかし，基本モデルでは資本財生産に資本財が用いられないため，第Ⅰ部門において不変資本 C_1 が 0 になってしまうという不自然な事態が生じてしまう。

そこで本稿では，資本財生産にも資本が用いられる拡張モデルの下で線型効用モデルを扱い，制御変数の明示解を求め価値・価格問題を思案したい。

Ⅱ．線型効用モデルの特徴

経済には資本財・消費財の２部門があり，それぞれの生産に資本財と労働の２つが用いられる拡張モデルを考える。ただし，瞬時的効用関数を Y としている[1]。

通時的効用

$$J(K)=\int_0^{\infty} e^{-\rho t}\, Y dt \tag{1}$$

資本財生産部門（第Ⅰ部門）

$$K^{\&}=G(\phi_1 K,\, s_1 L)-\delta K \tag{2}$$

消費財生産部門（第Ⅱ部門）

$$Y=F(\phi_2 K,\, s_2 L) \tag{3}$$

前章と異なり，資本財部門においても生産関数がコブ・ダグラス型とする。資本財生産にも資本財が投入される方が自然な仮定である。

ここで $0\leq\phi_1, \phi_2\leq 1, 0\leq s_1, s_2\leq 1$ であり，

$$\phi_1+\phi_2=1 \tag{4}$$

$$s_1+s_2=1 \tag{5}$$

$$F(K, L)=AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{6}$$

$$G(K, L)=BK^{\beta}L^{1-\beta} \tag{7}$$

である。$0<\alpha, \beta<1$ とする。$J(K)$ は 0 時点から無限時点までの効用流列の割引現在価値の総和であるが，t 時点から無限時点までの効用流列の割引現在価値の総和 $\Phi(K_t)$ は

$$\Phi(K_t)=\int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)}\, Y ds \tag{8}$$

である。

経常価値ハミルトニアンを

$$\begin{aligned} H=Y+\lambda\{G(\phi_1 K,\, s_1 L)-\delta K\} \\ +\gamma(1-\phi_1-\phi_2)+\varepsilon(1-s_1-s_2) \end{aligned} \tag{9}$$

とする。λ は資本のシャドウプライスである。Hamilton-Jacobi-Belmann 方程式は

$$\rho\Phi(K_t)=\max_{\phi_1,\phi_2,s_1,s_2} H \tag{10}$$

となる。対称性を用いて解くことにする[2]。

いま，K, L が γ 倍になったとしよう。(2)(3) が一次同次であることから

$$\dot{(\gamma K)}=G(\phi_1\gamma K,\, s_1\gamma L)-\delta\gamma K \tag{11}$$

$$\gamma Y=F(\phi_2\gamma K,\, s_2\gamma L) \tag{12}$$

となることから，資本蓄積経路に影響は与えない。総効用は

$$J(\gamma K)=\int_0^{\infty} e^{-\rho t}\,\gamma Y dt=\gamma\int_0^{\infty} e^{-\rho t}\, Y dt=\gamma J(K) \tag{13}$$

となり，$\gamma=\dfrac{1}{K}$ を代入すると $J(K)=J(1)K$ とな

るから

$$J(K)=aK \tag{14}$$

となる。(瞬時的効用関数が Y であることからも，この形になることは推測できる。) このとき資本のシャドウプライスは

$$\lambda=\frac{\partial J}{\partial K}=a \tag{15}$$

となり，各時点で一定となる。

一階条件は

$$\frac{\partial H}{\partial \phi_1}=0,\ \frac{\partial H}{\partial \phi_2}=0 \Longleftrightarrow \lambda G_1=F_1 \tag{16}$$

$$\frac{\partial H}{\partial s_1}=0,\ \frac{\partial H}{\partial s_2}=0 \Longleftrightarrow \lambda G_2=F_2 \tag{17}$$

$$\frac{\partial H}{\partial K}=\rho\lambda-\lambda^{\&} \Longleftrightarrow F_1\phi_2+\lambda G_1\phi_1-\lambda\delta=\rho\lambda-\lambda^{\&}$$

ここで $F_1=\frac{\partial F}{\partial K}$, $F_2=\frac{\partial F}{\partial L}$ であり，例えば $F_1(\phi_2 K, s_2 L)=A(\phi_2 K)^{\alpha-1}(s_2 L)^{1-\alpha}$ である。G についても同様である。

(4) (16) から

$$\lambda^{\&}=(\rho+\delta-G_1)\lambda \tag{18}$$

横断性条件は

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\lambda K=0 \tag{19}$$

となる。(15) (18) から，各時点で

$$G_1=\rho+\delta\ (=一定) \tag{20}$$

となる。これは，資本財生産現場での資本の限界生産性が各時点で一定であり，それは時間選好率と減価償却率の和に等しいということである。

$G_1=\beta B\left(\frac{\phi_1 K}{s_1 L}\right)^{\beta-1}$ より，資本財生産現場での資本労働比率 $\frac{\phi_1 K}{s_1 L}$ は各時点で一定である。そして $G_2=(1-\beta)B\left(\frac{\phi_1 K}{s_1 L}\right)^{\beta}$ より，資本財生産現場での労働の限界生産性も各時点で一定となる。

(15) (16) (20) から

$$F_1=a(\rho+\delta)(=一定) \tag{21}$$

となり，消費財生産現場での資本の限界生産性も各時点で一定である。$F_1=\alpha A\left(\frac{\phi_2 K}{s_2 L}\right)^{\alpha-1}$ より，消費財生産現場での資本労働比率 $\frac{\phi_2 K}{s_2 L}$ は各時点で一定である。そして $F_2=(1-\alpha)A\left(\frac{\phi_2 K}{s_2 L}\right)^{\alpha}$ より，消費財生産現場での労働の限界生産性も各時点で一定である。

以上より，一次同次の生産関数を持つ線型効用モデルでは，各部門の生産現場での限界生産性が一定になるという著しい性質があることが分かる。これは，直観的には以下のように考えられる。線型効用では，異時点間の消費の平準化を行わず，通時的な生産量の最大化を図る。そのため，初期時点から，定常状態での各生産現場での限界生産性や資本労働比率と同一になるように資本や労働の配分を行う。

(20) から資本財生産現場での資本労働比率が求まる。

$$\frac{\phi_1 K}{s_1 L}=\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \tag{22}$$

(16) (17) から

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{G_2}{G_1} \tag{23}$$

であり，これから各時点で

$$\frac{\dfrac{(1-\alpha)F}{s_2 L}}{\dfrac{\alpha F}{\phi_2 K}}=\frac{\dfrac{(1-\beta)G}{s_1 L}}{\dfrac{\beta G}{\phi_1 K}}$$

よって

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\phi_2 K}{s_2 L}=\frac{1-\beta}{\beta}\frac{\phi_1 K}{s_1 L} \tag{24}$$

(22) (24) から消費財生産現場での資本労働比率が求まる。

$$\frac{\phi_2 K}{s_2 L}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \tag{25}$$

(22) (25) から

$$\begin{aligned} K&=\phi_1 K+\phi_2 K \\ &=L\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left(s_1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}s_2\right) \end{aligned} \tag{26}$$

この式と $s_1+s_2=1$ から，s_1, s_2 の明示解が求まる。

$$s_1=\frac{\beta(1-\alpha)}{\beta-\alpha}\left(\frac{\rho+\delta}{\beta B}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\frac{K}{L}-\frac{\alpha(1-\beta)}{\beta-\alpha} \quad (27)$$

$$s_2=\frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha-\beta}\left(\frac{\rho+\delta}{\beta B}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\frac{K}{L}-\frac{\alpha(1-\beta)}{\alpha-\beta}+1 \quad (28)$$

労働の配分比率である s_1, s_2 は，資本量の一次関数となっていることが分かる。ただし，s_1, s_2 のどちらが単調増加で単調減少かは，α, β に依存する。$\alpha>\beta$ ならば s_1 は単調減少，s_2 は単調増加，$\alpha<\beta$ ならば s_1 は単調増加，s_2 は単調減少となる。$\alpha=\beta$ のときは不明である。

(22)(27) から ϕ_1 が，(25)(28) から ϕ_2 が求まる。

$$\phi_1=\frac{\alpha(1-\beta)}{\alpha-\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\frac{L}{K}-\frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha-\beta} \quad (29)$$

$$\phi_2=\frac{\alpha(1-\beta)}{\beta-\alpha}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\frac{L}{K}-\frac{\beta(1-\alpha)}{\beta-\alpha}+1 \quad (30)$$

資本の配分比率である ϕ_1, ϕ_2 は，労働量の一次関数となっていることが分かる。ただし，ϕ_1, ϕ_2 のどちらが単調増加で単調減少かは，α, β に依存する。$\alpha>\beta$ ならば ϕ_1 は単調増加，ϕ_2 は単調減少，$\alpha<\beta$ ならば ϕ_1 は単調減少，ϕ_2 は単調増加となる。$\alpha=\beta$ のときは不明である。

さて，時点によらず一定のシャドウプライス $\lambda=a$ は，(21) より

$$\lambda=\frac{\alpha A}{\rho+\delta}\left\{\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\beta}{1-\beta}\left(\frac{\rho+\delta}{\beta B}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{1-\alpha} \quad (31)$$

である。また，このことから

消費財生産現場での消費資本比率

$$\frac{Y}{\phi_2 K}=A\left(\frac{\phi_2 K}{s_2 L}\right)^{\alpha-1}$$

$$=A\left\{\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\beta}{1-\beta}\left(\frac{\rho+\delta}{\beta B}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{1-\alpha} \quad (32)$$

消費財生産現場での消費労働比率

$$\frac{Y}{s_2 L}=A\left(\frac{\phi_2 K}{s_2 L}\right)^{\alpha}=A\left\{\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{\alpha} \quad (33)$$

消費財生産現場での資本の限界生産性

$$F_1=\alpha A\left(\frac{\phi_2 K}{s_2 L}\right)^{\alpha-1}=\alpha A\left\{\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\beta}{1-\beta}\left(\frac{\rho+\delta}{\beta B}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{1-\alpha} \quad (34)$$

消費財生産現場での労働の限界生産性

$$F_2=(1-\alpha)A\left(\frac{\phi_2 K}{s_2 L}\right)^{\alpha}$$

$$=(1-\alpha)A\left\{\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{\alpha} \quad (35)$$

資本財生産現場での産出資本比率

$$\frac{G}{\phi_1 K}=B\left(\frac{\phi_1 K}{s_1 L}\right)^{\beta-1}=\frac{\rho+\delta}{\beta} \quad (36)$$

資本財生産現場での産出労働比率

$$\frac{G}{s_1 L}=B\left(\frac{\phi_1 K}{s_1 L}\right)^{\beta}=B\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (37)$$

資本財生産現場での資本の限界生産性

$$G_1=\beta B\left(\frac{\phi_1 K}{s_1 L}\right)^{\beta-1}=\rho+\delta \quad (38)$$

資本財生産現場での労働の限界生産性

$$G_2=(1-\beta)B\left(\frac{\phi_1 K}{s_1 L}\right)^{\beta}=(1-\beta)B\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (39)$$

は各時点で一定である。

定常値での K は

$$K^*=B^{\frac{1}{1-\beta}}\left(\frac{\beta}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\frac{\alpha(1-\beta)}{\rho(1-\alpha)+\delta(1-\beta)} \quad (40)$$

である。これを (27)(28)(29)(30) に代入することにより，s_1, s_2, ϕ_1, ϕ_2 の定常値が求まる。

Ⅲ．価値の再生産表式

さて，以上を元にして価値・価格問題を考えよう。C, V, M をそれぞれ不変資本，可変資本，剰余価値とする。

価値で測った再生産表式は，資本財 1 単位当たりの価値を t_1，消費財 1 単位当たりの価値を t_2 とおくと

	C	V	M	合計
資本財生産部門	C_1	V_1	M_1	$t_1(K^{\&}+\delta K)$
消費財生産部門	C_2	V_2	M_2	$t_2 Y$

(41)

となる。C は減価償却，$V+M$ は労働によるので

(42)

金江［2011］と同じく $V+M$ の分割を田添・大西［2011］に従い，生産された消費財の価値 t_2Y が労働量に応じて配分されると仮定して

(43)

よって

$$t_1\delta\phi_1K+s_1L=t_1(K^{\&}+\delta K) \tag{44}$$

$$t_1\delta\phi_2K+s_1L=t_2Y \tag{45}$$

(44) より

$$t_1=\frac{s_1L}{K^{\&}+\delta K-\delta\phi_1K}=\frac{s_1L}{G(\phi_1K,s_1L)-\delta\phi_1K}$$

$$=\frac{1}{B\left(\frac{\phi_1K}{s_1L}\right)^{\beta}-\delta\left(\frac{\phi_1K}{s_1L}\right)}$$

$$=\frac{1}{B\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}-\delta\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}} \tag{46}$$

(45) より

$$t_2=\frac{t_1\delta\phi_2K+s_2L}{Y}=\frac{t_1\delta\left(\frac{\phi_2K}{s_2L}\right)+1}{\frac{Y}{s_2L}} \tag{47}$$

$$=\frac{\delta\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}+B\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}-\delta\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{A\left\{\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right]^{\alpha}\left\{B\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}-\delta\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}} \tag{48}$$

価値は t_1, t_2 はそれぞれ各時点で定数である。ただし，資本財・消費財の価値が時間選好率 ρ の関数になっている。これはマルクスには無い観点で，生産物に対象化される投下労働量も，生産の際に異時点間の最適化を行うため，時間選好に影響され得ることを示している。ただし，ρ の増加関数か減少関数かは不明である。

資本の有機的構成は

$$\frac{C}{V}=\frac{t_1\delta K}{t_2Y} \tag{49}$$

となり，(32)(46)(47) より通時的に一定である。

剰余労働 $M_1, M_2\geq 0$ であるかどうか調べよう。まず，(44) より

$$t_1=\frac{s_1L}{G-\delta\phi_1K}>0 \tag{50}$$

となる。また (44)(45) を足すと，

$$t_1\delta K+L=t_1(K^{\&}+\delta K)+t_2Y \tag{51}$$

より

$$t_2Y=L-t_1K^{\&}\leq L \tag{52}$$

となるので，成立する。

搾取率 e がどうなっているか調べよう。

第Ⅰ部門の搾取率は

$$e_1=\frac{M_1}{V_1}=\frac{L}{t_2Y}-1\downarrow 0 \tag{53}$$

第Ⅱ部門の搾取率は

$$e_2=\frac{M_2}{V_2}=\frac{L}{t_2Y}-1\downarrow 0 \tag{54}$$

となるので，各時点で各部門の搾取率は一致する。t_2 は一定値であるが Y は通時的に増加するので，搾取率は時間の減少関数であり，0 に

	C	$V+M$	合計
資本財生産部門	$t_1\delta\phi_1K$	s_1L	$t_1(K^{\&}+\delta K)$
消費財生産部門	$t_1\delta\phi_2K$	s_2L	t_2Y
合計	$t_1\delta K$	L	$t_1\delta K+L$

(42)

	C	V	M	合計
資本財生産部門	$t_1\delta\phi_1K$	s_1t_2Y	$s_1(L-t_2Y)$	$t_1(K^{\&}+\delta K)$
消費財生産部門	$t_1\delta\phi_2K$	s_2t_2Y	$s_2(L-t_2Y)$	t_2Y
合計	$t_1\delta K$	t_2Y	$L-t_2Y$	$t_1\delta K+L$

(43)

収束する。

よって，価値で測った利潤率は

$$\frac{M_1}{C_1+V_1}=\frac{s_1(L-t_2Y)}{t_1\delta\phi_1K+s_1t_2Y}=\frac{e_2}{\dfrac{t_1\delta\phi_1K}{s_1t_2Y}+1}\rightarrow 0 \tag{55}$$

$$\frac{M_2}{C_2+V_2}=\frac{s_2(L-t_2Y)}{t_1\delta\phi_2K+s_2t_2Y}=\frac{e_2}{\dfrac{t_1\delta\phi_2K}{s_2t_2Y}+1}\rightarrow 0 \tag{56}$$

となる。部門間で利潤率は異なるが，両部門共に0に収束する。

経済全体での価値で測った利潤率は

$$\frac{M_1+M_2}{C_1+C_2+V_1+V_2}=\frac{L-t_2Y}{t_1\delta K+t_2Y}=\frac{e_2}{\dfrac{t_1\delta K}{t_2Y}+1}\rightarrow 0 \tag{57}$$

また，第Ⅰ部門の総価値の第Ⅱ部門の総価値に対する比率は

$$\frac{C_1+V_1+M_1}{C_2+V_2+M_2}=\frac{t_1(K^{\&}+\delta K)}{t_2Y}$$
$$=\frac{t_1K^{\&}}{t_2Y}+\frac{t_1\delta K}{t_2Y}\downarrow\frac{t_1\delta K}{t_2Y}(=\text{定数}) \tag{58}$$

となる。単調に減少し，定常状態では一定値である。よって，第Ⅰ部門が優先的に発展するといった事態は生じない。

Ⅳ．価格の再生産表式

本節では価格を扱う。価格の計算は金江［2008］ですでに行っているため，ここでは簡単に述べたい。記号の設定は少し異なるが，同じである。

経済には資本財企業・消費財企業の２種類が存在する。各企業の生産関数を

資本財生産企業

$$I=BK_1^{\beta}L_1^{1-\beta}=G(K_1,L_1) \tag{59}$$

$$K^{\&}=I-\delta K \tag{60}$$

消費財生産企業

$$Y=AK_2^{\alpha}L_2^{1-\alpha}=F(K_2,L_2) \tag{61}$$

とし，資源制約を

労働供給

$$L_1+L_2=L \tag{62}$$

とする。

家計の単期ごとの効用は Y であり，通時的効用は単期ごとの効用の割引価値の総和（積分）である。

$$U=\int_0^{\infty}e^{-\rho t}\,Ydt \tag{63}$$

ここで Y：消費財 I：投資財 K：資本財 L：労働（定数）$\delta>0$：減価償却率 $\rho>0$：時間選好率（定数）であり，$K^{\&}$ は時間微分を表す。また，$0\leq L_1, L_2\leq L$ である。家計は通時的効用を最大化するように行動する。

p_1：資本財価格，$p_2(=1)$：消費財価格，R：資本のレンタル率，w：賃金率とする。消費財価格を１に基準化している。

各企業は以下の最適化行動を行う。各時刻 t において，資本財企業は価格・要素価格 $\{p_1(t), R(t), w(t)\}$ を所与として，投入 $L_1(t)$ を，単期の利潤 $\pi_1(t)$ が最大になるように選択する。

$$\max_{K_1(t),L_1(t)}\pi_1(t)$$
$$=\max_{K_1(t),L_1(t)}\{p_1(t)I(t)-R(t)K_1(t)-w(t)L_1(t)\} \tag{64}$$

また各時刻 t において消費財企業は，要素価格 $\{p_2(t), R(t), w(t)\}$ を所与として，投入 $K_2(t)$, $L_2(t)$ を，単期の利潤 $\pi_2(t)$ が最大になるように選択する。

$$\max_{K_2(t),L_2(t)}\pi_2(t)$$
$$=\max_{K_2(t),L_2(t)}\{p_2(t)Y(t)-R(t)K_2(t)-w(t)L_2(t)\} \tag{65}$$

ここでは簡単のため，両企業共に投資の調整費用を考えていない。

単期の利潤最大化の一階条件より，

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial K_1}=0,\ \frac{\partial\pi_2}{\partial K_2}=0\Longleftrightarrow p_1G_{K_1}=p_2F_{K_1}=R \tag{66}$$

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial L_1}=0,\ \frac{\partial\pi_2}{\partial L_2}=0\Longleftrightarrow p_1G_{L_2}=p_2F_{L_2}=w \tag{67}$$

が得られる。それぞれ生産関数が一次同次であることから,均衡では両企業共に利潤はになる。(66)の右辺の意味は,「資本の限界1単位当たりの消費財生産額＝資本の限界1単位当たりの資本財生産額＝資本のレンタル率」であり,(67)の右辺の意味は「労働の限界1単位当たりの消費財生産額＝労働の限界1単位当たりの資本財生産額＝賃金率」である。

資本市場の裁定条件は，以下のようになる。p_1を銀行に預けた場合の利子はrp_1であり，p_1で資本財を買った場合は，資本を貸すことによる収入Rと，キャピタルゲインまたはキャピタルロス$p^{\&}$を得る。また，減価償却はδだが，これは価格ではδp_1なので,

$$rp_1=R-\delta p_1+p_1^{\&} \tag{68}$$

が成り立つ。

金江［2008］にあるように，本モデルでは社会計画者の最適解と分権経済での最適解は，外部性が無いため一致する。よって$K_1=\phi_1 K$, $K_2=\phi_2 K$, $L_1=s_1 L$, $L_2=s_2 L$とおくと，前節の結果はそのまま成り立つ。すなわち消費財生産現場での資本労働比率，消費労働比率，資本の限界生産性，労働の限界生産性，消費資本比率は各時点で一定である。

また，$p_2=1$であることと(66)(67)からレンタル率R，賃金率wは(34)(35)より

$$R=F_{K_1}=\alpha A\left\{\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\beta}{1-\beta}\left(\frac{\rho+\delta}{\beta B}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{1-\alpha} \tag{69}$$

$$w=F_{L_2}=(1-\alpha)A\left\{\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{1-\beta}{\beta}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right\}^{\alpha} \tag{70}$$

また，(39)より

$$G_{L_2}=(1-\beta)B\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \tag{71}$$

よって資本財価格は

$$p_1=\frac{F_{L_2}}{G_{L_2}}=\frac{A}{B}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{1-\beta}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{\beta B}{\rho+\delta}\right)^{\frac{\alpha-\beta}{1-\beta}} \tag{72}$$

よって(20)(66)(68)から利子率は

$$r=\frac{R}{p_1}-\delta+\frac{p_1^{\&}}{p_1}=\rho \tag{73}$$

これらは各時点で一定である。本稿の線型効用モデルでも，主要な変数がすべて各時点で一定となるという著しい性質があることが分かる。特に，利子率rは各時点で時間選好率に等しい。

C^p, V^p, M^pをそれぞれ価格表示での不変資本，可変資本，剰余価値とする。
価格で測った再生産表式を,

	C^p	V^p	M^p	合計
資本財生産部門	C_1^p	V_1^p	M_1^p	$p_1(K^{\&}+\delta K)$
消費財生産部門	C_2^p	V_2^p	M_2^p	$p_2 Y$

(74)

と表すことにする。添字のpは，priceの意味である。不変資本は，減価償却部分とし，可変資本は実際に消費される消費財を，各部門の労働配分に比例的に振り分けたものと考えられるので，再生産表式は

(75)

となる[3)]。ただし，本稿では瞬時的効用関数を線型効用としているので，$p_1^{\&}=0$である。よって，再生産表式はもう少し簡単になり

(76)

となる。

資本の有機的構成は

$$\frac{C^p}{V^p}=\frac{p_1\delta K}{p_2 Y}=\frac{\delta\alpha}{\rho+\delta} \tag{77}$$

	C^p	V^p	M^p	合計
資本財生産部門	$p_1\delta\phi_1 K$	$s_1 p_2 Y$	$(rp_1-p_1^{\&})\phi_1 K+s_1(wL-p_2 Y)$	$p_1(K^{\&}+\delta K)$
消費財生産部門	$p_1\delta\phi_2 K$	$s_2 p_2 Y$	$(rp_1-p_1^{\&})\phi_2 K+s_2(wL-p_2 Y)$	$p_2 Y$
合計	$p_1\delta K$	$p_2 Y$	$(rp_1-p_1^{\&})K+wL-p_2 Y$	$p_1(K^{\&}+\delta K)+p_2 Y$

(75)

	C^p	V^p	M^p	合計
資本財生産部門	$p_1\delta\phi_1 K$	$s_1 p_2 Y$	$rp_1\phi_1 K+s_1(wL-p_2Y)$	$p_1(K^{\&}+\delta K)$
消費財生産部門	$p_1\delta\phi_2 K$	$s_2 p_2 Y$	$rp_1\phi_2 K+s_2(wL-p_2Y)$	p_2Y
合計	$p_1\delta K$	p_2Y	$rp_1K+wL-p_2Y)$	$p_1(K^{\&}+\delta K)+p_2Y$

(76)

となり，通時的に一定である。

搾取率 e がどうなっているか調べよう。

第Ⅰ部門の搾取率は

$$e_1^p=\frac{M_1^p}{V_1^p}=\frac{rp_1\phi_1K+s_1(wL-p_2Y)}{s_1p_2Y}$$

$$=\frac{rp_1\phi_1K}{s_1p_2Y}+\frac{wL}{p_2Y}-1 \tag{78}$$

第Ⅱ部門の搾取率は

$$e_2^p=\frac{M_2^p}{V_2^p}=\frac{rp_1\phi_2K+s_2(wL-p_2Y)}{s_2p_2Y}$$

$$=\frac{rp_1\phi_2K}{s_2p_2Y}+\frac{wL}{p_2Y}-1 \tag{79}$$

となるので，各時点で各部門の搾取率は異なる。

経済全体での搾取率は

$$e^p=\frac{M_1^p+M_2^p}{V_1^p+V_2^p}=\frac{rp_1K+wL-p_2Y}{p_2Y}$$

$$=\frac{rp_1K}{p_2Y}+\frac{wL}{p_2Y}-1 \tag{80}$$

剰余労働は

$$M_1^p=rp_1\phi_1K+s_1(wL-p_2Y) \tag{81}$$

$$M_2^p=rp_1\phi_2K+s_2(wL-p_2Y) \tag{82}$$

となる。M_2^p は通時的に増加する。利潤率は

$$\frac{M_1^p}{C_1^p+V_1^p}=\frac{rp_1\phi_1K+s_1(wL-p_2Y)}{p_1\delta\phi_1K+s_1p_2Y}>0 \tag{83}$$

$$\frac{M_2^p}{C_2^p+V_2^p}=\frac{rp_1\phi_2K+s_2(wL-p_2Y)}{p_1\delta\phi_2K+s_2p_2Y}>0 \tag{84}$$

となる。部門間で利潤率は異なる。ただし，両部門共に正の値に収束する。

経済全体での利潤率は

$$\frac{M_1^p+M_2^p}{C_1^p+C_2^p+V_1^p+V_2^p}=\frac{rp_1K+wL-p_2Y}{p_1\delta K+p_2Y} \tag{85}$$

また，第Ⅰ部門の総価格の第Ⅱ部門の総価格に対する比率は

$$\frac{C_1^p+V_1^p+M_1^p}{C_2^p+V_2^p+M_2^p}=\frac{p_1(K^{\&}+\delta K)}{p_2Y}$$

$$=\frac{p_1K^{\&}}{p_2Y}+\frac{p_1\delta K}{p_2Y}\downarrow\frac{p_1\delta K}{p_2Y}(=\text{定数}) \tag{86}$$

となる。単調に減少し，定常状態では一定値である。よって，第Ⅰ部門が優先的に発展するといった事態は生じない。むしろ逆に，第Ⅱ部門の方が優先的に発展していることが分かる。

Ⅴ．結語

特徴を以下にまとめる。

1．効用単位で測った資本財価格である，シャドウプライス λ は各時点で一定。

2．消費財生産現場での資本労働比率 $\frac{\phi_2K}{s_2L}$，消費労働比率 $\frac{Y}{S_2L}$，資本の限界生産性 Y_K，労働の限界生産性 Y_L，消費資本比率 $\frac{Y}{K}$ は各時点で一定である。

3．資本財価値 t_1，消費財価値 t_2 は時間選好率 ρ の関数である。時間選好率 ρ の増加関数か減少関数かは不明である。

4．線型効用モデルでは，労働の配分比率である s_1, s_2 は，資本量の一次関数となっていることが分かる。ただし，s_1, s_2 のどちらが単調増加で単調減少かは，α, β に依存する。$\alpha>\beta$ ならば s_1 は単調減少，s_2 は単調増加，$\alpha<\beta$ ならば s_1 は単調増加，s_2 は単調減少となる。$\alpha=\beta$ のときは不明である。

5．線型効用モデルでは，資本の配分比率である ϕ_1, ϕ_2 は，労働量の一次関数となっていることが分かる。ただし，ϕ_1, ϕ_2 のどちら

が単調増加で単調減少かは，α, β に依存する。$\alpha > \beta$ ならば ϕ_1 は単調増加，ϕ_2 は単調減少，$\alpha < \beta$ ならば ϕ_1 は単調減少，ϕ_2 は単調増加となる。$\alpha = \beta$ のときは不明である。

6．価値で測った搾取率は各部門で各時点で一致し，時間とともに 0 に収束する。価格で測った搾取率は第Ⅰ部門，第Ⅱ部門共に正の値に収束する。

7．部門間で利潤率は異なるが，両部門，また経済全体でも（価値）利潤率は 0 に収束する。

8．第Ⅰ部門の優先的発展は起こらない。

9．資本財価格 p_1，消費財価格 p_2，資本のレンタル率 R，賃金率 w，利子率 r は各時点で一定。

10. 特に利子率 r は各時点で時間選好率 ρ に等しい。

資本財生産関数が資本と労働からなる本章のモデルは，前章と違ってかなり煩雑な計算結果となった。しかし，各時点で資本財・消費財の各生産現場で，限界生産性が常に一定となることから，主要な変数がすべて通時的に一定となるなど，前章とほぼ同等の結果が成り立った。瞬時的効用関数が線型ならば，生産関数が一次同次であっても制御関数が線型となるという性質があることが分かった。ただし，s_1, s_2, ϕ_1, ϕ_2 の増加・減少は，α, β の大小に依存することや，消費財価値 t_1, t_2 が ρ の増加関数になっているか不明など，前章と違って移行経路が明示的にどうなるかが不明である点が多々あった。

しかし資本財生産に資本が使われることから，本稿のモデルの方がマルクスの再生産表式と比較する際に適切である。

計算のため瞬時的効用関数を線型としたが，田添・大西［2011］では資本財生産が線型という前章と同一の仮定で，対数効用の下で消費財価値が通時的に下落することや，置塩定理（利潤率傾向的低下法則）や，レーニンの第Ⅰ部門の優先的発展の法則を検証している。本稿のように，資本財生産関数をコブダグラスとし，対数効用関数を瞬時的効用関数とした場合にどうなるであろうか。直観的には，消費財・資本財価値は通時的に低下しそうである。どのような条件下でそうなるかは，今後検証せねばならない。

注

1）金江［2008］では $\log Y$ としていた。

2）対称性（Symmetry）を用いた解法は Chang［2004］5 章に詳しい記述がある。金江［2011a］6 章でもこの解法を利用している。

3）金江亮［2010］［2011a］［2011b］においても本稿と同じように不変資本・可変資本を定義したが，森岡［2011］で，不変資本を資本のレンタル費用，可変資本を労働への支払いとすべきという指摘がある。これは今後の検討課題としたい。

参考文献

Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin［2004］*Economic Growth*, The MIT Press（大住圭介訳『内生的経済成長論Ⅰ，Ⅱ（第二版）』九州大学出版会，2006 年）。

Chang, F.［2004］*Stochastic Optimization in Continuous Time*, Cambridge University Press.

金江亮［2008］「『マルクス派最適成長論』の現実性と価値・価格問題」『経済論叢』第 182 巻第 5・6 号，133–144 ページ。

――［2010］「線型効用最適成長 2 部門モデルにおける価値・価格の動学」『経済論叢』第 184 巻第 4 号。

――［2011a］「マルクス派最適マクロ成長論の展開と課題」博士論文。

――［2011b］「マルクス経済学とマクロ経済動学」『経済科学通信』第 126 号，108–111 ページ。

森岡真史［2011］「再生産表式における資本財所有者――前号金江論文へのコメント」『経済科学通信』第 127 号

大西広［2005］「市場と資本主義の関係についての史的唯物論的理解について」『季刊経済理論』第 42 巻

第 1 号，4-11 ページ。

――・藤山英樹［2003］「マルクス派最適成長論における労働による資本の『搾取』」京都大学経済学研究科 Working Paper No. J-33。

――・金江亮［2008］「『マルクス派最適成長論』の到達点と課題」『立命館経済学』第 56 巻第 5・6 号，663-672 ページ。

Onishi, H. and A. Tazoe［2011］“Organic Composition of Capital, Falling Rate of Profit and ‘Preferential Growth of the First Sector’ in the Marxian Optimal Growth Model,” *Marxism 21* Volume 8 Number 1.

大西広・山下裕歩［2003］「新古典派成長論型マルクス・モデルにおける資産格差と時間選好率格差―ローマー的“搾取”への影響―」『政経研究』第 81 号，18-26 ページ。

Romer, D.［1996］*Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill Companies, Inc.（堀雅博・若成博夫・南條隆訳『上級マクロ経済学』日本評論社，1998 年）。

田添篤史・大西広［2011］「『マルクス派最適成長モデル』における価値分割と傾向法則」『季刊経済理論』第 48 巻第 3 号，75-79 ページ。

山下裕歩・大西広［2002］「マルクス理論の最適成長論的解釈―最適迂回生産システムとしての資本主義の数学モデル―」『政経研究』第 78 号，25-33 ページ。

――・――［2003］「『マルクス・モデル』の諸性質と生産要素としての労働の本源性」『経済論叢』第 172 第 3 号，38-53 ページ。

山下裕歩［2005］「新古典派的『マルクス・モデル』における Roemer 的『搾取』の検討」『季刊経済理論』第 42 巻第 3 号，76-84 ページ。

ロシャングリ・ウフル，金江亮［2010］「３部門『マルクス派最適成長論モデル』と強蓄積期間」『経済論叢』第 183 巻第 1 号，79-87 ページ。