2041

平成24年度日本建築学会
近畿支部研究発表会

粘性ダンパーにより偏心連結された２棟建物の隅柱地震時最大応答の簡易評価法
－その１－　固有振動特性の変動と偏心量の関係

正会員　○半田潤*1　同　三宅卓也*1　同　吉富信太*1　同　辻聖晃*1　同　竹脇出*1

2.構造―2.振動
連結制振，偏心，簡易応答評価法，粘性ダンパー，弾塑性

1．序

連結制振に関する既往の研究[1)]の多くは，連結制振建物の位置関係やダンパーの設置条件等により生じる水平面内でのねじれを無視したモデルを取り扱っている．水平面内でのねじれを考慮した研究[2-4)]も存在するが，未解明な部分が多い．

本研究の目的は，粘性ダンパーで連結された 2 棟の建物について，平面配置効果を考慮した連結制振特性を明らかにすることにある．本報（その 1）では，偏心して連結された建物系の固有振動特性と偏心量の関係を明らかにし，続報（その 2）では，隅柱位置での地震時最大応答の簡易評価法を提案する．

2．本論文で扱うモデルおよびパラメターの定義

2 棟の建物の連結を考え，制振対象となる建物を A 棟，連結により A 棟の地震応答を抑制するための建物を B 棟と呼ぶ．以下に示す変数の下付き添字が A, B のものは，それぞれ A 棟，B 棟に属する変数であることを示す．水平面内でのねじれを考慮できる建物モデルとして，図 1 の中央に示す 1 層建物モデルを用いる．地震入力方向（図の左右方向）に直交する建物の一辺の両端部に取り付くバネの剛性を k_{X1}，k_{X2}（$X=A,B$）とし，地震入力方向に平行な一辺の両端部に取り付くバネの剛性を k_{rX1}，k_{rX2} とする．また，床面は剛体とし，質量分布は一様であるとする．ここでは簡単のため正方形平面に限定したモデルを扱う．その一辺の長さを $2l_X$ とする．

図 1 中央に示すモデルが，その重心位置において，地震入力方向および回転方向にのみ運動するものと仮定する．このとき，図 1 中央のモデルは，図 1 右のモデルのように，質量と回転慣性を有する剛棒に，地震入力方向へのみ変形する並進バネと，回転バネが取り付いた水平 1 自由度，回転 1 自由度の 2 自由度モデルに置換することができる．並進バネと回転バネの剛性の定義は後述する．

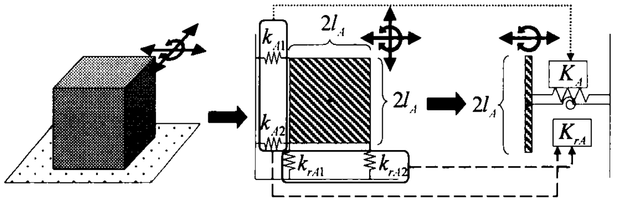


図１　回転と１方向並進が可能な２自由度モデル

偏心量を表すパラメターとして，次の３つを設定する．(I)建物間の重心の相対的な位置関係に関するもの，(II)連結ダンパーの設置位置に関するもの，(III)単一建物における重心と剛心のずれ量（建物自身の偏心量）に関するものである．本論文では，図 2 に示すように，上記の偏心パラメター(I)，(II)の両方を一度に決定するパラメターとして**連結ダンパー偏心比** ε を用いる．即ち，建物の大きさに対する連結ダンパーの偏心距離の比が 2 つの建物で同じになるようにし，2 つの建物の大きさと位置関係が決定されれば，連結ダンパーの設置位置も決定されるものとする．

一般には建物自身の偏心を定義するパラメターとしては「偏心率」を用いるが，連結ダンパーの偏心を定義するパラメターは存在しない．本研究では，連結ダンパーの偏心を中心的なパラメターとして用いるため，建物自身の偏心に関するパラメターも，連結ダンパー偏心比と対応させて定義する．図 2 に示す重心と剛心の距離を e_{kX} とし，$\varepsilon_{kX}=e_{kX}/l_X$ により定義される**剛性偏心比**を用いる．従って，本研究で扱うモデルでは，ここで定義した剛性偏心比 ε_{kX} と剛性偏心率 Re_X に $\varepsilon_{kX}=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}_X$ という関係が成立する．

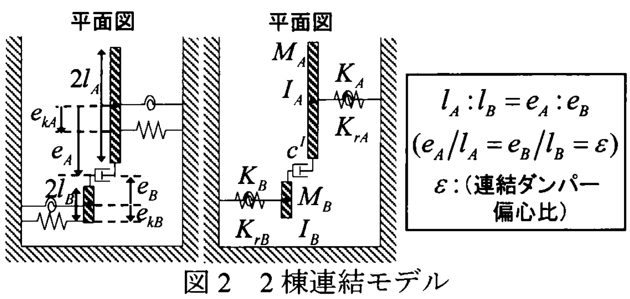


図２　２棟連結モデル

Simple Evaluation of Maximum Earthquake Displacement at Corner Pillar for Eccenrically Connected Two Buildings
(PART1:Relationship between Eccentricity and Modal Characteristics)

HANDA Jun, MIYAKE Takuya, YOSHITOMI Shinta, TSUJI Masaaki, and TAKEWAKI Izuru

本論文では，2 棟連結制振建物として剛性が同等で質量に極端に差がある**同等剛性型モデル**(建物とアウトフレームの連結など)を取り扱い，質量の大きい建物を A 棟，他方を B 棟とする．従って，建物単独での固有周期が長い A 棟が制振対象建物となる．

A 棟の質量，慣性モーメント，並進剛性，ねじり剛性を M_A, I_A, K_A, K_{RA} とし，B 棟も同様とする．連結ダンパーの減衰係数を c^l とする．A 棟に対する B 棟の質量比 M_B/M_A を μ，A 棟に対する B 棟の剛性比 K_B/K_A を κ とする．2 棟連結後，B 棟を剛体と見なし平面配置を考慮せずに評価した連結ダンパーによる A 棟の減衰定数を h^0 とし，連結ダンパーのダンパー量を表すパラメターとする．h^0 は次式で表せる．

$$h^0 = c^l / (2\sqrt{M_A K_A}) \tag{1}$$

並進バネの剛性 K_X および回転バネのねじり剛性 K_{RX} はそれぞれ以下の式で表される．

$$K_X = k_{1X} + k_{2X} \quad (X = A or B) \tag{2a}$$

$$K_{RX} = (k_{1X} + k_{1X}) \times l_X^2 + (k_{r1X} + k_{r1X}) \times l_X^2 \tag{2b}$$

本論文では，非制振対象建物，制振対象建物ともに剛性比例型の構造減衰(2%)を有するものとする．

本報では，質量比 μ=0.1，剛性比 κ=1 のケースについて示す．建物プランは正方形で，質量は均等に分布するものとする．A 棟の並進固有周期 $T_A = (\sqrt{K_A/M_A})/2\pi$ が 0.5 秒と 1 秒の 2 種類のモデルを扱う．A 棟のねじれ固有周期 $T_{RA} = (\sqrt{K_{RA}/I_A})/2\pi$ が $(1/\sqrt{3})T_A$ となるように K_{RA} を決定する．建物の一辺の長さは A 棟が $2l_A = 20\text{m}$ とし，B 棟は単位面積あたりの質量が A 棟と同じになるように設定する．

本研究では，A 棟の重心，剛心と連結ダンパーの平面的な位置関係が異なる 3 種類のモデルを定義する．第 1 のモデルは重心と剛心が同位置となるモデル(剛性偏心比 ε_{kA}=0)であり，GS **同位置モデル**と称する．第 2 のモデルは重心と剛心にずれがあり，連結ダンパー偏心比の増加に伴って重心からみて連結ダンパーが剛心と同方向に偏心するモデル($\varepsilon_{kA} > 0$)であり，GSD **モデル**と称する．第 3 のモデルは重心と剛心にずれがあり，連結ダンパー偏心比の増加に伴って，重心からみて連結ダンパーが剛心と逆方向に偏心するモデル($\varepsilon_{kA} < 0$)であり，SGD **モデル**と称する．これら 3 モデルの違いを図 3 に示す．

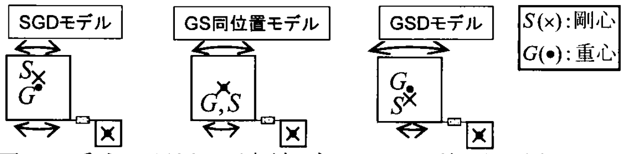


図 3　重心，剛心，連結ダンパーの位置関係による 3 つのモデル

3．連結偏心量に対する固有振動特性の変動特性

3.1　連結偏心量が 0 周りの 1 次固有振動特性に関するテイラー展開

本節では，連結偏心量の増加に伴う固有振動特性の変動特性を求め，連結偏心量の増加に伴う隅柱地震時最大応答の変動特性を把握することを目的とする．具体的には，連結ダンパー偏心比 ε がゼロの点周りの 1 次固有振動特性のテイラー展開を用いる．

図 2 に示すモデルの自由振動方程式およびその状態方程式を(3a,b)式に示す．各ベクトル，マトリクスを(4a-g)式に示す．ここでは，A 棟，B 棟の重心の左方向変位をそれぞれ y_A，y_B とし，反時計回りを正として回転角をそれぞれ θ_A，θ_B とする．

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{y}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{y}} + \mathbf{K}\boldsymbol{y} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{A}\dot{\boldsymbol{z}} + \mathbf{B}\boldsymbol{z} = \mathbf{0} \tag{3a, b}$$

$$\boldsymbol{y} = \{y_A \; y_B \; \theta_A \; \theta_B\}^T,$$

$$\mathbf{M} = diag\left(M_A \quad M_B \quad I_A \quad I_B\right) \tag{4a, b}$$

$$\mathbf{C} = c^l \begin{bmatrix} 1 & -1 & -e_A & -e_B \\ -1 & 1 & e_A & e_B \\ -e_A & e_A & e_A^2 & e_A e_B \\ -e_B & e_B & e_A e_B & e_B^2 \end{bmatrix} \tag{4c}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_A & 0 & -K_A e_{kA} & 0 \\ 0 & K_B & 0 & -K_B e_{kB} \\ -K_A e_{kA} & 0 & K_{RA} & 0 \\ 0 & -K_B e_{kB} & 0 & K_{RB} \end{bmatrix} \tag{4d}$$

$$\boldsymbol{z} = \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{y}} \\ \boldsymbol{y} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \tag{4e-g}$$

ここでベクトルの上添え字 T は転置を表す．

状態方程式(3b)に対応する固有振動方程式は以下のように書ける．

$$(\lambda^{(r)}\mathbf{A} + \mathbf{B})\boldsymbol{w}^{(r)} = \mathbf{0} \tag{5a}$$

$$\boldsymbol{w}^{(r)T} = \{\lambda^{(r)}\boldsymbol{v}^{(r)T} \quad \boldsymbol{v}^{(r)T}\} \tag{5b}$$

ここで $\lambda^{(r)}$ は第 r 次の固有値，$\boldsymbol{w}^{(r)}$ はベクトル $\boldsymbol{z}$ に対応する第 r 次の固有ベクトルである．$\boldsymbol{w}^{(r)}$ は，固有値 $\lambda^{(r)}$ と変位ベクトル $\boldsymbol{y}$ に対応する固有ベクトル $\boldsymbol{v}^{(r)}$ を用いて(5b)式のように表すことができる．

過減衰でないモードでは，固有円振動数 $\omega^{(r)}$ と減衰定数 $h^{(r)}$ は，$\lambda^{(r)}$ から以下のように求められる．

$$\omega^{(r)} = \left|\lambda^{(r)}\right|,\ \ h^{(r)} = -\mathrm{Re}\left[\lambda^{(r)}\right]/\omega^{(r)} \tag{6a,b}$$

以下では，制振対象建物の地震時応答に大きな影響を有する 1 次モードに属する諸量の連結ダンパー偏心比εに関するテイラー展開を考える．固有振動方程式における変数のうち，εを変数として含むものは$\lambda^{(r)}$，$\boldsymbol{w}^{(r)}$，$\boldsymbol{u}^{(r)}$，$\mathbf{A}$である．

(5a)式をεについて微分し，左から$\boldsymbol{w}^{(1)T}$を乗じた式に，$\mathbf{A}$，$\mathbf{B}$が共に対称行列であることと(5a)式を用いることで，固有値の 1 次微係数$\lambda^{(1)\prime}$が次のように得られる．ここで$'$はεに関する微分を表す．

$$\lambda^{(1)\prime} = -\frac{\lambda^{(1)}\boldsymbol{w}^{(1)T}\mathbf{A}'\boldsymbol{w}^{(1)}}{\boldsymbol{w}^{(1)T}\mathbf{A}\boldsymbol{w}^{(1)}} \tag{7}$$

固有円振動数および減衰定数の微分は，(6a,b)式を微分したものに(7)式を代入して求めることができる．

次に固有ベクトルの 1 次微係数$\boldsymbol{w}^{(1)\prime}$を求める．以下のように$\boldsymbol{w}^{(1)\prime}$を$\boldsymbol{w}^{(r)}$の線形結合で表す．

$$\boldsymbol{w}^{(1)\prime} = \sum \alpha_r^{(1)}\boldsymbol{w}^{(r)} \tag{8}$$

ここで総和記号はすべてのモード r についての和を意味する．(5a)式をεについて微分した式に(8)式を代入し，前から$\boldsymbol{w}^{(s)T}$ （$s \neq 1$）を乗じ，固有ベクトルの直交性を考慮すると，$\alpha_r^{(1)}$が以下のように得られる．

$$\alpha_r^{(1)} = \frac{-\lambda^{(1)}\boldsymbol{w}^{(r)T}\mathbf{A}'\boldsymbol{w}^{(1)}}{\boldsymbol{w}^{(r)T}(\lambda^{(1)}\mathbf{A}+\mathbf{B})\boldsymbol{w}^{(r)}}\ \ (r \neq 1) \tag{9}$$

$\alpha_1^{(1)}$は正規化条件式をεで微分した式から得ることができる．

以下では，特に$\varepsilon = 0$の場合の$\boldsymbol{w}^{(r)}$，$\boldsymbol{u}^{(r)}$，$\mathbf{A}$について考え，$\varepsilon = 0$での固有値の 1 階微係数などの特徴について明らかにする．$\varepsilon = 0$における値であることを上添え字Oで表すこととする．

式(7)，(8)に示した 1 次の固有値と固有ベクトルの連結ダンパー偏心比εが 0 の点周りのテイラー展開近似を利用して，連結ダンパー偏心比が 0 の点周りの 1 次固有振動特性に関するテイラー展開近似を求める．その結果に基づき，連結ダンパー偏心比の増加に伴う隅柱地震時最大応答の変動特性を調べる．

（I）1 次減衰定数の変動特性

図 4 左に 1 次減衰定数$h^{(1)}$のεに関する 1 階微係数$h^{(1)O\prime}$と剛性偏心比ε_{kA}の関係を示す．横軸が負の領域は SGD モデル，正の領域は GSD モデルを表している．図より，$h^{(1)O\prime}$は剛性偏心比ε_{kA}が 0 のモデルでは 0，GSD モデルでは負，SGD モデルでは正になることが分かる．つまり，SDG モデルではダンパー偏心が大きくなるほど 1 次減衰定数は増加し，GSD モデルでは逆に減少する．また，$h^{(1)O\prime}$はε_{kA}およびh^0とともほぼ比例関係にあることも分かる．

図 4 右には，$h^{(1)O\prime}$を用いた$h^{(1)}$の線形近似（1 次までのテイラー展開近似）と，複素固有値解析を用いた厳正解の比較を示す．GSD モデルと SGD モデルでは，ダンパー偏心により 1 次減衰定数$h^{(1)}$は有意に変化するものの，$h^{(1)}$の線形近似と厳正解は広い範囲で良好に一致していることが分かる．

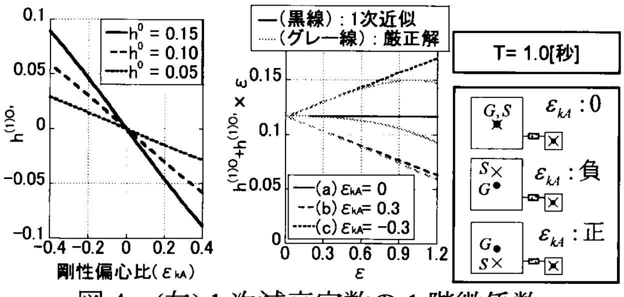


図 4 (左) 1 次減衰定数の 1 階微係数
(右) 線形近似した 1 次減衰定数と厳正解

（II）1 次固有円振動数の変動特性

図 5 左に 1 次固有円振動数$\omega^{(1)}$のεに関する 1 階微係数$\omega^{(1)O\prime}$とε_{kA}の関係を示す．図より，$h^{(1)O\prime}$と「同様，$\omega^{(1)O\prime}$は連結ダンパー偏心比εが 0 のモデルでは 0，GSD モデルでは負，SGD モデルでは正になることが分かる．図 5 右には，1 階微係数$\omega^{(1)O\prime}$を用いた$\omega^{(1)}$の線形近似と厳正解の比較を示す．1 次固有円振動数$\omega^{(1)}$の線形近似と厳正解は広い範囲で良好に一致していることが分かる．ただし，ダンパーの偏心の影響は 1 次減衰定数に比べると小さく，連結ダンパー偏心比の値が小さい範囲では，A 棟の剛性偏心および連結ダンパー量には関わらず，近似的に$\omega^{(1)} \cong \omega^{(1)O}$の関係が成立するといえる．

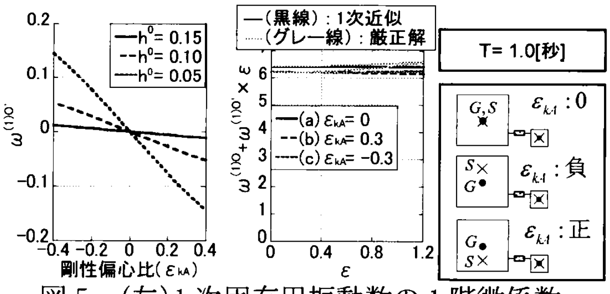


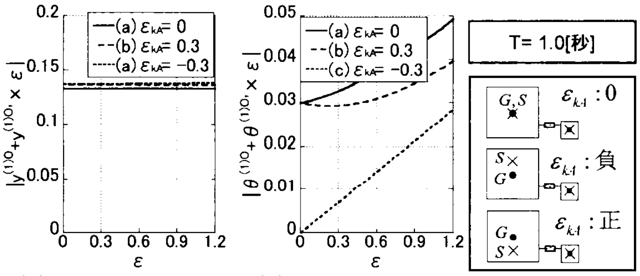
図 5 (左) 1 次固有円振動数の 1 階微係数
(右) 線形近似した 1 次固有円振動数と厳正解

（Ⅲ）1 次モード並進成分の変動特性

図 6(a)に，A 棟の 1 次モード並進成分（複素数）$y_A^{(1)}$ の ε が 0 の点周りの線形近似の絶対値 $\left|y_A^{(1)O}+\varepsilon y_A^{(1)O}{}'\right|$ を示す．図 6(a)より，ε が 1.2 以下の範囲では，$y_A^{(1)}$ の 1 次微係数 $y_A^{(1)O}{}'$ による変化は非常に小さいことが分かる．すなわち，1 次固有円振動と同様に，次の関係が成立する．

$$\left|y_A^{(1)}\right| \approx \left|y_A^{(1)O}\right| \quad (0 \le \varepsilon \le 1.2) \tag{10}$$

このことは，ダンパーの偏心が A 棟の並進応答に与える影響は，固有モードの変化によるものではないことを意味している．



(a)1 次並進成分　(b)1 次ねじれ成分

図 6　1 次近似した 1 次モード成分の絶対値

（Ⅳ）1 次モードねじれ成分の変動特性

図 7 に，GS 同位置モデル($\varepsilon_{kA}=0$)，GSD モデル($\varepsilon_{kA}=0.3$)，SGD モデル($\varepsilon_{kA}=-0.3$)について，A 棟の 1 次モードねじれ成分 $\theta_A^{(1)}$ の ε での値 $\theta_A^{(1)O}$ と 1 階微係数 $\theta_A^{(1)O}{}'$ の関係を示す．図より，$\theta_A^{(1)}$ においては，1 次モード並進成分と異なり，$\theta_A^{(1)O}$ に対する $\theta_A^{(1)O}{}'$ の比が有意に大きいことがわかる．このことは，ダンパーの偏心が A 棟のねじれ応答に与える影響が顕著であることを意味している．

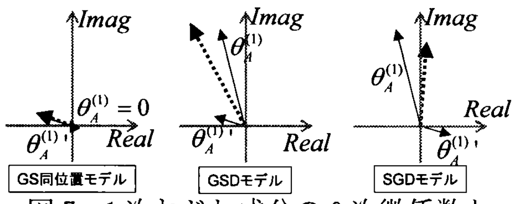


図 7　1 次ねじれ成分の 0 次微係数と
1 次微係数の位相差の関係
(0 次微係数と 1 次微係数の和を破線で示す.）

図 6(b)に，$\theta_A^{(1)}$ の ε が 0 の点周りの線形近似の絶対値 $\left|\theta_A^{(1)O}+\varepsilon\theta_A^{(1)O}{}'\right|$ を示す．GS 同位置モデル，GSD モデルでは単調に増加するのに対し，SGD モデルではいったん減少した後に増加していることが分かる．これは，図 7 に示したように，GSD モデルでは $\theta_A^{(1)O}$ と $\theta_A^{(1)O}{}'$ の位相差が π/2 よりも小さいため，$\left|\theta_A^{(1)O}+\varepsilon\theta_A^{(1)O}{}'\right|$ は $\theta_A^{(1)O}$ よりも大きくなり，一方，SGD モデルでは両者の位相差が π/2 よりも大きいため，$\left|\theta_A^{(1)O}+\varepsilon\theta_A^{(1)O}{}'\right|$ は $\theta_A^{(1)O}$ よりも小さくなる領域があることが理由である．

4．結論

平面配置効果を考慮した 2 棟連結モデルにおいて，連結偏心量が連結 2 棟建物の 1 次固有振動特性に与える影響を，固有振動特性の連結偏心量に対するテイラー展開により明らかにした．それに基づき，隅柱地震時最大応答の連結偏心量の変化に伴う変動特性を明らかにした．具体的には以下のとおりである．

ⅰ)GS 同位置モデルでは，連結偏心量の増加に伴い 1 次モードねじれ成分が増加することで隅柱の応答が増大する．

ⅱ)GSD モデルでは，連結偏心量の増加に伴い連結ダンパーによる 1 次減衰定数が減少し，かつ 1 次モードねじれ成分が増加する．この複合効果により，隅柱の応答は連結偏心が無い場合に比べて顕著に増大する．

ⅲ)SGD モデルでは，連結偏心量の増加に伴い連結ダンパーによる 1 次の減衰定数が増加する．また，1 次モードねじれ成分は，連結偏心量がある範囲までは減少し，連結偏心量がある範囲を超えると増加するようになる．この複合効果により，連結偏心量がある範囲までは，隅柱の応答は連結偏心が無い場合に比べて低減する．

以上より，制振対象建物に剛性偏心がある場合，連結ダンパーを適切に偏心させることで，連結制振効果を向上させることが可能であるといえる．

参考文献

1)　蔭山満，安井譲，背戸一登：連結制振の基本モデルにおける連結バネとダンパーの最適解の誘導，日本建築学会構造系論文集，第 529 号，pp.97-104，2000.3
2)　遠山解，山崎真司：連結制振構造に関する研究：(その 2) 平面形状が振れ応答性状に及ぼす影響，日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2，構造 II，pp.711-712，2003
3)　小林真帆，諸岡繁洋，篠原達巳，中島正愛：偏心を有する二棟の建物を連結することによる応答低減，日本建築学会近畿支部研究報告集. 構造系 (43), 221-224, 2003
4)　半田ら，建物の平面配置効果を考慮した 2 棟連結制振構法の特性解析，構造工学論文集，pp319-327，2011.

＊1 京都大学工学研究科建築学専攻　Dept of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ.