

# 樹高測定誤差に関する実証的研究 (I)

樹高曲線の誤差およびそれが林分材積推定に及ぼす影響について

和田 茂 彦

Empirical studies on the errors arising from tree height measurement (I)

Errors of height-diameter curve and their effect upon the estimation of stand volumes.

Shigehiko WADA

## 目 次

要 旨	99	3. 芦生地方スギ立木幹材積表の調製	108
まえがき	100	4. 樹高曲線式の精度および林分材積推定に及ぼす樹高の影響	109
1. 試験の方法	100	あとがき	116
2. 現行立木材積表の適合性の検定	106	文 献	116
1) 現行立木材積表		Résumé	116
2) 材積表の適合性の検定方法および結果			

## 要 旨

この研究は林分構造要因の一つ樹高を測定する際に生ずる各種の誤差を実証的に解析しようとしたものであって、ここではその一環として樹高曲線式の選択、計算が林分材積の推定に及ぼす影響について考察を行なった。

表4に示されるような試験区(スギ同令林)から収集した資料について、4つの現行立木材積表の適合性の検定を行なったところ、表5のような結果が得られた。したがって新たに材積表を調製することの必要性が認められたので、一変数・二変数材積式の中から各2式を選び、それぞれの回帰式およびその精度をしらべた。最も適合度の高いものとして次の式が選ばれ、これに基づいて作成した表を芦生地方スギ立木幹材積表とした。

直径階範囲 (cm)	材 積 式	残差の百分率誤差 (%)
6 ~ 10	$\log V = -4.300906 + 2.021946 \log D + 0.912624 \log H$	6.82
12 ~ 58	$\log V = -4.272555 + 1.820774 \log D + 1.080898 \log H$	5.27

ついでいろいろの樹高曲線式の精度の比較を行なったところ、式そのもの間には顕著な差は認められず、むしろ林分の構造などに影響されるような傾向がみられる(表6)。しかしながら各樹高曲線は図2にも示されるように、その変化はかなり異なり、ある直径階においては3m程度の差が認められるので、上記材積表を使用して求めた各直径階別材積について推定値からの実測値の偏差をしらべて、その誤差率(残差の百分率誤差)を計算した(表7)。また一方実材積の推定材積に対する回帰式を求めて、各組の定数および係数を信頼楕円を利用して同時に検定した(表7)。この二つの方法により、当該林分に対して適合度の高い樹高曲線式としてはNÄSLUND式あるいはHENRICKSEN式をあげることができる。なお各直径階の平均樹高が正確に測定されておれば、それと平均直径とによって樹高曲線式を求める方法で十分な成果が上げられるといえよう。

## ま え が き

最近の空中写真技術の進歩と近代統計学の発展とにより、森林調査方法も新しい観点からの体系の樹立が着々と進められてきたが、集約な林業経営あるいは試験研究のための精密な林木測定等においては、毎木直径調査とならんで樹高測定が相変らず基本作業として重要な役割を演じていることは、誰もが容易に是認するであろう。

また一般に林分材積の査定にあたっては、胸高直径ならびに樹高を因子とする2変数材積表が最も多く用いられているが、このような材積表は両因子の正確な測定が行なわれてはじめて価値あるものとなるのであって、これらの測定誤差に対する説明はきわめて重要な問題であるといえよう。しかしながら、直径測定誤差に関してはこれまでに多くのすぐれた研究成果が発表されているが、測定因子の一つである樹高については研究も少なく、とくに最近開発される新しい測高器を用いた場合の測定誤差は数量的にはっきり把握されていないのが現状である。

本研究は林分構造要因を的確かつ迅速に知ることが、森林生産量などの推定に対し正しく基礎的かつ不可欠の資料を与えるものであるとの見地から、樹高を求める際に生ずる各種の誤差を実証的に解析しようとしたものであって、ここではその研究の一環として樹高曲線式の選択、計算が林分材積の推定に及ぼす影響について考察を行なった。すなわち抽出された標本木の樹高が正確に測られても、樹高曲線を描いて各直径階の推定樹高を求め、さらに林分材積を知ろうとするときには、標本抽出誤差ならびに直径測定の誤差、樹高測定の誤差、材積表の誤差などの非標本誤差等多くの要因によって誤差を生じるので、林分材積推定に及ぼす影響についても充分考慮しなければならないが、今日までにこの問題について解析を試みたものは比較的少なく、まして材積表の誤差との関連において論じるものは皆無に近いのである。本研究では正確な実測資料が数多く得られたので、これをもとにして以下に述べる方法によって上記諸問題について考究しようとしたものである。

本研究の遂行およびとりまとめにあたり、終始御指導と御鞭達を賜わった京都大学農学部岡崎文彬名誉教授、佐野宗一前教授ならびに資料収集・計算にあたって直接・間接に御協力をいただいた山本俊明講師および芦生演習林職員各位に対し深く感謝の意を表する。

## 1 試 験 の 方 法

京都府北桑田郡美山町字芦生 所在の 京都大学農学部 芦生演習林に隣接して 四明会記念林がある。この森林は海拔 360~630 m の地域を占め、面積は 12.340 ha、北ないし北東斜面で、平均傾斜は約 35° である。山麓に位置するスギ人工林(一部群状にヒノキ混交)を試験区 I およ

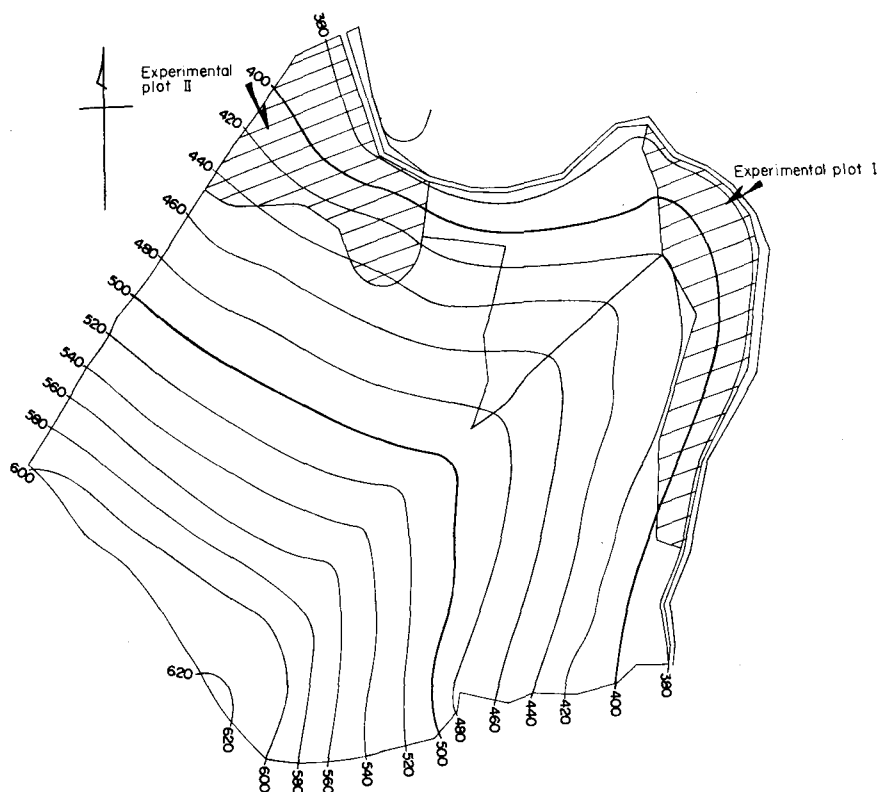


Fig. 1. Topographical map of experimental plot.

びⅡとして選んだが、他は混交天然生林で、主な樹種としては針葉樹ではスギ、モミ、広葉樹では上木としてアカシデ、イヌシデ、ウラジロガシ、コナラ、クリ、ミズメ、トチノキ、ハウノキ、ケヤキなどが、下木としてはアセビ、ヌルデ、ヤマアジサイ、クロモジなどが生立している。

四明会の事業計画に基づき、人工林は昭和41年5月（試験区Ⅰ、林令64年）、42年5月（試験区Ⅱ、林令65年）の2回にわたって皆伐されたので、代倒と同時に全林木について常法により区分求積を行ない、これを今回の解析に供することとした。なお両試験区ともそれに先立つ間伐および前年または前々年の風倒木処理などによって、かなりの本数減少がみられるが、それぞれの直径・樹高階別本数は表1～3のとおりである。

なお外観的には試験区ⅠとⅡとでは差異は判然としていないので、同一林分とみなして測定する場合が想定され、これについては2林分を合わせた形Ⅲとして取扱うこととした。

各試験区の概要を面積および林分の構造（胸高直径分布、樹高分布および材積）について示すと表4のようになる。

表4から直径の変動係数に比べて、樹高のそれはいずれの試験区においてもやや小さいこと、直径分布は試験区Ⅰでは相対的非対称度で示すと、負の非対称分布（右傾分布）、試験区Ⅱでは正の非対称分布（左傾分布）であり、これらと総合した形の試験区ⅢにおいてはⅠと同じ右傾分布であることが明らかになった。また相対的尖度によって尖りの程度をみても、Ⅰは鈍峯、Ⅱは正規分布に近く、Ⅲはやや鈍峯分布であるといえよう。なおⅡとⅡAとの間では5年間の取扱い等によって本数減少がみられたほか、対称分布から左偏型に進んでいた。樹高分布については歪度、尖度からみて直径分布とはほぼ同じ状態が各試験区において認められた。

表 1 直径・樹高階別本数表 (試験区 I)

Table 1. Table of diameter and height distribution (Experimental plot I)

H(m) \ D(cm)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	計 Total	
6	1																									1	
8	1	4	1	1	1																						8
10	1	2	2	3	2	1		1																			12
12			2	5	3	4	2			1																	17
14			1		3	3	1	2	3																		13
16					1	4	2	2	2	1																	12
18				1				2	4	3																	10
20					1	2	2	3	2	2	2	1															15
22						1		3	1	6	1	3	2		1												18
24									8	7	5	7	6	2	1												36
26							1		3	2	5	10	5	3	1	1											31
28												3	3	3	3		3										15
30										1	3	1	3	7	3	4	2	1									25
32											3	2	7	4	2	4	4	3	2								31
34													1	5	6	3	5	4									24
36												1	1			4	6	5	3	3							23
38															2	6	2	2	5	1							18
40										1					3	1	4	4	4	3	2						22
42																1		1	1	2	1						6
44															1		1	1	4	3	1	1					12
46																1		3	3				2				9
48																1	1		1	1	1						5
50																			1						1		2
52																					1	1					2
54																								1	1		2
計 Total	3	6	6	10	10	13	8	10	15	19	18	23	28	28	25	21	27	25	24	24	14	6	3	1	2	369	

表 2 直径・樹高階別本数表 (試験区 II)

Table 2. Table of diameter and height distribution (Experimental plot II)

D(cm)	H(m)																	計 Total	
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		32
18		1			1	1													3
20			1		1	1													3
22			1	5		1		1											8
24	1			1	4	5	3	1	1										16
26		1			2	2	4					1							10
28					2	1	1	4	1	3	1								13
30						1	7	11	4	3	3	1	1						31
32				1	4	1	4	3	5	4	1		1						24
34							5	5	3	4	4	6	1	2	1				31
36								1	2	6	5	1	4	2	1	1			23
38									2	4	9	7	1	1	1				25
40					1				1	4	2	2	3	2	2	1	2		20
42									2	2	3	1	2	3		1			14
44										1	1	3	3		1		1		10
46											2	1	1		1	2	2		9
48							1				1			1		1	2		6
50											1			3			1		5
52															1				1
54												1						1	2
56																			
58																	1		1
計 Total	1	2	2	7	15	13	25	26	21	31	33	24	17	14	8	6	9	1	255

表 3 直径・樹高階別本数表 (試験区 III)

Table 3. Table of diameter and height distribution (Experimental plot III)

H(m)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	計 Total	
6	1																												1
8	1	4	1	1	1																								8
10	1	2	2	3	2	1		1																					12
12			2	5	3	4	2			1																			17
14			1		3	3	1	2	3																				13
16					1	4	2	2	2	1																			12
18				1				2	4	3	1			1	1														13
20					1	2	2	3	2	2	3	1	1	1															18
22						1		3	1	6	2	8	2	1	1	1													26
24									9	7	5	8	10	7	4	1	1												52
26								1	3	3	5	10	7	5	5	1					1								41
28												3	3	5	4	1	7	1	3	1									28
30										1	3	1	3	8	10	15	6	4	3	1	1								56
32											3	3	11	5	6	7	9	7	3		1								55
34													1	5	11	8	8	8	4	6	1	2	1						55
36													1	1			5	8	11	8	4	4	2	1	1				46
38																2	6	4	6	14	8	1	1	1					43
40												1	1			3	1	5	8	6	5	5	2	2	1	2			42
42																	1	2	3	4	3	3	3		1				20
44															1			1	2	5	6	4	1	1		1			22
46																1			3	5	1	1	2	1	2	2			18
48																2		1		2	1	1	1		1	2			11
50																				2			3		1	1			7
52																					1	1		1					3
54																					1			1	1		1		4
56																													
58																										1			1
計 Total	3	6	6	10	10	13	8	10	15	20	20	25	35	43	38	46	53	46	55	57	38	23	17	9	8	9	1	624	

表4 試験区の概要  
Table 4. Outline of experimental plots

	試験区 Experimental plot I	試験区 Experimental plot II	試験区 Experimental plot II A	試験区 Experimental plot III (I+II)
面積 Area (ha)	0.976	1.178	0.750	2.154
本数 Number of trees	369	255	434	624
haあたり本数 Number of trees per hectare	378	216	579	290
平均直径 Mean diameter (cm)	28.27	34.61	33.29	30.86
直径の標準偏差 Standard deviation	10.41	7.48	8.25	9.84
直径の変動係数 Coefficient of Variation (%)	36.8	21.6	24.8	31.9
歪度 Skewness (Sk)	-0.282	0.614	0.067	-0.600
尖度 Kurtosis ( $\alpha_4$ )	2.397	2.883	2.820	2.750
平均樹高 Mean height (m)	18.60	23.92		20.77
樹高の標準偏差 Standard deviation	5.27	3.38		5.29
樹高の変動係数 Coefficient of Variation (%)	28.3	14.1		25.5
歪度 Skewness (Sk)	-0.726	0.400		-0.845
尖度 Kurtosis ( $\alpha_4$ )	2.393	2.629		3.018
実測材積 Measured volume (m <sup>3</sup> )	256.2589	288.4078		544.6667
haあたり材積 Volume per hectare (m <sup>3</sup> )	262.56	244.83		252.86

注) 試験区Iはスギのみ, IIはスギ以外にヒノキ(16本, 6.3756m<sup>2</sup>)があるが, 表には掲上してない。  
試験区II Aとは試験区II内に昭和37年12月毎木調査の作業能率, 疲労度等の研究<sup>4)</sup>のため設定されたもの

非標本抽出誤差の一つ材積表の誤差を極力小さくすることによって, 標本抽出誤差の解明を容易にすることができると考えられるので, 若干の現行立木材積表の適合性の検定を行なった後で, 試験地ごとにそれぞれの材積回帰式を定め, そのうちの総合された形Ⅲの回帰式に基づいて作成されたものを芦生地方スギ立木幹材積表として採用することとした。

次に実測された直径と樹高の値を用いて, いくつかの樹高曲線回帰式により各直径ごとの推定樹高を求め, これと実測樹高との間の偏差をみることにより, 樹高曲線式の誤差を論ずるとともに, 直径階ごとの推定樹高を求め, これによって上記材積表から得た直径階別推定材積に対する実測材積の回帰式を求め, 各組の定数および係数を同時検定して, この両者により樹高曲線の描き方が林分材積の推定に及ぼす影響を明らかにしようとした。

## 2 現行立木材積表の適合性の検定

## 1) 現行立木材積表

現在用いられている材積表のうちで検定の対象とすることができるのは、次の4つの材積表であると考えられる。ただし④は立木密度、保育等が全然異なる吉野地方スギに対して調製されたもので、適合性の検定というよりはむしろ完満度等を比較対照するために対象として選んだものである。

- ① 林野庁計画課編：立木幹材積表—西日本編—近畿・中国・石川・福井地方スギ（山陰—人工林<sup>5)</sup>）

$V$ : 材積 ( $m^3$ ),  $D$ : 直径 (cm),  $H$ : 樹高 (m) 以下同じ

直径範囲 (cm)	材積式
4 以上	$\log V = 5.80793 + 1.82696 \log D + 0.99227 \log H$

- ② 京都府農林部林務課：山国地方スギ立木幹材積表<sup>6)</sup>

材積式  $\log V = 5.7180 + 1.7985 \log D + 1.1070 \log H$

- ③ 本吉、本城、妹尾：大野演習林スギ人工林立木幹材積表<sup>7)</sup>

材積式  $\log V = 5.770543 + 1.763497 \log D + 1.105414 \log H$

- ④ 奈良県林業指導所：吉野地方スギ立木材積表<sup>8)</sup>

直径階範囲 (cm)	材積式
20 以下	$\log V = 5.86158 + 1.91613 \log D + 0.87335 \log H$
20 ~ 30	$\log V = 5.51444 + 2.01705 \log D + 1.04166 \log H$
30 以上	$\log V = 5.78941 + 1.94543 \log D + 0.89725 \log H$

## 2) 材積表の適合性の検定方法および結果

いま  $y$  軸に区分求積により得た実材積,  $x$  軸に材積表材積をとり, それぞれ相対応する点を定めると, すべての材積表材積と実材積が一致するときは, 原点を通る  $45^\circ$  の直線上にすべての点に乗るはずである。しかし通常このようにならず, この直線の上下に散らばり, 一般に関係式  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$  が得られる。したがって標本より推定した  $\hat{a}$  と  $\hat{b}$  の値が  $a=0, b=1$  と有意差があるかどうかを検定してみればよいことがわかる。このためには  $\hat{a}, \hat{b}$  を別々に検定する方法と, 同時に検定できる方法とがあり, 後者は  $y$  と  $x$  の両者の平均だけでなく,  $y, x$  の全体の傾向も検定できるという回帰特有の長所を備えているので, 最もよいものと考えられ, また検定力も最も大である。このためには次式

$$F_0 = \frac{(n-2)[n(\hat{a}-a)^2 + 2\sum_1^n x_a(\hat{a}-a)(\hat{b}-b) + (\sum_1^n x_a^2)(\hat{b}-b)^2]}{2\sum_1^n (y_a - \hat{a} - \hat{b}x_a)^2}$$

で求めた値を, 自由度(2),  $(n-2)$  の  $F$  の値と対比することによって行なわれる。<sup>9)</sup>

なお適合性の検定にあたっては, 試験区 I および II の資料を一括して供試した。



表 5 現行材積表の適合性の検定

Table 5. Test of goodness of fit of standard volume table

検定材積表 Volume table tested	直径階範囲 Range of diameter grade (cm)	資料数 Number of materials	回 帰 式 Regression equation	検 定 Test of significance	材積表の適否 Goodness of fit of volume table
① 近畿地方 Kinki	6 ~ 20	94	$\hat{y} = -0.0047 + 1.1119x$	51.54**	否 unfit
	22 ~ 40	444	$\hat{y} = -0.0018 + 1.0631x$	121.74**	否 unfit
	42 ~ 58	86	$\hat{y} = -0.0173 + 1.0715x$	34.01**	否 unfit
	全 total	624	$\hat{y} = -0.0011 + 1.0628x$	203.22**	否 unfit
② 山国地方 Yamaguni	6 ~ 20	94	$\hat{y} = -0.0001 + 1.0508x$	14.96**	否 unfit
	22 ~ 40	444	$\hat{y} = 0.0103 + 0.9972x$	3.87*	否 unfit
	42 ~ 58	86	$\hat{y} = 0.0441 + 0.9769x$	0.25	適 fit
	全 total	624	$\hat{y} = 0.0107 + 0.9951x$	3.28*	否 unfit
③ 大野演習林 Ono	6 ~ 20	94	$\hat{y} = -0.0025 + 1.0480x$	9.05**	否 unfit
	22 ~ 40	444	$\hat{y} = 0.0016 + 1.0031x$	1.05	適 fit
	42 ~ 58	86	$\hat{y} = 0.0165 + 0.9977x$	0.40	適 fit
	全 total	624	$\hat{y} = 0.0012 + 1.0044x$	2.08	適 fit
④ 吉野地方 Yoshino	6 ~ 20	94	$\hat{y} = -0.0059 + 1.0506x$	5.01**	否 unfit
	22 ~ 40	444	$\hat{y} = -0.0117 + 0.9873x$	27.27**	否 unfit
	42 ~ 58	86	$\hat{y} = 0.0101 + 0.9541x$	16.36**	否 unfit
	全 total	624	$\hat{y} = 0.0060 + 0.9631x$	69.08**	否 unfit

x: 材積表材積 Volume estimated by means of standard volume table

y: 実材積 Measured volume

検定材積表，直径階範囲別の回帰式および検定結果を示すと，表5のとおりである。

表からも明らかのように，①近畿地方，④吉野地方はすべての直径級において，きわめて適合性が悪く，一般に①は主要直径より大きい直径の木に対しては過小値を，④では過大値を与えていることがわかった。吉野地方では立木密度も大であり，回数の多い間伐，枝打ちなど集約な保育を行なうことによって完満無節の材の生産を目標としているのに反して，この芦生地方ではこれまで植栽密度 2,500本/ha 程度，比較的粗放な施業によっていたので，これが幹形ひいては材積の差となって現われたものであろう。ちなみに上と同じ資料について直径 6~20 cm のものの正形数 ( $\lambda_{0.9}$ ) をしらべたところ， $0.514 \pm 0.041$  であって，放物線体 ( $\lambda_{0.9} = 0.555$ ) と円錐体 ( $\lambda_{0.9} = 0.407$ ) の中間にあるが，ほぼ同年令の吉野スギについての報告の値と比較すると，最も尖形の群に属することになる。吉野地方では  $\lambda_{0.9} = 0.560 \sim 0.590$  すなわち放物線体にくらべてもやや完形を示すものがあるといわれているので，材積表の適合性の検定において上記のような結果が得られたのは当然であるといえよう。場所的に比較的隣接している②山国地方においても④に似た傾向が認められ，一部を除いて適合しないといえよう。③京都府立大学農学部大野演習林はさらに近く同じ美山町内にあり，そこで作成された材積表は芦生スギの 6~20 cm の小径木に対しては適合しないが，それ以上の直径を有する林木に対しては適用可能であることがわかった。

本研究の目的は，材積表誤差を極力小さくした上で，標本誤差の一つである樹高曲線誤差を検討することにあるので，新しく材積表を調製することとした。

なおヒノキ16本について林野庁計画課編一近畿地方ヒノキ立木材積表の適合性を検定したところ，次のような結果が得られて適用可能であることがわかった。

$$\hat{y} = 0.0005 + 1.0108x$$

$$F_0 = 0.281 < 3.7389 \quad (F^2_{14(0.05)})$$

### 3 芦生地方スギ立木幹材積表の調製

現在まで本学芦生演習林にはスギ人工林についての立木幹材積表はなく、上に述べた材積表を利用するほかはなかったが、ほとんどのものが適用できないという結果が得られたこと、および当演習林の人工造林地が年々増大している現状に鑑み、その蓄積・生長量を的確に把握するためにも、独自の、しかも正確な材積表をもつことの重要性が認められるようになり、これはまた本研究の目的とも完全に一致したので、新たに芦生地方スギ立木幹材積表を作成することとしたのである。もちろん今回の資料を収集した場所はきわめて局限されているので、今後資料の補完によって、より完全な材積表とする必要があるであろう。

胸高は 1.2 m とし、正常な状態にある伐倒木について、常法により各位置の直径は直交する 2 方向について 2 mm 単位、樹高は 1 cm 単位で測定した。直径・樹高階別本数は表 1～3 に示すとおりである。

材積表を作成する場合現在最も多く用いられるのは、材積式を選択してそれを最小二乗法で決定する方法であり、材積式としてよく用いられるものをいくつか挙げると次のようになる。

- (1) 材積を胸高直径のみの関数として表わしたもの
  - ①  $V = aD^b$  ( $a, b$  は定数)
  - ②  $V = aD^2 - bD$  ( $a, b$  は定数)
- (2) 材積を胸高直径と樹高の関数として表わしたもの
  - ③  $V = aD^b H^c$  ( $a, b, c$  は定数)

山本和蔵氏が一般材積表を調製する際に提案したもので、現在ではほとんどの材積表がこれによっている。

- ④  $V = a(D^2 H)^b$  ( $a, b$  は定数)

対数変数結合式とも呼ばれ、相対生長関係式として用いられる。

このほか材積を樹高のみの関数として表わしたもの、胸高形数を用いて算出する場合の胸高形数を求める公式、胸高直径、樹高および形状級の関数で表わしたものなどがある。

参考までに各試験区の資料を用いて計算した各材積式の精度を残差の百分率誤差で示すと、次のようになる。

	回 帰 式	残差の百分率誤差(%)
①	試験区 I $\log V = -3.963202 + 2.555734 \log D$	13.68
	// II $\log V = -3.542572 + 2.315860 \log D$	12.64
	// III $\log V = -3.970475 + 2.575861 \log D$	15.38
②	試験区 I $V = 0.001010 D^2 - 0.007682 D$	12.13
	// II $V = 0.001162 D^2 - 0.009313 D$	12.78
	// III $V = 0.001104 D^2 - 0.009099 D$	14.44
③	試験区 I $\log V = -4.201499 + 1.828471 \log D + 1.014927 \log H$	5.86
	// II $\log V = -4.207904 + 1.760161 \log D + 1.102913 \log H$	6.13
	// III $\log V = -4.222381 + 1.786687 \log D + 1.081134 \log H$	6.05

④

試験区 I	$\log V = -4.187634 + 0.941698 \log (D^2 H)$	6.01
“ II	$\log V = -4.121070 + 0.929558 \log (D^2 H)$	6.35
“ III	$\log V = -4.198125 + 0.945423 \log (D^2 H)$	6.33

このように測定因子として、直径、樹高の2変数を用いた材積式の方がより高い精度をあげることが期待されるのであって、ここでも③を採用することを決定したのであるが、同時に正確な樹高測定と樹高曲線の描き方もまた林分材積査定において、その精度向上に大きく寄与しているのである。

立木材積表の作成方法は、林業試験場経営部「立木材積表調製法解説書<sup>11)</sup>」に基づいて行なった。すなわち③式の解法は対数計算を用い、回帰方程式の組織的解法によったが、その際得られたC乗数および残差分散等に基づいて、まず異常なものの棄却を行なった。ついで棄却済み資料については、10 cm 直径級ごとにb, cを決定し、各級で回帰係数の差の検定を行なって、差がなければ級を合して材積表を調製するのである。ここでは試験区IおよびIIについては、マイヤーの修正係数による補正を行なって得られた回帰式のみを示すが、それらを総合した形のIIIの結果は芦生地方スギ立木幹材積表として採用することとするので、式のほか表としても掲げることとした。

試験区	直径階範囲 (cm)	材積式	百分率誤差 (%)
I	6 ~ 54	$\log V = -4.295142 + 1.897861 \log D + 1.011794 \log H$	5.21
II	18 ~ 58	$\log V = -4.148198 + 1.729536 \log D + 1.093135 \log H$	5.52
III	6 ~ 10	$\log V = -4.300906 + 2.021946 \log D + 0.912624 \log H$	6.82
	12 ~ 58	$\log V = -4.272555 + 1.820774 \log D + 1.080898 \log H$	5.27

上にも述べたように、資料収集区域が局限されていること、およびとくに小径木の数が少ないので、今後補完することによって完全な地方材積表とする必要があるであろうが、演習林内から得たスギ資料についてこれを検定した結果では充分適用できることを示したことを附言しておく。

#### 4 樹高曲線式の精度および林分材積推定に及ぼす樹高の影響

林分材積推定にあたっては、胸高直径を毎木調査して、その中からできるだけすべての直径階にわたるように標本木を抽出して樹高を測定し、直径を横軸に、樹高を縦軸にとってグラフ上にプロットし、平滑な曲線をフリー・ハンドもしくは移動平均法によって引くか、または適当な実験式をあてはめて樹高曲線を描く。これから直径階に応ずる樹高を求め、二変数材積表から直径階に応ずる材積を知り、これにそれぞれ各直径階本数を乗じて合計する方法が一般に用いられている。したがって樹高曲線をうるまでの過程において次のような誤差が入ってくる。

- (1) 標本抽出による誤差
- (2) 単木の樹高測定誤差
- (3) 樹高曲線を描くことにより生ずる誤差

表6 試験区別各樹高曲線式の回帰式および誤差率

Table 6. Regression equation and error percentage in each height-diameter curve formula by experimental plot

試験区 Experimental plot	樹高曲線式 Height curve formula	回 帰 式 お よ び 誤 差 率 Regression equation and error percentage					
		A		B		C	
		回 帰 式 Regression equation	誤差率(%) Error percentage	回 帰 式 Regression equation	誤差率(%) Error percentage	回 帰 式 Regression equation	誤差率(%) Error percentage
I	①	$\hat{H}=1.2+\left(\frac{D}{2.2509+0.1553D}\right)^2$	10.20	$\hat{H}=1.2+\left(\frac{D}{2.1976+0.1561D}\right)^2$	10.15	$\hat{H}=1.2+\left(\frac{D}{2.1733+0.1557D}\right)^2$	10.25
	②	$\hat{H}=\left(\frac{D}{1.9928+0.1565D}\right)^2$	10.28	$\hat{H}=\left(\frac{D}{1.9549+0.1569D}\right)^2$	10.28	$\hat{H}=\left(\frac{D}{1.9189+0.1566D}\right)^2$	10.40
	③	$\hat{H}=1.2+\frac{D}{1.1842+0.0147D}$	10.23	$\hat{H}=1.2+\frac{D}{1.1341+0.0157D}$	10.16	$\hat{H}=1.2+\frac{D}{1.1536+0.0156D}$	10.19
	④	$\hat{H}=\frac{D}{0.9962+0.0174D}$	10.17	$\hat{H}=\frac{D}{0.9927+0.0180D}$	10.13	$\hat{H}=\frac{D}{0.9636+0.0180D}$	10.10
	⑤	$\hat{H}=-17.819+25.7463 \log D$	10.48	$\hat{H}=-17.817+25.7426 \log D$	10.48	$\hat{H}=-16.582+25.0878 \log D$	10.63
	⑥	$\log \hat{H}=0.234849+0.716423 \log D$	10.44	$\log \hat{H}=0.250737+0.707160 \log D$	10.39	$\log \hat{H}=0.238535+0.810212 \log D$	10.55
	⑦	$\hat{H}=1.2+0.8179D-0.0063D^2$	10.07	$\hat{H}=1.2+0.8198D-0.0063D^2$	10.07	$\hat{H}=1.2+0.8084D-0.0060D^2$	10.06
II	①	$\hat{H}=1.2+\left(\frac{D}{1.8593+0.1554D}\right)^2$	9.43	$\hat{H}=1.2+\left(\frac{D}{1.8610+0.1547D}\right)^2$	9.27	$\hat{H}=1.2+\left(\frac{D}{1.7821+0.1561D}\right)^2$	9.30
	②	$\hat{H}=\left(\frac{D}{1.7157+0.1542D}\right)^2$	9.43	$\hat{H}=\left(\frac{D}{1.7204+0.1535D}\right)^2$	9.28	$\hat{H}=\left(\frac{D}{1.6485+0.1548D}\right)^2$	9.31
	③	$\hat{H}=1.2+\frac{D}{0.7912+0.0211D}$	9.42	$\hat{H}=1.2+\frac{D}{0.7868+0.0209D}$	9.26	$\hat{H}=1.2+\frac{D}{0.7503+0.0217D}$	9.28
	④	$\hat{H}=\frac{D}{0.7107+0.0212D}$	9.43	$\hat{H}=\frac{D}{0.7081+0.0209D}$	9.25	$\hat{H}=\frac{D}{0.6757+0.0217D}$	9.27

	⑤	$\hat{H} = -17.275 + 26.9224 \log D$	9.41	$\hat{H} = -17.467 + 27.0466 \log D$	9.26	$\hat{H} = -15.366 + 25.7383 \log D$	9.28
	⑥	$\log \hat{H} = 0.603232 + 0.503858 \log D$	9.44	$\log \hat{H} = 0.603039 + 0.505091 \log D$	9.28	$\log \hat{H} = 0.647271 + 0.475409 \log D$	9.29
	⑦	$\hat{H} = 1.2 + 0.9941 D - 0.0093 D^2$	9.46	$\hat{H} = 1.2 + 0.9927 D - 0.0093 D^2$	9.35	$\hat{H} = 1.2 + 1.0182 D - 0.0096 D^2$	9.59
III	①	$\hat{H} = 1.2 + \left( \frac{D}{2.2821 + 0.1491 D} \right)^2$	11.08	$\hat{H} = 1.2 + \left( \frac{D}{2.2308 + 0.1497 D} \right)^2$	11.00	$\hat{H} = 1.2 + \left( \frac{D}{2.1838 + 0.1507 D} \right)^2$	11.02
	②	$\hat{H} = \left( \frac{D}{2.0388 + 0.1503 D} \right)^2$	11.10	$\hat{H} = \left( \frac{D}{2.0022 + 0.1505 D} \right)^2$	11.04	$\hat{H} = \left( \frac{D}{1.9363 + 0.1517 D} \right)^2$	11.09
	③	$\hat{H} = 1.2 + \frac{D}{1.1515 + 0.0135 D}$	11.32	$\hat{H} = 1.2 + \frac{D}{1.1040 + 0.0143 D}$	11.14	$\hat{H} = 1.2 + \frac{D}{1.1368 + 0.0142 D}$	11.31
	④	$\hat{H} = \frac{D}{0.9807 + 0.0158 D}$	11.19	$\hat{H} = \frac{D}{0.9483 + 0.0163 D}$	11.07	$\hat{H} = \frac{D}{0.9542 + 0.0166 D}$	11.12
	⑤	$\hat{H} = -20.448 + 28.2009 \log D$	11.23	$\hat{H} = -20.464 + 28.2084 \log D$	11.19	$\hat{H} = -18.129 + 26.7321 \log D$	11.29
	⑥	$\log \hat{H} = 0.232856 + 0.729991 \log D$	11.60	$\log \hat{H} = 0.247785 + 0.721735 \log D$	11.48	$\log \hat{H} = 0.229287 + 0.726242 \log D$	11.75
	⑦	$\hat{H} = 1.2 + 0.8346 D - 0.0059 D^2$	11.08	$\hat{H} = 1.2 + 0.8358 D - 0.0059 D^2$	11.03	$\hat{H} = 1.2 + 0.8200 D - 0.0056 D^2$	11.07

Height-diameter curve formula :

- ① NÄSLUND's formula
- ② varied NÄSLUND's formula
- ③ Reciprocal formula
- ④ varied Reciprocal formula
- ⑤ HENRICKSEN's formula
- ⑥ varied STOFFELS and VAN SOEST formula
- ⑦ TROREY's formula

これらを総合して取扱ったものとしては梶原<sup>12)</sup>の研究があり、(3)については樹高曲線式によれば、よく適合する樹高曲線式さえ使用すればきわめて標本に忠実な正しい樹高曲線が得られるが、フリー・ハンド法によると、その人の熟練度および標本木樹高の散らばりによる樹高曲線の描きやすさにもよるが、一般にかなりの個人差を生じ、しかも樹高曲線の誤差も大きいことを指摘している。

本研究では毎木実測の資料によることができるので、(1)および(2)は論外として、(3)のうちでもとくに樹高曲線式の適合性の問題を取り上げて論ずることにしたい。

西沢<sup>13)</sup>によれば、直径のほかに林令をも加えた樹高曲線式は25の多きに及ぶが、ここではそこから比較的良好に用いられ、また計算も容易な次の5式を選んだ。なお同じ式でも全樹高( $H$ )のほかに胸高以上の樹高( $H-1.2$ )を用いたものもあるので、原式と変式の2式があることになり、合計7式となった。

$$\textcircled{1} \text{ NÄSLUND 式} \quad H=1.2+\left(\frac{D}{a+bD}\right)^2 \quad (a, b \text{ は定数, 以下同じ})$$

$$\textcircled{2} \text{ 同上変式} \quad H=\left(\frac{D}{a+bD}\right)^2$$

$$\textcircled{3} \text{ 逆数式} \quad H=1.2+\frac{D}{a+bD}$$

$$\textcircled{4} \text{ 同上変式} \quad H=\frac{D}{a+bD}$$

$$\textcircled{5} \text{ HENRICKSEN 式} \quad H=a+b \log D$$

$$\textcircled{6} \text{ STOFFELS and VAN SOEST 変式} \quad H=aD^b$$

$$\textcircled{7} \text{ TROREY 式} \quad H=1.2+aD-bD^2$$

しかしながら、これらの式はいずれも理論的根拠に乏しく、経験的に与えられたもので、適合度はその場合により異なるといわれている<sup>12)</sup>ので、ここでは与えられた林分に限って考察を進めることにする。このような実験式の精度の比較は $\bar{H}$ を平均樹高、 $H_i$ を個々の樹高、 $\hat{H}_i$ を樹高曲線式で推定したそれに応ずる値、 $n$ を標本木の数、 $p$ を定数の数とすると

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (H_i - \hat{H}_i)^2}{n-p}}$$

で評価され、お互いの比較は

$$P = \frac{\sigma}{\bar{H}} \times 100$$

で行なうことができる。<sup>13)</sup>

ところで梶原<sup>14)</sup>も述べているように、単に樹高曲線を求めることのみで目的が終るのではなく、断面積から材積への移行における各直径階の木の平均材積推定のための媒介役として位置づけられた樹高曲線を求めることに最終目的があるということを配慮しなければならない。さらに彼は一林分内における各直径階の木の平均材積、本数はともに異なり、したがって、全林分内の木の材積合計に対する直径階別材積の比率は異なる。一つの方法として、各直径階にほぼ同数の測定木を割り当てるというやり方があるが、本来ならばより大きい材積比率を占める直径階には、より比率が小さい直径階よりも多くの測定木を割り当てようすべきだといえる。このような考えに立てば、直径階別材積に比例させるのは現実に無理として、その材積と密接な関係を持つ直径階別本数あるいは断面積に比例させて測定木本数を割り当てるのが望ましいと指摘している。この見解にしたがって、本研究でもこれに似た配慮を行ない、次に述べるような方法によって、樹高曲線式の適合度さらには林分材積推定に及ぼす影響について考察を加えることとした。

- A : 直径および樹高実測値をすべて計算に用いたもの  
 B : 直径階ごとの平均直径と平均樹高のそれぞれに本数で重みづけをして用いたもの  
 C : 直径階ごとの平均直径と平均樹高を用いたもの (一般に用いられる方法)

いずれの場合も上述の樹高曲線式について、最小二乗法によってその定数を決定し、回帰式を求める。その結果に基づき全資料について、個々の樹高 (真値) とこの回帰式で推定したそれに対応する値との偏りをしらべて、精度の比較を行なったのである。それぞれの回帰式および誤差率は表 6 に示すとおりである。

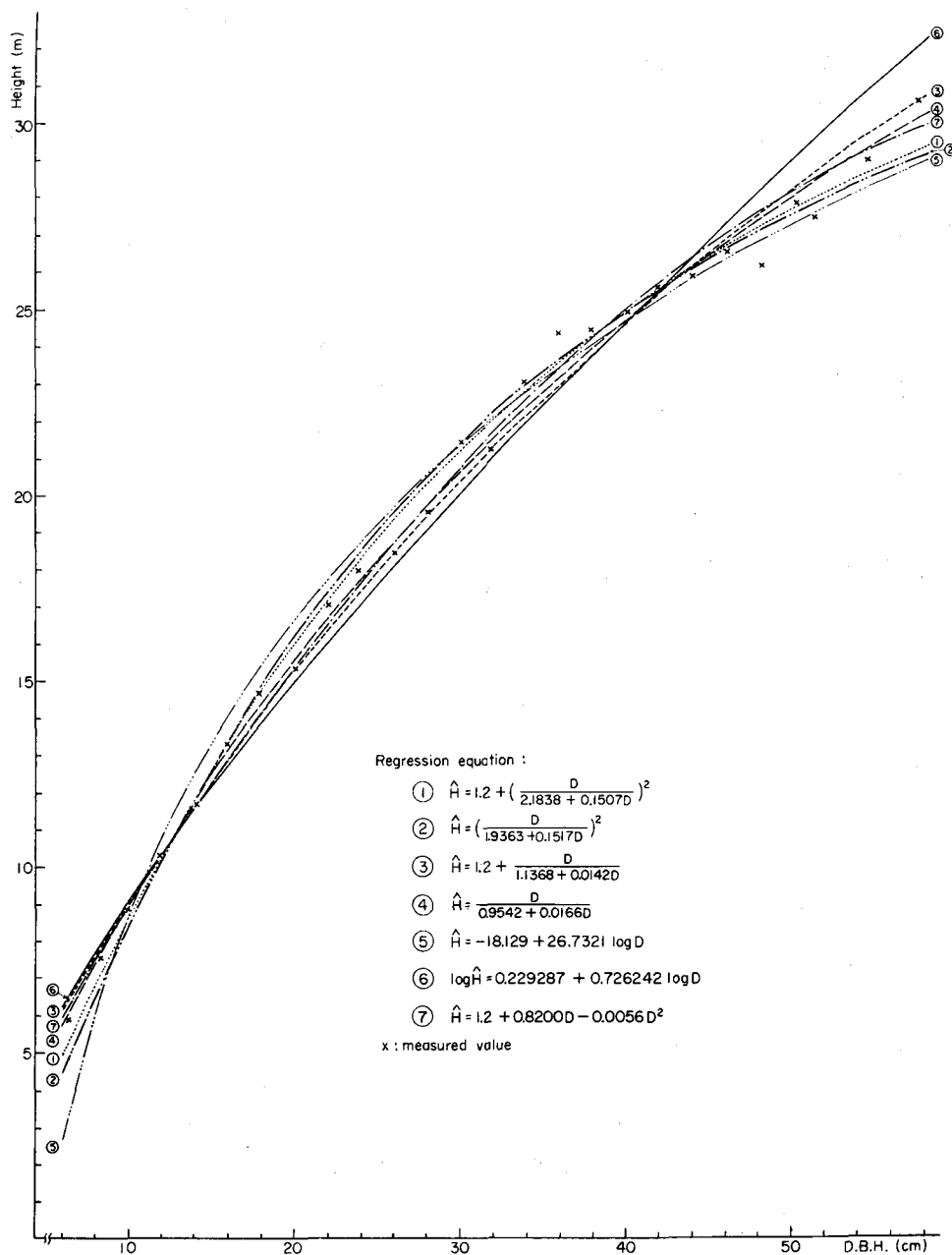


Fig. 2. Height curves (Experimental plot III).

表からも明らかなように、各樹高曲線式および処理方法による明らかな差は認められない。ここで用いた樹高の値は実測かつ毎木測定によるものであるため、平均樹高等も母集団をよく代表しうるものであり、したがって処理方法による差がないのはむしろ当然であり、標本木抽出等について改めて検討する必要があるように思われる。また樹高曲線式の間には差が認められないことは、逆に正確な樹高測定がなされておれば、誤差率だけからみれば式の選択は必ずしも重要でないことを示すことになる。しかしながら樹高曲線の1例を図示すると図2のようになり、実測値との間にはかなりの偏りを示すものもあるので、後に述べるような方法によって解析することを試みた。なお試験区間の比較によって林分構成状態によるものであらうと考えられる差が上の表から認められるが、樹高分布とくにその歪度と関係が深いかどうかは明らかではない。

図にも示されるとおり、樹高曲線の推移は式によってかなり異なり、最小および最大径においては、式による差は最高約3m、中間においては約1.5m程度となっている。したがって各式とも全体として誤差を最小とするような曲線が描かれていることになり、誤差率のみで論ずることはできない。また回帰放物線であるTROREY式においては、試験区によっては最大径よりも前に極大点をとることがあり、不自然な場合もみられるので、生物学的見地から曲線を修正することを考えなければならない。

表7 直径階別推定材積の誤差率および回帰の検定

Table 7. Error percentage and test of regression of estimated volume by diameter grade

試験区 Experimental plot	樹高曲線式 Height curve formula	誤 差 率 Error percentage (%)			検 定 Test of significance (F <sub>0</sub> )		
		A	B	C	A	B	C
I	①	5.12	5.38	5.30	3.777*	4.688*	21.421**
	②	4.67	5.59	5.52	1.036	6.054**	31.182**
	③	6.30	6.44	5.76	2.450	4.073*	2.214
	④	5.68	4.19	5.91	2.223	0.502	3.956*
	⑤	5.02	5.02	5.64	1.408	0.340	7.228**
	⑥	7.76	8.32	6.69	3.479*	5.002*	3.528*
	⑦	5.12	5.55	5.58	3.766*	6.928**	10.613**
II	①	3.90	3.90	3.73	0.191	0.191	0.319
	②	3.90	3.90	3.73	0.191	0.191	0.311
	③	4.62	3.34	2.87	0.722	0.088	0.056
	④	4.62	3.42	3.51	0.721	0.626	0.001
	⑤	3.90	3.34	3.51	0.191	0.080	0.001
	⑥	4.23	4.18	4.64	0.439	0.471	0.561
	⑦	5.32	3.54	5.86	0.844	0.194	7.284**
III	①	4.13	3.61	3.61	0.340	2.431	2.431
	②	3.98	3.28	4.01	0.025	2.489	2.909
	③	6.05	5.35	5.97	0.050	1.609	0.958
	④	5.33	4.83	4.80	0.260	1.023	0.230
	⑤	3.98	3.98	4.40	0.040	0.040	0.761
	⑥	7.55	6.57	6.68	0.136	2.142	0.210
	⑦	4.70	4.70	4.78	4.172*	4.180*	3.800*

I:  $F_{23}^{23(0.05)}=3.4221$ , $F_{23}^{23(0.01)}=5.6637$ II:  $F_{18}^{218(0.05)}=3.5546$ , $F_{18}^{218(0.01)}=6.0129$ III:  $F_{24}^{224(0.05)}=3.4028$ , $F_{24}^{224(0.01)}=5.6136$



このような曲線の違いは材積推定においてどのように作用するのであろうか。なお樹高は 1m 括約で示されるので、材積表を用いる場合にはその四捨五入の誤差も入ってくるが、ここではその分離は行なわず、慣行に従った場合について考察することとした。上記の問題の解明にあたっては次の 2 つの方法によった。すなわちその 1 つは各直径階の推定樹高と上記各材積表によって求めた各直径階材積についての推定値からの実測値の偏差をしらべて、その誤差率（残差の百分率誤差）を計算する。その 2 は各直径階別実材積の推定材積に対する回帰式を求めて、各組の定数および係数を信頼楕円を利用して同時に検定する。これは一般に全林材積を知りたい場合でも、同時に直径階別あるいは径級別材積を正確に知ろうとすることを目的としているので、全体の傾向を検定する必要があるからである。このように 1 つの方法だけでは、十分に樹高曲線の描き方による影響を明らかにすることができないものと考えられたので、両者を併用することとしたのである。これらの結果を総括して表 7 に示す。

なお単木ごとについて材積表を用いて計算し、直径階ごとに合計した材積を上記の方法によってしらべてみると、誤差率および回帰の検定については次のようになる。

	誤差率	回帰の検定 ( $F_0$ )
試験区 I	4.01%	0.642
試験区 II	2.43%	0.435
試験区 III	2.49%	0.869

これは材積表の誤差のほかに、直径、樹高の括約誤差などが複合されたものであるので、材積表を用いた場合のいわゆる推定誤差とは異なるものである。また当然のことながら新しく調製した材積表の適合性は良好であることを示している。

表 7 の結果から誤差率を試験区別にみても、II が最も良く、ついで III、I は最も悪いように思われる。処理方法による顕著な差は認められず、直径階ごとの樹高測定が正確に実施されておれば、一般に行なわれている樹高曲線を求める方法 (C) で充分であるといえよう。また A と B は表 6 の定数、あるいはこの誤差率からみてほとんど変らない値をとるものがある。曲線式では試験区によって多少の違いがあるが、I および III においては一般に誤差率の少ないものとして NÄSLUND 式(変式を含む)、HENRICKSEN 式、TROREY 式の順にならぶが、II では HENRICKSEN 式、逆数式(変式を含む)、NÄSLUND 式の順位となる。誤差率の大きいのはいずれの区においても STOFFELS VAN SOEST 式であるが、TROREY 式は II 区では最も悪い結果となっており、これは上述したような曲線の特性によるものと考えられる。

ついで回帰の検定によって式の適否をみても、ここで注目すべきは林分構造によるものと考えられる大きな差異のあることである。すなわち試験区 I においては曲線式のいずれもが有意差のあることを表わしており、また一般に平均樹高によって求めたものの方が正しい値を与えない場合の多いことを示している。III については⑦式のすべてが、II については⑦式の平均樹高によるもののみが有意差のあることが認められた。これらの結果から次のように推論できる。直径分布および樹高分布の標本特性値とくに尖度が正規分布もしくはそれに近似した形でない場合には、樹高曲線式そのものの精度がよくても、林分材積推定には大きな誤差を生じることがある。また II および III のような構造をもつ場合、一般に TROREY 式は他にくらべて不適当である。ただし一斎同令林分の直径分布は、はじめ正規型であるが、漸次左偏していき、CHARLIER-A 型から PEARSON-I 型へ進むものと推量される<sup>15)</sup>といわれていること、および本試験林分の数がかわめて少ないことなどの理由から、同令林のほか異令林を含めて、林分構造、令級などについても考慮したこの種の研究を行なうことによって、はじめて推論の確実性を増すことはいうまでもない。

したがってここでは与えられた林分での結果によって一応次のように述べておく。すなわち上述の回帰の検定と誤差率との結果を総合的な判断の資料として樹高曲線式を選ぶとすれば、HENRICKSEN あるいは NASLUND 式(変式を含む)が適当であり、ついで逆数式(変式を含む)をあげることができよう。STOFFELS and VAN SOEST 式は他に比べて誤差率がやや大きいこと、および対数変換などのため計算が煩雑であるという理由から、採用順位は上記のものの下になる。

## あ と が き

限定された場所と限られた資料に基づいて行なった本研究のうちで、とくに樹高曲線の描き方が林分材積に及ぼす影響については、未解決の問題が多いので、再度検討する必要がある、また曲線式の精度についても同じことがいえよう。

調製された芦生スギ立木幹材積表は、本文中にも触れたが、芦生演習林内の他の区域の立木については検定結果によれば充分適用できることが判明した。より完全なものとするためにとくに小径木の資料を追加することを考慮しなければならないであろう。

## 文 献

- 1) 大隅真一：括約誤差に関する研究，京大演報，**24**，1954
- 2) 大隅真一：毎木調査による胸高断面積測定誤差に関する研究，京府大学術報告，**14**，1962
- 3) 菅原 聰：毎木調査における括約誤差について，信大農学部紀要，**2**(1)，1959
- 4) 佐野宗一：毎木調査における功程と作業形態および疲労との関係，1967
- 5) 林野庁計画課編：立木幹材積表一西日本編一，日本林業調査会，1970
- 6) 京都府農林部林務課：山国地方スギ人工林林分収穫表，1970
- 7) 本吉瑠璃夫，本城尚正，妹尾俊夫：大野演習林におけるスギ人工林材積表の調製，京府大演報，**8**，1964
- 8) 奈良県林業指導所：吉野地方スギ立木材積表説明，1964
- 9) 大友栄松：材積表の検定について，日林誌，**38**(6)，1956
- 10) 大隅真一：幹形に関する研究(1)，日林誌，**41**(12)，1959
- 11) 林業試験場経営部：立木材積表調製法解説書，1956
- 12) 梶原幹弘：樹高曲線の誤差に関する実験的考察，京府大演報，**10**，1966
- 13) 西沢正久：森林測定 実践林業大学 XI，農林出版，1972
- 14) 大隅真一ほか：森林計測学，養賢堂，1971
- 15) 大隅真一：林木の直径分布について，京府大演集報，**5**，1961

## Résumé

In this paper, the author, aiming to analyze various estimation errors which crop up in the measurement of tree height, one of the stand structure factors, studies the effect of selection and solution of the height-diameter curve formula upon the estimation of the stand volumes.

The goodness of fit of four standard volume tables was tested with the materials collected from experimental plots of even-aged forests of Sugi (*Cryptomeria japonica* D. Don.), as is shown in Table 4.

The result, shown in Table 5, indicates that a new and more accurate volume table had to be constructed. Then, two formulae were chosen from both the one-variable and the two-variable volume formulae respectively, and the regression equation and



its precision for each formula were examined. As a result, the formula shown below was chosen because its precision was highest. The standing tree volume table of Sugi in the Ashiu district was constructed on the basis of this formula.

Range of diameter grade (cm)	Volume formula	Standard error of estimate (%)
6 ~ 10	$\log V = -4.300906 + 2.021946 \log D + 0.912624 \log H$	6.82
12 ~ 58	$\log V = -4.272555 + 1.820774 \log D + 1.080898 \log H$	5.27

Next, the precision of various height-diameter curve formulae was examined, and the result was that these formulae had a tendency to be affected by the stand structure, though no remarkable differences were found amongst them (Table 6). In each height-diameter curve, however, there was about 3-meters difference at certain diameter grades as is shown in Figure 2. Then, volumes for each diameter grade were estimated according to the volume table shown above, the deviation of the measured value from the estimated value was examined, and its error percentage (standard error of estimate) were calculated (Table 7). Moreover, the regression equation of the true volume to the estimated volume was established, and the regression constant and the regression coefficient of each set were tested at the same time, making use of the confidence ellipse (Table 7). Using these two methods, it has become clear that NÄSLUND's formula and HENRICKSEN's formula are highly suitable for this stand as a height-diameter curve formula. In passing, the height-diameter curve formula can be used satisfactorily, provided that it is measured accurately by the mean height of each diameter grade and by a mean diameter.