Architectural Institute of Japan

2033

平成24年度日本建築学会
近畿支部研究発表会

# 構造物特性の不確定性に対するロバストネス性を考慮した制振ダンパーの配置決定法

正会員 ○藤田皓平[*1] 同 竹脇 出[*2]

2.構造—2.振動
区間解析，ロバストネス関数，不確定性，地震時応答限界，粘性ダンパー

## 1. はじめに

建物の構造設計を行う際には，風や地震等の種々の外乱に対する最大応答を評価することで建物の安全性を確認することが一般的である。特に超高層建物では，種々の制振ダンパーを用いて建物の安全性・使用姓を向上させることが必須となりつつある。しかしながら，建築構造物は部材特性や施工精度などに起因し，少なからずばらつき(=不確定性)を有している。種々の不確定性に起因して設計時に想定された最大応答を上回り性能制約を犯すことも懸念され，構造物特性の不確定性が構造物応答に及ぼす影響について十分に留意する必要がある。

このような構造物パラメターの種々の不確定性を想定した上で，構造物の頑強さ（ロバスト性）を分析した研究には多数のものが存在する。既報（藤田,竹脇 近畿支部 2011)では，粘性ダンパーを有する制振構造物に対して，ダンパー性能や骨組剛性などの種々のばらつきを想定した際の構造物応答のばらつきの上下限値を高精度で評価するロバスト性評価法を提示した。本報では，既報で提案したロバスト性評価法により，粘性ダンパーを有する制振構造物の地震時最大応答に関するロバストネス関数(Ben-Haim 2001)を提示し，ロバスト性を考慮した制振ダンパーの配置決定法を構築する。

ロバストネス関数は，種々の不確定性に対するロバスト性を定量的に評価することが可能である。2 節では，ロバストネス関数の定義を提示した上で，制振構造物の性能指標に適用する。3 節ではロバストネス関数を評価するためのロバスト性評価法を提示する。

## 2. ロバストネス関数による制振構造物のロバスト性の評価とロバスト最適設計法への展望

本節では，Ben-Haim (2001)により提唱されている Info-gap モデルに基づくロバストネス関数を紹介した上で，制振構造物の性能指標に関するロバストネス関数を用いたダンパー量決定に関する設計法の概要を説明する。

### 2.1 ロバストネス関数の定義

Info-gap モデルによれば，不確定パラメターは非確率論モデルに基づく不確定性モデルで定義される。不確定性を与える非確率論的モデルとしては凸モデル(=convex モデル)がよく知られているが，数学的扱いが困難である側面があり，構造設計においてロバスト性を容易に評価する方法として適切であるとは言い難い。ここでは，ばらつきを想定する構造物パラメター $\mathbf{X}=\{X_1,X_2,\cdots X_N\}$ の不確定性を上下限値が規定された $N$ 次元の長方形領域となる区間モデルで定義する。区間モデルを用いる不確定解析法を区間解析法と呼び，ばらつきが想定される構造物パラメター $\mathbf{X}$ を次のように定義する。

$$\mathbf{X}^I=\left\{X_i^I\left|\left[X_i^c-\Delta X_i, X_i^c+\Delta X_i\right], i=1,\cdots,N_x\right.\right\} \quad (1)$$

ここに $(\ )^I$ は区間変数であることを示し，$[a,b]$ により当該変数の下限値 $a$ および上限値 $b$ が定義される。また，$(\ )^c$，$\Delta X$ および $N_x$ は，それぞれ構造物パラメターのノミナル値，区間変数の変動幅および区間変数の個数を表す。

Info-gap モデルにおいては，不確定性のばらつきの度合いを $\alpha$ により定義し，区間変数は次式で表される。

$$\mathbf{X}^I(\alpha)=\left\{X_i^I(\alpha)\left|\begin{array}{c}[X_i^c-\alpha\Delta X_i, X_i^c+\alpha\Delta X_i] \\ ,i=1,\cdots,N_x\end{array}\right.\right\} \quad (2)$$

(2)式より，$\alpha$ に応じて不確定パラメターの変動領域が可変的に変化する。特に $\alpha=0$ の時には不確定パラメターのばらつきが存在しない。図 1 で

Robust design for damper placement using robustness function under uncertain structural parameters

FUJITA Kohei and TAKEWAKI Izuru



NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

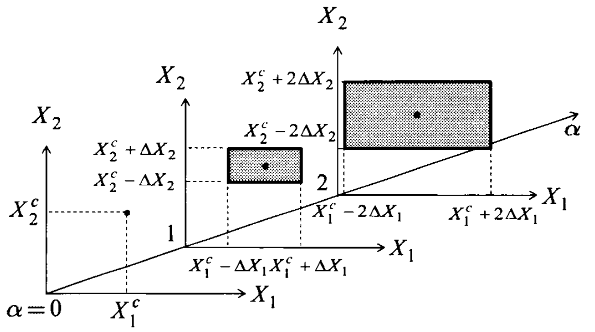


図1 $\alpha$ による区間変数の変動の概要

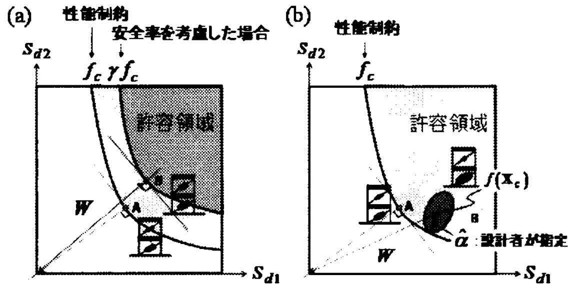


図2 ロバスト性を考慮したダンパー量の決定
(a) 安全率を考慮した場合(従来の設計法), (b) ロバストネス関数を用いる設計法(提案手法)

は，(2)式で表される区間変数の変動の様子を不確定パラメターが2次元の場合について図示した。

制振性能に関する制約条件 $f_c$ を考慮したロバストネス関数 $\hat{\alpha}$ は，次のように定義される。

$$\hat{\alpha}(\mathbf{X}^c, f_c)=\max\{\alpha | f\le f_c, f\in U(\mathbf{X}^c,\alpha)\} \qquad (3)$$

ここに $f$, $f_c$ および $U(\mathbf{X}^c,\alpha)$ はそれぞれ構造物応答に代表される評価関数，性能制約値，$\mathbf{X}^I(\alpha)$ により定まる $f$ の変動領域をそれぞれ表わす。

(3)式より，ロバストネス関数 $\hat{\alpha}$ は性能制約 $f_c$ を満足する最大の不確定パラメターの変動量を規定する $\alpha$ に相当する。従って，構造物パラメターのノミナル値 $\mathbf{X}^c$ において $f$ が $f_c$ と一致する場合には，$\hat{\alpha}$ が0となる。即ち，$\hat{\alpha}=0$ の場合は，性能制約に対する余裕度がない設計であり，構造物パラメターのばらつきにより性能制約を超過するためロバスト性が低い設計といえる。また，$\hat{\alpha}_1(\mathbf{X}_1^c, f_c)>\hat{\alpha}_2(\mathbf{X}_2^c, f_c)$ の場合には，$\mathbf{X}_1^c$ の設計解の方が $\mathbf{X}_2^c$ よりもロバスト性が高いといえる。

### 2.2 制振構造物におけるダンパー量に対するロバストネス関数の適用

超高層建物等においては制振ダンパーを付加することが一般的であり，制振ダンパーの適切な配置やダンパー量の決定は設計時に留意すべき点の一つである。本項では，前項で定義したロバストネス関数をダンパー量決定に関する問題に適用する。

図2(a)および(b)は，2層モデルにおける各層のダンパー量に対する評価関数(例えば，地震時の最大層間変位応答)のコンター図を模擬したもので，(a)では性能制約 $f_c$ および安全率 $\gamma$ を用いた従来の設計法，(b)はロバストネス関数を用いた設計法をそれぞれ示している。従来の設計法において最適なダンパー量 $W$ を決定する問題では，安全率 $\gamma$ を適宜指定したもとで制約を満足する最小のダンパー量（設計解 B）を見出す。しかしながら，安全率と構造性能は直接的に関連するとは限らないため，安全率を適切に設定することは困難である。一方，後述する手法によりロバストネス関数を評価することにより，指定した性能制約を満足する構造物パラメターの最大のばらつき $\hat{\alpha}$ がダンパー量に応じてそれぞれ得られる。従って，設計者が想定する構造物パラメターのばらつき $\hat{\alpha}$ を指定すれば，ロバスト性を考慮した上での必要なダンパー量を決定することが可能となる。

## 3. 不確定性解析によるロバストネス関数の評価

前節で定義したロバストネス関数を評価する方法としては，前報(藤田，竹脇 2011)で報告した不確定性解析法(=URP 法)が有用である。URP 法では，構造物パラメターのばらつきが指定された区間変数に対する目的関数の上限値を精度よく評価することが可能である。本節では URP 法の概略について簡単に示す。

### 3.1 Taylor 展開に基づく区間解析法

不確定性解析法の一種である通常の区間解析法では，目的関数の単調性が仮定される。即ち，区間変数の上下限値の組み合せ(= 区間変数の個数を $N_x$ とすれば，区間変数の上下限値の組み合せ数は $2^{N_x}$ となる)において目的関数の上下限値が生じると仮定される。Chen ら(2009)は，Taylor 展開における2次近似において2次微係数(Hessian 行列）の非対角成分を無視することで，区間変数の上下限値の組み合せにおける目的関数を次式で評価している。



NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

$$
\begin{aligned}
f^{**}(\mathbf{X}) &= f(\mathbf{X}^c) \\
&+ \sum_{i=1}^{N_x} \left\{ f_{,X_i}(X_i - X_i^c) + \frac{1}{2} f_{,X_i X_i}(X_i - X_i^c)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{4}
$$

ここに$(\ )_{,X_i X_j}$は，目的関数$f$の構造物パラメター$X_i$および$X_j$に対するノミナルモデルの基準点周りの2次感度$\partial^2 f(\mathbf{X}) / \partial X_i \partial X_j \big|_{X_i = X_i^c, X_j = X_j^c}$を表す。(4)式では，各区間変数$X_i$による目的関数の変動項$\Delta f_i \equiv f_{,X_i}(X_i - X_i^c) + f_{,X_i X_i}(X_i - X_i^c)^2 / 2$が独立している。従って，(4)式の上下限値を求めるためには，$\Delta f_i\ \ (i = 1, \cdots, N_x)$の上下限値を逐次評価した上でそれらを加えればよい。

### 3.2 目的関数の非単調性を考慮した上下限値探索による不確定性解析法

Chen らが提示した方法では，区間変数の端点の組み合せで目的関数の上下限値が生じるという従来の区間解析法の仮定を踏襲している。しかしながら，不確定性の度合いが大きい場合や目的関数そのものが非単調性を有する場合には得られる結果に相当な誤差が含まれる可能性がある。ここでは，目的関数の非単調性を考慮する不確定解析法(=URP 法)の概要を説明する。

不確定性解析法において目的関数$f$の上下限値を与える構造物パラメターの分布を推定することができれば，信頼性の高い応答解析による再解析を実施することで構造物応答を高精度に評価することが可能である。(4)式において，区間変数$X_i$に対する目的関数の変動項$\Delta f_i$が$dX_i = X_i - X_i^c$ $(dX_i \in \Delta X_i)$による関数であるとすると，$\Delta f(X_i)$は次式のように書き換えることが可能である。

$$
\Delta f_i(dX_i) = \frac{1}{2} f_{,X_i X_i} \left( dX_i + \frac{f_{,X_i}}{f_{,X_i X_i}} \right)^2 - \frac{{f_{,X_i}}^2}{2 f_{,X_i X_i}} \tag{5}
$$

(5)式は，$\Delta f_i(dX_i)$が$dX_i$に関する2次曲線となっていることを意味し，$\Delta f_i$の最大値(もしくは最小値)を与える$dX_i$を陽に導くことが可能である。

Taylor 展開を用いる不確定性解析法では，勾配ベクトルや Hessian 行列を評価する基準点の選定が特に重要である。前報では，各次の微係数を評価する基準点を逐次更新する URP 法(= Updated Reference-Point 法)により目的関数の上限値を高精度で評価することが可能であることを提示している。図3は不確定パラメターが2つの場合の URP 法の流れを概略的に図示したものである。

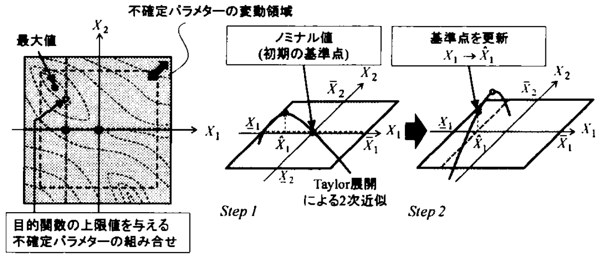


図3 URP 法の概略図

まず，不確定パラメターのノミナル値における目的関数の基準点周りの勾配ベクトルを算定し，目的関数の変動に影響のある不確定パラメター$X_i$を見出す。次に，$X_i$に対する目的関数の変動を(5)式で評価し，これを最大化する$dX_i$を求めた上で，$X_i$を$X_i + dX_i$に更新する。以下順次基準点を更新し，目的関数の変動項$\Delta f_i$を最大化する不確定パラメター$dX_i$の組み合せを見出す。

## 4 制振構造物への適用(数値解析例)

本節では，支持部材の影響を考慮した粘性ダンパーを有する20層せん断型質点系モデルを考え，代表的な記録地震波に対する最大層間変位に関するロバストネス関数を URP 法により評価する。

各層質量を1024[t]とし，層剛性分布を図4に示す。また，構造減衰は2%とし，層剛性に対する支持部材剛性の比を1.0とする。本節では種々のダンパー配置の違いが最大層間変位に関するロバストネス関数に及ぼす影響について，図5に示したダンパー配置：(a) 一様配置，(b) 上層部配置，(c) 最適配置(＝伝達関数振幅最小化による最適化問題を別途求めて決定)についてそれぞれ比較する。但し，図5において各層のダンパー減衰係数の和は$6.0 \times 10^8$[Ns/mm]である。

入力地震波は，最大速度 50kine で基準化した El Cetnro NS (1940)，Taft EW (1952)および Hachinohe NS (1968)とする。不確定パラメターは，層剛性$\mathbf{k}_\mathrm{f}$，支持部材剛性$\mathbf{k}_\mathrm{b}$および粘性ダンパーの減衰係数$\mathbf{c}_\mathrm{D}$とする。$\alpha = 1$における不確定パラメターの変動幅は，$\mathbf{k}_\mathrm{f}$が±10%，$\mathbf{k}_\mathrm{b}^I$および$\mathbf{c}_\mathrm{D}^I$はそれぞれ±30%とする。図6は，各地震波に対して種々のダンパー配置におけるロバストネス



NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

関数を比較したものである。これらの図は，$\alpha$を離散的に変化させた際の応答上限値をURP法により逐次評価した最大層間変位の上限値を横軸にとったものである。

以後ではTaft波を主に検討対象とする。図6(b)において性能クライテリア$f_c$を0.03mとすれば，一様配置(図5(a))におけるロバストネス関数$\hat{\alpha}$はおよそ0.4であるのに対し，最適配置(図5(b))では0.8である。このことから，最適配置解では構造物特性のばらつきを大きく許容できるという意味においてよりロバスト性が高いといえる。

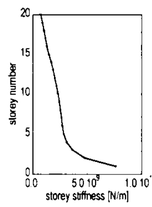


図4 層剛性分布

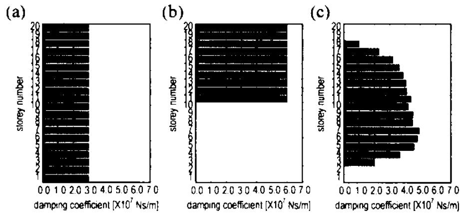


図5 ダンパー配置
(a) 一様, (b)上層, (c) 最適

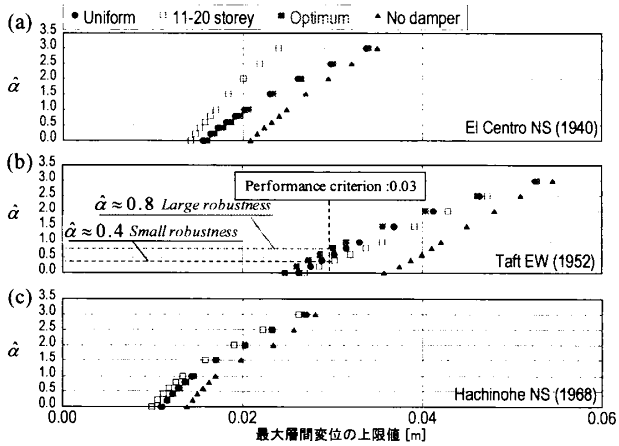


図6 ダンパー配置の違いによるロバストネス関数の比較
(a) El Centro ,1940 (b) Taft 1952, (c) Hachinohe 1958

また，図7ではダンパー減衰係数の総和を変数とし，(a)一様配置，(b)高層部配置に対してロバストネス関数のコンター図をそれぞれ示している。図7より$f_c=0.03$とすれば$\hat{\alpha}=1$(=十分なロバスト性を有している設計)とするために必要なダンパーの減衰係数の総和は一様配置の方が小さいことが確認できる。

## 5. 結論

制振構造物の地震時応答に関するロバスト性を定量化するロバストネス関数を提示し，著者らが提案している不確定性解析法(URP法)を適用することによりロバストネス関数の効率的な評価法を構築した。数値例では，種々のダンパー配置に対するロバストネス関数の比較により，ダンパー配置の違いがロバスト性に及ぼす影響について明らかにした。さらにロバストネス関数を用いることで設計者が想定する構造物特性のばらつきに対して必要な粘性ダンパーの減衰係数和を決定するロバスト設計の一例を明示した。

**謝辞** 本研究の一部は，日本学術振興会特別研究員奨励費(No.21・364)及び科研費(No.21360267)による。

**参考文献**

[1] S. Chen et al. "An efficient method for evaluating the natural frequency of structures with uncertain-but-bounded parameters",*Comp.Struct.*,**87**,582-590, 2009.
[2]藤田 皓平，竹脇 出，不確定な構造特性を有する免震建物のロバスト性評価のための地震時応答限界解析，日本建築学会構造系論文集，2011年8月，第76巻，第666号，pp1453-1460.

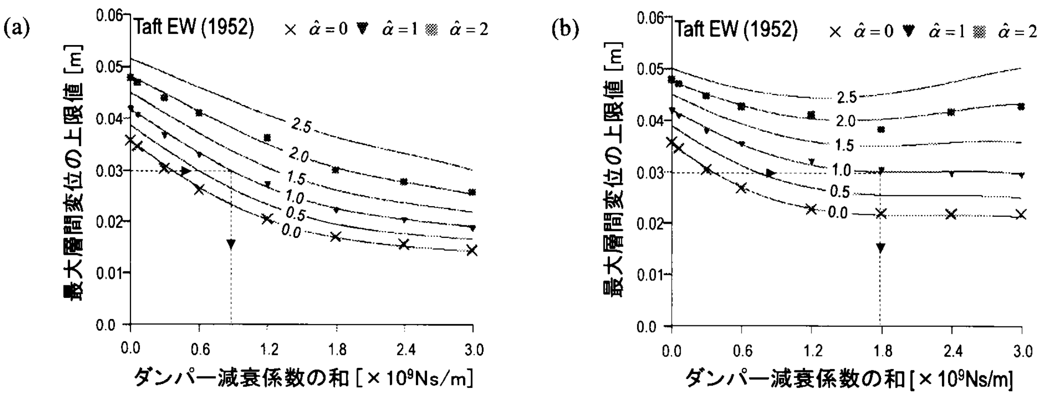


図7 ダンパー減衰係数和に対するロバストネス関数の変化 (a) 一様配置, (b) 高層部配置

＊1 京都大学 日本学術振興会特別研究員　Kyoto University, Dr. Eng.
＊2 京都大学大学院 教授　Professor, Kyoto University, Dr. Eng.



NII-Electronic Library Service