平成24年度日本建築学会
近畿支部研究発表会

床スラブの面内変形を考慮した1層弾性骨組の地震応答

正会員 ○平野 倫子 ※1　同 聲高 裕治 ※2　同 吹田 啓一郎 ※3

2. 構造 −2. 振動
床スラブ，面内剛性，整合質量マトリクス，モーダルアナリシス，時刻歴応答解析

1　はじめに

建築物の床スラブや屋根に求められる構造性能は，固定荷重や積載荷重などの鉛直荷重を支持することと，地震などの水平力を各構面に伝達することである．後者の性能について特に考慮すべき例として，体育館や倉庫などの鋼板屋根，大きな吹き抜けのある床，骨組に剛接合されていない床などが挙げられる．これらの床スラブや屋根は面内剛性が小さいため，隣り合う構面が異なる挙動を示したり，過大な面内変形によって床や屋根が損傷したりすることが問題となる場合がある．

以上の背景をふまえて本論では，床スラブや屋根の面内変形を考慮した場合における骨組の地震応答を明らかにし，面内応力に対する床スラブや屋根の要求性能を提示することを目指している．既往の研究 1), 2) では各構面が負担する床スラブの質量を各構面上に集約させた力学モデルを用いて，床スラブの最大面内せん断力の応答予測法を提案している．他方，文献 3) では，床スラブ上に質量を分布させた場合の方が，各構面上に質量を集約させた場合よりも最大面内せん断力が大きくなるという解析結果を報告している．本論では文献 3) に基づき，床スラブ上に質量が分布している場合について，隣接する構面間の相対変位と床スラブの面内剛性の関係を数値解析によって検討する．

2　対象骨組と力学モデル

2.1　対象骨組

本論では図1に示す1層骨組を対象とし，床スラブが水平方向（図のY方向）に慣性力を受けるときの地震応答を確認する．骨組は外力の入力と直交する方向（X方向）に2スパンで，各構面の層せん断剛性は中央構面に関して対称とする．床スラブの質量は等分布と考え，骨組が弾性を保つ場合に限って検討を進める．

2.2　力学モデル

図1に示す対象骨組の対称性を用いて，図2のように1スパンに縮約する．床スラブが慣性力を受けるときの構面1，構面2の変位をそれぞれ δ_1，δ_2，床スラブの最大変位を δ_0 とし，この3つの自由度を用いて図2のモデルを扱う．非減衰の場合の振動方程式は(1)式のように書き表せる．

$$[M]\begin{Bmatrix}\ddot{\delta}_1\\ \ddot{\delta}_0\\ \ddot{\delta}_2\end{Bmatrix}+[K]\begin{Bmatrix}\delta_1\\ \delta_0\\ \delta_2\end{Bmatrix}=\{0\} \tag{1}$$

$[M]$ は質量マトリクス, $[K]$ は剛性マトリクスである．構面1と構面2の剛性をそれぞれ K_1，K_2，床スラブの面内剛性を，床スラブの最大変形が生じる点より構面1側の範囲（$0 \leqq x \leqq X_0$）で K_{f1}，同点より構面

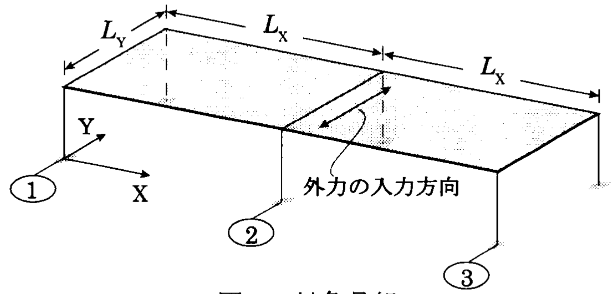


図1　対象骨組

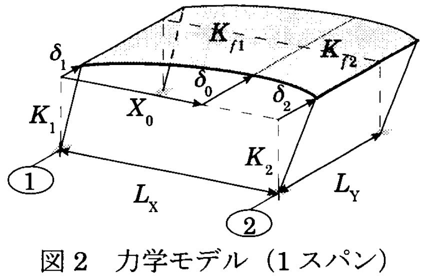


図2　力学モデル（1スパン）

Seismic Response of Single−story Structure in Elastic Range in Consideration of In−plane Deformation of Floor Slab

Michiko HIRANO, Yuji KOETAKA and Keiichiro SUITA

2側の範囲（$X_0 \leqq x \leqq L_X$）で K_{f2} とおくと，$[K]$ は次式で表すことができる．

$$\left[K\right]=\begin{bmatrix} K_1+K_{f1} & -K_{f1} & 0 \\ & K_{f1}+K_{f2} & -K_{f2} \\ \text{sym.} & & K_2+K_{f2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

ここで本研究で用いるパラメータを以下に示す．

床スラブの辺長比：

$$\xi = L_Y / L_X \tag{3}$$

層せん断剛性比：

$$k_1 = K_1 / \left(K_1 + K_2\right) \tag{4}$$

構面1と2の間における床スラブの面内剛性 K_f の無次元化パラメータ：

$$k_f = K_f / \left(K_1 + K_2\right) \tag{5}$$

(5) 式における K_f を次式で定義する．

$$K_f = \left(\frac{L_X^3}{12E_cI_s} + \frac{L_X}{G_cA_s}\right)^{-1} \tag{6}$$

ただし，E_c，G_c はそれぞれコンクリートのヤング係数とせん断弾性係数，I_s，A_s はそれぞれ床スラブの断面2次モーメントと断面積である．また (2) 式中の K_{f1}，K_{f2} は，(6) 式の K_f における L_X を対応する長さに置き換えたものである．なお，文献2) より，k_f の取り得る範囲は1～15000程度と考えられる．

2.3 整合質量マトリクス

床スラブ上に質量が分布している場合の慣性力を上述した3自由度で表すために，整合質量マトリクス[4]を導入する．整合質量マトリクスとは，床スラブの全質量を構面1，構面2，床スラブの変形が最大となる点 (x=X_0) の3点に振り分けることで，3自由度系の慣性力と連続体の慣性力を簡便に整合させるためのものである．

整合質量マトリクスを導出するために，まず床スラブのY方向変位を次式で与える．

$$\delta(x) = \psi_1 \cdot \delta_1 + \psi_{10} \cdot \delta_0 \quad (0 \leqq x \leqq X_0) \tag{7.a}$$

$$\delta(x) = \psi_{20} \cdot \delta_0 + \psi_2 \cdot \delta_2 \quad (X_0 \leqq x \leqq L_X) \tag{7.b}$$

上式中の内挿関数 ψ_1，ψ_{10}，ψ_{20}，ψ_2 を用いると，整合質量マトリクスは次のように求められる．

$$\left[M\right]=\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 \\ & m_{22} & m_{23} \\ \text{sym.} & & m_{33} \end{bmatrix} \tag{8}$$

ただし，(8) 式中の各要素は次式で表せる．

$$m_{11} = \int_0^{X_0} m\psi_1^2\,dx \tag{9.a}$$

$$m_{12} = \int_0^{X_0} m\psi_1\psi_{10}\,dx \tag{9.b}$$

$$m_{22} = \int_0^{X_0} m\psi_{10}^2\,dx + \int_{X_0}^{L_X} m\psi_{20}^2\,dx \tag{9.c}$$

$$m_{23} = \int_{X_0}^{L_X} m\psi_2\psi_{20}\,dx \tag{9.d}$$

$$m_{33} = \int_{X_0}^{L_X} m\psi_2^2\,dx \tag{9.e}$$

2.4 床スラブの面内変形

(7) 式の内挿関数 ψ_1，ψ_{10}，ψ_{20}，ψ_2 を求めるために，図3のように床スラブが等分布の慣性力 p を受けると仮定して床スラブのY方向変位 $\delta(x)$ を求める．$\delta(x)$ は構面1の変位 δ_1，構面1を基準としたときの曲げによる面内変位 $\delta_{fb}(x)$，せん断による面内変位 $\delta_{fs}(x)$ の和として次式のように表すことができる．

$$\delta(x) = \delta_1 + \delta_f(x) = \delta_1 + \delta_{fb}(x) + \delta_{fs}(x) \tag{10}$$

$$\delta_{fb}(x) = \frac{1}{12E_cI_s}\left\{\frac{1}{2}px^4 - 2Q_1x^3 + \left(2Q_1 - Q_2\right)L_Xx^2\right\} \tag{11.a}$$

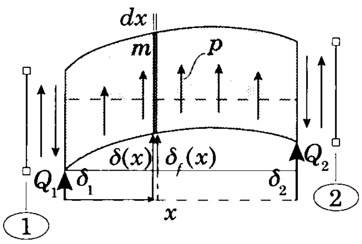


図3 床スラブの面内変形と水平力

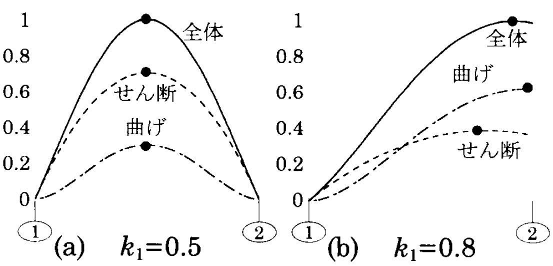


図4 床スラブの面内変形（ξ=0.5，k_f=10）

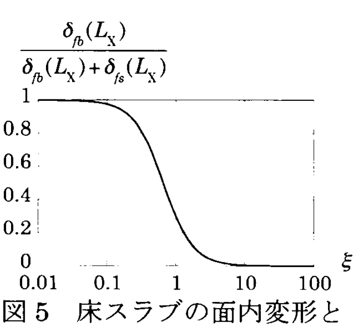


図5 床スラブの面内変形と辺長比の関係

$$\delta_{fs}(x)=\frac{1}{G_c A_s}\left(-\frac{1}{2}px^2+Q_1 x\right) \qquad (11.b)$$

図4に辺長比 ξ=0.5，床スラブの面内剛性 k_f=10として，層せん断剛性比 k_1 と床スラブの面内変形の関係を示す．図4から，k_1 が0.5のとき面内変形は床スラブの中央で最大値を取り，k_1 が0.5から離れると最大値を取る点が剛性の低い構面の側へ移動することがわかる．また，曲げ変形とせん断変形のそれぞれが最大値を取る点は必ずしも一致しない．なお，上記の知見は k_f によらず成立する．

図5に，構面2上の床スラブの面内変形に占める曲げ変形の割合を示す．図5に示す関係は k_1 や k_f によらず，辺長比 ξ のみに依存し，ξ が小さいほど曲げ変形が卓越する．

3 構面間変位の最大値の評価法

本章では，床スラブの面内変形を考慮した場合の各構面の層間変位の差（構面間変位の最大値）を簡便に評価する方法を構築する．

(1) 式の振動方程式について固有値解析を行い，その結果を用いてモーダルアナリシスにより構面間変位 $(\delta_1-\delta_2)$ の最大値を評価する．ここで各次の応答の最大値は一般的に同時には生じないことを利用し，それらの2乗和平方根（SRSS）を構面間変位の最大値とする．

$$\left|\delta_1-\delta_2\right|_{\max}=\sqrt{\sum_{s=1}^{3}\left\{\left({}_su_1-{}_su_2\right)\cdot{}_s\beta\cdot{}_sS_D\left({}_s\omega,{}_sh\right)\right\}^2} \qquad (12)$$

${}_su_1$，${}_su_2$：s 次の固有モード
${}_s\beta$：s 次の刺激係数
${}_sS_D$：s 次の固有振動数に対応する変位応答スペクトル
${}_s\omega$：s 次の固有振動数
${}_sh$：s 次の減衰定数

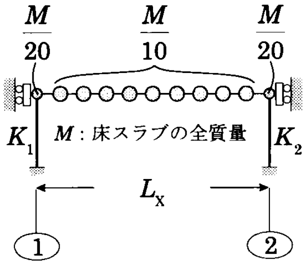


図6 解析モデル

表1 解析パラメータ

解析パラメータ	範囲
面内剛性のパラメータ k_f	0.1 ～ 500
剛床の場合の固有周期 T_0	0.5，1.0 (s)
層せん断剛性比 k_1	0.67，0.8
辺長比 ξ	0.01，0.65，100

4 時刻歴応答解析による検証

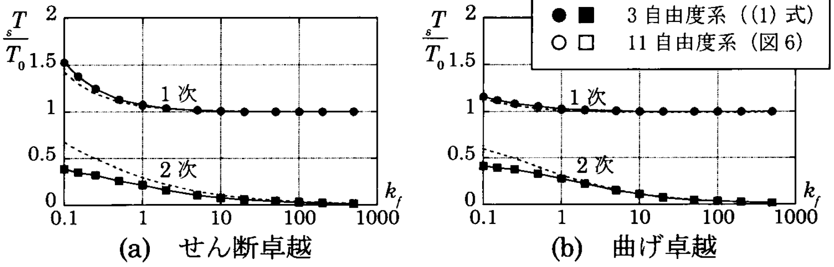
4.1 解析モデルと解析条件

3章で構築した構面間変位の最大値の評価法の妥当性を検証するために，図6の解析モデルを用いた時刻歴応答解析結果と評価法に基づく予測結果を比較する．

表1に解析パラメータを示す．本論では床スラブの面内剛性 k_f が小さい場合を考慮するために，1より小さい範囲についても検討する．また，辺長比 ξ は図5に基づき，曲げ変形が卓越する場合（ξ=0.01），曲げ変形とせん断変形が同程度生じる場合（ξ=0.65），せん断変形が卓越する場合（ξ=100）の3種類を採用する．入力地震動はBCJ L2（原波），El Centro NS（最大速度を0.5[m/s]に規準化したもの）の2波を用いる．減衰特性は初期剛性比例型で1次減衰定数は2%とする．

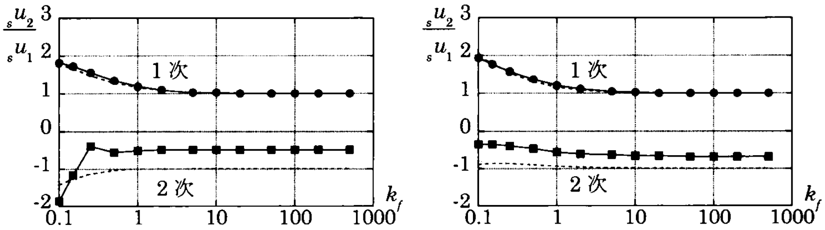
4.2 固有値解析結果の比較

(1) 式の振動方程式による固有値解析結果と，図6に示す解析モデルによる固有値解析結果を図7，図8に示す．ここでは剛床の場合の固有周期 T_0=0.5(s),



(a) せん断卓越　(b) 曲げ卓越

図7 固有周期の比較



(a) せん断卓越　(b) 曲げ卓越

図8 固有モードの比較

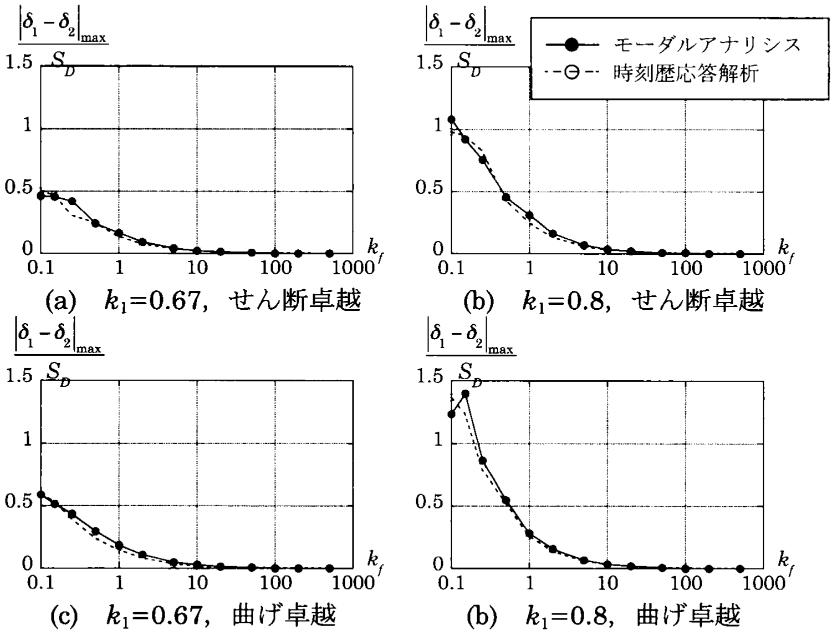
ならびに層せん断剛性比 k_1=0.67 の場合について 2 次までの結果を示す．

図 7，図 8 より，固有周期，固有モードともに 1 次については両解析結果がよく一致している．一方，2 次については定性的な傾向は捉えられているものの，特に固有モードで両解析結果に 2 割程度の差が見られる．

4.3 モーダルアナリシスによる評価法の検証

床スラブの面内変形を考慮した構面間変位の最大値について，(12) 式のモーダルアナリシスによる予測結果と図 6 の解析モデルによる時刻歴応答解析結果を図 9 に示す．縦軸は構面間変位の最大値を，固有周期 T_0 に対応する入力地震動の変位応答スペクトル S_D で無次元化したものである．ここでは入力地震動 BCJ L2，T_0=0.5(s) の結果を示す．

図 9 より，k_f が 10 より大きいときの構面間変位はおおむね 0 と見なせ，k_f の減少に伴って構面間変位が増大することがわかる．またモーダルアナリシスによる評価結果と時刻歴応答解析結果がよく一致していることより，本論で提案したモーダルアナリシスによる評価法によって，構面間変位の最大値を予測することができる．



(a) k_1=0.67，せん断卓越　(b) k_1=0.8，せん断卓越

(c) k_1=0.67，曲げ卓越　(b) k_1=0.8，曲げ卓越

図 9 モーダルアナリシスによる評価法の検証（BCJ L2）

5 まとめ

本論では，1 層 2 スパンの弾性骨組を対象とし，床スラブの面内変形を考慮した構面間変位の最大値の評価法を提案し，その結果を時刻歴応答解析結果と比較することで評価法の妥当性を検証した．これらの検討の結果，得られた知見を以下にまとめる．

[1] k_1 が 0.5 のとき面内変形は床スラブの中央で最大値を取り，k_1 が 0.5 から離れると最大値を取る点が剛性の低い構面の側へ移動する．

[2] k_f が 10 より大きい場合，構面間変位はおおむね 0 と見なせる．k_f が 10 より小さいときには，k_f の減少に伴って構面間変位が増大する．

[3] 隣接する 2 つの構面の変位と構面間における床スラブの最大変位の 3 つの自由度を用いることで，モーダルアナリシスによって構面間変位の最大値を評価することができる．

謝辞

本研究を進めるにあたり，旭化成ホームズ(株)の飯星力氏に貴重な研究資料をご提供いただきました．厚く感謝申し上げます．

参考文献

1) 中村敦夫，聲高裕治，井上一朗：弾性を保つ鋼構造骨組における床スラブの最大面内せん断力応答，日本鋼構造協会鋼構造年次論文報告集，第 14 巻，pp.263–268，2006.11
2) 聲高裕治，中村敦夫，井上一朗，内田直樹：1 層鋼構造骨組の床スラブに作用する最大面内せん断力，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 653 号，pp.1377–1384，2010.7
3) C.Iihoshi，S.Kiriyama，T.Minagawa，T.Hanai : Seismic shear response of slab with distributed mass(linear−elastic bay model to story shear)，Behaviour of Steel Structures in Seismic Areas，STESSA 2012，pp.585−590，2011.12
4) Archer,J.S. : Consistent Mass Matrix for Distributed Mass System，Journal of Structural Division，ASCE，Vol.89，No.ST4，pp.161−178，1963.8

※1 京都大学工学部建築学科　Student, Undergraduate School of Architecture, Kyoto Univ.
※2 京都大学大学院工学研究科建築学専攻　准教授・博士（工）　Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto Univ.
※3 京都大学大学院工学研究科建築学専攻　教授・博士（工）　Prof., Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto Univ.