

限定された地震観測記録と ARX モデルを用いた建物の剛性・減衰同定法

STIFFNESS-DAMPING IDENTIFICATION OF BUILDINGS USING LIMITED EARTHQUAKE RECORDS AND ARX MODEL

前田朋宏*, 吉富信太**, 竹脇 出***

Tomohiro MAEDA, Shinta YOSHITOMI and Izuru TAKEWAKI

In this paper, a stiffness-damping identification method for a building structure is proposed when the building is subjected to earthquake ground motion. The difficulty arising in the limit manipulation in the previous method is overcome by introducing an ARX model. The weakness of small SN ratio in the low frequency range is avoided by using the ARX model and introducing new constraints on the ARX parameters. The validity of the proposed method is examined through numerical examples using simulated data and actually recorded data.

Keywords: System identification, Structural health monitoring, ARX model, Stiffness-damping identification, Earthquake records
システム同定, 構造ヘルスマモニタリング, ARX モデル, 剛性・減衰同定, 地震観測記録

1. 序

地震時の応答や常時微動等を観測し, 建造物のモード特性や物理パラメータを同定するシステム同定技術が盛んに研究されている^{1, 2)}. これらの研究は, 建築物の構造的な健全性や損傷度を評価する構造ヘルスマモニタリング技術に応用され, その需要がますます増大している. 固有周期等のモード特性の同定は, 一般に安定した結果が得られるという点や必ずしも全層の応答計測を必要としないという長所を有しており, モード特性の同定法は多数報告されている³⁻⁶⁾. それに対して剛性や減衰係数等の物理パラメータの同定は, 多くの観測データを必要とすることや, 安定した結果が得にくいといった欠点が存在し, 研究報告は前者に比べると少ない. また, 同定したモード特性から物理パラメータを同定する方法も提案されている⁷⁻⁹⁾.

モード特性を用いずに物理パラメータを直接同定する方法の多くは, 建造物をせん断モデルとみなして全層の応答が同時に計測されている場合を想定し, 同定対象層より上部の自由体の釣り合いから各層の同定を行うものである. 最小二乗法により層剛性と層減衰係数の同定を行う汎用的な手法¹⁰⁾に対し, モード情報を制約として加えてノイズに対するロバスト性を向上させた手法が提案されている¹¹⁾. また曾根らは, ウェーブレット変換による層の非線形復元力特性の同定法を提案し¹²⁾, 池田は実建物に対して線形・非線形システム同定法を展開している^{13, 14)}.

物理パラメータ同定において, 全層の応答の同時計測を必要とせず, 限定された層の応答のみを用いる手法も提案されている. 吉元

らは, 免振建物の変位モードに関する仮定を導入し計測点の数を低減している^{8, 9)}. 地動加速度と最下層の応答加速度の2つのデータのみを用いて全層の剛性と減衰を同定する問題について, Udawadia らは解の唯一性の証明に加えて漸化式的な解法を示し¹⁵⁾, 吉富らは最適化を用いた手法を提案している¹⁶⁾. 同定対象層の直上及び直下の2層分の加速度応答だけを用いて対象層の同定を行う問題に対して, 中村らはフーリエ変換のみを用いた剛性と減衰係数の同定法を¹⁷⁾, 仁田らは部分空間法を利用した剛性の同定法を提案している¹⁸⁾.

全層の応答の同時計測を必要とせず各層独立に剛性や減衰係数が直接同定できれば, より簡便に構造ヘルスマモニタリングに利用できるため, 中村らによる同定手法¹⁷⁾は有用であるといえる. この手法では, モード情報や変位・速度応答データが不要で, 同定対象層の直上及び直下の加速度応答データのみから1つの層の剛性と減衰係数が同定できることが理論的に証明されている. しかしながら, 同定に用いる振動数領域の関数は低振動数領域において計測ノイズの影響を受けやすいという問題点が指摘され, ノイズの影響の低減法も提案されているが^{19, 20)}, 最終的には近似関数の導入が必要である.

本論文では ARX モデルを導入し, ARX パラメータで表現された伝達関数に対して振動数 0 における制約条件を付加することにより, 低振動数領域においてノイズの影響を受けやすいという文献¹⁷⁾の手法の問題点を改善する. また, ARX パラメータで表現された伝達関数のテイラー展開により建物の物理パラメータ(剛性, 減衰)を ARX パラメータで直接表現する. Şafak は, ARX のモデルパラメータ

* 京都大学大学院工学研究科都市環境工学専攻 大学院生 (現 戸田建設)

** 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 助教・博士(工学)

*** 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 教授・工博

Graduate Student, Dept. of Urban and Environmental Eng., Kyoto Univ.

Assist. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

一と固有振動数や減衰定数との関係を明らかにしているが²¹⁾、これまでARXモデルパラメーターと物理パラメーターの関係は導かれていない。本論文の提案手法の妥当性を、ノイズを含んだシミュレーション、模型実験や実建物の観測データを用いて検証する。

尚、本論文ではシステムの動特性を有限個のパラメーターで特徴付けるARXモデルや状態方程式等のパラメトリックモデル²²⁾を用いる手法をパラメトリックな手法と呼ぶ。周波数伝達関数のみを用いる文献17)の手法はこれに該当しないためノンパラメトリック法と呼ぶ。

2. 地動入力に対する応答を用いた剛性・減衰の同定法

本論文では、文献17)の定式化を一部利用するため、本節においてその部分的要点を示す。図1に示す線形弾性剛性、線形粘性減衰、線形履歴減衰を有するN層せん断型構造物モデルを考える。節点及び要素番号を建物最上層から付けることとし、第j番目の質量、剛性、粘性減衰係数、履歴減衰定数を、それぞれ m_j, k_j, c_j, β_j とする。また、第j番目の複素剛性を $k_j^+ = k_j(1 + 2\beta_j i)$ とする。iは虚数単位を表す。文献17)の方法では図2に示すように、全層の応答を同時に計測することなく、同定対象層の直上及び直下の層の水平変位のみを用いて、対象層の層剛性と層減衰係数が同定可能である。

地動入力加速度及び、上層側床の絶対加速度を $\ddot{z}(t), \ddot{u}_j(t)$ とし、 $\dot{z}(t), \dot{u}_j(t)$ のフーリエ変換を $\dot{Z}(\omega), \dot{U}_j(\omega)$ とすると、運動方程式のフーリエ変換は(1)式で表される。

$$\mathbf{A}(\omega)\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{F}(\omega)\mathbf{Z}(\omega) \quad (1)$$

$\mathbf{U}(\omega)$ 、 $\mathbf{Z}(\omega)$ は、第j番目の床の絶対変位 u_j を要素とするベクトル $\mathbf{u} = \{u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N\}^T$ のフーリエ変換及び、地動変位 $z(t)$ のフーリエ変換を表す。また、 $\mathbf{F}(\omega) = \{0 \ 0 \ \dots \ i\omega c_N + k_N^+\}^T$ であり、 $(\)^T$ は行列の転置を表す。 $\mathbf{A}(\omega)$ は次式で表される。

$$\mathbf{A}(\omega) = \begin{bmatrix} a_1(\omega) & -b_1(\omega) & & & 0 \\ -b_1(\omega) & a_2(\omega) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & -b_{N-1}(\omega) \\ & & & & & -b_{N-1}(\omega) & a_N(\omega) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$a_j(\omega) = -\omega^2 m_j + i\omega c_{j-1} + k_{j-1}^+ + i\omega c_j + k_j^+ \quad (3)$$

$$= -\omega^2 m_j + b_{j-1}(\omega) + b_j(\omega) \quad (3)$$

$$b_j(\omega) = i\omega c_j + k_j^+ \quad (4)$$

(1)式より、 $\mathbf{U}(\omega)$ の第j成分 $U_j(\omega)$ は次のように求められる。

$$U_j(\omega) = \{\Delta_j(\omega) / P_N(\omega)\} Z(\omega) \quad (5)$$

ここで、 $P_j(\omega)$ は行列 $\mathbf{A}(\omega)$ の左上から定義した $j \times j$ 小行列の行列式を表す。 $\Delta_j(\omega)$ は $\mathbf{A}(\omega)$ の第j列を $\mathbf{F}(\omega)$ で置き換えた行列の行列式を表し、行列の三重対角性を利用した演算により次式を得る。

$$\Delta_j(\omega) = b_N(\omega) \dots b_j(\omega) P_{j-1}(\omega) \quad (6)$$

(6)式を(5)式に代入して次式を得る。

$$\frac{U_j(\omega)}{U_{j+1}(\omega)} = b_j(\omega) \frac{P_{j-1}(\omega)}{P_j(\omega)} \quad (7)$$

(7)式を展開し、剛性と減衰を同定する手順が文献17)に示されている。本論文では便宜上同定関数という関数を(8)式で定義する。 M_j は最上層から第j番目の層(同定対象層)までの質量の和を示す。

$$f_j(\omega) = -\frac{\omega^2 M_j}{\{U_{j+1}(\omega) / U_j(\omega)\} - 1} \quad (8)$$

同定関数実部の $\omega \rightarrow 0$ における極限から剛性 k_j が(9)式のように

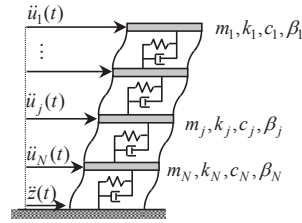


図1 N層せん断型構造物モデル

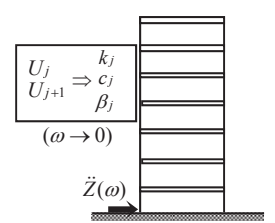


図2 剛性・減衰の同定法¹⁷⁾

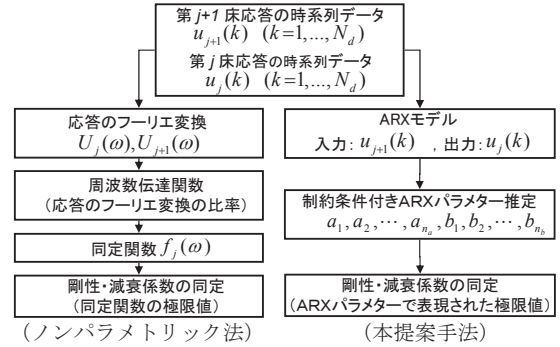


図3 2つの同定法の概要

同定でき、同定関数虚部の $\omega \rightarrow 0$ における極限から履歴減衰定数 β_j が(10)式のように同定できる。さらに同定関数虚部の勾配の $\omega \rightarrow 0$ における極限から粘性減衰係数 c_j が(11)式のように同定できる。尚、変位の代わりに速度や加速度を用いても同様に同定が可能である。

$$k_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Re} \{ f_j(\omega) \} \quad (9)$$

$$\beta_j = -\frac{1}{2k_j} \lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Im} \{ f_j(\omega) \} \quad (10)$$

$$c_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} \text{Im} \{ f_j(\omega) \} \quad (11)$$

同定に際しては、(8)式の $U_{j+1}(\omega) / U_j(\omega)$ に観測データの離散フーリエ変換データが代入される。本節の同定法¹⁷⁾を以降ではノンパラメトリック法と呼ぶことにする。それに対して、次節で提案する手法は、 $U_{j+1}(\omega) / U_j(\omega)$ に有限個のARXパラメーターで表現される伝達関数が代入されるためパラメトリックな手法と呼ぶ。

3. ARXモデルを用いた同定

3.1 提案する同定法の概要

ノンパラメトリック法では、同定関数の $\omega \rightarrow 0$ における極限値を用いるが、模型実験や実際の建物で観測されたデータを適用した場合、振動数0近傍で同定関数値が乱れ極限値の評価が困難となることがしばしば生じる。そのため、実測データを扱う場合、ノイズの影響を受け易い低振動数領域において同定関数の近似関数を設定して極限値を評価する必要がある¹⁷⁾。この場合、建物層数やノイズレベルに応じた適切な近似関数の設定が問題となる。

本論文で提案する手法ではこの問題を解決するために、時系列モデルであるARXモデル(Appendix 1参照)のパラメーターを用いて同定関数の極限値を表現する。すなわち、極限値を直接パラメーター表現することにより、同定関数をプロットして極限値を定めるという処理を回避することが可能となる。以降ではARXモデルを記述するパラメーターをARXパラメーターと呼ぶ。また、新たに提案する同定法とノンパラメトリック法の違いを図3に示す。

尚、本論文で新たに提案する手法は、ノンパラメトリック法と同様に線形のせん断型構造物を対象としており、全体曲げ変形の影響

を無視できない高層建物の場合や材料非線形性を有する場合などには直接適用できない。また、履歴減衰は対象としない。

3.2 ARX パラメーターで表現された伝達関数のテイラー展開

(8)式で表される同定関数を(12)式のように書き換える。

$$f_j(\omega) = -\frac{\omega^2 M_j}{\{1/G_{j,j+1}(\omega)\}-1} \quad (12)$$

ここで $G_{j,j+1}(\omega)$ は同定対象層の直下 (第 $j+1$ 床) の応答に対する同定対象層の直上の応答の伝達関数として(13)式のように表される。

$$G_{j,j+1}(\omega) = U_j(\omega)/U_{j+1}(\omega) \quad (13)$$

第 $j+1$ 床と第 j 床の応答をそれぞれ入力と出力とみなした ARX モデルを導入すれば、伝達関数 $G_{j,j+1}(\omega)$ は ARX パラメーター a_k, b_k ($k=1, \dots, n$) を用いて次式で表現できる(Appendix 2 参照)。尚、出力と入力のパラメーター数 n_a と n_b はいずれも n とする。

$$G_{j,j+1}(\omega) = \frac{b_1 e^{-i\omega T_0} + \dots + b_n e^{-ni\omega T_0}}{1 + a_1 e^{-i\omega T_0} + \dots + a_n e^{-ni\omega T_0}} \quad (14)$$

本提案手法ではノンパラメトリック法と同様に $\omega \rightarrow 0$ の極限を扱うため ARX パラメーターで表現された伝達関数の $\omega=0$ 周りのテイラー展開を考える。(14)式のテイラー展開により(15)式が得られる。

$$G_{j,j+1}(\omega) = A_0 + A_1 \omega + A_2 \omega^2 + \dots \quad (15)$$

$$A_0 = \sum_{k=1}^n b_k / \left(1 + \sum_{k=1}^n a_k \right) \quad (16)$$

$$A_1 = iT_0 \frac{\sum_{k=1}^{n-1} (n-k) b_k \left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\} - \sum_{k=1}^n b_k \left\{ n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) a_k \right\}}{\left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\}^2} \quad (17)$$

$$A_2 = -\frac{T_0^2}{2} \left[\frac{\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)^2 b_k}{1 + \sum_{k=1}^n a_k} - \frac{\sum_{k=1}^n b_k \left\{ n^2 + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)^2 a_k \right\}}{\left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\}^2} \right. \\ \left. - 2 \frac{\sum_{k=1}^{n-1} (n-k) b_k \left\{ n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) a_k \right\}}{\left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\}^2} + 2 \frac{\sum_{k=1}^n b_k \left\{ n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) a_k \right\}^2}{\left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\}^3} \right] \quad (18)$$

(16)-(18)式より ω の偶数次の係数は実数となり、 ω の奇数次の係数は純虚数となる。従って(19)式のように係数 A_j を実部の係数 A_j^R と虚部の係数 A_j^I に分けると(15)式は(20)式のように書き換えられる。

$$A_j = A_j^R + iA_j^I \quad (19)$$

$$G_{j,j+1}(\omega) = (A_0^R + A_2^R \omega^2 + \dots) + i(A_1^I \omega + A_3^I \omega^3 + \dots) \quad (20)$$

3.3 伝達関数の極限值と ARX パラメーター間の関係式

ここではせん断型モデルの伝達関数が満たす条件について述べる。すなわち伝達関数実部が $\omega \rightarrow 0$ において 1 に収束すること、及び伝達関数虚部の勾配が $\omega \rightarrow 0$ において 0 に収束することである。以下では 3.2 節で求めたテイラー展開の係数が特定の値になることを示し、ARX パラメーターが満たすべき式を導く。

2 節において定義した $b_j(\omega), P_j(\omega)$ を用いて $Q_j(\omega)$ を(21)式のように定義する¹⁷⁾。尚、 $Q_j(\omega)$ に $-i\omega U_{j+1}$ を乗じると第 j 要素に作用する層せん断力をフーリエ変換した表現となる。このとき $Q_j(\omega)$ は(22)式及び(23)式を満たす。

$$Q_j(\omega) = \frac{b_j(\omega)}{i\omega} \left[1 - b_j(\omega) \frac{P_{j-1}(\omega)}{P_j(\omega)} \right] \quad (21)$$

$$Q_j(\omega) = \frac{i\omega}{b_j(\omega) i\omega m_j + \{b_j(\omega)/i\omega\} + Q_{j-1}(\omega)} \quad (22)$$

$$Q_j(\omega) = i\omega \left\{ \sum_{k=1}^j m_k + O(\omega^2) \right\} \quad (23)$$

ここで $O(\omega^2)$ は ω について 2 次以上のオーダーであることを示す。

一方、(7)式より伝達関数は次のように表すことができる。

$$G_{j,j+1}(\omega) = b_j(\omega) \{P_{j-1}(\omega)/P_j(\omega)\} \quad (24)$$

(24)式に(21)式及び(22)式を代入すると次式を得る。

$$G_{j,j+1}(\omega) = \frac{b_j}{i\omega i\omega m_j + \{b_j/i\omega\} + Q_{j-1}} \quad (25)$$

(25)式に(4)、(23)式を代入すると、伝達関数は次式で表現される。

$$G_{j,j+1}(\omega) = \frac{k_j \{k_j - \omega^2 (O(\omega^2) + M_j)\} + (2k_j \beta_j + \omega c_j)^2}{\{k_j - \omega^2 (O(\omega^2) + M_j)\}^2 + (2k_j \beta_j + \omega c_j)^2} \\ + i \frac{-k_j \{2k_j \beta_j + \omega c_j\} + (2k_j \beta_j + \omega c_j) \{k_j - \omega^2 (O(\omega^2) + M_j)\}}{\{k_j - \omega^2 (O(\omega^2) + M_j)\}^2 + (2k_j \beta_j + \omega c_j)^2} \quad (26)$$

(26)式の実部から(27)式が、虚部を ω で微分したものを(28)式が導かれる。

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Re} \{G_{j,j+1}(\omega)\} = 1, \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} \text{Im} \{G_{j,j+1}(\omega)\} = 0 \quad (27, 28)$$

(27)式は伝達関数実部が $\omega \rightarrow 0$ において 1 に収束することを表し、伝達関数のテイラー展開では(29)式に対応する。同様に(28)式は伝達関数虚部の勾配が $\omega \rightarrow 0$ において 0 に収束することを表し、(30)式に対応する。

$$A_0^R = 1, \quad A_1^I = 0 \quad (29, 30)$$

さらに(16)、(17)式を(29)、(30)式に代入すると ARX パラメーター間の関係式である(31)、(32)式が得られる。

$$\sum_{k=1}^n a_k + 1 = \sum_{k=1}^n b_k \quad (31)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k) b_k \left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\} = \sum_{k=1}^n b_k \left\{ n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) a_k \right\} \quad (32)$$

伝達関数実部に関する(31)式と虚部に関する(32)式を制約条件として ARX パラメーターの推定を行うことが本提案手法の特徴の一つである。

3.4 物理パラメーターの ARX パラメーターによる表現

伝達関数のテイラー展開である(20)式に 3.3 節で示した条件(29)、(30)式を代入すると(33)式を得る。

$$G_{j,j+1}(\omega) = (1 + A_2^R \omega^2 + \dots) + i(A_3^I \omega^3 + \dots) \quad (33)$$

これを(12)式に代入し、分母を実数化すると(34)式が得られる。

$$f_j(\omega) = \omega^2 M_j \frac{(1 + A_2^R \omega^2 + \dots)(A_2^R \omega^2 + \dots) + (A_3^I \omega^3 + \dots)^2}{(A_2^R \omega^2 + \dots)^2 + (A_3^I \omega^3 + \dots)^2} \\ + i\omega^2 M_j \frac{(A_2^R \omega^2 + \dots)(A_3^I \omega^3 + \dots) - (1 + A_2^R \omega^2 + \dots)(A_3^I \omega^3 + \dots)}{(A_2^R \omega^2 + \dots)^2 + (A_3^I \omega^3 + \dots)^2} \quad (34)$$

(34)式と(9)式より、 j 番目の剛性が(35)式のように表され、(34)式と(11)式より j 番目の粘性減衰係数が(36)式で表される。

$$k_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Re} \{f_j(\omega)\} = \frac{M_j}{A_2^R} \quad (35)$$

$$c_j = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} \text{Im}\{f_j(\omega)\} = -\frac{A_2^I M_j}{(A_2^R)^2} \quad (36)$$

ここで A_2^R は(18)式のように ARX パラメータを用いて表されるため、(35)式を用いれば剛性同定問題は ARX パラメータの推定問題に帰着される。すなわち本提案手法では、ノンパラメトリック法で困難であった近似関数の設定を回避した同定を行うことが可能となる。

3.5 制約条件付きの ARX パラメータ推定法

3.3 節で示したように、本手法では制約条件(31),(32)式を満足する ARX パラメータを推定する。伝達関数実部に関する(31)式の制約条件は ARX パラメータについて線形であり、伝達関数虚部に関する(32)式の制約条件は非線形である。伝達関数実部に関する線形制約のみを考慮した推定法を手法 (I) とする。伝達関数実部に関する線形制約と虚部に関する非線形制約を両方考慮した推定法を手法 (II) とする。

まず、制約のない ARX パラメータ集合 $\theta = \{a_1 \dots a_n b_1 \dots b_n\}^T$ の一括最小二乗推定は次の線形連立方程式に帰着される(Appendix 4 参照)。

$$\mathbf{R}\theta = \mathbf{f} \quad (37)$$

手法 (I) で扱う線形制約は、ラグランジュの未定乗数法を適用すれば容易に一括最小二乗法に組み込むことができる。(31)式の線形制約条件は次式のように書き換えることができる。

$$\mathbf{p}^T \theta = -1 \quad (38)$$

$$\mathbf{p} = [1, \dots, 1, -1, \dots, -1]^T \quad (39)$$

線形制約付きの一括最小二乗推定問題は、制約のない場合の(37)式に(38)式の制約条件を付け加えた以下の線形連立方程式を解くことに帰着される。ここで λ は未定乗数を表す。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{p} \\ \mathbf{p}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (40)$$

手法 (II) では Appendix 3 の予測誤差を用いて目的関数を定義し、線形及び非線形の制約条件付き最適化問題を以下のように設定する。

$$\min_{\theta} J(\theta) = \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k; \theta) / \sum_{k=1}^N [y(k) - \bar{y}]^2 \quad (41)$$

$$\text{s.t.} \quad 1 + \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n b_k \quad (42)$$

$$\left\{ n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)a_k \right\} \left\{ \sum_{k=1}^n b_k \right\} = - \left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)b_k \quad (43)$$

ここで \bar{y} は観測された出力データの平均値を表す。尚、手法 (II) では最適化アルゴリズムとして逐次 2 次計画法を用いる。

4. 数値例題

4.1 数値シミュレーションモデル

3 節で示した同定手法の妥当性を数値例題により検証する。図 4 の 4 質点せん断型モデルについて各層を同定対象として検証を行う。図 5 に示すランダム波を地動入力加速度として与え、時刻歴応答解析を行う。図 6 に最上層 (第 4 層) の絶対加速度応答波形及び地動に対する最上層の伝達関数を示す。

4.2 ARX パラメータで表現された伝達関数

手法 (I) 及び (II) による ARX パラメータ推定値を用いて求めた(14)式の伝達関数実部を図 7 に、伝達関数虚部を図 8 に示す。推定に用いた ARX モデルの次数については 4.4 節を参照。

手法 (I)、(II) の両方で実部・虚部ともに概ね精度良く伝達関

数を表現できている。しかし手法 (I) では伝達関数虚部に関する制約を考慮していないため、第 1 層の伝達関数虚部については $\omega=0$ 近傍において勾配が負の値を有することが確認できる。



図 4 4 層せん断型モデル

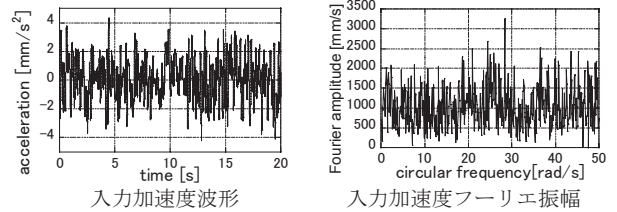


図 5 入力特性

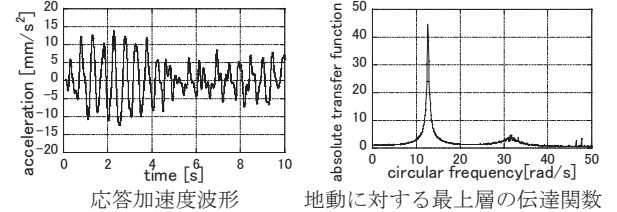


図 6 応答特性 (最上層の絶対加速度応答)

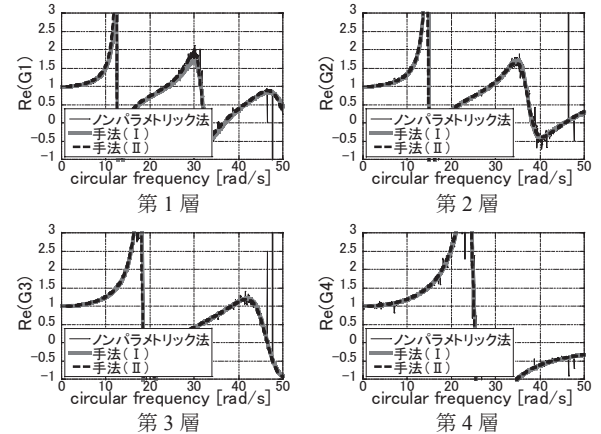


図 7 ARX パラメータで表現された伝達関数実部

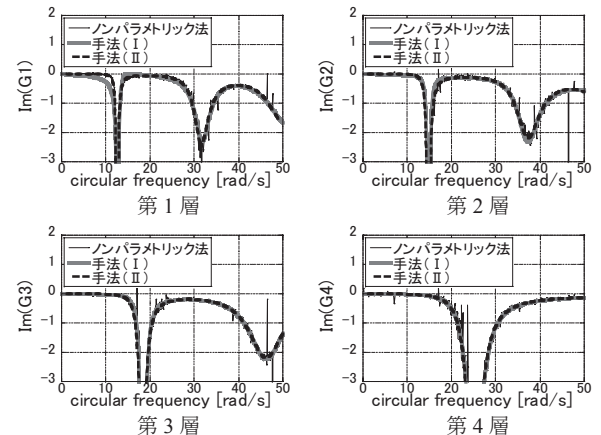


図 8 ARX パラメータで表現された伝達関数虚部

4.3 手法 (I) と手法 (II) の比較

ARX モデルのような時系列モデルを扱う場合、パラメータの総数 ($n_a + n_b$) が同定精度に大きく影響する。この個数 ($n_a + n_b$) を以降モデル次数と呼ぶ。本手法においては $n_a = n_b = n$ とし、(44)式で定義される適合率 Fit をモデル次数 $2n$ の選択の指標とする。

$$\text{Fit} = \left(1 - \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N_d} [\hat{y}(k) - y(k)]^2}{\sum_{k=1}^{N_d} [y(k) - \bar{y}]^2}} \right) \times 100 [\%] \quad (44)$$

ここで N_d はデータの個数、 $y(k)$ は観測された出力データ、 $\hat{y}(k)$ は推定された ARX パラメータで計算された出力データ、 \bar{y} は観測された出力データの平均値を表す。図 9 に制約条件のない通常の ARX モデル、手法 (I)、手法 (II) による最上層同定及び最下層同定におけるパラメータ推定時のモデル次数と適合率の関係を示す。

最上層の同定については、手法 (I) でモデル次数 10 以上のとき、手法 (II) でモデル次数 50 以上のとき精度良く推定が行われている。一方最下層の同定については、手法 (I) でモデル次数 250 以上のとき、手法 (II) でモデル次数 300 以上のとき精度良く推定が行われている。いずれの層においても、手法 (I) は制約条件のない ARX モデルとほぼ同程度の適合率を実現できており、高次数でも適合率は安定している。一方、制約条件の多い手法 (II) では制約条件のない ARX モデルと比べて適合率がわずかに低下し、適合率向上のためにより多くの次数が必要である。手法 (II) では高次数において適合率にばらつきが見られ、モデル次数が 100 程度以上になると計算負荷が大幅に増加する。これはパラメータ推定の際に、手法 (I) では線形連立方程式のみを解くのに対して、手法 (II) では複雑な数値探索を行っていることによる。

本提案手法における伝達関数は、連続 2 層の下層応答を入力、上層応答を出力として定義されており、最上層の伝達関数は上層からの影響を受けない単純な伝達特性を有するのに対し、最下層の伝達関数は建物層数分のモードが影響する複雑な伝達特性を有する。図 9 において、精度確保のために必要なモデル次数が最上層よりも最下層において大きいのは、このことが原因であると考えられる。

(35)式の剛性同定値は伝達関数実部のテイラー展開係数のみで表されるので、剛性同定については安定かつ計算負荷の小さい手法 (I) を用いるのが望ましい。一方、(36)式の粘性減衰係数同定値は伝達関数虚部のテイラー展開係数も含むため、手法 (II) を用いる必要がある。尚、モデル次数については次節において述べる。

4.4 剛性の同定

本節では(35)式による剛性の同定結果を示す。ARX モデルの次数が大き過ぎると過適合を引き起こし、同定精度に影響を及ぼすことが知られており、適切な ARX モデル次数の設定に関する研究もなされている²³⁾。図 10 に手法 (I) の同定におけるモデル次数に対する適合率と剛性同定の精度 (正解を 100%とする) の関係を示す。図

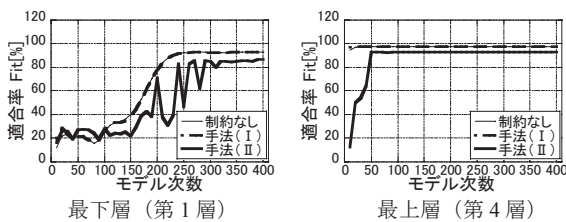


図 9 モデル次数と適合率の関係

10 より、モデル次数を上げて適合率が頭打ちになると剛性の同定値もほぼ一定になることが分かる。そこで以下では同定値を、適合率が頭打ちかつ同定値がほぼ一定となるモデル次数の範囲における平均値として評価する。ただし第 4 層については、モデル次数 30 程度で適合率がほぼ頭打ちとなるのに対し、モデル次数 150 程度以上になると同定精度が低下し始める。そのため以下ではモデル次数の上限として同定値がほぼ一定となる最小のモデル次数の 5 倍を越えない範囲を設定した。ここでは最大のモデル次数は 400 とした。

本手法では、ARX パラメータが推定されれば(35)式より物理パラメータが直接同定されるため、同定関数は本来不要である。しかし、ここではノンパラメトリック法との比較により同定精度を検証するために同定関数を示す。図 11 に、手法 (I) による ARX パラメータ推定値を用いて求めた(14)式の伝達関数実部を(12)式に代入した同定関数の実部を示す (モデル次数は第 1, 2, 3 層で 400、第 4 層で 150)。本来(12)式には複素数の伝達関数を代入すべきであるが、手法 (I) においては伝達関数の虚部に関する制約条件(30)式を考慮しておらず虚部の信頼性が低いため、実部のみを代入した。ただし、本例題程度の減衰であれば、 $\omega=0$ 近傍において伝達関数虚部は実部に比べて非常に小さいため、同定関数実部の評価において伝達関数虚部を無視する影響は小さい。尚、伝達関数実部のみを採用することは、伝達関数虚部を全振動数域に渡って 0 とすることにより、本来 $\omega \rightarrow 0$ の極限において成立する虚部に関する制約条件(30)式を全振動数域において満足させることに相当する。

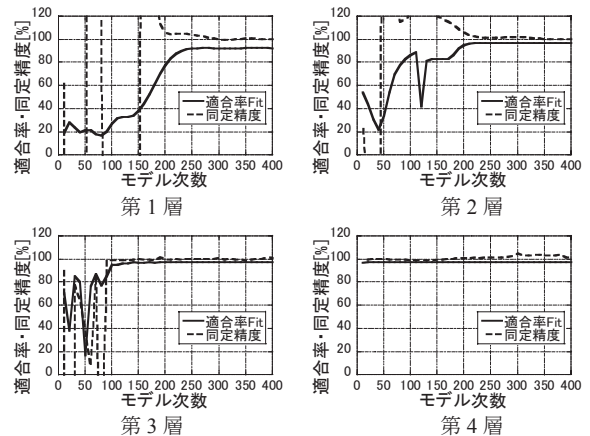


図 10 適合率と剛性の同定精度の関係 (手法 (I))

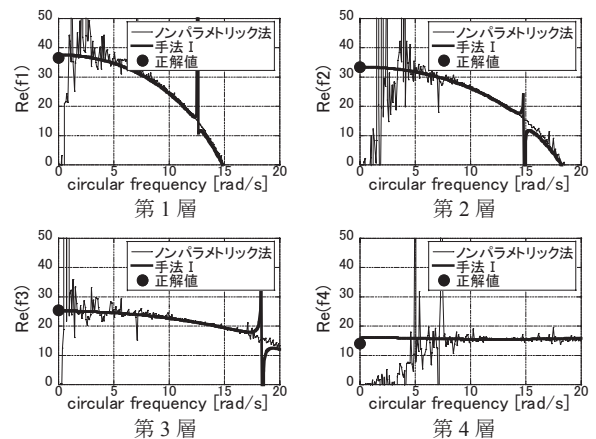


図 11 ARX パラメータで表現された同定関数実部

提案手法により、低振動数領域のノイズの影響を低減し同定関数実部の $\omega \rightarrow 0$ における極限值が求められることが図 11 から理解される。これにより、ノンパラメトリック法で困難であった近似関数の設定が不要となる。本手法を適用して求めた剛性の同定値を表 1 に示す。本手法により概ね精度良く剛性が同定されているといえる。

4.5 減衰係数の同定

手法 (II) を用いて求めた同定関数虚部を図 12 に示す。モデル次数は各層とも 300 とした。同定関数虚部では低振動数領域のノイズの影響が大きい。提案手法の妥当性の検証に際し、「設定値による解析」という指標を図中に示す。「設定値による解析」とは、図 4 の設定値を用いて運動方程式を記述し、振動数領域でそれを解いたものである。この「設定値による解析」との差が小さいほど精度のよい同定結果であるといえる。

図 12 は手法 (II) により同定関数が表現できることを定性的に示している。定量的には第 1 層で 49.4%、第 2 層で 15.0%、第 3 層で 4.9%、第 4 層でほぼ 0% の誤差がある。これは 4.3 節でも述べたように、手法 (II) を用いる場合に上層側で安定した同定結果が得られることと関係している。

4.6 剛性の同定精度に対するノイズレベルの影響

本節では、本提案手法におけるノイズの影響をシミュレーションにより検討する。応答加速度の RMS 値に対する付加ノイズ (バンドリミテッドホワイトノイズ) の加速度の RMS 値をノイズレベルとし、ノイズレベル 15% と 50% の場合の剛性同定の例を示す。図 13, 14 に、ノイズレベル 15% と 50% のノイズを付加した場合の第 4 層の応答加速度とフーリエ変換の比率で評価した伝達関数を示す。図 15 に 15% ノイズを含んだ応答データを用いた同定関数を示す。モデル次数は平均をとったモデル次数領域の中間値とし、第 1 層 330、第 2 層 280、第 3 層 210、第 4 層 140 とする。図 16 に 50% ノイズを含んだ応答データを用いた同定関数を示す。モデル次数は平均をとったモデル次数範囲の中間値とし、第 1 層 300、第 2 層 270、第 3 層 220、第 4 層 150 とする。ノイズレベルを大きくするとノンパラメトリック法では低振動数領域で影響が大きくなるが、本提案手法では低振動数領域におけるノイズの影響を低減できていることがわかる。

表 2 に、ノイズを付加しない場合と付加した場合の同定結果を示

表 1 時刻歴応答解析データを用いた剛性同定結果 (括弧内は誤差)

	第 1 層	第 2 層	第 3 層	第 4 層
剛性同定値 [N/mm]	37.6(+0.2%)	33.5(+2.1%)	25.0(+0.8%)	15.6(+1.1%)

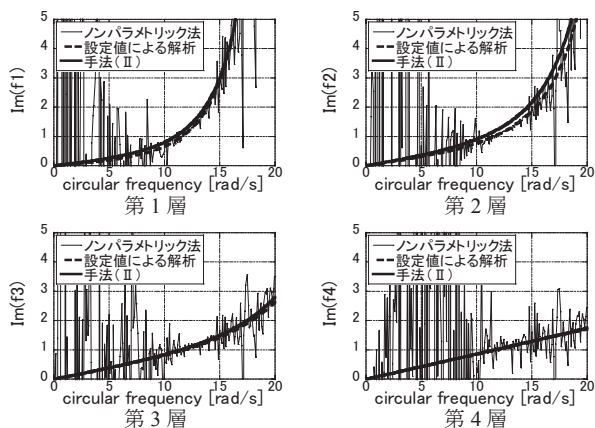


図 12 ARX パラメータで表現された同定関数虚部

す。最大同定誤差は、ノイズを付加しない場合 2.1% であるのに対し、15% ノイズの場合 -2.8%、50% ノイズの場合 -8.5% であり、ノイズに対する同定精度の低下をかなり回避できているといえる。

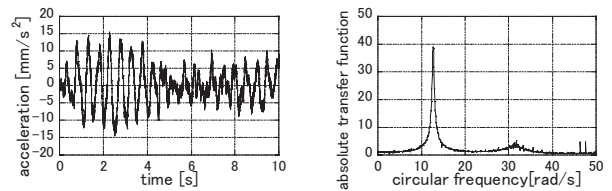


図 13 15% ノイズを付加した応答特性 (最上層の絶対加速度応答)

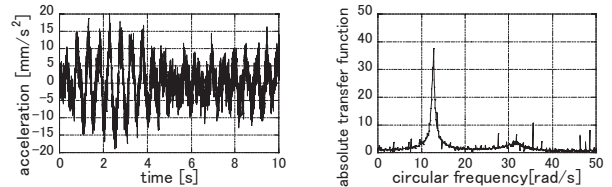


図 14 50% ノイズを付加した応答特性 (最上層の絶対加速度応答)

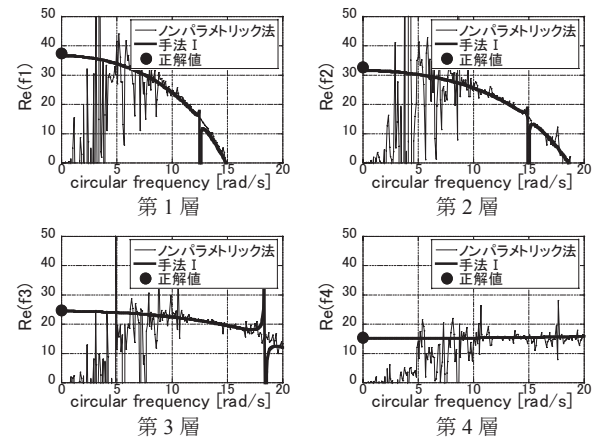


図 15 ARX パラメータで表現された同定関数実部 (15% ノイズ)

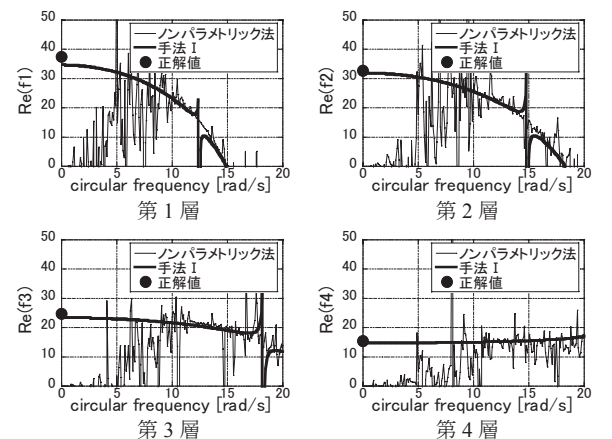


図 16 ARX パラメータで表現された同定関数実部 (50% ノイズ)

表 2 ノイズを含んだデータを用いた剛性同定結果 (括弧内は誤差)

	第 1 層	第 2 層	第 3 層	第 4 層
正解値 [N/mm]	37.5	32.8	24.9	15.4
ノイズレベル 0%	37.6(+0.2%)	33.5(+2.1%)	25.0(+0.2%)	15.6(+1.1%)
ノイズレベル 15%	36.5(-2.8%)	32.1(-2.1%)	24.8(-0.6%)	15.2(-1.4%)
ノイズレベル 50%	34.3(-8.5%)	31.6(-3.6%)	24.4(-2.0%)	14.6(-5.0%)

5. 模型実測データへの適用

5.1 1層模型実測データへの適用

手法(II)を図17の1層せん断型構造物模型の実測データに適用する。振動台に固定した模型に最大変位が2mmのランダム波を入力して、模型床板と振動台上の加速度応答を500Hzで約10s収録した。剛性は手法(I), 減衰は手法(II)による。図18, 19に伝達関数及び同定関数を示す。ARXモデル次数は手法(I)で70, 手法(II)で36である。提案手法による剛性と減衰係数の同定値は8.19N/mm(誤差-4.4%), 0.078Ns/mm(誤差+4.4%)であった。

5.2 4層模型実測データへの適用

手法(I)を, 図20に示すような4層せん断型構造物模型の実測データに適用する。模型の剛性及び減衰係数は予め別の手法により求めてある。剛性の設定値は, 振動台実験において, 同時に計測した全層の応答データを用いて力の釣り合い条件より剛性を評価する方法¹⁰⁾を用いた。尚, 本来本論文で提案する手法は, 全層の応答が同時に計測されておらず, 連続する2層の応答のみが同時に計測されている場合を想定しており, その場合はここで用いた「別の手法」は適用できない。また減衰係数の設定値は, 対象とするオイルダンパーを取り付けた図17の1層せん断型模型に一定振動数の正弦波加速度を入力し, 観測された減衰力-層間変位関係の切片荷重を応答の円振動数と層間変位振幅で除して算出した。

模型を振動台に固定し, 最大変位が5mmであるようなランダム波を入力として与えて模型床板上の加速度応答と振動台上の加速度応答を収録した。データ収録は500Hzで約10s実施した。図21に振動台による加速度入力波形及びそのフーリエ振幅, 図22に模型の最上層(第4層)の絶対加速度応答波形及び地動に対する最上層の伝達関数を示す。

模型実験の計測データを用いて図11と同様に評価した同定関数実部を図23に示す。モデル次数は平均をとったモデル次数範囲の中間値とし, 第1層360, 第2層290, 第3層240, 第4層260とする。

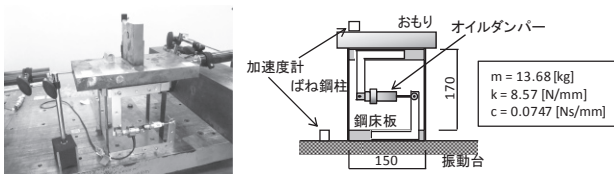


図17 1層せん断型構造物模型

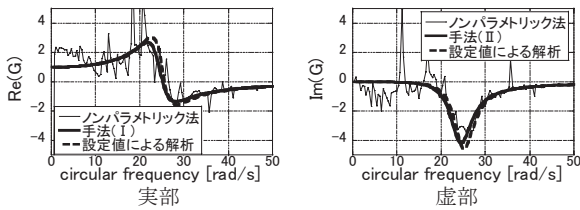


図18 ARXパラメータで表現された伝達関数

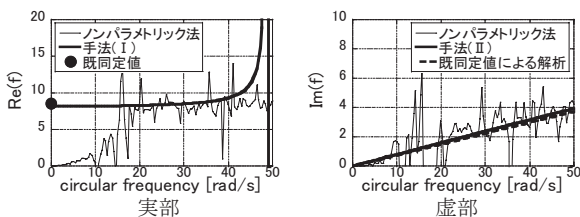


図19 ARXパラメータで表現された同定関数

さらに本手法を適用して同定関数実部の $\omega \rightarrow 0$ における極限值である剛性の同定値を求めると表3となる。同定はほぼ適切に行われているといえる。

6. 実建物における地震観測記録への適用

3節の手法を, 免震建物における地震観測結果に対して適用する。地震観測を行った建物は京都大学構内に位置する免震建物で, 地下1階と耐圧版の間に免震層を有する地上3階地下1階のRC造建物である¹⁷⁾。免震装置は天然ゴム系の積層ゴム17台と粘性ダンパー14台からなる。現在までに中小の地震が多数観測されており, 代表的な2つの地震による観測結果を対象として提案手法の検討を行っ

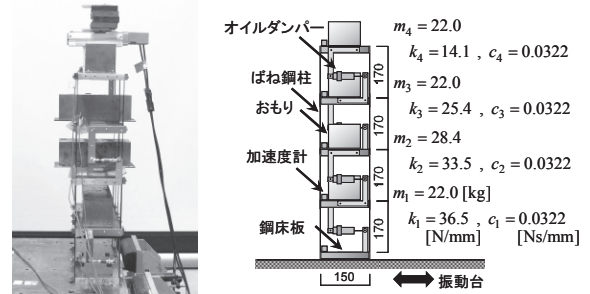


図20 4層せん断型構造物模型

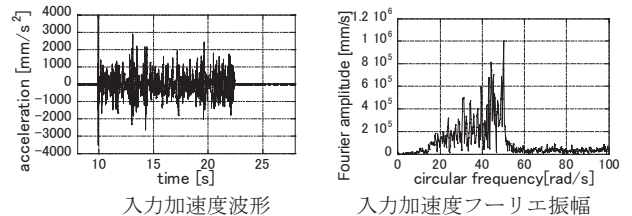


図21 入力特性

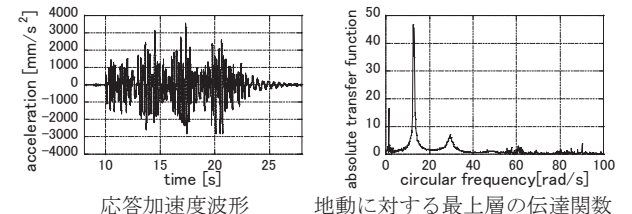


図22 応答特性(最上層の絶対加速度応答)

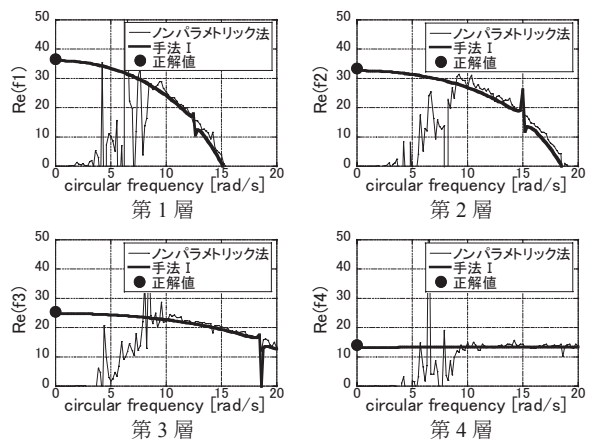


図23 ARXパラメータで表現された同定関数実部

表3 模型実験計測データを用いた剛性同定値(括弧内は誤差)

	第1層	第2層	第3層	第4層
剛性同定値[N/mm]	36.1(-1.2%)	33.3(-0.6%)	24.8(-2.5%)	13.4(-5.1%)

た。図 24, 25 にそれぞれの地震における NS 方向の観測加速度波形を示す。図はそれぞれ上図が耐圧版上の観測波形を、下図が免震層上の地下 1 階における観測波形を示したものである。本節の検討においては耐圧版と地下 1 階の間の免震層を同定対象とする。これは免震層より上層部について全層一体となった応答を仮定し、建物を 1 層せん断型構造モデルに近似して考えているからである。

提案手法を観測データに適用した場合の伝達関数を図 26, 27 に、同定関数を図 28, 29 に示す。1997.3.16 と 1999.2.12 の地震について剛性同定における ARX モデル次数は 340, 270, 減衰同定における ARX モデル次数は 60, 42 とした。本手法による両地震時の剛性同定値及び(9)式を用いた既同定値¹⁷⁾との差は 43.1kN/m(既同定値 41.3 kN/m に対する差+4.3%), 49.5kN/m(既同定値 46.5kN/m に対する差+6.6%)であり、よく対応している。減衰係数については観測した建物が履歴減衰を有しており適切に同定できていない。既同定法¹⁷⁾では(3)式に示すように履歴減衰定数の同定が可能である。一方、本提案手法における、ARX モデルに基づく伝達関数を用いた同定関数虚部の $\omega \rightarrow 0$ における極限值は 0 となる特徴を有している。このことから、同定関数虚部勾配の極限值が適切に算定されず、減衰係数が適切に同定できていないと考えられる。履歴減衰を考慮した場合の取り扱いについては今後の課題としたい。

7. 結論

- (1) 全層の応答の同時観測を必要とせず同定対象層の上下層における地震時応答観測結果のみから、層の物理パラメータを同定する手法を改良する方法を提案した。既往の同定法¹⁷⁾では一般に振動数領域データの振動数 0 近傍は SN 比が小さくノイズの影響を受けやすいため、同定関数の近似関数を設定して $\omega \rightarrow 0$ における極限值を求める必要があり、適切な近似関数の設定が課題となるが、本論文の提案手法ではその問題を回避できる。
- (2) 本手法では ARX モデルを記述するパラメータを用いて伝達関数を表現し、伝達関数のテイラー展開により建物の物理パラメータを ARX パラメータで表現することを可能とした。一般に時系列モデルのパラメータは入出力関係を記述するのみで物理特性を直接表していないが、本手法では制約条件を設けることにより時系列モデルと建物モデル特性の関係を明らかにした。
- (3) せん断型モデルの伝達関数の $\omega \rightarrow 0$ における極限值が満たすべき条件として、実部が 1 に収束すること ($A_0^R=1$)、及び虚部の勾配が 0 に収束すること ($A_1^I=0$) の 2 つを導き、前者の条件式が ARX パラメータの線形関数となり、後者の条件式が非線形関数となることを示した。これらの関係を利用することにより、剛性と粘性減衰係数の同定値を ARX パラメータで表現することが可能となった。
- (4) 上述の条件を制約条件として取り入れた ARX パラメータの推定法として、線形制約のみを考慮した手法 (I) と、線形・非線形の両制約を考慮した手法 (II) を提案した。手法 (I) は線形連立方程式を解くことにより、手法 (II) は制約条件付き最適化問題を解くことにより推定を行う。両手法を比較した結果、剛性の同定には手法 (I) が適することを明らかにした。一方、粘性減衰係数の同定では、手法 (II) を用いる必要がある。

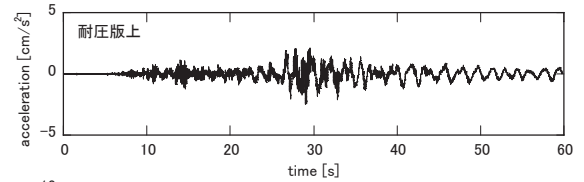


図 24 観測地震加速度波形(1997.3.16の地震)

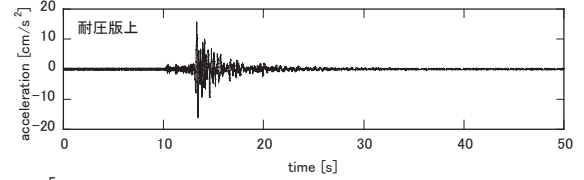


図 25 観測地震加速度波形(1999.2.12の地震)

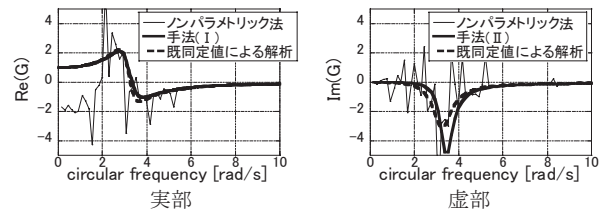


図 26 伝達関数(1997.3.16の地震)

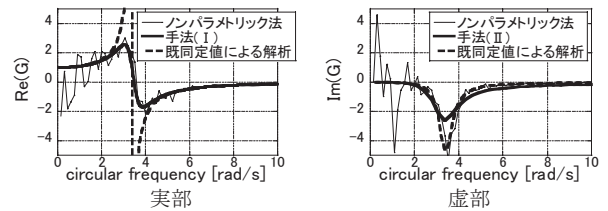


図 27 伝達関数(1999.2.12の地震)

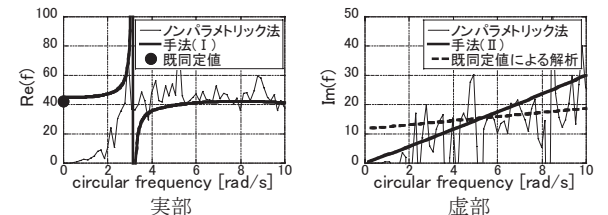


図 28 同定関数(1997.3.16の地震)

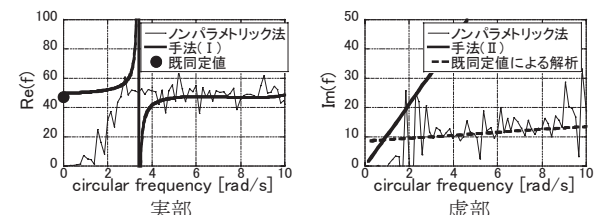


図 29 同定関数(1999.2.12の地震)

(5) 応答データにノイズを付加した数値例題を通じて、本手法によりノイズの影響を低減した同定が可能であることを示した。また、模型実験の実測データ及び実建物における観測記録に本手法を適用し、その精度を明らかにした。

本手法では、剛性と粘性減衰を同定することが可能である。しかしながら、剛性の同定精度に比べて減衰の同定精度はモデルにより異なり安定していない。また、履歴減衰を考慮した同定手法については今後の課題としたい。

謝辞

本研究の一部は、平成 18-19 年度文部科学省科学研究費補助金 [萌芽研究]、平成 21-22 年度文部科学省科学研究費補助金 [若手研究 B] による。ここに記して謝意を表す。また本論文中の観測データは京都大学と (株) 大林組との共同研究による。関係各位に謝意を表す。

Appendix 1 ARX モデル²²⁾

k を離散時間、 $y(k)$ を出力、 $u(k)$ を入力、 $w(k)$ を白色雑音とすると、ARX モデルは次式で表現できる。

$$\begin{aligned} y(k) &= a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) \\ &= b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) + w(k) \end{aligned} \quad (A1)$$

Appendix 2 伝達関数の ARX パラメータ表現

シフトオペレータ q の関数として伝達関数は(A2)式で表される。

$$G(q) = B(q)/A(q) \quad (A2)$$

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \quad (A3)$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b} \quad (A4)$$

Z 変換とフーリエ変換の関係は(A5)式で与えられ、(A2)式の q を変数とする伝達関数は(A6)式のように円振動数 ω を変数とする伝達関数に書き換えることができる。ここで T_0 はサンプリング周期を表し、 $n_a = n_b = n$ とする。

$$q = e^{i\omega T_0} \quad (A5)$$

$$G(\omega) = \frac{b_1 e^{-i\omega T_0} + \dots + b_{n_b} e^{-in_b \omega T_0}}{1 + a_1 e^{-i\omega T_0} + \dots + a_{n_a} e^{-in_a \omega T_0}} \quad (A6)$$

Appendix 3 ARX モデルにおける予測誤差

パラメータベクトル θ とデータベクトル $\phi(k)$ を(A7)、(A8)式によって定義すると、時刻 $(k-1)$ までに測定された入出力データに基づいた時刻 k での出力の予測値は(A9)式で表現される。

$$\theta = [a_1 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (A7)$$

$$\phi(k) = [-y(k-1) \ \dots \ -y(k-n_a) \ u_1 \ \dots \ u(k-n_b)]^T \quad (A8)$$

$$\hat{y}(k; \theta) = \theta^T \phi(k) \quad (A9)$$

(A9)式を用いると、ARX モデルの予測誤差は次式で表現できる。

$$\varepsilon(k; \theta) = y(k) - \hat{y}(k; \theta) = y(k) - \theta^T \phi(k) \quad (A10)$$

Appendix 4 パラメータベクトルの最小二乗推定値

パラメータベクトル θ を推定するための評価関数を(A11)式のように定めると、パラメータ推定問題に対して最小二乗法が適用できる。

$$J_{N_d}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_d} \varepsilon^2(k; \theta) \quad (A11)$$

この時 θ の推定問題は次の線形連立方程式を解くことに帰着される。

$$R\theta = f \quad (A12)$$

ここで

$$R = \frac{1}{N_d} \Phi^T \Phi \quad (\Phi = [\phi(1) \ \phi(2) \ \dots \ \phi(N_d)]^T) \quad (A13)$$

$$f = \frac{1}{N_d} \Phi^T y \quad (y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N_d)]^T) \quad (A14)$$

よって N_d 対の入出力データの測定値に基づく未知パラメータの最小二乗推定値は(A15)式で表される。

$$\hat{\theta} = R^{-1} f \quad (A15)$$

参考文献

- 1) Housner, G., et al.: Special issue; Structural control: past, present, and future. *J. Engng. Mech.*, ASCE, Vol.123, No.9, pp.897-971, 1997.9.
- 2) Proc. of the Fifth World Conference on Structural Control and Monitoring (5WCSCM), Tokyo, 2010.7.
- 3) 濱本卓司, 森田高市, 勅使川原正臣: 複数モードの固有振動数変化を用いた多層建築物の層損傷検出, 日本建築学会構造系論文集, No.560, pp.93-100, 2002.10.
- 4) 濱本卓司, 森田高市, 相馬澄子: 逐次最小二乗法による多層建築物の地震損傷追跡, 日本建築学会構造系論文集, No.603, pp.39-46, 2006.5.
- 5) 斎藤知生: モード解析型多入力多出力ARXモデルを用いた高層建物のシステム同定, 日本建築学会構造系論文集, No.508, pp.47-54, 1998.6.
- 6) 塩田寿美子, 遠藤龍司, 登坂宣好: フィルタ理論に基づくフレーム構造物の損傷同定解析: 日本建築学会構造系論文集, No.605, pp.95-102, 2006.7.
- 7) 斎藤知生, 神田 順: 構造物のシステム同定における推定値の確率論的誤差評価, 日本建築学会構造系論文集, No.534, pp.41-48, 2000.8.
- 8) 吉元怜毅, 三田 彰: 部分空間法及び部分構造アプローチを用いた免震構造物の層剛性及び減衰の同時同定, 日本建築学会構造系論文集, No.569, pp.31-36, 2003.7.
- 9) 吉元怜毅, 三田 彰: 多入力多出力モデルに基づく建築構造パラメータのオンライン同定, 日本建築学会構造系論文集, No.574, pp.39-44, 2003.12.
- 10) 中村充, 安井謙: 微動計測に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価, 日本建築学会構造系論文集, No.517, pp.61-68, 1999.3.
- 11) 池田芳樹: モード情報との整合性を考慮したせん断振動型建物の層剛性の同定, 日本建築学会構造系論文集, Vol.76, No.646, pp.2237-2243, 2009.12.
- 12) 曾根 彰, 山本鎮男, 増田 新: 入出力のウェーブレット変換を用いた多自由度系のパラメトリックなシステム同定, 日本建築学会構造系論文集, No.512, pp.61-66, 1998.10.
- 13) 池田芳樹: 実大 4 層鉄骨造建物の震動台実験を利用した線形システム同定法の検証, 日本建築学会技術報告集, No.34, pp.889-894, 2010.10.
- 14) 池田芳樹: 実大 4 層鉄骨造建物の震動台実験を利用した非線形履歴システム同定法の検証, 日本建築学会技術報告集, No.34, pp.895-898, 2010.10.
- 15) Udawadia, F.E., Sharma, D.K. and Shah, P.C.: Uniqueness of damping and stiffness distributions in the identification of soil and structural systems. *J. Appl. Mech.*, ASME, Vol.45, pp.181-187, 1978.
- 16) Yoshitomi, S., Kuwabara, M., Tsuji, M. and Takewaki, I.: Stiffness and Damping Simultaneous Identification Based on Extrapolation of Unrecorded Response to Ground Motion, *Advances in Interaction & Multiscale Mechanics (AIMM'10)*, pp.330-349, 2010.5.
- 17) 中村 充, 竹脇 出, 安井 謙, 上谷宏二: 限定された地震観測記録を用いた建築物の剛性と減衰の同時同定, 日本建築学会構造系論文集, No.528, pp.75-82, 2000.2.
- 18) 仁田佳宏, 西谷章: 各層を単位とするサブシステムの同定に基づく剛性のヘルスマニタリング, 日本建築学会構造系論文集, No.573, pp.75-79, 2003.11.
- 19) Takewaki, I. and Nakamura, M.: Stiffness-damping simultaneous identification under limited observation, *J. Engng. Mech.*, ASCE; Vol. 131, No.10, pp.1027-1035, 2005.10.
- 20) 吉富信太, 竹脇 出: 小振幅定常ランダム入力を用いた建築構造物のシステム同定におけるノイズバイアスの補正法, 日本建築学会構造系論文集, No.627, pp.757-764, 2008.5.
- 21) Şafak, E.: Identification of linear structures using discrete-time filters, *J. Struct. Eng.*, Vol. 117, No. 10, pp.3064-3085, 1991.10.
- 22) 足立修一: システム同定の基礎, 東京電機大学出版局, 2009.
- 23) Saito, T. and Beck, J. L.: Bayesian model selection for ARX models and its application to structural health monitoring, *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, Vol. 39, No.15, pp.1737-1759, 2010.4.

(2010年12月6日原稿受理, 2011年4月28日採用決定)