

## 建物の平面配置効果を考慮した2棟連結制振構法の特性解析

—(その2)—地震時応答についての詳細な解析

正会員 ○半田 潤\*1 同 吉富信太\*1 同 辻 聖晃\*1 同 竹脇 出\*1

## 2. 構造—2. 振動

連結制振, 複素固有値解析, 平面配置, ねじれ振動, 連結ダンパー

## 1. 序

連結建物に関する多くの既往の研究では連結建物の位置関係やダンパーの設置条件等により生じる水平面内のねじれを無視したモデルについて研究を行っている。しかし、そのねじれが問題となる場合も考えられる。そこで前報に続きねじれが考慮できるモデルを考え、連結ダンパーの重心からのずれ量や、単一建物における重心と剛心のずれ（以下では、「建物の偏心」と称す）が、連結された2棟の建物の固有振動特性や地震時応答に及ぼす影響を明らかにする。

## 2. 本論文で扱うモデルおよびパラメータの定義

本論文では2棟の建物の連結を考え、2棟の建物の各々をA棟、B棟と呼ぶ。以下に示す変数の下付き添字がAのものはA棟に属する変数であることを、下付き添字がBのものはB棟に属する変数であることを示す。水平面内のねじれを考慮できる建物モデルとして、図1の中央に示すものを用いる。地震入力方向（図の左右方向）に直交する建物の一辺の両端部に取り付くバネの剛性を $k_{X1}$ ,  $k_{X2}$  ( $X=A, B$ )とし、地震入力方向に平行な一辺の両端部に取り付くバネの剛性を $k_{rX1}$ ,  $k_{rX2}$  ( $X=A, B$ )とする。また、床面は剛体とし、質量分布は一樣であるとする。ここでは簡単のため正方形に限定されたモデルを扱う。その一辺の長さを $2l_X$  ( $X=A, B$ )とする。

図1中央に示すモデルが、その重心位置において、地震入力方向および回転方向にのみ運動するものと仮定する。このとき、図1中央のモデルは、図1右のモデルのように、質量と回転慣性を有する剛棒に、地震入力方向へのみ変形する並進バネと、回転バネが取り付けられた水平1自由度、回転1自由度の2自由度モデルに置換することができる。並進バネと回転バネの剛性の定義は後述する。

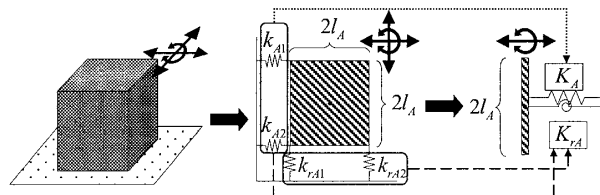


図1 回転と1方向並進が可能な2自由度モデル

本論文では、上記の偏心パラメータ(I),(II)の両方を一度に決定するパラメータとして「連結ダンパー偏心比」 $\varepsilon$ を用いる。即ち、建物の大きさに対する連結ダンパーの偏心距離の比が2つの建物で同じになるようにし、2つの建物の位置関係が決定されれば、連結ダンパーの設置位置も決定されるものとする。図2左のように建物の位置関係とそれぞれの大きさが決定されれば、連結ダンパーの位置も決定される。連結ダンパー偏心比とは、図2左に示すように、A棟重心に対する連結ダンパーの偏心距離を $e_A$ とし、 $\varepsilon_A = e_A/l_A$ をA棟の連結ダンパーの偏心比と定義する。また上記の偏心パラメータ(III) (建物自身の偏心量に関するパラメータ)は、個々の解析についてそれぞれ決定する。この建物自身の偏心についても、図2左に示すように、A棟の重心と剛心の距離を $e_{kA}$ とし、 $\varepsilon_{kA} = e_{kA}/l_A$ をA棟の「剛性偏心比」と定義する。

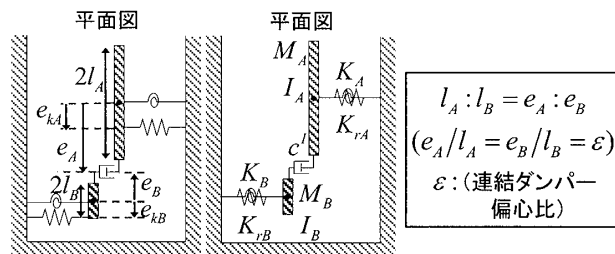


図2 2棟連結モデル

本論文では、2棟連結制振建物として次の2つのタイプを取り扱う。(I) 同等剛性型モデル: 剛性

SEISMIC RETROFITTING BY CONNECTION OF TWO BUILDINGS CONSIDERING PLANAR LOCATION OF BUILDINGS

HANDA Jun, YOSHITOMI Shinta, TSUJI Masaaki, and TAKEWAKI Izuru

が同等で質量に極端に差があるモデルで、建物と独立骨組の連結などが対応する。(II)同等質量型モデル：質量が同等で剛性に極端に差があるモデルで、耐震壁付き建物と純ラーメン建物の連結などが対応する。

同等剛性型においては質量の大きい方を、同等質量型においては剛性の大きい方をA棟、他方をB棟と呼ぶ。従って建物単独での固有周期は同等剛性型ではB棟の方が、同等質量型ではA棟の方が短い。A棟の質量、慣性モーメント、剛性、ねじり剛性を $M_A, I_A, K_A, K_{rA}$ とし、B棟も同様とする。連結ダンパーの減衰係数を $c^l$ とし、構造物の構造減衰は考慮しない。A棟に対するB棟の質量比 $M_B/M_A$ を $\mu$ 、A棟に対するB棟の剛性比 $K_B/K_A$ を $\kappa$ とする。2棟連結後、B棟を完全剛体と見なし平面配置を考慮せずに評価した次式で表わされるA棟の減衰定数を $h^0$ とし、連結ダンパーのダンパー量を表すパラメータとする。

$$h^0 = \frac{c^l}{2\sqrt{M_A K_A}} \quad (1)$$

並進バネの剛性 $K_A$ および $K_B$ はそれぞれ(2a, b)式で定義し、回転バネのねじり剛性 $K_{rA}$ および $K_{rB}$ はそれぞれ(2c, d)式で定義する。 $\gamma_A$ と $\gamma_B$ は、地動入力方向の建物の並進剛性に対するねじり剛性の大きさを調整するための係数であり、地動入力直交方向と入力方向の並進剛性が等しい場合には2、直交方向剛性の方が大きい場合(図1での $k_A \leq k_{rA}$ 場合)には2以上の値となる。

$$K_A = k_{A1} + k_{A2}, \quad K_B = k_{B1} + k_{B2} \quad (2a, b)$$

$$K_{rA} = \gamma_A \times K_A \times l_A^2, \quad K_{rB} = \gamma_B \times K_B \times l_B^2 \quad (2c, d)$$

### 3. 複素固有値解析による固有振動特性評価

A棟、B棟の重心の左方向変位をそれぞれ $y_A, y_B$ とし、反時計回りを正として回転角をそれぞれ $\theta_A, \theta_B$ とする。自由振動方程式およびその状態方程式は以下の(3a, b)式で表すことができる。各ベクトル、マトリクスを(4a-g)式に示す。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{A}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{B}\mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (3a, b)$$

$$\mathbf{y} = \{y_A \ y_B \ \theta_A \ \theta_B\}^T \quad (4a)$$

$$\mathbf{M} = \text{diag}(M_A \ M_B \ I_A \ I_B) \quad (4b)$$

$$\mathbf{C} = c^l \begin{bmatrix} 1 & -1 & -e_A & -e_B \\ -1 & 1 & e_A & e_B \\ -e_A & e_A & e_A^2 & e_A e_B \\ -e_B & e_B & e_A e_B & e_B^2 \end{bmatrix} \quad (4c)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_A & 0 & -K_A e_{kA} & 0 \\ 0 & K_B & 0 & -K_B e_{kB} \\ -K_A e_{kA} & 0 & \gamma_A K_A l_A^2 & 0 \\ 0 & -K_B e_{kB} & 0 & \gamma_B K_B l_B^2 \end{bmatrix} \quad (4d)$$

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \mathbf{y} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (4e-g)$$

ここでベクトルの上添え字 $T$ は転置を表す。

図2に示したモデルは非比例減衰系となるため、固有値と固有ベクトルは複素固有値解析により評価する必要がある。状態方程式(3b)に対応する固有振動方程式は以下のように書ける。

$$(\lambda^{(r)} \mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{w}^{(r)} = \mathbf{0} \quad (5)$$

ここで $\lambda^{(r)}$ は第 $r$ 次の固有値、 $\mathbf{w}^{(r)}$ はベクトル $\mathbf{z}$ に対応する第 $r$ 次の固有ベクトルである。 $\mathbf{w}^{(r)}$ は、固有値 $\lambda^{(r)}$ と変位ベクトル $\mathbf{y}$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{u}^{(r)}$ を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{w}^{(r)T} = \{\lambda^{(r)} \mathbf{u}^{(r)T} \quad \mathbf{u}^{(r)T}\} \quad (6)$$

過減衰でない( $\lambda^{(r)}$ が実数ではない)モードでは、固有円振動数 $\omega^{(r)}$ と減衰定数 $h^{(r)}$ は、 $\lambda^{(r)}$ から以下の式で求めることができる。

$$\omega^{(r)} = |\lambda^{(r)}| = \sqrt{\text{Re}[\lambda^{(r)}]^2 + \text{Im}[\lambda^{(r)}]^2} \quad (7a)$$

$$h^{(r)} = -\frac{\text{Re}[\lambda^{(r)}]}{\omega^{(r)}} \quad (7b)$$

ここで $\text{Re}[Z]$ および $\text{Im}[Z]$ は、それぞれ複素数 $z$ の実部および虚部を表す。

A棟の並進が卓越するモードをA棟1次モード、回転が卓越するモードをA棟2次モードなどと定義する。同等剛性型モデルでは、質量の大きなA棟の方が大きな地震時変位応答を示すことが予想されるため、耐震性能上重要な要素はA棟の最大変位応答とA棟1次の減衰定数である。他方、同等質量型モデルでは、剛性の小さなB棟の方が大きな地震時変位応答を示すことが予想されるため、耐震性能上重要な要素は、B棟の最大変位応答とB棟1次の減衰定数である。

A棟の並進が卓越するモードをA棟1次モード、回転が卓越するモードをA棟2次モードなどと定義する。同等剛性型モデルでは、耐震性能上重要な要素はA棟の最大変位応答とA棟1次の減衰定数である。他方、同等質量型モデルでは、耐震性能上重要な要素は、B棟の最大変位応答とB棟1次の減衰定数である。

以下の解析例において、同等剛性型モデルでは質量比  $\mu=0.1$ 、剛性比  $\kappa=1$  とし、同等質量型モデルでは質量比  $\mu=1$ 、剛性比  $\kappa=0.1$  とする。建物プランは A 棟, B 棟共に正方形で、質量も共に  $1000\text{kg}/\text{m}^2$  が均等に分布するとする。回転慣性は、一辺の長さは A 棟が  $2l_A=20\text{m}$  として求める。

図 3 に同等剛性型モデルの A 棟 1 次減衰定数について、連結ダンパー偏心比との関係を示す。前報で述べた結果に加えて、図 3(a)~(c) と図 3(d)~(f) の比較より、同等剛性型モデルでは、ダンパーの偏心がない場合の減衰定数に対する偏心がある場合の減衰定数の変化率は、(1)式で定義される  $h^0$  が大きいほど大きくなると言える。

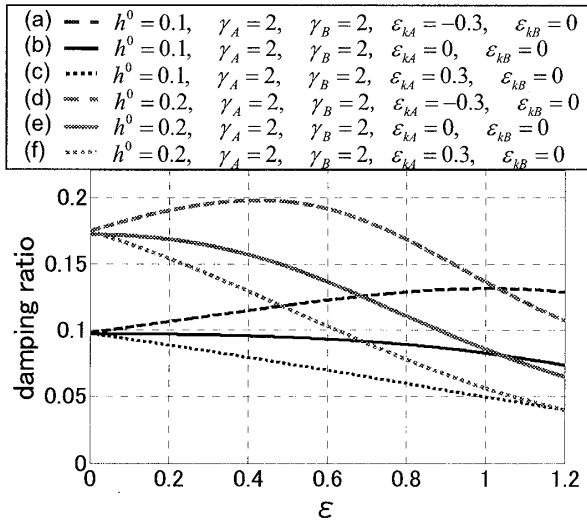


図 3 同等質量型モデルの A 棟 1 次減衰定数

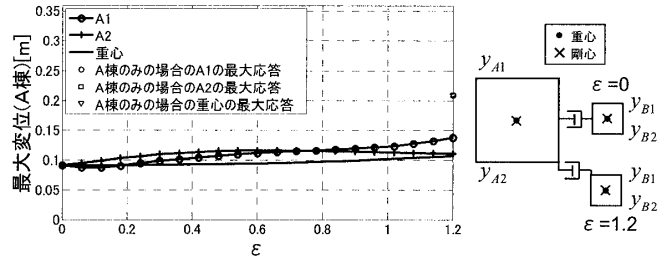
#### 4. 時刻歴応答解析による検討

本節では、連結ダンパーの偏心比が減衰定数と最大応答に与える影響の関連性を明らかにする。本解析では、A 棟を固有周期が 1 秒の建物とし、B 棟の固有周期は A 棟との質量比や剛性比で決定するものとする。入力地震動としては、El Centro NS 1940 の原波を用いる。応答代表量としては、重心および建物の両端の変位を考え、A 棟の連結ダンパーと反対側の端の変位を  $y_{A1}$ 、その反対側を  $y_{A2}$ 、B 棟の連結ダンパー側の端を  $y_{B1}$ 、その反対側を  $y_{B2}$  と定義する。最大変位は、時刻歴応答解析により評価する。

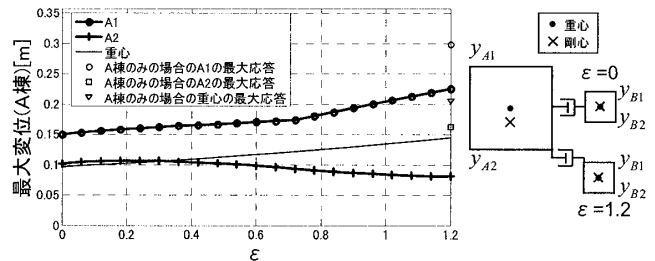
ここでは、図 4 に同等剛性型モデルの地震時最大変位応答について、図 5 に同等質量方モデルの最大変位応答について、結果の一例を示す。

図 4(b)より、A 棟重心からみて A 棟の剛心と連結ダンパーが同じ側に存在している場合、ダンパ

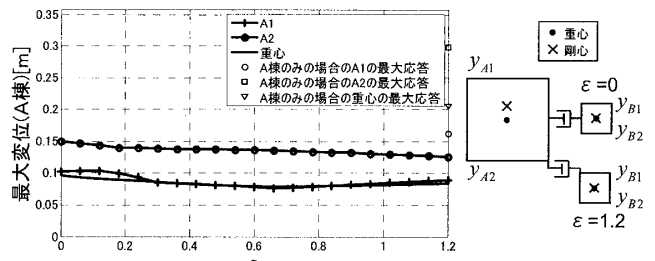
一偏心比が大きくなれば、重心および A1 位置での最大変位が単調に増加していることがわかる。このモデルでは、図 3(c)に示すように、ダンパー偏心比の増加に伴い A 棟 1 次減衰定数が単調に減少する。従って、減衰定数の減少とともに最大変位が大きくなっているとも言える。



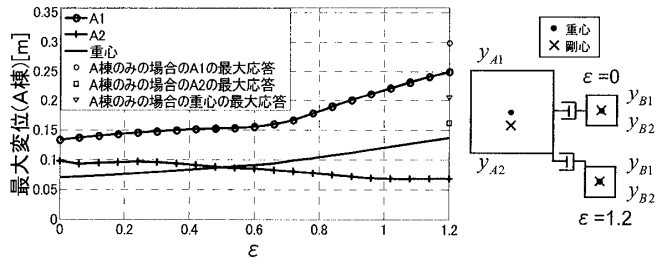
(a) ( $h^0=0.1, \gamma_A=2, \gamma_B=2, \varepsilon_{kA}=0, \varepsilon_{kB}=0$ )



(b) ( $h^0=0.1, \gamma_A=2, \gamma_B=2, \varepsilon_{kA}=0.3, \varepsilon_{kB}=0$ )



(c) ( $h^0=0.1, \gamma_A=2, \gamma_B=2, \varepsilon_{kA}=-0.3, \varepsilon_{kB}=0$ )



(d) ( $h^0=0.2, \gamma_A=2, \gamma_B=2, \varepsilon_{kA}=0.3, \varepsilon_{kB}=0$ )

図 4(a)~(d) 同等剛性型モデルにおける連結ダンパー偏心比と地震時最大変位の関係

図 4(c)より、A 棟重心からみて A 棟の剛心と連結ダンパーが反対側に存在している場合、ダンパー偏心比が大きくなれば、重心および A1 位置での最大変位が一度減少した後に増加し、A2 位置での最大変位は単調に減少していることがわかる。このモデルでは、図 3(a)に示すように、ダンパー

偏心比の増加に伴い A 棟 1 次減衰定数が一度増加し、その後減少している。従って、減衰定数の減少とともに最大変位が大きくなっているとも言える。

図 4(b)と図 4(d)より、同等剛性型モデルでは、ダンパーの偏心がない場合の地震時最大変位に対する偏心がある場合の地震時最大変位の変化率は、 $h^0$  が大きいほど大きくなると言える。

図 5 は、同等質量型モデルについて地震時最大変位の解析結果を示す。B 棟 1 次の減衰定数は B 棟の最大変位がダンパーの偏心により受ける影響の大きさを評価する指標としては必ずしも有効でないことが観察される。また、図 5(a)と図 5(b)より同等質量型モデルでは、ダンパーの偏心がない場合の地震時最大変位に対する偏心がある場合の地震時最大変位の変化率は、 $h^0$  が大きいほど大きくなると言える。

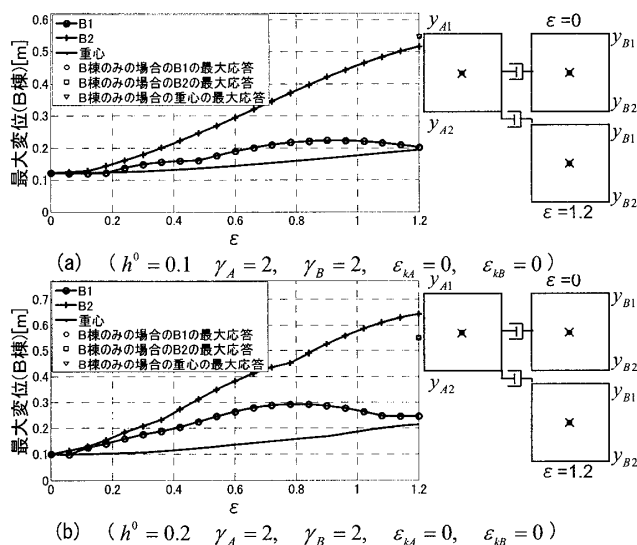


図 5(a), (b) 同等質量型モデルにおける連結ダンパー偏心比と地震時最大変位の関係

## 5. 結論

前報に引き続き建物の平面配置効果を考慮可能な 2 棟連結制振モデルを用いて、連結ダンパーおよび建物自身の偏心が連結 2 棟建物の固有振動特性や地震時応答に及ぼす影響を明らかにした。

(1) ダンパーの偏心がない場合の減衰定数に対する偏心がある場合の減衰定数の変化率は、 $h^0$  (同等剛性型モデルでは軽い棟を、同等質量型モデルでは剛性が弱い棟を完全剛体と見なし平面配置を考慮せずに評価した減衰定数)が大きいほど大きくなる。

(2) 連結ダンパーの偏心があると、建物に回転が生じて連結ダンパーの効果が低下するのに加え、ねじれ応答により建物の端部の変位が増加する。さらに、偏心がない場合に比べてダンパーによる応答低減効果は減少する場合があります。重心からみて剛心とダンパーが同じ側にある場合には、特にその傾向が顕著となる。しかし、図 4(c)に示すように、連結ダンパーの偏心と建物自身の偏心が互いの回転を抑える方向に連結ダンパーが設置される場合(重心からみて剛心とダンパーが反対側にある場合)には、連結ダンパーに偏心がない場合に比べて大きな応答の低減効果が得られる。

(3) 図 4(b)と図 4(d)の比較から、同等剛性型モデルと同等質量型モデル共に、ダンパーの偏心がない場合の地震時最大変位に対する偏心がある場合の地震時最大変位の変化率は、 $h^0$  が大きいほど大きくなると言える。

(4) 同等剛性型モデルの場合、A 棟(重い棟)の並進が卓越するモードの減衰定数は、A 棟の地震時変位応答の最大値を考える場合に有用である。一方、同等質量型モデルでは、B 棟(剛性が弱い棟)の並進が卓越するモードの減衰定数は、B 棟の地震時変位応答の最大値を考える場合に必ずしも有用ではない。

## 参考文献

- 1) 蔭山満, 安井譲, 背戸一登: 連結制振の基本モデルにおける連結バネとダンパーの最適解の誘導, 日本建築学会構造系論文集, 第 529 号, pp.97-104, 2000.3
- 2) 半田潤, 吉富信太, 辻聖晃, 竹脇出: 建物の平面配置効果を考慮した 2 棟連結制振構法の特長解析, 日本建築学会構造工学論文集, 2011.3.掲載決定
- 3) 半田潤, 吉富信太, 辻聖晃, 竹脇出: 建物の平面配置効果を考慮した 2 棟連結制振構法の特長解析, 日本建築学会近畿支部研究報告集(構造系), 2010.6