Architectural Institute of Japan

日本建築学会大会学術講演梗概集
(関東) 2011年8月

モデルの自由度縮約に伴う伝達特性の変化を考慮した高精度時刻歴応答評価法

正会員 ○吉富 信太*
同 竹脇 出*

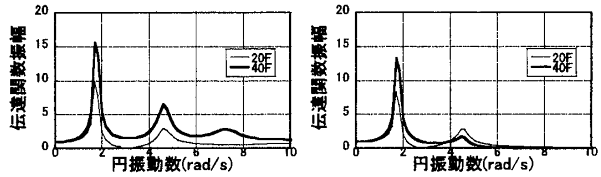
伝達関数　縮約モデル　地動慣性力
逆フーリエ変換　影響係数ベクトル

1. 序

これまでに，非線形ダンパーを含む多自由度せん断モデルを少自由度モデルに縮約する方法が提案されている[1]．この手法は，非線形ダンパーの最適配置問題における多数回の時刻歴応答解析の計算負荷の低減に有効である．この手法では，精度向上を図るために縮約モデルに加える地動による慣性力を変換している．しかしながら，1 次モードの等価性のみに基づいてモデルの自由度を縮約するため，原モデルと縮約モデルの高次モードは必ずしも一致せず，加速度応答等高次モードが卓越する場合の精度が低下することが指摘されている．本論文では，この問題点を解決する新たな地動慣性力の変換法を提案する．

2. 原モデルと縮約モデルの伝達特性の違い[1]

文献 1)の手法で 40 層せん断モデルを 2 層せん断モデルに縮約する例を示す．両モデルの伝達関数を示す．等価性が保証されている 1 次モードは対応しているが，高次モードは対応していない．このように，少自由度モデルの伝達特性をあらゆる振動数において多自由度モデルと一致させることは一般にできないため，等価性の保証されていない振動数において応答評価の精度が低下する．



(a) 原モデル　(b) 縮約モデル

図 1　原モデルと縮約モデルの加速度伝達関数振幅

3. モデル間の伝達特性の差を考慮した変換地動慣性力

3.1 提案手法の特徴

モデル自由度の縮約における 2 節の問題点を解決する汎用的な手法を提案する．本手法の特徴は以下の通り．

(1)原モデルと縮約モデルの伝達特性の差を振動数領域において荷重に反映させ，その逆フーリエ変換の時刻歴荷重を用いて両モデルの応答を合わせる．

(2)対象とするモデルや自由度縮約の方法は任意であり汎用性の高い手法である．

(3)非線形ダンパーの最適配置など，多数回の時刻歴応答解析が必要な場合の計算負荷を低減できる．

3.2 モデル間の伝達特性の差を考慮した変換地動慣性力

図 2 に 4 層の原モデルを 2 自由度の縮約モデルに縮約する例を示す．原モデルの質量，剛性，減衰は既知とし，任意の方法で縮約モデルの諸元を決定する（例えば 1 次モードと 1 次固有振動数の等価性）．地動加速度 $\ddot{u}_g(t)$ に対する縮約モデルの水平変位応答 $\bar{y}_1(t)$，$\bar{y}_2(t)$ が $\bar{y}_2(t)=y_4(t)$，$\bar{y}_1(t)=y_2(t)$ を満足するように変換地動慣性力を設定する．$(\bar{\ })$ は縮約モデルに関連する量を表す．

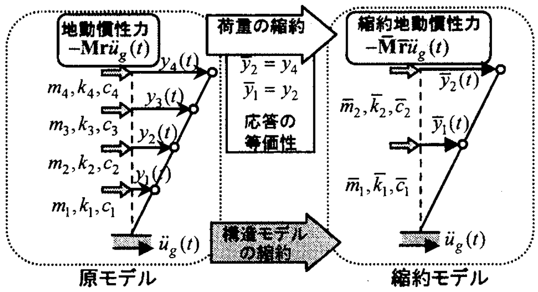


図 2　多自由度モデルの少自由度モデルへの縮約

原モデルの時間領域の運動方程式は次式で表される．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{K}\mathbf{y}(t)=-\mathbf{Mr}\ddot{u}_g(t) \tag{1}$$

$\mathbf{M},\mathbf{K},\mathbf{C}$ は質量行列，剛性行列，減衰行列．$\mathbf{r}$ は影響係数ベクトル．$\ddot{\mathbf{y}}(t),\dot{\mathbf{y}}(t),\mathbf{y}(t),\ddot{u}_g(t)$ は建物の加速度応答，速度応答，変位応答，地動入力加速度．地動により各自由度に生じる(1)式右辺の慣性力を「地動慣性力」と呼ぶ．

原モデルの振動数領域の運動方程式は次式で表される．

$$\mathbf{A}(\omega)\mathbf{Y}(\omega)=-\mathbf{Mr}\ddot{U}_g(\omega) \tag{2}$$

$$\mathbf{A}(\omega)=-\omega^2\mathbf{M}+i\omega\mathbf{C}+\mathbf{K} \tag{3}$$

$\ddot{U}_g(\omega),\mathbf{Y}(\omega)$ は $\ddot{u}_g(t),\mathbf{y}(t)$ のフーリエ変換．原モデルの加速度の伝達関数は次式で表される．

$$\ddot{\mathbf{H}}(\omega)=(\ddot{\mathbf{Y}}(\omega)+\mathbf{r}\ddot{U}_g(\omega))/\ddot{U}_g(\omega)=\omega^2\mathbf{A}(\omega)^{-1}\mathbf{Mr}+\mathbf{r} \tag{4}$$

同様に縮約モデルの振動数領域における運動方程式は次式で表される．$(\bar{\ })$ は縮約モデルに関連する量を表す．

$$\bar{\mathbf{A}}(\omega)\bar{\mathbf{Y}}(\omega)=-\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{r}}\ddot{U}_g(\omega) \tag{5}$$

$$\bar{\mathbf{A}}(\omega)=-\omega^2\bar{\mathbf{M}}+i\omega\bar{\mathbf{C}}+\bar{\mathbf{K}} \tag{6}$$

縮約モデルの加速度の伝達関数は次式で表される．

$$\bar{\ddot{\mathbf{H}}}(\omega)=\omega^2\bar{\mathbf{A}}^{-1}(\omega)\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{r}} \tag{7}$$

原モデルの伝達関数 $\ddot{\mathbf{H}}(\omega)$ のうち，縮約モデルと対応する自由度のみを取り出し，$\hat{\ddot{\mathbf{H}}}(\omega)$ とする．$(\hat{\ })$ は原モデルにおいて縮約モデルと対応する自由度の量を表す．一般には $\hat{\ddot{\mathbf{H}}}(\omega)\neq\bar{\ddot{\mathbf{H}}}(\omega)$ であるため，同じ地動入力に対する応答も $\hat{\ddot{\mathbf{Y}}}(\omega)\neq\bar{\ddot{\mathbf{Y}}}(\omega)$ となる．そこで，両モデルの対応自由度における応答を一致させるために，次式を満足するような縮約モデルの影響係数ベクトル $\bar{\mathbf{r}}'$ を求めることを考える．

Time-history Response Analysis Method via Reduced Model Including Transformation of Inertia Forces in Frequency Domain

Shinta YOSHITOMI and Izuru TAKEWAKI

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

$$\hat{\mathbf{Y}}(\omega)-\hat{\mathbf{r}}\ddot{U}_g(\omega)=\bar{\bar{\mathbf{Y}}}(\omega)-\bar{\mathbf{r}}\ddot{U}_g(\omega)$$
$$\Rightarrow\hat{\hat{\mathbf{H}}}(\omega)-\hat{\mathbf{r}}=\bar{\bar{\mathbf{H}}}(\omega)-\bar{\mathbf{r}} \tag{8}$$

原モデルの伝達関数 $\hat{\hat{\mathbf{H}}}(\omega)$ は既知とする（評価法については後述）と，(8)式を満足するような影響係数ベクトル $\bar{\mathbf{r}}'$ は次のように求まる．

$$\hat{\hat{\mathbf{H}}}(\omega)-\hat{\mathbf{r}}=\bar{\bar{\mathbf{H}}}(\omega)-\bar{\mathbf{r}}'$$
$$\Rightarrow\hat{\hat{\mathbf{H}}}(\omega)-\hat{\mathbf{r}}=\omega^2\bar{\mathbf{A}}^{-1}(\omega)\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{r}}' \tag{9}$$
$$\Rightarrow\bar{\mathbf{r}}'(\omega)=\omega^{-2}\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{A}}(\omega)(\hat{\hat{\mathbf{H}}}(\omega)-\hat{\mathbf{r}})$$

元の影響係数ベクトル $\bar{\mathbf{r}}$ は定数ベクトルであるのに対し，新たな影響係数ベクトル $\bar{\mathbf{r}}'(\omega)$ は ω の関数となる．

(7)式の $\bar{\mathbf{r}}$ の代わりに $\bar{\mathbf{r}}'(\omega)$ を用いた振動数領域の運動方程式は次式となる．

$$\bar{\mathbf{A}}(\omega)\bar{\mathbf{Y}}(\omega)=-\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{r}}'(\omega)\ddot{U}_g(\omega) \tag{10}$$

(9)式を用いれば，(10)式の加速度応答や変位応答が原モデルの応答と等しくなることを示すことができる．(10)式右辺を振動数領域の「変換地動慣性力」と呼び，その逆フーリエ変換により生成した時間領域の「変換地動慣性力」を縮約モデルに加えて評価した時間領域の応答は，原モデルの時間領域の応答と等しくなる．

4. 数値例題

本節では提案手法を 2 つの例題に適用する．なお，(9)式において既知量とした原モデルの伝達関数 $\hat{\hat{\mathbf{H}}}(\omega)$ は，①振動数領域の運動方程式を解く方法と，②時間領域の応答データのフーリエ変換より求める方法の 2 種類により評価できるが，ここでは①の方法を採用した例を示す．

4.1 40 層せん断モデルを 2 層せん断モデルに縮約

文献 1)の方法により，40 層せん断モデルを 2 層せん断モデルに縮約する（対応層は第 40 層と第 20 層）．40 層原モデルは，1 次固有周期 4.0s として，1 次モードが逆三角形分布となるように各層剛性を決め，1 次減衰定数 2%の剛性比例減衰とする．入力地震波は Taft 原波とする．原モデル，縮約モデル，文献 1)の手法，本論文の提案手法の 4 つによる時刻歴応答の最大値を図 3 に示す．モデルの縮約だけでは精度が低いことがわかる．文献 1)の方法は，変位応答は精度良く評価できているものの，加速度応答の精度が低いことがわかる．一方本提案手法では，変位応答と加速度応答について，いずれも精度良く原モデルの応答を評価できることが分かる．

4.2 20 層骨組を 20 層および 2 層せん断モデルに縮約

本手法は，せん断モデルに限らず，骨組モデルにも適用可能である．本節では，20 層 3 スパン骨組を 20 層せん断モデルと 2 層せん断モデルに縮約した例を示す．諸元は省略する．Ai 分布に基く水平載荷時の層の荷重変形関係より 20 層モデルへ縮約し，さらに 1 次モードの等価性より 2 層モデルへ縮約する．入力地震波は Taft 原波とする．原モデル，縮約モデル，提案手法の 3 つの時刻歴応答の最大値を図 4,5 に示す．構造モデルの縮約だけでは精度が低い．提案手法では，変位応答と加速度応答いずれも精度良く原モデルの応答を評価できることが分かる．

5. 結論

(1)多自由度の原モデルを少自由度の縮約モデルに縮約し，2 つのモデルの伝達関数の差を荷重に反映させることにより，縮約モデルを用いて原モデルの対応する自由度の時刻歴応答を精度良く評価できる手法を提案した．

(2) せん断モデルだけでなく骨組モデルなど任意のモデルに対し，また任意の自由度縮約法に対して適用可能なため，非線形ダンパーの最適配置など多数回の時刻歴応答解析を伴う問題において有効である．

(3) 数値例題において，せん断モデルと骨組モデルに本手法を適用し，変位応答と加速度応答の両者を精度よく評価可能であることを示した．

謝辞　本研究の一部は科研費 H21-22[若手研究 B]による．

参考文献

1) 辻聖晃，国分宏樹，吉富信太，竹脇出:非線形復元力特性を有する制振ダンパーの構造縮約モデルを用いた最適配置法，構造系論文集，第 75 巻，第 658 号，pp.2143-2152, 2010.12

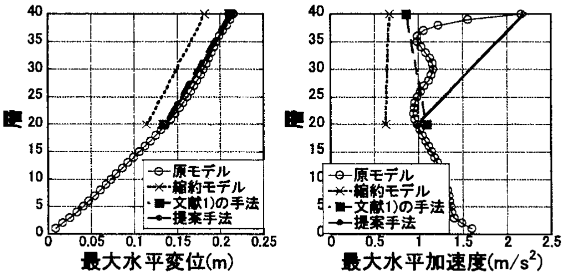


図 3　最大応答比較（せん断モデル）

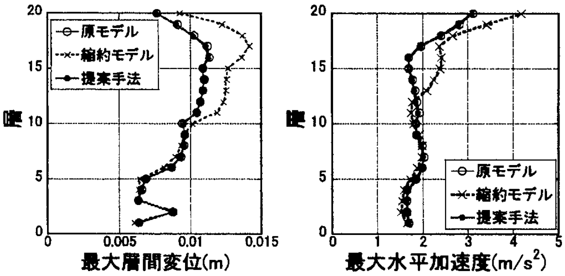


図 4　最大応答比較(20 層骨組を 20 層せん断モデルに縮約)

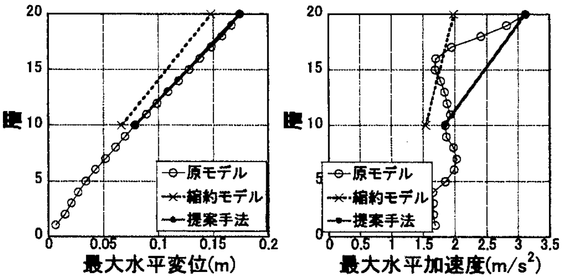


図 5　最大応答比較(20 層骨組を 2 層せん断モデルに縮約)

*京都大学

*Kyoto University

NII-Electronic Library Service