経済論叢（京都大学）第 185 巻第 2 号，2011 年 4 月

〈論　　文〉

ローマー無搾取のマルクス無搾取への一致
―一般的効用関数と可変的生産関数のもとでの証明―

松　尾　　　匡

Ⅰ　はじめに

筆者は，松尾［2007］（以下「前稿」）において，資本主義的搾取についての，ジョン・ローマーの「搾取への所有関係アプローチ」の概念における無搾取状態が，生産手段の初期賦存量を十分増大させることによって，マルクス＝置塩の搾取概念における無搾取状態に一致することを，ごく簡単なモデルによって証明した。

その前提は，財が一種類，固定技術係数で，効用関数は，財の消費量から，労働時間の二乗を $2\beta_i$ で割ったものを引いたものというものであった。この場合，β_i は各自の勤勉さを表すパラメータとなる。

資本主義的搾取についてのローマーの概念における無搾取状態とは，社会の生産手段が全成員に平等に分配されている状態から帰結する均衡のことである。マルクス＝置塩の搾取概念における無搾取状態とは，各自が受け取るものを純生産するために必要とする労働が，自らが働いた量よりも小さくないことを言う。両者は一般には一致しないのだが，生産手段の初期賦存量が大きくなっていくと，やがて両者は一致するというわけである。

本稿はこの前提を，可変的生産関数とより一般的な効用関数に改めて，この結論がなお成り立つことを確認する。

Ⅱ　マルクス的搾取とローマー的搾取の矛盾

まず，前稿の議論を簡単なケースについて説明する。

マルクスが打ち出し，置塩信雄が現代的に定式化した労働搾取概念は，労働者が実際に働いた労働よりも，その労働の見返りとして購入し得る財を直接間接に生産するために必要な労働が小さいことを言う。

この搾取概念に対して，ジョン・ローマーは，「搾取への所有関係アプローチ」と称する別の搾取概念を対置した。資本主義体制批判の文脈で使われるその概念をごく簡単に説明すれば，全成員に資産を均等分配したときに，現実よりも厚生が上がる集団と下がる集団が生じた時，後者が前者を現実経済では搾取しているとするものである[1)]。

この両搾取概念は一致しない場合がある。ローマーは，この両者の搾取概念の不一致から，マルクス＝置塩型の労働搾取概念を放棄すべきことを主張したのである。

この両者の不一致をごく簡単な例で示そう。線形技術で生産される一財モデルを考える。投入要素は，労働と生産手段とする。前稿のモデル分析そのものは n 人の社会成員がいる前提のもとで解かれているが，ここではわかりやすく図示するために登場人物は A と B の二人だけとし，両者は同じ技術を利用するものとする。

図 1 は，縦軸に純生産物の数量，横軸に各自の労働投入量をとったものである。直線 Y が

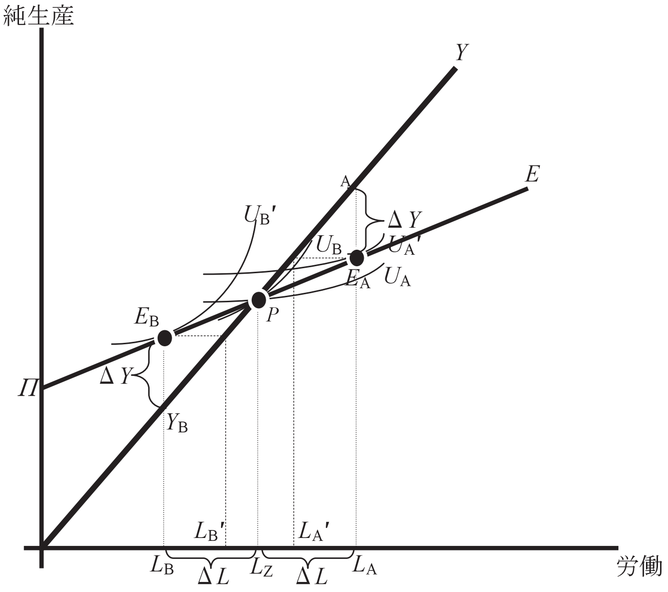

図1

生産関数にあたる。今，労働 L_Z に過不足なく対応する量の生産手段が二人に均等配分されているとしよう。それを二人とも完全に利用すれば，各自点 P の生産がなされる。このときの A の効用は，無差別曲線 U_A で，B の効用は，無差別曲線 U_B で表されている。

しかしこのとき，両者の間で生産手段の貸借の取引ができたとしたらどうなるだろうか。B は A に生産手段を貸して自らは労働時間を減らし，A から利子を受け取った方が厚生改善される。A は逆に B に利子を払ってでも生産手段を借りて労働時間を増やした方が厚生改善される。

かくして，直線 E の切片 Π を各自の生産手段初期賦存量で割った均衡利子率が成立して，B から A へ，ΔL 分の労働で過不足なく利用される生産手段が貸し付けられる。A は L_A 働いて Y_A 生産し，ΔY の利子を B に払って，E_A を取得する。B は L_B 働いて Y_B 生産し，ΔY の利子を A から受け取って，E_B を取得する。このときの A の効用は，無差別曲線 U_A' で，B の効用は，無差別曲線 U_B' で表されている。

この場合，資産は均等に配分されているのだから，もとよりローマー的搾取は存在しない。ところが，A が取得する E_A の純生産のためには，労働は L_A' ですみ，これは現実の労働 L_A よりも少ない。逆に B が取得する E_B の純生産のためには，労働は L_B' 必要で，これは現実の労働 L_B よりも多い。よって，マルクス＝置塩的には，B が A を搾取していることになる。かくして両搾取概念は矛盾することになる。

これは，言い換えれば，いわゆる「富搾取対応関係」が成り立たないことを示している。資産の所有状況から見れば同質の「階級」の成員の間で，労働搾取関係が発生することになるからである。

Ⅲ 両搾取概念が一致するとき

ところがここでもう一度図1を見ていただきたい。直線 E は点 P を通らなければならないのだが，各自に均等配分される生産手段の初期

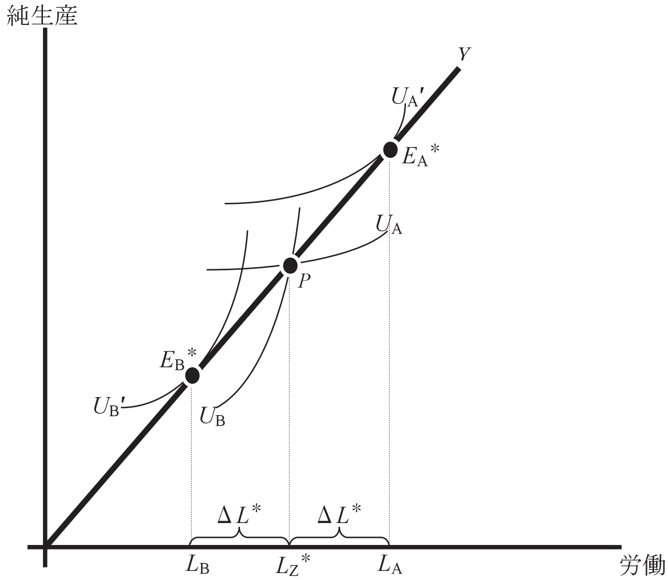

図２

賦存量が増えていくと，L_Z が増加し，P 点は右上に移っていく。一方で，生産手段の初期賦存量が増えると利子率が低下し，直線 E の切片 Π が下がっていく。すると，やがてどこかで，直線 E は直線 Y に一致し，図２のようになることになる。

すなわち，$L_Z{}^*$ に対応する生産手段が各自に配分されているのだが，これを各自がフルに使う P 点はなおもパレート最適ではないので，ΔL^* 分の労働で過不足なく利用される生産手段を，B が A に無利子で貸し付ける取引によってパレート改善が行われ，$E_A{}^*$，$E_B{}^*$ が実現される。この場合，両者とも，自分が働いた結果の純生産物を過不足なく取得するので，マルクス＝置塩的搾取は存在しない。両搾取概念は一致することになる。

この状態はいったい何なのだろうか。これは，生産手段の制約のない年々歳々の再生産の状態を，各自が所与の技術に自由にアクセスして，自己の効用を最大にするように選択している状態と同じになっている。この場合，各自の所有する生産手段は，年々歳々各自の労働に応じて配分されていることになる。この条件のもとでは，マルクス＝置塩的な労働搾取が存在しないことはいうまでもない。このときに各自の利用する生産手段が，社会全体にあらかじめ総量として存在するならば，ローマー的意味で搾取がないならばマルクス＝置塩の意味でも搾取はない。両搾取概念は一致することになるわけである。

Ⅳ　より一般的なモデルの定式化

さて，本稿のモデル分析に移る。

社会成員が $\mathrm{i}=1, \cdots, n$ の n 人存在するものとする。第 i 個人の純生産量を Y_i，生産手段投入量を z_i，労働投入量を L_i とする。社会の生産手段総賦存量を Z とする。

本稿では，生産関数は全成員に共通で一次同次とし，次のように定式化する。

$Y_i=f(l_i)z_i-z_i$，$f(0)=0$，$f'(l_i)>0$，$f''(l_i)<0$

ここで，Y_i は各自の財純生産量，$l_i \equiv L_i/z_i$ であ

る。すなわち，生産手段は１期で消耗するものとする。

y_i を各自の財取得量として，各自の効用 u_i は次のような効用関数で決まるものとする。

$$u_i = u^i(y_i, L_i),\ u^i_y > 0,\ u^i_{yy} < 0,\ u^i_L < 0,\ u^i_{LL} < 0$$

ただしこの関数は，$y^0_i < y_i$，$0 \leq L_i < \bar{L}$ で定義され，

$$\lim_{y_i \to y^0_i} u^i = -\infty,\ \lim_{y_i \to y^0_i} u^i_y = \infty,\ \lim_{L_i \to \bar{L}} u^i = -\infty,$$
$$\lim_{L_i \to \bar{L}} u^i_L = -\infty \tag{1}$$

とする。すなわち，y^0_i は生存維持のための財消費の下限，$\bar{L}$ は労働時間の上限（１日24時間）を意味する。

さて，ローマー的意味の無搾取状態を考える。このときには，生産手段が各自に Z/n ずつ均等分配される。

利子率を r とし，結果的に均衡において負になることはないが，この段階では形式的に $-1 < r$ で定義するものとする。すると，r が非負のときの各自の純利子受け取りは，$-rz_i + rZ/n$ となる。よって，$y_i = Y_i - rz_i + rZ/n$ である。しかし，r が負のときには，Z を貸すことはないので，$y_i = Y_i - rz_i$ となる。

各自の解く問題 [P1] は，

choose z_i, l_i

$\max u_i = u^i((f(l_i) - 1 - r)z_i + rZ/n, l_i z_i) \cdots r \geq 0$

choosee z_i, l_i

$\max u_i = u^i((f(l_i) - 1 - r)z_i, l_i z_i) \cdots r < 0$

となる。

Ⅴ　ローマー無搾取における各自の最適解

[P1] を解くと，一階の条件は次のようになる。

$$\partial u^i / \partial l_i = u^i_y f'(l_i) z_i + u^i_L z_i = 0 \tag{2}$$

$$\partial u^i / \partial z_i = u^i_y (f(l_i) - 1 - r) + u^i_L l_i = 0 \tag{3}$$

(2) より，

$$f'(l_i) = -u^i_L / u^i_y \tag{4}$$

これを (3) に代入すると，

$$f(l_i) - f'(l_i) l_i = 1 + r \tag{5}$$

となる。よって，r が与えられたもとでの最適な l_i は全成員均等となり，これを $l^\#$ とすると，

$$l^\# = l^\#(r),\ l^{\#\prime}(r) = -1/(f'' l_i) > 0$$

と書くことができる。

ここで，(4) の右辺を z_i の関数と見て，これを h^i と置くと，

$$h^i(z_i; r, Z) := -\frac{u^i_L((f(l^\#(r)) - 1 - r)z_i + rZ/n,\ l^\#(r) z_i)}{u^i_y((f(l^\#(r)) - 1 - r)z_i + rZ/n,\ l^\#(r) z_i)} \tag{6}$$

である。すると最適な z_i は，$r \geq 0$ のときは $f'(l^\#(r)) = h^i(z_i; r, Z)$ で決まり，$r < 0$ のときは $f'(l^\#(r)) = h^i(z_i; r, 0)$ で決まる。

これを図示しよう。h^i は，横軸に L_i，縦軸に y_i をとった無差別曲線の傾き，すなわち限界代替率である。労働は不効用であるから，無差別曲線は右上がりであり，最適化の二階の条件が成り立つためには，限界代替率は逓増しなければならない。よって，r が与えられたもとで，$l^\#$ が一定になるので，

$$\mathrm{d}h^i / \mathrm{d}L_i = \mathrm{d}h^i / (l^\# \mathrm{d}z_i) > 0$$

でなければならない。ゆえに，$h^{i\prime} > 0$ である。さらに，

$$\lim_{z_i \to \bar{L}/l^\#} u^i_L = -\infty \ll -u^i_y, \qquad \therefore \quad \lim_{z_i \to \bar{L}/l^\#} h^i = \infty$$

次に，$r \geq 0$ のケースについて，z^0_i を次のように定義する。

$$z^0_i = \frac{y^0_i - rZ/n}{f(l^\#) - 1 - r} \tag{7}$$

すなわち，これは，与えられた利子率と初期賦存のもとで，生存維持最低限の財を取得するために必要な生産手段の投入量である。すると，

$$\lim_{z_i \to z^0_i} u^i_y = \infty \gg -u^i_L, \qquad \therefore \quad \lim_{z_i \to z^0_i} h^i = 0$$

となる。r や Z が十分に小さければ z^0_i は正であるが，r や Z が十分に大きいと，数学形式上 z^0_i は負になる。後者は，生存維持最低限の財は，利子収入だけでまかなえることを意味する。

h^i 関数は，$z^0_i < z_i < \bar{L}/l^\#$ となるあらゆる z_i に対して値を一つ定め，連続であるから，h^i 関数

をグラフに図示すると，図３のようになる。(a)は r や Z が小さい場合，(b)は r や Z が大きい場合である。

なお，r が負のケースでは，(7)の分子が y^0_i となるだけで，(a)と変わらない。

さて，r が与えられると $f'(l^\#(r))$ は一定になるので，このグラフでは水平線として表される。よって(a)のケースなら，h^i 関数のグラフとの間に必ず一つ交点が発生し，$0<z^0_i<z_i<\overline{L}/l^\#$ の範囲で唯一最適な z_i が定まる。これを以下 $z_i{}^\#$ とかく。

r が十分大きくて z^0_i が数学形式上負となるケースにおいて，(b)のグラフの切片は $h^i(0;r,Z)$ である。$f'(l^\#(r))=h^i(0;r,Z)$ となる r を r^M_i とすると，$r<r^M_i$ ならば $z_i{}^\#>0$ であるが，$r\geq r^M_i$ ならば $z_i{}^\#=0$ となる。

この様子を図４に示す。(a)が $r<r^M_i$ の場合，(b)が $r\geq r^M_i$ の場合である[2)]。

$r=0$ の場合は(7)より $z^0_i>0$ であり，後述するとおり $l^\#(0)>0$ だから，(a)のケースとなり，$z_i{}^\#>0$ が存在する。$-1<r<0$ の場合も同様である。

最後に $r\to-1$ の場合を考える。この場合，(5)より，$l^\#\to 0$，したがって $f\to 0$ となる。する

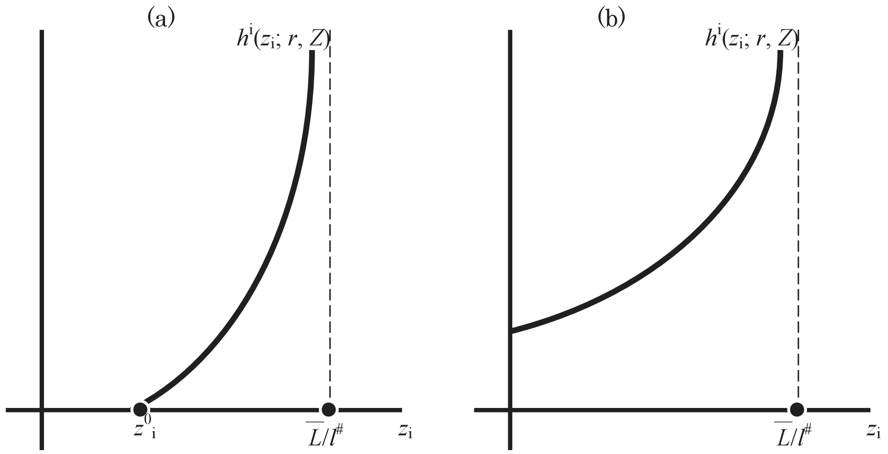

図３

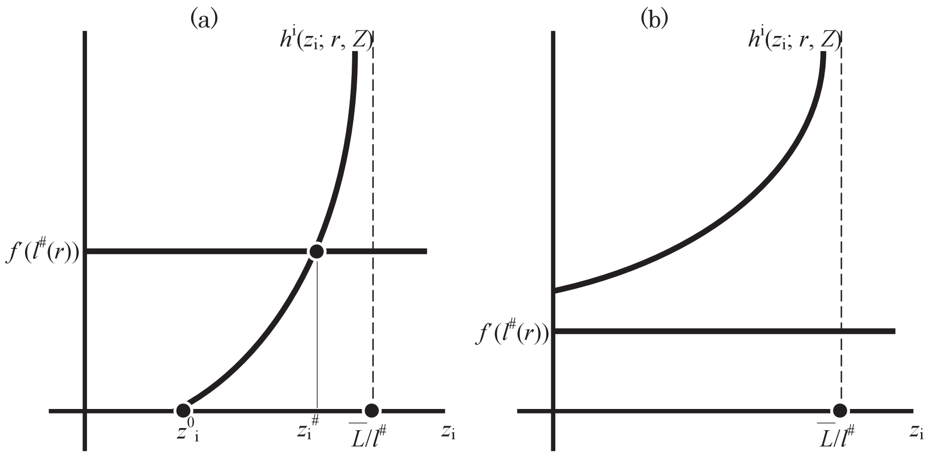

図４

と，z_i に上限がある限り，(1) より $u^i_y((f(l^\#)-1-r)z_i, l^\# z_i) \to u^i_y(0,0)=\infty$ となるので，$h^i(z_i;r,0) \to 0$ となる。他方，$f'(0)>0$ なので，z_i に上限があるならば，(4) の等号は成立しない。(4) の等号が成立するためには，$z_i{}^\# \to \infty$ でなければならない。

なお一般に，$-1<r<r^M_i$ の場合，r が変化したときの $z_i{}^\#$ の変化の方向は定まらない[3]。r が上昇すると $f'(l^\#(r))$ のグラフは下にシフトする。しかし，h^i 関数のグラフのシフト方向はいちがいには言えない。同様に生産手段の初期賦存量 Z が変化したときの $z_i{}^\#$ の変化の方向も定まらない[4]。この場合，$f'(l^\#(r))$ のグラフも，r がゼロ以下の場合の h^i 関数のグラフもシフトしない。しかし，r が正の場合の h^i 関数のグラフのシフト方向は定まらない。

いずれにせよ，$f'(l^\#(r))$ も h^i も，r と Z のどちらに関しても連続関数であり，しかもグラフがどのようにシフトしても，交点が不連続に変化することはない。よって，$z_i{}^\#$ は，$r>-1$ と $Z>0$ のどちらについても，一価の連続関数である。r がゼロ以下の場合，貸出しがないので $z_i{}^\#$ は Z の影響を受けなくなる。

Ⅵ　市場均衡利子率の決定

さて，社会成員全員の $z_i{}^\#$ を集計することにより，生産手段への需要（借り入れ）が導出される。これを Z^D とする。すなわち，

$$Z^D=\sum_{i=1}^{n} z_i{}^\#$$

$z_i{}^\#$ は $r>-1$ と $Z>0$ の一価の連続関数だったから，その合計である Z^D も同じである。これを，$Z^D=Z^D(r;Z)$ と書くことにする。

他方，生産手段の供給（貸し付け）Z^S は，次のような関数になる。

$$Z^S=Z \cdots r>0$$
$$0 \leq Z^S \leq Z \text{ で不定} \cdots r=0$$
$$Z^S=0 \cdots r<0$$

両者を縦軸に利子率，横軸に需要供給量をとるグラフに図示しよう。

今，社会成員中の r^M_i のうちの最大のものを r^{MAX} とする。すなわち，

$$r^{MAX}=\max[r^M_1, r^M_2, \cdots, r^M_n]$$

すると，$r \geq r^{MAX}$ では，すべての i について，$z_i{}^\#=0$ となるが，$r<r^{MAX}$ では，$z_i{}^\#>0$ となる i が誰か発生する。よって，$r \geq r^{MAX}$ では $Z^D=0$，$r<r^{MAX}$ では $Z^D>0$ となる。

また，$r \to -1$ となると，すべての i について $z_i{}^\# \to \infty$ となる。よって，$Z^D \to \infty$ となる。

よって，需給曲線は図 5 の Z^D 曲線のようにかける。

(a) は，利子率が下がると借り入れを増やそうとする常識的な需要曲線のケースで，この場合需要曲線は右下がりになる。この場合，利子率が非負値（図中 r^E）をとる均衡が存在することは明らかである。

もっとも，効用関数の性質によっては，利子率が下がると $z_i{}^\#$ を減らす行動をとる場合もあり得る。よって，需要曲線は一様に右下がりになるとは限らない。しかし，例えば (b) に図示するような複雑な形状の需要曲線であったとしても，$r \geq r^{MAX}$ で0，$r<r^{MAX}$ で正，$r \to -1$ で無限大となる，r の一価の連続関数である以上は，必ず供給曲線との間に，非負の利子率と，正で Z を超えない数量での交点を一つ以上持つ。

この市場調整が，$Z^D>Z^S$ のとき利子率上昇，$Z^S>Z^D$ のとき利子率下落という運動によって安定であるためには，供給が非弾力的である $r>0$ の領域では，Z^D の利子率による微分が負，すなわち需要曲線が右下がりでなければならない。供給が無限に弾力的な $r=0$ で交点が発生した場合は，それは無条件に安定である。すると，どんなに複雑な形状の需要曲線だったとしても，必ず一つ以上安定な交点が発生する。

図 5 (b) のケースでは，A，B，C の三つの均衡

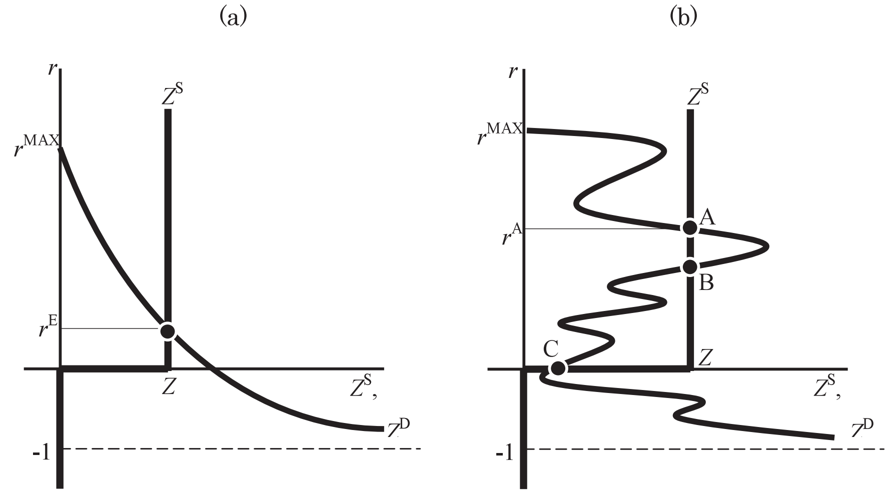

図５

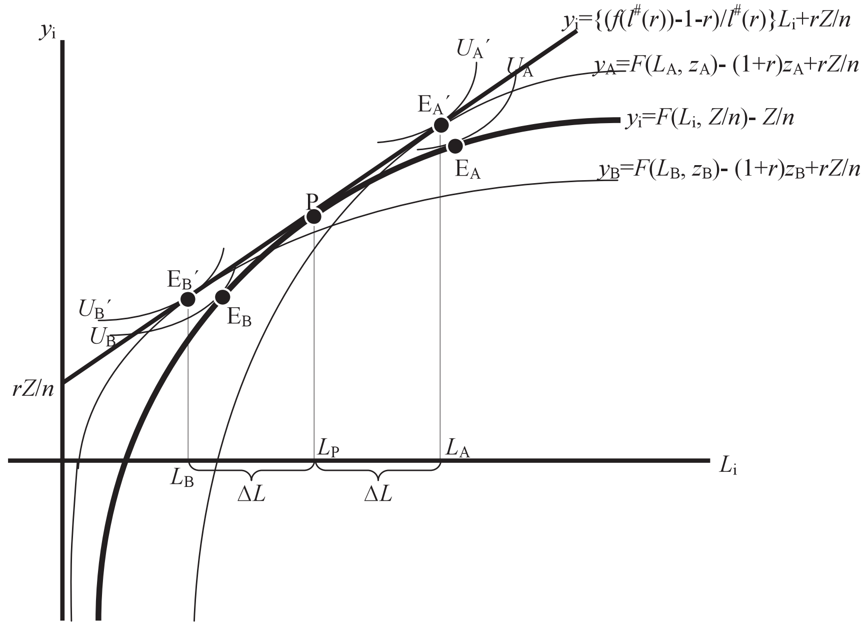

図６

が発生するが，うち安定なものはＡとＣであり，初期値によっていずれかが実現する。

このときの各自の最適化の様子を表すと次の図６のようになる。

もし各自が取引せず専ら自給するならば，次の問題[P0]を解く。

choose l_i　max $u_i=u^i((f(l_i)-1)Z/n, l_iZ/n)$

この解をＡとＢの二者がいるケースについて図示すると，図６の，$F(L_i, Z/n)-Z/n$ のグラフと両者の無差別曲線 U_A，U_B の接点，E_A，E_B となる。ここで，$F(L_i, z_i)$ は生産関数で，$F(L_i, z_i):=f(l_i)z_i$ である。$F(L_i, z_i)-z_i$ は純生産関数と言える。

[P1]は[P0]と比べて，z_i が Z/n に拘束されず

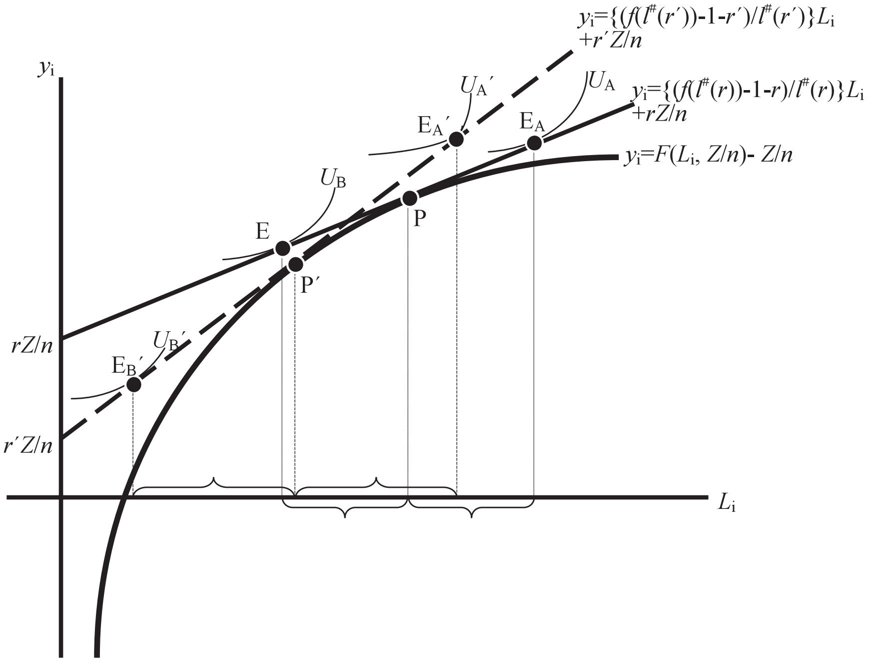

図 7

自由度が高いので，最適値の厚生は上回る。これを図示しよう。[P1] は，各自の財の取得量，

$$y_i=F(L_i, z_i)-(1+r)z_i+rZ/n$$

の制約のもとで，効用 $u_i=u^i(y_i, L_i)$ を最大化することになる。上の制約式のグラフを財取得関数のグラフと呼ぶと，それは，$z_i>Z/n$ ならば純生産関数のグラフを右上にシフトしたものに，$z_i<Z/n$ ならば純生産関数のグラフを左下にシフトしたものになる。各 L_i のもとで各々 y_i を最大にするように l_i を求めると，財取得関数のグラフの包絡線は，直線

$$y_i=\{(f(l^{\#}(r))-1-r)/l^{\#}(r)\}L_i+rZ/n$$

となる。

r が与えられたもとでの各自の最適解は，この直線と無差別曲線 U_A'，U_B' の接点，E_A'，E_B' で決まる。各々の r のもとで，純生産関数のグラフと包絡直線の接点 P が，$l^{\#}(r)$ のもとで Z/n を過不足なく使ったときの労働投入量 L_P を示す。これと，E_A'，E_B' の示す労働投入量 L_A，L_B の差が，共通の $l^{\#}(r)$ のもとで，それぞれ生産手段の純借り入れと純貸し付けに比例しており，適当に r を探索することで，両者が等しい値，図の ΔL をとるような包絡直線を見つければ，それが貸借の均衡を表している。明らかに，[P0] の解 E_A，E_B と比べて，両人ともに厚生が改善している。

図 5 (b) のように，共通の Z に対して複数の均衡利子率が存在することがあるかもしれない。しかし，図 7 に示すように，それらの間でパレート優劣の関係が起こることはない。それは，[P1] において u^i を r で微分すると，$u_y(Z/n-z_i^{\#})$ になり[5)]，貸借のある限り，$Z/n>z_i^{\#}$ の者と $Z/n<z_i^{\#}$ の者が存在するから当然である。

Ⅶ　初期賦存の増加によるマルクス＝置塩的無搾取均衡への一致

さて，生産手段の初期賦存 Z が増大したとき，これらの均衡がどのように変化するかを検

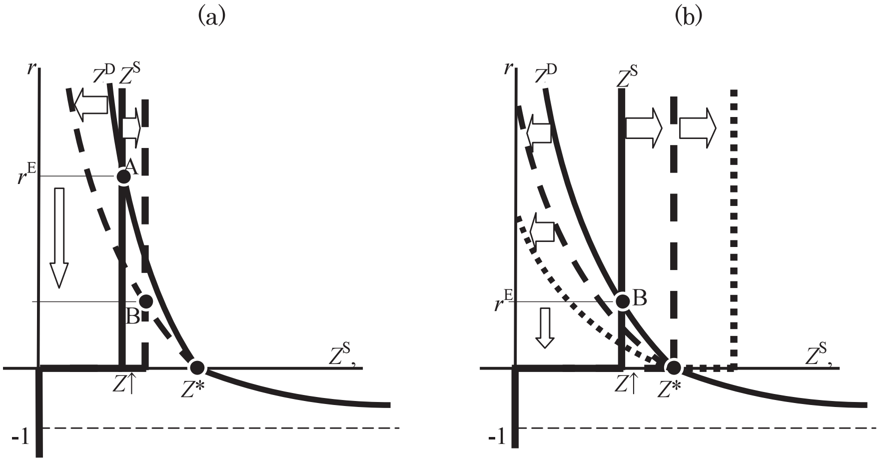

図８

討したものが図８，図９である。

Z が増大すると，r^M_i はどう変化するだろうか。r^M_i は h^i 関数の $z_i=0$ 切片に $f'(l^{\#}(r))$ を等しくならしめる r だったが，h^i 関数の $z_i=0$ 切片とは，自ら労働せず利子収入だけで暮らす場合の，所得・労働間の代替の弾力性である。これが Z の増大でどう変化するかは，効用関数の二次の交差微分の符号と大小に依存して一般には定まらないが，通常は，不労所得が増えると，単位労働を始めるに引き合う追加的所得は大きくなる（言い換えれば，同じ追加的所得で引き出せる労働は少なくなる）のが自然なので，上昇すると思われる。この場合には，$f'(l^{\#}(r))$ が上昇しなければならないのだから，r^M_i は低下する。全成員についてこれが成り立っていたならば，r^{MAX} は低下する。

利子率が r^{MAX} 未満の正の領域で，Z が増大したときの $z_i{}^{\#}$ の変化は，先述したとおり不明である。不労所得が増えると自己労働を減らすようなノーマルなケースがドミナントなら，Z^D 曲線は左にシフトする。

利子率がゼロ以下の領域では，$z_i{}^{\#}$ は Z の影響を受けなくなるので，Z^D 曲線はシフトしない。

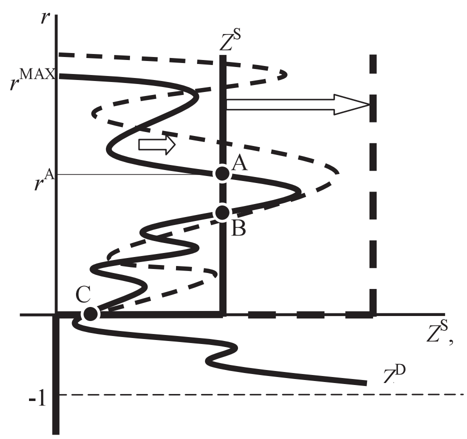

図９

図８では，図５のノーマルな (a) のケースに合わせ，さらにこの Z^D が，不労所得が増えると自己労働を減らすようなノーマルなものである場合を示した。この場合，$r>0$ の象限の Z^D 曲線は左シフトするので，図５(a) の同様の均衡点Ａの状態から出発して，Z が上昇するにつれて，均衡点Ｂのように均衡利子率は逓減し (a)，やがて Z が図の Z^* に達したところで，均衡利子率はゼロに至る(b)。そして，それを超して Z が上昇しても，均衡点は，$(Z^*, 0)$ のまま変わらない。

一般には，Z が上昇しても $r>0$ の象限の Z^D

曲線が左シフトするとは限らない。当面は，部分的に，または全面的に，右シフトするかもしれない。しかしその場合にも，しかも図 5(b) のような複雑なグラフだったとしても，Z^D 曲線の右シフトの幅が Z の増加幅に及ばなければ，Z の増加につれて，いずれ交点は利子率ゼロの点に落ち着くか，もしくは次の図 7 でわかるように，安定だった解が突然消失して，利子率ゼロの均衡点にジャンプする。そして，それ以降は Z が上昇しても均衡点は変わらない。

図 9 の場合，安定な均衡は A と C の二種類あるが，当初 A 点に均衡があったならば，Z の増加につれてしばらく均衡が連続的に変化する。しかし，その動きが続くと，どこかで均衡点が突然消失して，均衡は点 C にジャンプする。

Z^D 曲線の Z の増加による右シフト幅が Z の増加幅以上だった場合でも，それがいつまでも続くことはない。というのは，Z^D 曲線のシフトとは，r 一定としたときの $z_i{}^{\#}$ の増加が集計されたものであるが，これは，図 4 からわかるように，$r<r^{MAX}$ の領域では，h^i 関数のグラフのシフトの横幅にほかならない。これは，

$$\frac{\mathrm{d}z_i}{\mathrm{d}Z}=-\frac{\partial h^i/\partial Z}{\partial h^i/\partial z_i}$$

のことであるから，分母が正である以上，$-\partial h^i/\partial Z$ の正負によって決まる。これは，(6) より，

$$-\frac{\partial h^i}{\partial Z}=\frac{r}{nu^{i\,2}_y}(u^i_{Ly}u^i_y-u^i_{yy}u^i_L)$$

である。$u^i_{yy}u^i_L$ は正なので，u^i_{Ly} が負の場合，または u^i_{Ly} が正でも，$u^i_{yy}u^i_L$ の項がそれを凌駕するならば，h^i 関数のグラフは左シフトする。したがって，Z^D 曲線が右シフトするということは，社会成員の中に，$u^i_{Ly}u^i_y>u^i_{yy}u^i_L$ となっている者がいるということでなければならない。ところが，Z を限りなく上昇させたら，Z^D 曲線もまたその増加幅以上に右シフトし続けるということは，少なくともその社会成員にとっては，$z_i{}^{\#}$ が限りなく増加するということである。しかし，効用関数の前提より，$z_i{}^{\#}\to\infty$ ならば $u^i_L\to\infty$ となり，どこかで必ず $u^i_{Ly}u^i_y<u^i_{yy}u^i_L$ となる。

よって，Z を限りなく増加させたとき，Z^D 曲線も限りなく増加し続けることはない。やはり，交点は利子率ゼロの点に落ち着くか，図 9 のように，利子率ゼロの均衡点にジャンプする。

さて，生産手段に初期賦存量の制約がなく，年々生産手段が再生産される状態を自由に選択できるとき，どのような均衡が実現されるだろうか。

このとき，各自は，次のような問題 [P2] を解く。

choose l_i, L_i max $u_i=u^i((f(l_i)-1)L_i/l_i, L_i)$

一階の条件は次のようになる。

$$\partial u^i/\partial l_i=u^i_y(f'(l_i)-f/l_i+1/l_i)L_i/l_i=0 \qquad (8)$$

$$\partial u^i/\partial L_i=u^i_y(f(l_i)-1)/l_i+u^i_L=0 \qquad (9)$$

(8) より，

$$f'(l_i)=(f(l_i)-1)/l_i \qquad (10)$$

これは，労働生産性が最大ということである。この解はすべての i に共通となり，それを l^* と書くことにする。(9) を展開し，(10) を代入すると，

$$-u^i_L/u^i_y=(f(l^*)-1)/l^*=f'(l^*)$$

となる。これは，[P1] の解 (4)(5) において $r=0$ としたものである。

(10) から導出される各自の最適な労働量を $L_i{}^{\#}$ とすると，各自が年々生産し，投入する生産手段の量は，$L_i{}^{\#}/l^*$ で与えられる。すなわち，各自への生産手段の配分は，労働に比例してなされている。利子率はゼロで貸借はなされていないのだから，マルクス＝置塩の意味で搾取が存在しない。

この $L_i{}^{\#}/l^*$ を集計したものが，前節の $r=0$ のときの均衡の生産手段投入総量 Z^* になる。$r^{MAX}>0$ が存在し Z^D 曲線が連続で $r=0$ のとき

Z^* を通るのだから，生産手段の初期賦存量 Z が Z^* より少ない場合，ローマー的無搾取のもとでの均衡では，正の利子率が必ず発生する。

このもとで，各自の $z_i^\#$ が互いに一人でも相違していたならば，均衡において $z_i^\#$ の総計が Z に一致する以上，$z_i^\# > Z/n$ の者と $z_i^\# < Z/n$ の者とが必ず存在し，貸借が発生する。すなわち，利子の受け取り者は自己労働の産物より多いものを取得し，利子の支払い者は自己労働の産物をすべては取得できないわけだから，マルクス＝置塩的意味で搾取が発生する。

(6) の h^i 関数の定義式の分子が u^i_L であることから，他の諸変数が同じでも労働の不効用を感じることが強い者ほど h^i 関数のグラフは上に位置する。すると，図 4 から明らかに，そのような者ほど $z_i^\#$ が少なくなる。よって，相対的に労働の不効用を弱く感じる者は借入者，相対的に労働の不効用を強く感じる者は貸出者ということになり，相対的に勤勉でない者が相対的に勤勉な者をマルクス＝置塩的に搾取していることになる。

しかし，Z が十分に大きくなると，やがて，利子率ゼロ，生産手段投入総量 Z^* の均衡が実現され，そのもとで各自は，無利子の貸借または初期保有を余らせることにより，$L_i^\#/l^*$ の生産手段を投入する。すなわち，ローマー的無搾取均衡はマルクス＝置塩的無搾取均衡に一致する。

Ⅷ　解釈と課題

以上，生産手段の初期賦存の増大によって，ローマー的無搾取均衡がマルクス＝置塩的無搾取均衡に一致するとする前稿の命題は，もっと一般的な前提のもとでも成り立つことが証明された。

資産が平等分配されているローマー的無搾取均衡のもとで，マルクス＝置塩的意味での搾取が発生することは，マルクス＝置塩的搾取概念が規範基準として不適切であることの論拠の一つとされる。しかし，たくさん働いても多く消費したい者と，消費が少なくてもいいから自由時間が欲しい者がいろいろいることは自由である。前節で見た，マルクス＝置塩的無搾取均衡では，あたかも無主の荒野をそれぞれ自分が望むだけ耕すように，各自は自分が望むだけ働いて，それに必要なだけの生産手段がそれぞれあてがわれている。それが望ましい生産手段の分配の仕方だという立場は合理的である。あえてそうした必要以上に生産手段を平等分配することで，余計に得られた生産手段を他人の労働の産物を取得する手段に使うことは，「搾取」だと言われることにも根拠はある。

しかし，生産手段の初期賦存量が経済にとって制約となっているようなタイムスパンでは，各自望む分だけ働いてその分を受け取る均衡が理想だとしても，それに必要な生産手段が総量としてこの世になければそもそもこれは実現できない。そのときには，その制約となっているものを平等化する規範を採用することも，一つの合理的な立場と言える。この制約がなく，生産手段の総量を，経済の中で再生産されるものとして，コントロールできるタイムスパンにおいては，この基準も結局は，各自望む分だけ働いてその分を受け取るという基準に一致するわけである。

大西広らの一連の「マルクス派最適成長論」研究[6)] は，モデルの定式化には様々な批判がなされている。しかし，前稿冒頭にも触れたように，十分に資本蓄積が進んだならば労働搾取がなく，労働価値価格が成り立つ「マルクス的」世界が実現するのであり，搾取があって労働価値価格が成り立たないのは，そこに至るまでの，未だ資本蓄積が十分でない状態なのだとする，同研究の基本的な問題意識は，汲み取るべき洞察を含んでいると思う。本稿のモデルは，ローマー的「無搾取」という規範理論の枠組みの上

で，この問題意識に答えていると言える。

ところで第Ⅴ節では，「Z^D 曲線の Z の増加による右シフト幅が Z の増加幅以上である」という条件が成り立ち続ける限り，マルクス＝置塩的無搾取均衡への移動は起こらないことが示された。実際には，本稿の効用関数の前提のもとでは Z の増加が限りなく続けば，この条件が持続することはないため，やがてはマルクス＝置塩的無搾取均衡への一致が成り立つことが保証されたのだった。

いったい，この，マルクス＝置塩的無搾取均衡への移動が起こらない条件はどんな意味を持っているのだろうか。当初均衡上にあるとすると，Z^D と Z が等しいところから出発するのだから，これは，利子率一定としたときの，生産手段借り入れ需要の資産に関する弾力性が1よりも大きいことを意味する。

利子率が一定ならば，$l^\#$ は一定なので，労働投入 $l^\# Z^D$ の弾力性は，Z^D の弾力性に等しい。すなわち，この条件の意味することは，「労働供給の資産についての弾力性が正で１よりも大きい」ということと同じなのである。

知られている通り，これは，各自の効用関数が全く同じだったとしても，資産の多い者が資産の少ない者にマルクス＝置塩的意味で搾取されるというパラドキシカルな均衡が発生する条件として，ローマーが指摘したものである[7]。

上述したとおり，各自の効用関数が異なるのならば，他者よりも自由時間を強く選好する者に，あえて必要以上に生産手段を分配することで，余計になった生産手段が他人の労働の産物を取得する手段に使われてしまう事態は，たとえ分配された生産手段が他者より少なくても，「搾取」だと言うことにも根拠はあるはずである。

ところが，このような各自の効用関数の違いに起因するものではなくて，全く各自の効用関数が同じだとしても，なお，資産の多い者が資産の少ない者にマルクス＝置塩的意味で搾取されるというパラドックスが起こるのならば，それはマルクス＝置塩的搾取論の立場からはたしかに深刻な問題である。全く効用関数が均質な個人間で，資産分配が不平等だったとしたら，資産が少ない人は不当に扱われた側の者とされて当然なのに，このパラドックスではマルクス＝置塩的に「搾取者」にされてしまうからである。

このように，共通の条件がともに，マルクス＝置塩的無搾取を究極の規範基準とすることの動揺を導いている。これはどうしてだろうか。

本稿のモデルで，結局はこの条件が成り立たなくなり，首尾よくマルクス＝置塩的無搾取への一致がもたらされた理由はなんだっただろうか。それは，各自の労働時間に上限があって，それに近づくにつれて労働の限界不効用が無限大に飛ぶ前提によっているのだった。すなわち，各自の労働時間には制約があり，自由時間は各自にとって希少な資源だということである。

「労働供給の資産についての弾力性が正で１よりも大きい」ということは，労働生産性が一定ならば，労働力に対して，そこから引き出す労働時間とは無関係の一定の消費財投入を１％増やすならば――それゆえそれを投下労働価値で測った労働投入を１％増やすならば――，そこから，１％を超える生きた労働を抽出することができるということである。これは経済にとって労働がなんら制約とはなっていないことを意味する。このような人にとっては，自由時間を犠牲にした剰余労働は，自由時間と代替できた消費財に比べて貴重ではない。労働の搾取という概念がそもそもネガティブ概念として意味を持たなくなる[8]。だから，資産の多い者が資産の少ない者にマルクス＝置塩的意味で搾取されるというパラドックスが起こっても不思議

ではない。

本稿の問題でも，生産手段賦存量の増大に合わせて，それを上回るペースで労働供給が増えたとしたら，いつまでたっても労働はこの経済にとって制約ではなくて，生産手段賦存量の方が制約であり続ける。だから，この場合はマルクス＝置塩的無搾取に一致しないローマー的無搾取にとどまるのである。

逆に言えば，マルクス＝置塩的搾取概念の前提する規範基準は，各自の労働時間こそが制約[9]で，他の諸条件が制約になっていない再生産を前提として成り立っているものだと言える。

さて，本稿になお残された課題について述べる。それは，すでに前稿の段階で指摘されている問題である。

前稿のモデルでも，生産手段賦存量が十分大きいならば，さらに生産手段賦存量が増えることによって利子率が低下することは，貸出者の効用を低下させる。したがって，マルクス＝置塩的無搾取均衡は，マルクス＝置塩的に搾取のあるローマー的無搾取均衡に比べて，パレート優越していない[10]。

これは，マルクス＝置塩的無搾取均衡を規範基準とすることが自明とならないことを意味する。この問題は，本稿においても当然共有している。特に，図９のように，多くの生産手段が投入されて，貸出者が多くの利子を得ている状態から，もっと生産手段投入が少ないゼロ利子均衡へのジャンプが起こるケースでは，効用が低下する貸出者が発生しているのは当然である。

いったい，マルクス＝置塩的無搾取均衡は，それ以外のローマー的無搾取均衡に比べてパレート優越しないにもかかわらず，なお規範基準とされる根拠があるのだろうか。あたかも無主の荒野をそれぞれ自分が望むだけ耕しているロック的状況それ自体が望ましいという価値観に立てばそれでよいのだろうか。あるいは補償原理のようなもので正当化すればよいのだろうか。

謝辞

吉原直毅氏よりいただいたコメントは，本稿の改善のために大変役立ったので，記して深く感謝する。もちろんこのことは見解の一致を意味するわけではない。

注

1）より一般的で正確な定義は，吉原（［2008］pp. 217-219）の「搾取への所有関係アプローチ」を参照せよ。

2）f' に下限があり，$f'(\infty)\geq h^{\mathrm{i}}(0;\infty,Z)$ となるならば，f' と h^{i} は交点を持ち続け，$r^{\mathrm{M}}_{\mathrm{i}}$ は存在しない。この場合，r が無限に大きくなるにつれて，$z_{\mathrm{i}}{}^{\#}$ は非負の下限値に収束する。このような社会成員があれば，次節で見る借り入れ需要曲線は，左限において非負の垂線に漸近するグラフになるが，この場合も，r の一価の連続関数であることに違いがないので，以下の議論はすべてあてはまる。他方，よく見られるような $f'(\infty)=0$ の前提があるならば，r が大きくなるにつれて，いくらでも f' 線は下がるので，かならず正の $r^{\mathrm{M}}_{\mathrm{i}}$ が存在する。

3）$\dfrac{\mathrm{d}z_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}r}=\dfrac{z_{\mathrm{i}}}{f''\cdot l^{\#2}}+\dfrac{u^{\mathrm{i}}_{y}}{l^{\#2}\phi}+\dfrac{1}{l^{\#}\phi}(f'\cdot u^{\mathrm{i}}_{yy}+u^{\mathrm{i}}_{yL})\left(z_{\mathrm{i}}-\dfrac{Z}{n}\right)$

となる。ただし，$\phi:=u^{\mathrm{i}}_{yy}f'^{2}+2u^{\mathrm{i}}_{yL}f'+u^{\mathrm{i}}_{LL}$ で，二階の条件より，負である。よって上式右辺第１項は負，第２項も負である。u^{i}_{yL} が負で純貸し付けが正の場合は第３項も負となって全体の符号は負に確定する。u^{i}_{yL} が正かまたは純貸し付けが負の場合は符号は確定しない。

4）$\dfrac{\mathrm{d}z_{\mathrm{i}}}{\mathrm{dZ}}=-\dfrac{r(f'\cdot u^{\mathrm{i}}_{yy}+u^{\mathrm{i}}_{yL})}{nl^{\#}\phi}$ となる。u^{i}_{yL} が負なら全体の符号は負に確定する。u^{i}_{yL} が正で十分大きいなら，全体が正になることもある。

5）最適化された効用では，コントロール変数による微分はゼロになっているので，単に外生変数で微分するだけでよい。

6）全体像の把握は総括的論文，大西・金江［2008］を参照せよ。

7）吉原（［2008］p. 217）。

8）搾取概念が自然に適応できる一つの合理的解釈は，

ここで, 資産の増大にともなう所得の増加によって, 喜んで減らされる余暇時間を，一種の家内労働とみなすことである。

9）各自の労働時間に制約がなく，労働の限界不効用に上限があるならば，十分利子率が小さいときに解が存在しなくなる。

10) 2008 年 10 月 25 日の経済理論学会大会（九州大学）における筆者自身の報告と，それに対する森岡真史のコメントにおいて，同時に指摘されている。

参考文献

大西広・金江亮［2008］「『マルクス派最適成長論』の到達点と課題」『立命館経済学』第 56 巻第５・６号。

松尾匡［2007］「生産手段賦存量とマルクス / ローマー搾取論関係」大西広『平成 16-18 年度科学研究費補助金（基盤研究(c)(2)）研究成果報告書「マルクス派最適成長論」の到達点と課題』。

吉原直毅［2008］『労働搾取の厚生理論序説』岩波書店。