<研究論文>「基礎・基本」を豊かに学ぶ授業の創造 : M. ランパートの計算指導に学ぶ

石井, 英真

【研究論文】

「基礎・基本」を豊かに学ぶ授業の創造

── M. ランパートの計算指導に学ぶ ──

石　井　英　真

1．はじめに

本稿では、M. ランパート（Magdalene Lampert）による多位数同士のかけ算の授業を取り上げ、教室に豊かな学びを成立させるための条件を明らかにする。授業者であるランパートは、アメリカの教師教育と数学教育を代表する研究者でもある。彼女は、大学院在学中から、自ら小学校の数学教師として授業を行いながら一方で大学の研究者として研究を進めるアプローチをとっている。こうしたアプローチの中から彼女は、「ディレンマ・マネージング（dilemma managing）」[1] という概念を提出するなどして、教室での出来事の複合性と重層性に迫ろうとしている。

数学教育の分野において彼女は、本物の数学者のように「数学する（doing mathematics）」活動と文化を教室に創出すべく実践と研究を行っている[2]。彼女は、反比例、かけ算、分数、指数などの内容に関して、実際に探究的な学びを組織し、それをもとにした研究を多数発表している。本稿で取り上げるかけ算の授業は、こうした取り組みの代表例とされている実践である。

ランパートのかけ算の授業は、これまで多くの研究者たちによって様々な立場から分析され、認知的実践と社会的実践の二つの側面から特徴づけられてきた。まず、認知的実践としての特徴としては、日常生活の中で自生的に身につけた「直観的知識（intuitive knowledge)」を重視し、その子なりの個性的な「意味生成（sense making)」を尊重している点が指摘されている。たとえば、佐伯胖は、日常生活などの中で意識的、無意識的に原理をつかみ「当たり前」のこととしてできていること（「納得世界」）同士を自然な形で結びつける試みとしてランパート実践を評価する[3]。つまり佐伯は、子どもの自己流のやり方に寄り添っている点にランパート実践の意義を見出しているのである。

これに対し、ギンズバーグ（H. P. Ginsburg）らは、子どもの直観的知識を尊重するランパートの姿勢を高く評価しつつも、彼女が子どもに課した学習課題に関しては、「形式的計算と非形式的知識、形式的原理、位取り表記法とを同時に直接的につなぐ架け橋を提供しそこなっている」[4] とその問題点を指摘している。すなわち、それを具体的に操作することで、より直接的に計算手続きや原理（教師のつかませたい教科内容）についての内的表象を構成できるよう人工的な教材・教具を工夫する必要があるというのである。そして、そのような条件を満たす教具の一例として、わが国の数学教育協議会（以下数教協）が用いるタイルを挙げる。

ランパート実践に対する両者の評価の違いが、直観的知識と学校で学ぶ「形式的知識（formal knowledge)」との間の非連続性に対する認識の違いや、「ボトムアップかトップダウンか」[5] という教育観の違いに対応していることは言うまでもない。その一方で、直観的知識を土台として形式的知識をつかむ、という学習の道筋を想定している点において両者は共通性を有している。だが、行論において明らかになるように、ランパート実践ではこれとは異なる学習の道筋が構想されており、それが彼女の授業展開の特徴を規定している。佐伯にしてもギンズバーグにしても、このランパート実践の本質的特徴を十分に捉え切れていないのである。

次に、社会的実践としての特徴としては、教室文化の学習への規定性を視野に入れた実践である点が指摘されている。たとえば、ブラウン（J. S. Brown）らは、ランパートの授業を、真正の数学文化への文化適応を達成する過程（「認知的徒弟制（cognitive apprenticeship）」）として意味づけている[6]。そして、その根拠として、「よく定義されていない問題（ill-defined problem）」をめぐって推論と議論を行う意味生成の営為が成立している点を挙げる。すなわち、ランパート実践の真正の数学的活動たる所以を、学習課題や認知過程における相同性にのみ見出しているのである。

これに対し、シェーンフェルド（A. S. Schoenfeld）は、数学者の行っているような意味生成の活動を教室に実現する上で、「日々の儀式や実践によって自然と数学的に考えるようになるような、すなわち、数学的な美的価値観（好んで分析や理解を行おうとすること）が教室の雰囲気に浸透し、またそれがその文化の中で行われる活動に反映され支持されるような環境」（「数学的文化の小宇宙（microcosm of mathematical culture）」）が必須の条件であると論じ、そうした環境が成立している授業の一例としてランパート実践を位置づける[7]。だが、シェーンフェルドにおいては、ランパート実践で具体的にどのような文化的環境が成立しているか、また彼女がいかなる方法でそうした環境を生み出しているかについては明らかにされていない。

ランパート実践における文化的環境の特徴を知る上で、次のようなグリーノ（J. G. Greeno）の指摘は示唆に富む。グリーノは、ランパート実践において、「教師と生徒が協力して知的な課題に取り組む」[8] 関係が成立していると論じている（「協働的授業（collaborative instruction）」）。このグリーノの指摘は、ランパート実践における教室の関係構造を的確に捉えている。だが、グリーノにおいては、教師と子どもの協働関係の具体像は明らかでなく、またそうした文化的環境の意義についても考察されていない。

以上の先行研究の成果をふまえ、本稿では、次の二点に着目しながらランパート実践に分析を加える。一点目は直観的知識と形式的知識の関係認識であり、二点目は教室の規範と関係構造である。これらの作業を通じて、ランパート実践の本質的特徴を抽出するとともに、その全体構造を解明することを目指す。

2．ランパートによるかけ算指導の概要

(1) ランパートの問題意識

ランパートは、「ある量がそれぞれに同数の成員を含むいくつかのグループに組織される場合、その全体量を数えるのに使われる」[9] 方法としてかけ算の意味を捉える。たとえば、9×5なら、5人ずつのグループが9組あって、その総人数を数え上げるような操作を意味し、その答えは5を9回加えることで得られる。1桁同士のかけ算ぐらいならば、教師にとっても子どもにとっても、具体物の量を実際に数え上げる活動と数値計算とを結びつけやすい。しかし、数が大きくなると、計算操作も抽象的で複雑になり、具体物との対応が困難になる。そのため、「より大きな数になると、子どもたちはかけ算を、単に物体の総量を数える方法としては見なくなる」[10]。ランパートのかけ算指導は、いくら数が大きくなっても、全体量を数える方法としてのかけ算の意味は変わらない、という点を子どもに実感させることを目指して行われた。

ランパートによると、かけ算のわかり方と遂行のし方（「知り方（ways of knowing）」）には下記の四つがあると言う[11]。一つ目は、日常生活の具体的な状況下で必要に迫られるなどして自然と身につけた「直観的知識（intuitive knowledge）」である。学校で教わる計算と対置されるところの、いわゆる「ストリート算数」がこれに相当する。二つ目は、一定の手順に従う数操作を導く「計算的知識（computational knowledge）」である。三つ目の「具体的知識（concrete knowledge）」は、具体物や半具体物の操作によって答えを算出する方法である。最後に四つ目は、計算手続きの意味やそれを統括する法則についての知識（言語

化以前のものも含む）を指す「原理的知識（principled knowledge)」である。

この四つの知識の内、「計算的知識」（「できること」）と「原理的知識」（「わかること」）の関係をどう見るかは、数学教育のあり方を決する重大な論点であった。1970年代後半からの「基礎に帰れ（back to basics)」運動において主流であった「計算的知識」を重視する立場において、数学を教えることは、見本を見せ、解説し、練習させることであり、数学を学ぶことは、正しい手順を受け入れ、それを繰り返し練習し、覚えることを意味する。そして、「原理的知識」の習得は「計算的知識」の基礎なくしては実現されないと発想する。

他方、1960年代の「ニュー・マス（new math)」に代表される「原理的知識」を重視する立場においては、抽象的な言語で「教科の構造（structure of the subject)」を理解させることが第一義的に目指される。そこでは、「計算的知識」は「原理的知識」にもとづいて発明されるものとされ、しかも、「原理的知識」の理解は柔軟な問題解決能力につながると仮定されている。こうした相違点の一方で、両者とも、手続きや概念を具体的なレベルで学ばせるための手段として「直観的知識」や「具体的知識」を活用する点に共通性がある。

この二項対立的論法に対しランパートは、「一つの知り方から別の知り方へという明白な進歩を仮定することなく、異なった知り方が教授と学習の過程においてどのような形で結びつき得るのかに注意を払うことが大切だ」[12] という立場に立ち、四つの知識間の「つながり（connection)」の形成を最重要課題として設定する。では、こうした立場に基づいて、ランパートはどのような実践を生み出したのであろうか。次節で詳しく見ていくことにしよう。

(2) ランパート実践の内容

ランパートのかけ算の授業は、公立小学校の4年生28名に対して、約1ヵ月にわたって行われた。このクラスの子どもたちは計算能力においてかなり幅があり、九九もおぼつかない子から多位数同士のかけ算を正確にできる子までが一緒に学んでいる。この授業において子どもたちは、コインを用いて多様な組み合わせを作る課題、かけ算のお話を作る課題、筆算で計算する課題の三つの課題に順次取り組んだ[13]。

最初の課題において子どもたちは、たとえば、「ダイム（1ダイムは10セント）とニッケル（1ニッケルは5セント）を使うと、何通りの方法で1ドル（100セント）を作れるか」などの課題に取り組んだ。二種類のコインで1ドルを作るのには多様な解法があり、すべての組み合わせを挙げきれたかどうかを判断するには、数学的な解法と仮説の生成が求められる。また、課題解決するのに必要な計算は、具体的な操作や足し算などによってもできるので、計算の苦手な子も参加できる。

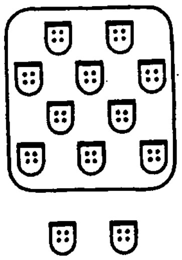
子どもたちは、日常生活においてお金を扱う中で培われた直観的知識に主に依拠してコイン課題を遂行する。その一方で彼らは、数を積和の形で多様に分解する方法、トレードの原理、足し算よりかけ算を先に計算するといった計算手続きなどに、それとは意識せず機能的に習熟していく。また、お金というなじみのある素材を使っているので、文字を使った抽象的な作業もリアリティをもって取り組める。

制約を様々に変えながらコインを組み合わせる課題を十分練習させた上で、ランパートはお話作りの課題を導入する。たとえば、12×4で答えを出すお話を作りなさいとの問いかけに対して、子どもからは12個の瓶に蝶が4匹ずつ入っているという場面が提出された。ランパートは、この場面の絵を黒板に描いた上で、瓶をグループ化すると蝶の総数を数えやすいと教え、「数学者の好きな数字は？」と問いかけた。そして、子どもたちからの10という返答に合わせて、黒板の絵の瓶10個を輪で囲んだ（図1-①)。その後、子どもたちとやりとりしながら、輪の中の蝶の数、輪の外の蝶の数をそれぞれ数え、最後にそれらを加えて答えを出した。やりとりの中で子どもから部分積の答

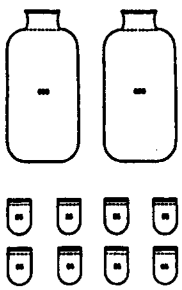
えが発表される度に、彼女は、どうやってそれを出したか問いかけ、算出過程を数式で表現していった。

図1．ランパートによる図解
（出典：①は、M. Lampert, “Knowing, Doing, and Teaching Multiplication”, *Cognition and Instruction*, Vol.3, No. 4, 1986, p.332 より、②は同論文のp.328より抜粋。）

①



②



続いてランパートは、同じ場面を用いて他の分け方がないかを考えさせた。ある子どもから6つずつ分ける方法が提出され、子どもとのやりとりの中から答えの48が導かれた。ここで、10のグループで分けた場合（(10×4）＋（2×4））と6ずつ分けた場合（(6×4）＋（6×4））とが同じ答えに至ることに何人かの子どもたちは驚く。ランパートが、なぜ答えが同じになるのかを問いかけると、ある子どもは、「だって、さっきと同じ数の瓶があって、それぞれにさっきと同じ4匹の蝶が入ってるんだから」と説明した。こうして、お話を表現した絵をめぐって多様なグループ化のし方や計算方法を工夫する中で、子どもたちは、計算的知識同士のつながり（例：かけ算と足し算、部分積の和と筆算）を形成していくとともに、数の分解と合成の原理や分配法則について言語的・非言語的理解を深めていく。

授業はさらに、65×28という多位数同士のかけ算のお話を作る課題へと進んだ。これに対し、ある子どもから、水が65滴ずつ入ったコップ28杯という場面が提出された。ランパートは、28個ものコップを黒板に書くのは大変だと訴え、コップ10杯分の水を大きな水差しにまとめて表現する方法を提案した。そして、必要なコップと水差しの数やそれぞれに入っている液量を子どもに確認しながら、黒板に数値入りの絵を描いた（図1-②）。これまでの学習と同じように、まず大きなまとまり同士で計算し（2×650＝1300）、その上で、はしたであるコップの液量の計算（8×65）へと進んだ。ここでもランパートは、計算を楽にする方法として、それぞれのコップから5滴ずつ取って瓶に入れることを提案した。そして、瓶の液量（8×5＝40）とコップの液量（8×60＝480）をそれぞれ求め、1300＋480＋40で1820と答えを出した。その後、同じ場面をめぐって、他のグループ化や計算のし方（例：コップの水を水差し3本に入れると、3本目でコップ2杯分足りなくなるので、水差し一本分の液量（650）からその分（130）を引き、1300＋520で答えを出す）が子どもたちから提出された。

この一連の活動において、子どもたちは紙と鉛筆をまったく使っていない。なぜなら、グループ化を工夫することで、暗算でできる程度にまで計算を単純化しているからである。こうして、計算の苦手な子も自分なりの方法をもって授業に参加することができる。

単元の最後の部分で、ランパートは、筆算形式の指導に移った。彼女はまず、86×3を計算する図2-①のような方法を提示した。これまでコイン問題やお話作りの活動で習熟してきた数の分解と合成の操作に、直接的に対応していることがわかるだろう。さらに、数式の説明においては、「86が3グループ」のように、グループ化の操作をイメージできる言葉が用いられた。子どもたちは、この方法を利用して、紙の上での計算練習をしたり、交換法則を説明したり、4桁×1桁の計算にチャレンジしたりしていった。

筆算の世界に慣れ親しんだ頃を見計らって、ランパートは、伝統的な筆算の方法（繰り上がりという手続きを使って一行目にいきなり答えを書く方法）を、「近道（shortcut)」として紹介した。しかし、彼女はそれを子どもに強制することはしなかった。子どもの側も、繰り上がりのあるやり方より、図2-①の方法を好んで用いた。そして、

子どもたちはそれを「繰り上がりのない方法(no-carry way)」と名づけ、多位数同士の複雑な計算においてもそれを活用した（図2-②)。また、繰り上がりのある方法とない方法を比較し、それぞれが疑問に思ったことや発見したことをクラス全体で議論することによって、法則を発見したり原理的知識の理解を深める活動なども行った。

図2．筆算の手続き
（出典：①は、M. Lampert, *op. cit.*, 1986, p.331。②は同論文のp.336の図に乗数、被乗数の分解を筆者が加筆。）

①

86→80＋6	ステップ1
×3	
18←3×6	ステップ2
＋240←3×80	ステップ3
258←18＋240	ステップ4

②

352→300＋50＋2
×82→80＋2
4←2×2
100←2×50
600←2×300
160←80×2
4000←80×50
＋24000←80×300
28864

以上のように、ランパート実践では、多様な解法が考えられ、かつすべての子どもが参加できるよう工夫された三つの課題をめぐって、一人一人の子どもが自分なりの意味と解法を構成する活動を行っている。また、三つの課題それぞれに四つの知識が巧みに組み込まれており、それらは課題によって意識と無意識の間を行き来する。こうした活動を通して子どもたちは、数の分解と合成に関わる操作と原理に、言語的・非言語的に習熟し、かけ算の世界を豊かなものにしていくのである。

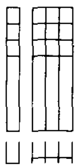
3． ランパート実践の分析

本章では、認知的実践と社会的実践の両面からランパート実践の特徴を明らかにする。まずは、認知的実践という観点から分析を進めていくことにしよう。

(1) 学校で学ぶ知識と自己流の知識との対話による新たな数学の創造

本節では、ランパート実践における直観的知識と形式的知識の関係認識の独自性を浮き彫りにするために、数教協のタイルを使ったかけ算指導との比較を行う。表1にまとめたように、数教協の実践とランパート実践との間にはいくつかの差違が見出せる[14]。特に、本稿の検討課題である形式的知識と直観的知識の関係認識に関しては、下記のような本質的差違を指摘できる。

「具体物からかけ算のイメージを作り、シェーマとして固定させ、筆算にまで抽象化する」[15] とあるように、数教協のかけ算指導では、具体から抽象へという一方向の道筋として認識過程が捉えられており、具体的な操作はあくまでも計算手順や数学的原理に抽象化するための手段となっている。しかも、その抽象化と飛躍のプロセスは、タイルを用いて教師がつかませたい心的イメージ（シェーマ）を子どもの内面に直接埋め込むことによって遂行される[16]。たとえば、かけ算の意味は次のように指導される。「1箱8個入りのチョコレート3箱分では、チョコレートは全部でいくつか」などの具体的な場面をタイル（1箱あたり8個）とカップ（3箱）で置き換え、それぞれのカップに同じ数ずつタイルを入れていく動作をする。この動作を右のようなタイル図で表現し、それを手助けに演算を行わせることで、タイル図をかけ算のシェーマとして子どもに定着させる。



また、子どもが意見や解法を出して議論する場面は、多くの場合、より一般的で効率的な方法を自分たちで再発見する文脈においてなされる。たとえば、42×3のように10の位の計算で繰り上がりがある時はどう処理すればよいかタイルをもとに考えさせる、といった具合にである。こうして、子どもたちの自己流のやり方や多様な意見は、クラス討論などを介して、最終的に教師がつかませたい内容に回収されていく。

このように、数教協において、子どもがもともと形成している直観的知識や素朴な認識は、修正されるべき対象、もしくは学校で学ぶ知識によって置き換えられるべき対象として扱われている[17]。確かに、学問的探究の成果と生活経験に根ざした知識との間にはギャップがあり、それをつなぐには何らかの人為的介入が必要である。また、教師が子どもの思考に制約を課すことが子どもの自己

表1．かけ算指導における数教協とランパートの相違点（筆者作成）

比較の観点	数　　教　　協	ラ　ン　パ　ー　ト
教科内容	【かけ算】 1あたり量×いくつ分＝全体量 ←小数・分数のかけ算で意味の拡張を必要としない。 【筆算】 複雑な計算（例：12×3＝36）を素過程（例：1×3＝3、2×3＝6）の組み合わせ（複合過程）として計算する方法 ←1位数同士の加減乗除の計算ができて、かつ10進記数法に基づく位置取りの原理が理解できてさえいれば、論理的にはすべての計算ができる。	【かけ算】 足し算の繰り返しによる量の数え上げ ←日常生活でのかけ算の意味に近い。 【筆算】 数の分解と合成による数え上げ操作の延長線上の方法（例：12×3＝10×3＋2×3） ←2桁以上の数に関する計算技能と意味理解の発達的基盤である「部分－全体スキーマ（part-whole schema)」の発達と結びついている（例：10進法も数の分解と合成の一方法、「繰り上がり」ができるには一つの数を多様に分解・合成できることが前提となる）。
教材・教具	半具体物であるタイルに特権的地位を与え、計算の意味理解の指導において常に用いる。 →四則演算すべてにおいて、整数と小数・分数の別なく計算指導を一貫して導き得る心理的道具を子どもの中に作り出す。	子どもが意識的・無意識的に獲得している知識を自然と活性化するような課題をいくつか与える。 →多様な文脈が用意されることで、かけ算の場面のイメージが豊かに広がる。四つの知識間のつながりが生まれる。
単元の展開	<具体的場面の提示→タイルに置き換えた操作→タイル図にもとづくシェーマの形成→計算手順の確認→計算の系統的練習> ・意味理解から計算練習へ段階的に移行する。 ・学問的知識に向けての収束的構造。	<課題①（コインの組み合わせ）→課題②（お話作り）→課題③（筆算）> ・四つの知識を同時に活性化させる課題に取り組む。ただし、意識的に用いられる知識と無意識的に活性化させられている知識とが課題によって交代する。 ・子どもから自己流の直観的知識を引き出す拡散的構造。
基本的発想	少数の一般的な原理を軸にした一貫した論理的系統性を重視。 直観的知識を抽象的で系統だった学問的知識に飛躍させ、置き換える。	子どもの感性的で非直線的な認識の道筋の中に数学者の活動との相同性を見出す。 直観的知識と学問的知識との対話により新たな数学を創造する。
主たる学習成果	計算を支える原理的知識の理解、計算技能の効率的習熟、計算的知識の全体構造の体系的理解。	実感を伴った数の世界の理解、原理的知識と計算的知識の統一体としての認識の深まり、数学的思考法と習慣の形成。

流の思考を疎外するとも一概には言えない。しかし、だからと言って、子どもが学校に持ち込んでくる知識の豊かさに目を向けず、さらにそれを否定するような取り組みを行うのでは、学問的知識を子どもたちの血肉としていくことはできまい[18]。

これに対し、ランパートの実践では、直観的知識も形式的知識と同等に扱われており、両者が絡み合いながらともに深まっていくことが想定されている。それゆえ彼女は、子どもの自己流のやり方を授業の表舞台に登場させ、それを軸に授業を展開する。この点は、たとえば、お話作りの課題において、最初に教師の方から10ずつまとめる方法を提示し、その上で、他の分け方を考えさせるという展開をとったことによく表れている。通常授業の終着点になる方法（学校で教える知識である10進構造）を最初にもってくることで、子どもたちの多様な自己流の方法が授業の主役となる。結果、数の分解と合成の方法の一つとして10進構造が相対化され、一方、6ずつ分けるなど子どもの自己流の方法も数の分解と合成という操作を介して数計算の世界と結びつくことになる。

同様の発想は、筆算指導の場面で、「繰り上がりのない方法」を導入し、伝統的な方法を強制することがなかった点にも看取できる。この「繰り

上がりのない方法」自体は教師が導入したものであるが、それは、それまでの子どもたちの操作活動をふまえて既存の方法を再構成したものである。よって、授業でそれに正当性を与えることで、個々人は、伝統的な方法にとらわれず自分なりのやり方を大切にし、それに習熟していくようになる。以上のように、ランパートの授業においては、日常生活での数学と学校での数学との対話の中から、クラス全体において、また個々人において新たな数学が創出されていると言える。このような知識領域間の対話と新たな知識体系の創造の過程で、学校的知識と学問的知識が問い直され編み直されるとともに、家庭生活や地域生活での経験に規定された自己流の知識も再構成されていくのである。

(2) 教室のコミュニケーションの組み替えによる真正の数学文化の構築

ランパートのかけ算の授業では、かけ算に関する認識を深めることのみならず、「数学とは、教師や教科書の著者にとってだけでなく、それを使う人にとって意味をなすべき思考と行動の方法であるとの観念を伝えること」も意識的に目指されている[19]。この点に関し、86×3＝2418という誤答が、「生徒たちが算数するということをどのように見ているか」[20]を示すものと洞察されていることは注目に値する。すなわち、この誤答は、位取りの原理におけるつまずきという認識上の問題（認知的バグ）であると同時に、そもそも計算的知識を原理的知識や直観的知識などと関連するものとは見ていない、という子どもたちの数学観の問題（社会的バグ）も映し出しているのである。

学校での数学学習を通して、子どもたちは、手続きの機械的適用として、疑う余地のない知識として、あるいは現実世界と関係のないものとして数学的知識を受け取る。こうした数学観の問題は、たとえば、シェーンフェルドにおいては「信念(belief)」の問題として定式化されている。信念は「その人の経験やその人が埋め込まれている文化から抽象され」[21]たものであるから、それを変革するには、教室文化の組み替えが求められることになる。この点はランパートにおいても自覚されており、それは教室のコミュニケーションの変革として実践されている。

教室のコミュニケーションを変革するために彼女が取り組んだことは、次の二点にまとめることができる。一つ目は、教室の価値規範の変革を視野に入れた子どもへの対応である。ランパートは絶えず、「どんな計算をしたの」「なぜそうなるの」など答えの意味や理由を問いかけ、最終的な結果だけでなくそこに至った意味生成のプロセスが重要だとのメッセージを暗示的に伝えていた。もしくは、もっと明示的に、正しい答え見つけることよりも、筋の通った手続きを発明することを褒めることによって、教師がつかませたいと思っている数学観を子どもに伝えたりもしていた。

しかし、こうした教授行為以上に注目しなければならないのは、子どもたちを「意味生成者(sense maker)」と見るその一貫した姿勢であろう。たとえば、38×3＝9024という誤答に対し、ランパートはそれを生み出した子どもの意味生成の過程をまずは探り当てようとする。そして、38×3を構成する30×3と8×3の答えを横並びに書いたものの、答えが九千を超えるのはおかしい、という子どもの中の矛盾を見出し、それを解きほぐしながら子どもの新たな意味生成に寄り添おうとする。このように、「『9024』という答えがある種の意味を成していることを教師が認めるならば、それを考え出した子どもは、誤答生成者としてではなく意味生成者として自分自身を見るようになる」[22]のであって、まさにこれは子どもの学ぶ力の根元を尊重することと言えよう。

二つ目のポイントは、教師と教科書を権力の中心とする教室の関係を崩し、真理を決定する権限を子ども自身に委譲することである。ランパートは、答えが正しいかどうかを判断する際にいつも教師や教科書の権威に頼る子どもたちの姿勢を問題視する。そして、次のように教師と子どもそれぞれの役割の再定義を試みる。教師であるランパートの役割は、「問題の解き方や分析のし方に関する生徒たちの考えをクラスの公的な討論の場に引

き入れることであり、それらの考えが筋の通ったものかどうかについての議論を仲裁することであり、そして、生徒たちによる数学的原理の直観的な使用を正当なものとして認めること」[23] であった。

この子どもたちの議論を促進する役割の他に、ランパートは、新しい知識を教えたり、子どもたちの具体的な操作と言語的知識とを結びつけたりする役割も担った。しかし、その際も、特定の手続きや原理を頭ごなしに子どもに強制することはせず、自分たちが探究するための道具の一つとして、もしくは自分なりに改良する余地のあるものとしてそれらを差し入れている点はすでに見た通りである。他方、子どもたちには、ある意見や解法が数学的に理に適ったものであるかどうかを、自身の手で自分なりのやり方で判断するように求めた。この要求に対し子どもたちは、たとえば、お話作りの課題において、お話を表現した絵の視覚的情報を頼りにしたり、直観的知識などを駆使したりして解法の正しさを判定していた。

この役割の再定義によって、教師と子どもが、それぞれの知っている数学的原理（教師はより形式的で抽象的な知識、子どもは直観的で具体的な知識）に依拠しながら、手続きの正当性を確かめることにともに責任を持つという関係が教室に成立する。そして教師は、「すべてを知っている権威者（all-knowing authority）」ではなく、子どもたちとともに問題に立ち向かう「数学的共同体の代表者（representative of the mathematical community）」となる[24]。

以上のような教室のコミュニケーションの変革によって、「数学のディスコース・コミュニティ（mathematical community of discourse）」[25] が築かれ、教室は真正の数学文化で満たされることとなる。そして、この真正の数学文化の中で学ぶことで、子どもたち一人一人において、手続き主義的で権威主義的な信念が組み替えられるとともに、「数学的習慣と傾向性（mathematical habits and dispositions）」や「数学的な思考様式（mathematical modes of thought）」[26] が形成されるのである。

4．おわりに

ここまでの論述から、ランパート実践の特徴として、学校で学ぶ知識と子どもたちの自己流の知識との対話による新たな数学の創造、教室のコミュニケーションの変革による真正の数学文化の構築という二つの特徴を抽出できた。この二つは互いに相対的に独自な条件であり、一方の成立が他の成立を保証するものではない。しかし、この両者がともに成立する時、二つの条件は下記のように相互媒介的に作用し、教室に豊かな学びを創出する。すなわち、子どもたちがそれぞれに自己流の思考を総動員して問題を探究する授業展開は、教室に自由な意味生成とコミュニケーションの機会を生み出すことで、教室文化の組み替えを促進する条件を提供する。逆に、教室のコミュニケーションの変革によって生み出された規範と関係構造によって、そうした探究活動は真正の数学的活動としての厳しさと質の高さを帯びるようになるのである。

ところで本稿では、こうした創造的な学習活動が、どのような長期的な見通し（カリキュラム）と学習成果の確かめ（評価）の上になされているのか、という点に関する検討は十分に行えなかった。ランパート実践が、数学的知識の本質と子どもの認識過程についての深い洞察の上になされた体系的で緻密な働きかけであったことは言うまでもない。たとえば、ランパートは、小数・分数のかけ算において拡張を要することを自覚しつつも、あえて加法の延長としてかけ算を意味づけている。こうした彼女の判断を支える理論的根拠と、そこに見え隠れするカリキュラム構成論の特質を読み解くことを今後の課題としたい。

注

1　M. Lampert, “How do Teachers Manage to Teach?: Perspective on Problem in Practice”, *Harvard Educational Review*, Vol.55, No.2, 1985.

2 秋田喜代美はランパートの数学教育論の特徴を「数学する活動」「子どもの直観と意識的推論」「ディスコース・コミュニティの形成と道具の使用」の三点にまとめている（秋田喜代美「ランパートの研究にみる『語り合い、わかる授業』の創造」佐伯胖、藤田英典、佐藤学編『学びへの誘い』東京大学出版会、1995年)。

3 佐伯胖、大村彰道、藤岡信勝、汐見稔幸『すぐれた授業とはなにか：授業の認知科学』東京大学出版会、1989年、第二章、佐伯胖『「わかる」ということの意味（新版)』岩波書店、1995年、pp.159-183。

4 H. P. Ginsburg and T. Yamamoto, "Understanding, Motivation, and Teaching: Comment on Lampert's 'Knowing, Doing, and Teaching Multiplication'", *Cognition and Instruction*, Vol.3, No.4, 1986, p.368.

5 J. Hiebert and T. P. Carpenter, "Learning and Teaching with Understanding", in A. G. Douglas (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, 1992, pp. 81-82.

6 J. S. Brown, A. Collins, and P. Duguid, "Situated Cognition and Culture of Learning", *Educational Researcher*, Vol.18, No.1, 1989. 同様の評価は、L. B. Resnick, "Treating Mathematics as an Ill-Structured Discipline", in R. I. Charles and E. A. Silver (eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, Lawrence Erlbaum Associates, 1989 でもなされている。

7 A. H. Schoenfeld, "Problem Solving in Context (s)", in R. I. Charles and E. A. Silver (eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, Lawrence Erlbaum Associates, 1989, p.91.

8 J. G. Greeno, "Collaborative Teaching and Making Sense of Symbols: Comment on Lampert's 'Knowing, Doing, and Teaching Multiplication'", *Cognition and Instruction*, Vol.3, No.4, 1986, p.344.

9 M. Lampert, "Knowing, Doing, and Teaching Multiplication", *Cognition and Instruction*, Vol.3, No.4, 1986, p.306.

10 *Ibid.*, p.315.

11 *Ibid.*, pp.307-311.

12 *Ibid.*, p.313.

13 以下のランパート実践のまとめは、M. Lampert, *op. cit.* 1986の内容に依拠している。

14 数教協の理論と実践の特徴をまとめるにあたって、遠山啓、銀林浩編『新版・水道方式入門（整数編)』国土社、1971年、遠山啓、銀林浩編『わかるさんすうの教え方3』むぎ書房、1983年、銀林浩監修『わかる算数指導法事典』明治図書、1983年、銀林浩「『水道方式』の生い立ちとその後」日本数学教育学会編『20世紀数学教育思想の流れ（日数教 YEAR BOOK)』産業図書、1997年などを参照した。

15 銀林浩監修、前掲書、1983年、90頁。

16 正方形のタイルは、棒や板の形で連結させることで、結集という思考法にもとづく10進位取りの原理を表現できる（遠山啓、銀林浩、前掲書、1971年、第一章)。またタイルは、この原理を表現している以外目立った属性を持たず、様々な量の典型となれる（野中佳代「タイルとブロック－数教協とディエネスの教具論の比較－」『教育』1986年7月)。このようにタイルは、「教師のとりだした概念構造を一意的に表現したものであり、したがって教師の意図する理解活動の到達点を示す」（松下佳代「数学的理解と教育」『児童心理学の進歩』1997年、112頁）ことができる。

17 松下佳代「意味構成のコンテクスト－分数指導の再検討－」『京都大学教育学部紀要』第43号、1997年では、分数指導に関して同様の指摘がなされている。

18 この点は数教協の評価に関わる重要な論点となっている（佐伯胖「『知識』は天から降ってくるのか」『ひと』1997年2月、松下佳代「『学びの復権』とは『教えの制限』か？」『ひと』1997年4月)。

19 M. Lampert, "Research into Practice", *Arithmetic Teacher*, Vol.36, No.7, 1989, p.34.

20 M. Lampert, *op. cit.*, 1986, p.315.

21 A. H. Schoenfeld, "Learning to Think Mathe-

matically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics", in A. G. Douglas (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, 1992, p.360.

22 M. Lampert, *op. cit.*, 1986, p.335.

23 *Ibid.*, p.339.

24 A. H. Schoenfeld, *op. cit.*, 1992, p.361.

25 M. Lampert, "When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching", *American Educational Research Journal*, Vol.27, No. 1, 1990, p.30.

26 A. H. Schoenfeld, *op. cit.*, 1992, p.345. 後にランパートは、数学者の数学論などを参考に、数学という学問の本質を分析した上で、数学的活動に参加するのに求められる資質を「謙虚さと勇気(humility and courage)」として定式化している(M. Lampert, *op. cit.*, 1990)。

(博士後期課程)