

# 電算機を用いた数値地形解析による山岳地域の地形変動の計量化について

山本俊明・斉藤克郎・芝 正己・佐々木 功

Quantification of terrain variation in mountainous regions, based upon numerical map analysis by means of electronic computer.

Toshiaki YAMAMOTO, Katsuro SAITO, Masami SHIBA  
and Isao SASAKI

## 要 旨

山岳地域において展開される伐出作業や林道網計画にとって地形を2次元的に計量化して明確な方法で記述し客観的に地形特性を説明することは重要であり、このためにはまず理論的な計量 Model を組み立て、この計量 Model から地形変動量パラメータを定量的に引き出すことが必要である。

本報告では2次元の自己相関・スペクトルにより地形特性を解析した結果とこの計量的手法の有効性と限界性についての問題提起を試みた。

この様な意味において

- (1) 数値地形データに基づく地表面の自己相関のパターンとスペクトル分布による山体配列の分析
- (2) Fourier 合成による計量 Model の組み立てと基本地形の再現性
- (3) 地形変動量パラメータとしての残差平方和の標準偏差の統計的意義と Fourier 近似の収束性
- (4) 林道周辺の地形変動量とみなしたパラメータと林道開設における土工量との対応性に議論の焦点を置いた。

5万分の1および2万5千分の1地形図によるDTMを解析した結果、山体の空間的配列・分布構造などの地表面の周期性あるいはRandom性は卓越波長、スペクトルの偏りにより明確にとらえられた。

これらの山岳地域では変動係数Cは一定値を示し、平均面に対する地表面の変動の偏差は

$$Y = -2.38 + 0.31X \quad (r^2 = 0.98)$$

で推定できた。Model 地域の基本地形は10次の等価合成計量 Model により十分に再現され、これは変動面の傾斜、斜面方位の変化過程を追跡することで証明された。

計量 Model からの残差平方和の標準偏差は Fourier 近似の収束性を示すもので、地表面の“粗さ”を示す1つの指標であると考えられ、このパラメータは変動面の傾斜に影響される。

基準面に対する相対的な計量 Model の標準偏差は等価の調和級数項に対して逆算べき乗的に変化し、90~98%の収束率を示した。

この計量 Model のオーダーは地形変動量の分解能とみなすことができる。

## I はじめに

我国の山岳地形は活発な断層運動と侵蝕作用の結果、複雑で急峻な谷に刻まれた起伏に富む変動曲面の集合体として特徴づけることができる。

森林あるいは林業を考える際、地形は常に第1義的自然立地条件として置かれるが、それは森林が多く山岳地に存することによるもので素材生産を目的とする林業が多く山地において展開されているからである。

地形に対する関心は林業における最も普遍的かつ基礎的なものであり、人間の活動と結びついた生産の“場”としての地形そのものを計量操作的に明確な方法で記述し、客観的に説明することは重要な課題である。

林業においても資源利用と環境保全の調和という問題は近年我々に課せられた大きな命題となっており、この命題にとりくむためには、まず広域にわたる“場”としての空間的広がりをも有する林地をその地形変動パターン、山体構造、開析程度等により計量系統的に把握し、これにより得られた地形情報から、そこに投下された諸技術（例えば伐出作業計画や林道網計画）の効果を評価し、これをベースに将来的あるいは地域間での相互利用等の事前評価の基礎資料とすることが必要となる。

土木工学においては地形要因を数量化して土木計画の合理化最適化を目的とした数多くの応用例をみることができし<sup>11-4)</sup>、伐出作業の場としての森林環境把握と作業体系の確立という観点から1964年の IUFRO 会議に端を発した種々の研究がなされている<sup>5)-17)</sup>。

我国では欧米にみられない特有の問題において、地形数量化に関する研究が発展することが可能であると考えられるし、その題材にも恵まれている。

## II 地形計量化へのアプローチ

山岳地形の複雑性からして<sup>18)</sup>、また中村<sup>19)</sup>、吉川<sup>20)</sup>等の指摘する様にその空間的広がりが大きいために、これらの特性を簡潔に系統的に理解することは難しい。

そのために従来から計量地理における地形図計測データの分析では、様々な地形要素の組成体である山地地形を共通する要素を個別にとらえて、ある分析単位内（単位円・標準 Mesh）の値として計測し、これらの平均値や偏差、変動率を求めて分布によって地質、気候、植生等との対応によりその特徴や地域的相違を帰納的に解析する数量化手法がとられてきた<sup>21)-26)</sup>。

林業の領域においても地形図に基づく場合この計量的手法がそのままの形で応用されてきたが<sup>27)-29)</sup>、これらのいわば定性的計量法では分析単位の大きさ、統計的に有意となる分析単位の標本数の規定には問題が残されるし、分析単位内における傾斜や谷密度の計測に際しては個人差、誤差が入りやすくその読みとりには多大な時間と労力を必要とする。

またこれらの統計処理に基づく地形の数量化はいわば離散分布的地形特性を記述しても山体の空間配列、分布構造などの立体的な相互の位置関係、変動面の周期性を捉えることはできない。

筆者等は地形形態の変動量・動態に関する特性を定量的に表現するために、山岳地域における標高の配列を定常確率過程とみなし、時系列データの解析法として用いられている相関関数・スペクトルの概念を1次元地形断面に応用し、不規則変動の中に埋れている周期性の検出、相対高度分布、傾斜角分布について検討してきた<sup>30)</sup>。

しかしながら1次元の地形変動量は Stationary な Distance-Series とは若干異なった統計的

性質を有し<sup>31),32)</sup>, 面的な地形に対して特定の走査方向を選んで解析するために同一地域でも異なった結果が認められることがあった。

そこでこの変動を2次元的に Anisotropic な関数としてとらえ2次元関数  $f(x, y)$  で表わし地形特性を定量化し<sup>33)</sup>, さらに数学的な計量 Model を組み立て, この Model から地形変動を絶対量として与えるパラメータを理論的に導くことを引き続き試みてきた<sup>34)</sup>。

本稿ではこの計量 Model と変動量パラメータの相互関係を Model 地域を設定して追跡するとともに, この様にして得られた地形情報が応用性と有効性・限界性という観点からいかなる予測機能を果すかについて考察してみた。

なお調和解析による地形特性の計量化については, 平野・横田<sup>35)</sup>等が電算機を用いた地形数値解析の問題として四国阿讃山地中央部の傾向面分析, 西南日本の地形に対する調和解析を例として報告しており,

福田<sup>36)</sup>は北海道中央部を対象として高度の並びからパワースペクトル密度を算定し, 卓越波長により山体配列や山ひだの規則性を引き出すことを試みている。

数値地形データ解析上の Hard および Soft-Ware という問題として, 諸外国でも多くの理論的<sup>37),38)</sup>あるいは応用的研究<sup>39)~47)</sup>が報告されてきている。

### III 数値地形データに基づく2次元関数 $f(x, y)$ の 自己相関関数およびスペクトルの算定

#### (1) 自己相関関数 $\phi(\tau, \eta)$ と Correlogram<sup>48)</sup>

Matrix の DTM (Digital Terrain Maps) の X-Y 座標系において  $f(x, y)$  の全変動量を  $T_f$  とすると,  $T_f$  は(1)式で示され X, Y は積分領域を与え数学的には無限大にとるべきものであるが, DTM の領域で有限的にあつかう。

$$T_f = \lim_{\substack{X \rightarrow \infty \\ Y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4XY} \int_{-Y}^Y \int_{-X}^X f(x, y) dx dy \quad \dots\dots(1)$$

$\phi(\tau, \eta)$  は充分広い空間について  $f(x, y)$  と  $f(x+\tau, y+\eta)$  の相乗積の平均値として与えられるので  $\phi(\tau, \eta)$  は(2)式で示される。

$x, y$  は DTM 上の直交座標で  $\tau, \eta$  はそれぞれ  $x, y$  方向の Distance Lag を示し  $f(x, y)$  の標本点間隔と等しい  $\Delta\tau, \Delta\eta$  おきの点で与えられ Matrix の座標系標本数  $N$  に対して

$\tau=0 \sim N/2+1, \eta=0 \sim N/2+1, \text{Lag}$  にして  $(N/2+1)\Delta\tau, (N/2+1)\Delta\eta$  とする。

$\tau=\eta=0$  の時(3)式の様  $\phi(0, 0)$  は  $f(x, y)$  の2乗平均すなわち平均パワーを表わす。

そこで(2)式を(3)式で割り  $\phi(\tau, \eta)$  を  $\phi(0, 0)$  に対して正規化すれば(4)式となり2次元の自己相関係数  $\rho(\tau, \eta)$  を得る。

この  $\rho(\tau, \eta)$  を  $\tau, \eta$  に対してプロットしたものが Correlogram でこのパターンにより地表面の周期性, Random 性が検出される。

ただし  $\tau, \eta$  は X-Y 座標系に(5)式の対応を示す。

$$\phi(\tau, \eta) = \lim_{\substack{X \rightarrow \infty \\ Y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4XY} \int_{-Y}^Y \int_{-X}^X f(x, y) f(x+\tau, y+\eta) dx dy \quad \dots\dots(2)$$

$$\phi(0, 0) = \lim_{\substack{X \rightarrow \infty \\ Y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4XY} \int_{-Y}^Y \int_{-X}^X f^2(x, y) dx dy \quad \dots\dots(3)$$

$$\rho(\tau, \eta) = \phi(\tau, \eta) / \phi(o, o) = \lim_{\substack{X \rightarrow \infty \\ Y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4XY} \left\{ \int_{-Y}^Y \int_{-X}^X f(x, y) f(x + \tau, y + \eta) dx dy / \int_{-Y}^Y \int_{-X}^X f^2(x, y) dx dy \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\rho(\tau, \eta) = \begin{cases} \tau > 0, \eta > 0 \text{ or } \tau < 0, \eta < 0 \\ \tau > 0, \eta < 0 \text{ or } \tau < 0, \eta > 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(5)$$

(2) 2重 Fourier 変換および逆変換<sup>(49)-52)</sup>

DTM の X-Y 座標系において  $f(x, y)$  は 2次元 Fourier 級数によって(6)式に展開でき(6)式の有限三角級数を(7)式で置換すると(8)式に変形できる。

$$f(x, y) = \sum_{m=0}^{t_1} \sum_{n=0}^{t_2} \alpha_{mn} \cos \frac{2m\pi x}{L} \cos \frac{2n\pi y}{L} + \sum_{m=0}^{t_1} \sum_{n=0}^{t_2} \beta_{mn} \cos \frac{2m\pi x}{L} \sin \frac{2n\pi y}{L} + \sum_{m=0}^{t_1} \sum_{n=0}^{t_2} \gamma_{mn} \sin \frac{2m\pi x}{L} \cos \frac{2n\pi y}{L} + \sum_{m=0}^{t_1} \sum_{n=0}^{t_2} \delta_{mn} \sin \frac{2m\pi x}{L} \sin \frac{2n\pi y}{L} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$C_m = \cos \frac{2m\pi x}{L} \quad C_n = \cos \frac{2n\pi y}{L} \quad S_m = \sin \frac{2m\pi x}{L} \quad S_n = \sin \frac{2n\pi y}{L} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$f(x, y) = \sum_{m=0}^{t_1} \sum_{n=0}^{t_2} (\alpha_{mn} C_m C_n + \beta_{mn} C_m S_n + \gamma_{mn} S_m C_n + \delta_{mn} S_m S_n) \quad \dots\dots\dots(8)$$

(6), (8)式の各 Fourier 係数は(9)式で与えられ,  $L$  は DTM の正方形領域で  $t_1 = t_2 = L/2 + 1$  の関係にある。

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} &= \frac{k}{L^2} \int_0^L \int_0^L f(x, y) \cos \frac{2m\pi x}{L} \cos \frac{2n\pi y}{L} dx dy \\ \beta_{mn} &= \frac{k}{L^2} \int_0^L \int_0^L f(x, y) \cos \frac{2m\pi x}{L} \sin \frac{2n\pi y}{L} dx dy \\ \gamma_{mn} &= \frac{k}{L^2} \int_0^L \int_0^L f(x, y) \sin \frac{2m\pi x}{L} \cos \frac{2n\pi y}{L} dx dy \\ \delta_{mn} &= \frac{k}{L^2} \int_0^L \int_0^L f(x, y) \sin \frac{2m\pi x}{L} \sin \frac{2n\pi y}{L} dx dy \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(9)$$

(9) 式の  $k$  は定数で(10)式として与えられスペクトル  $S_{mn}$  は(11)式で示される。

図-1 は X-Y 座標系の各成分波に従う 2重 Fourier 級数の Matrix 係数列の Diagram を示す。

$$k = \begin{pmatrix} 1: m=0, n=0 \\ 2: m=0, n \neq 0 \text{ or } m \neq 0, n=0 \\ 4: m \neq 0, n \neq 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$S_{mn}^2 = \alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2 + \gamma_{mn}^2 + \delta_{mn}^2 \quad \dots\dots\dots(11)$$

(3) 数値地形データ解析

地形図上の標高は Analog 量として定義されるが電算機入力ソースのためには座標原点からとった (X, Y, Z) 座標群として一定間隔のサンプリングによる Digital 量の集合として処理される。従ってこの A-D 変換の過程において若干の地形情報損失は避けられない。

ここでは京大芦生演習林縮尺 5 千分の 1 地形図から 17 林班の一部を Model 地域として選び,

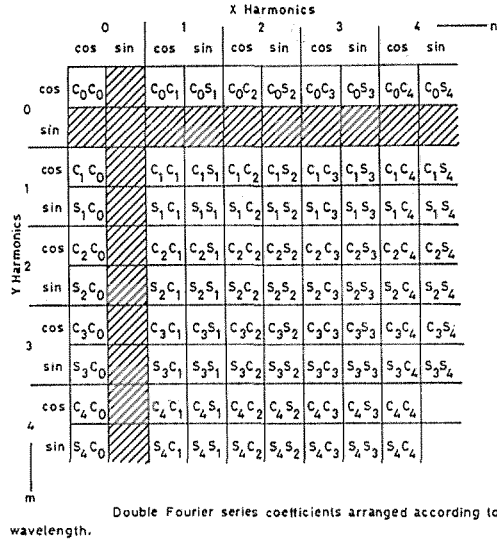


Fig. 1. Double Fourier series coefficients arranged according to fundamental wavelength. Shaded coefficients are equal to zero (after James, 1966). In the arrangement of coefficients shows in this figure, block 0 contains only one term, which products a horizontal plane at the value of its coefficient. Block 1 contains eight terms which represent the fundamental wavelength surface. Block 0 and 1 together represent the coefficients of the first harmonic trend-surface. Block 2 contains sixteen additional terms represent the second harmonic surface, having a wavelength equal to one-half of the fundamental wavelength. The complete second harmonic surface is composed of coefficient of block 0, 1, and 2. Each successive harmonic surface is constructed by adding the terms in the next block.

Mesh 法により格子間隔 2mm (実距離 : 10m), 60×60 の格子をかぶせ, 測地座標系で Altitude Matrix として DTM を作成した。

測地座標系は地形図の東西方向を  $x$ , 南北方向を  $y$  とした。

図-2 はこの DTM から  $X$ - $Y$  プロットにより自動作成した Contour Map (Contour: 5m), 図-3 は中心投影法により図化した Model 地域の地形 Block Diagram を示す。

Model 地域の地形は平均標高 674m で中央部に東西方向に走向する比較的単純な山塊が位置し, これを迂回する様由良川支流が南から北へ流れている。この谷をはさむ対岸には, 扇谷・ナエスギ谷・一ノ谷・間ノ谷・二ノ谷等の深い谷が発達している。

(2)~(4)式に従って算定した自己相関関数  $\phi(\tau, \eta)$  を Correlogram として示したのが図-4 で地形変動は南北方向に較べて東西方向に緩慢な変動があり (中央部の尾根の走向と一致), これは Correlogram の単調減少傾向の差としてあらわれ南北方向に Random 性の強い地表面となっている。

周期成分は認められないが地形変動の異方性が Correlogram のパターンから明確に認められる。

図-5 は (7)~(11) 式から算定した各成分波毎のスペクトル  $S_{mn}$  の Contour Map である。Correlogram にみられた東西方向の変動軸がこの方向へのパワーの Bias として示されている。

両座標系において短周期成分波のパワーの差が若干認められるが, パワーそのものの絶対量は小さく長周期成分波にパワーは集中していると考えてよい。

すなわちこのスペクトルパターンにより東西方向の軸に対して 7~8 次, 南北方向の軸に対し



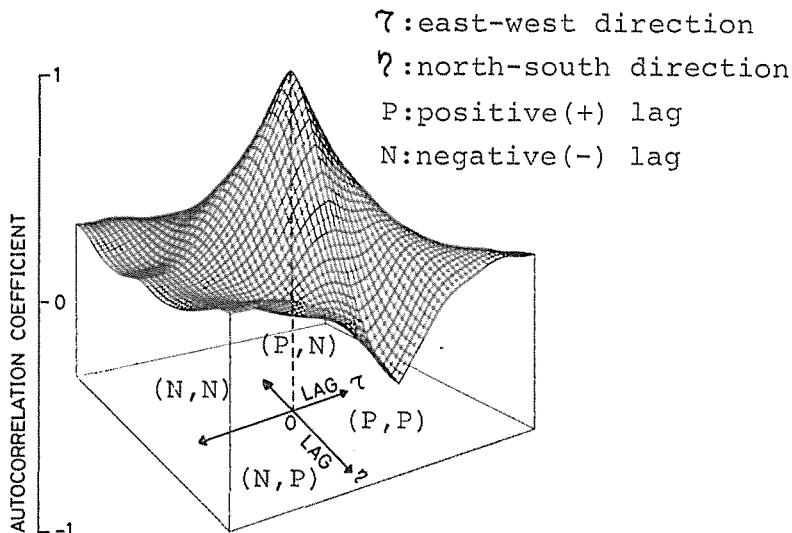


Fig. 4. Two-dimensional correlogram of model area produced at positive and negative distance lag by autocorrelation function concerning X and Y coordinate axes. Correlogram is symmetric around zero lag and shows the anisotropic pattern.

て4~5次までの成分波を合成することで、Model 地域の基本地形が再現しうる。

またこの時、全変動量  $S_T$  に対する各成分波のパワーの寄与率  $C_{mn}$  は(12)式で得られる。

$$S_T = \sum_{m=0}^{11} \sum_{n=0}^{12} S_{mn} \quad C_{mn} = S_{mn}/S_T \times 100(\%) \quad \dots\dots(12)$$

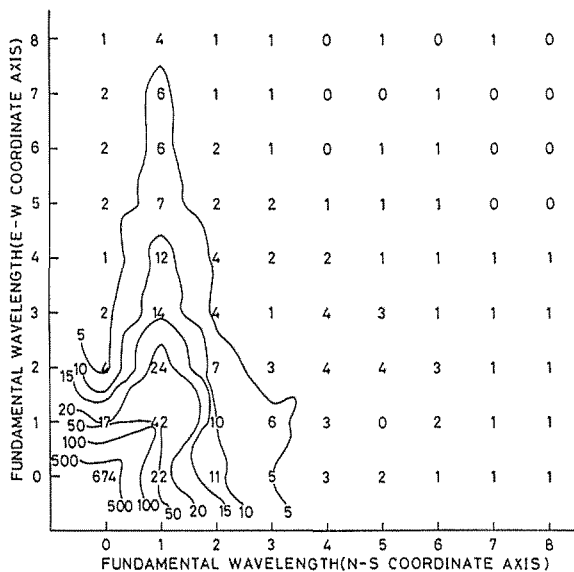


Fig. 5. Contour diagram of two-dimensional spectrum of interference ripple marks on DTM. Contour interval are 500m, 100m, 20m, 15m, 10m, and 5m. Note strong contribution by the equivalent 1st degree fundamental wavelength. The spectrum pattern shows remarkable bias along the east-west coordinate axis.

#### Ⅳ 地形計量 Model の組み立てと地形変動量パラメータとしての残差の平方和 $S_{tmn}$ および標準偏差 $\sigma_{tmn}$ の計量的意義

(9) 式の各係数を用いて Fourier 合成を行ない調和級数項 (成分波) 毎に Trend 面を再現し、この変動面を(13)式の  $\tilde{f}_{tmn}(x, y)$  として計量 Model を組み立てる。

$$\tilde{f}_{tmn}(x, y) = \sum_{m=0}^{tm} \sum_{n=0}^{tn} (\alpha_{mn} C_m C_n + \beta_{mn} C_m S_n + \gamma_{mn} S_m C_n + \delta_{mn} S_m S_n) \quad \dots\dots\dots(13)$$

ただし  $0 \leq tm \leq t1, 0 \leq tn \leq t2$

従って計量 Model としては  $m \times n$  通りの  $\tilde{f}_{tmn}(x, y)$  を考えうる。

調和級数項  $m, n$  が高次になれば DTM の原地形  $f(x, y)$  に対する  $\tilde{f}_{tmn}(x, y)$  の再現性は良くなり  $tm=t1, tn=t2$  で理論的には  $f(x, y) = \tilde{f}_{tmn}(x, y)$  となる。

そこである次数における合成地形  $\tilde{f}_{tmn}(x, y)$  を考えると、これは  $f(x, y)$  に対する近似面とみなすことができるので、(14)、(15)式で示した  $f(x, y)$  と  $\tilde{f}_{tmn}(x, y)$  との残差の平方和  $S_{tmn}$  あるいは標準偏差  $\sigma_{tmn}$  は原地形の Trend 面からの偏りを示す統計量として位置づけることができる。

この場合、調和級数項  $tm, tn$  より高次の成分波 (地形変動) が  $S_{tmn}$  あるいは  $\sigma_{tmn}$  の形で検出されることになり、調和級数項は抽出される地形変動量解析能のオーダーとなる。

$$S_{tmn} = \sum_{x=0}^L \sum_{y=0}^L [f(x, y) - \tilde{f}_{tmn}(x, y)]^2 \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\sigma_{tmn}^2 = S_{tmn} / L^2 \quad \dots\dots\dots(15)$$

##### (1) 5 万分の 1 および 2 万 5 千分の 1 地形図に対する解析事例

両縮尺の地形図から 5 箇所ずつの対象地域を選び格子間隔 5mm, 大きさ  $60 \times 60$  の DTM を作成し、その  $S_{tmn}, \sigma_{tmn}$  を算定し、地形指数 I(Terrain Index), 最大傾斜の平均値  $\theta$ , 変動係数 C(Coefficient of Variation) との対応について検討した。

表一にこの結果を 5 万分の 1 地形図の場合について示す。

地域間の  $\sigma_{tmn}$  の差は I,  $\theta$  の対応とまったく一致し C は川部地域を除きほぼ一定値を示した。

図一 6 は  $0 \times 0$  次合成 (平均面) の  $\sigma_{tmn}$  を 100 とした時の減少曲線を示しており 14~16 次合成で全変動のほぼ 80% を占め、最高次数の合成で 95% 程度に収束し、この傾向は 2 万 5 千分の 1 地形図を解析した結果とまったく一致した。

##### (2) 17 林班の Model 地域の解析事例

図一 7 は  $\sigma_{tmn}$  の減少曲線を示し、このパターンは逆算ベキ乗的に変化し 10 次の等価合成によりすでに原地形の変動量の 80% 以上を説明している。最高次数での収束率は 98% で前述の事例とほぼ等しくなっている。

ちなみに変動係数は  $C=5.4(\%)$  を示した。

計量 Model  $\tilde{f}_{tmn}(x, y)$  と  $f(x, y)$  の残差が変動面の部位で変化する過程を Block Diagram と残差の分布として図一 8 に示す。

尾根、谷および斜面変曲点付近で残差は大きく、変動の少ない斜面では小さくなっているが 10 次までの等価合成では顕著な差異は認められなくなる。

さらに Model 地域の地形傾斜と斜面方位についてみると、Trend の最急勾配  $R_i$  は(16)式で、最急勾配の方位  $\theta_i$  は東方位を基準として(17)式で与えられる。



Table 1. Standard deviation of residual extracted from harmonic ternd-surface for five different mountainous area (Yotsuya, Kanmuri-yama, Ryujin, kawabe and Satsunaigawa-joryu) from the 250m mesh (interval between grid points) of 60×60 altitude matrix by the 1 : 50,000 map.

Harmonic Number	Yotsuya	Kanmuri-yama	Ryujin	Kawabe	Satsunaigawa-joryu
0x0	117.28	240.51	175.66	108.56	301.03
2x2	90.39	152.17	123.53	55.80	221.70
4x4	75.16	113.02	97.01	45.96	163.89
6x6	62.80	94.14	79.98	35.06	123.81
8x8	54.38	76.34	68.79	30.31	107.20
10x10	47.31	64.37	59.36	26.94	89.66
12x12	42.73	55.46	53.01	24.21	75.27
14x14	38.90	49.00	46.75	22.13	65.43
16x16	34.68	43.95	41.85	20.18	57.47
18x18	31.02	38.19	37.28	18.35	50.07
20x20	27.28	33.86	33.24	16.56	44.39
22x22	24.07	29.32	28.97	14.70	38.02
24x24	20.07	25.25	24.41	12.73	31.81
26x26	16.13	20.02	19.40	10.20	25.10
28x28	11.04	12.84	12.80	6.74	16.43
29x29	7.07	7.75	7.10	4.13	9.55
30x30	7.07	7.76	7.57	4.14	9.71
C*	30.50	33.60	28.10	16.90	30.00
I**	71.60	79.34	76.10	43.60	105.40
θ***	12.74	18.18	16.17	6.51	26.69
Map scale 1:50,000	* Coefficient of variation ( % )				
	** Terrain index ( % )				
	*** Mean of maximum gradient on gridded DTM ( ° )				

DTM における測点  $f(x, y)$  に対して,  $R$  および  $\theta$  は(18), (19)式で求まる。

$$R_i = \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(16) \quad \theta_i = \arctan \left( \frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x} \right) \dots\dots\dots(17)$$

$$R = \arctan(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \dots\dots\dots(18) \quad \theta = \arctan(\beta/\alpha) \dots\dots\dots(19)$$

$\alpha = [f(x, y+1) - f(x, y-1)]/2D$      $\beta = [f(x+1, y) - f(x-1, y)]/2D$      $D$ : 格子間隔

DTM より算定した Model 地域の最大傾斜の平均値は  $R=28.42^\circ$  ( $\sigma_R=11.05^\circ$ ) で, 計量 Model からその変化の様子を調和級数項に対して比較したのが図-9である。

$R$  は一時的に DTM の値をオーバーするが次数を高めるに従って ( $m=n=20$ ) 近づくことがわかる。この過程を  $R$  については Contour Map (Contour:  $5^\circ$ ) で,  $\theta$  についてはスカラー量として矢印によって方位を自動図化して表現したものが図-10で, この結果からもすでに10次程度の等価合成により Model 地域の基本地形が再現され, この地域に限ってはその地形特性は等価10次合成の計量 Model  $f_{10m}(x, y)$  によって充分把握できることを証明している。

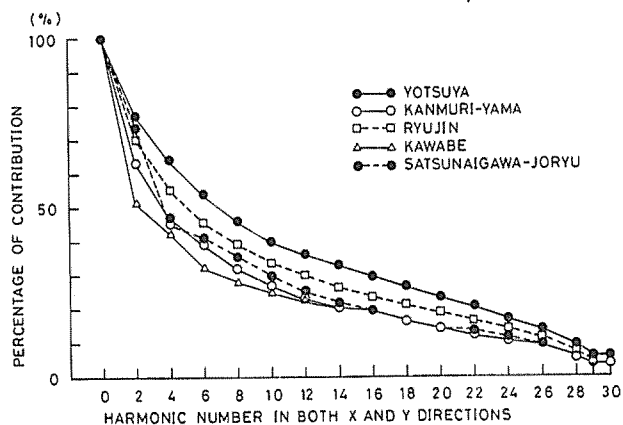


Fig. 6. Scatter diagram of the percentage of relative standard deviation of residual from harmonic trend-surface versus the successive terms of double Fourier synthesis of the equivalent harmonic degree. The plot shows that an increase in the term of harmonic degree is accompanied by a decrease in contribution ratio. Though non-linear but hypsometric relationship between both variables is perfectly regular within each harmonic degree.

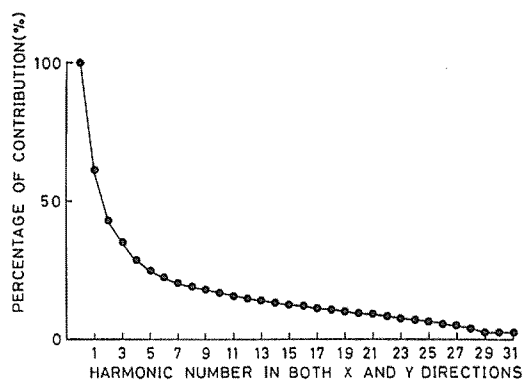
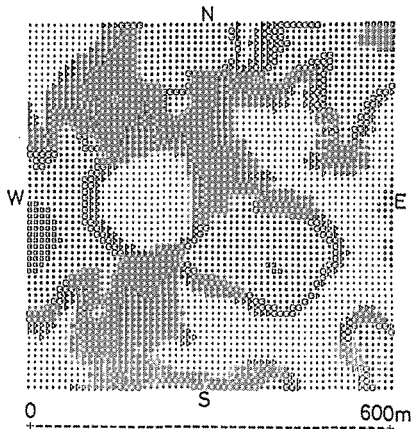
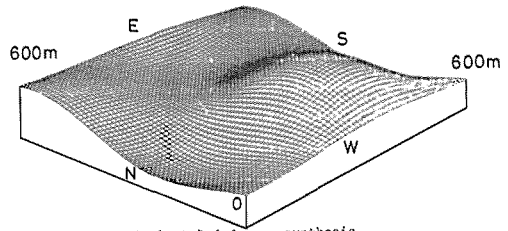


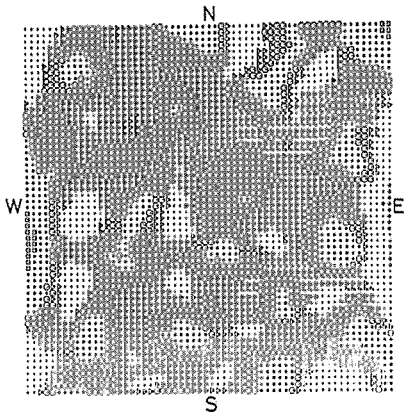
Fig. 7. Scatter diagram of the percentage of relative standard deviation of residual from harmonic trend-surface (goodness-of-fit) versus the terms of double Fourier synthesis of the equivalent harmonic degree from the 10m mesh of  $60 \times 60$  altitude matrix of model area. It also shows that the pattern of hypsometric curve is almost similar to that of Fig. 6. Even though the absolute variations of standard deviation change, the relative variations of standard deviation must be constant with an increase in equivalent harmonic degree. This is a manifestation of the double Fourier convergent. Theoretically the relative contribution ratio corresponding wavelength must total 100%, so an increase in the equivalent harmonic degree, must be counterbalanced by a decrease in the relative contribution ratio.



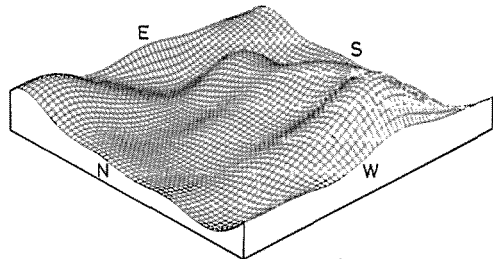
Equivalent 2nd degree synthesis  
( $m=0-2, n=0-2$ )



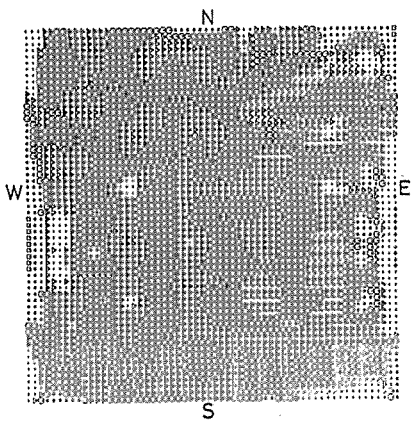
Equivalent 2nd degree synthesis  
( $m=0-2, n=0-2$ )



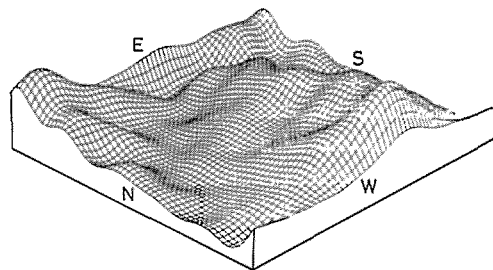
Equivalent 4th degree synthesis  
( $m=0-4, n=0-4$ )



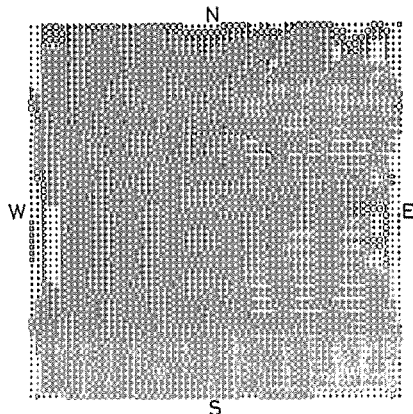
Equivalent 4th degree synthesis  
( $m=0-4, n=0-4$ )



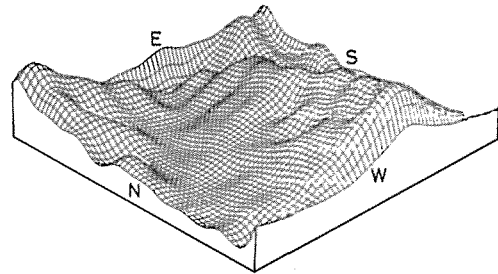
Equivalent 6th degree synthesis  
( $m=0-6, n=0-6$ )



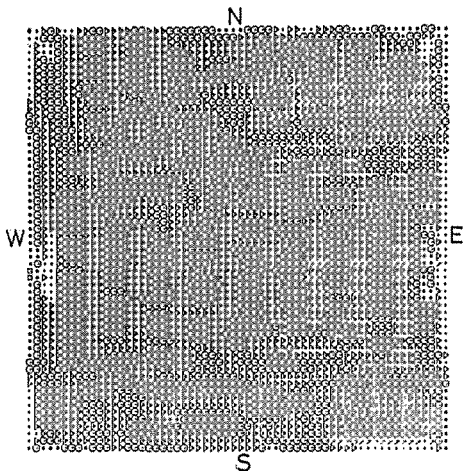
Equivalent 6th degree synthesis  
( $m=0-6, n=0-6$ )



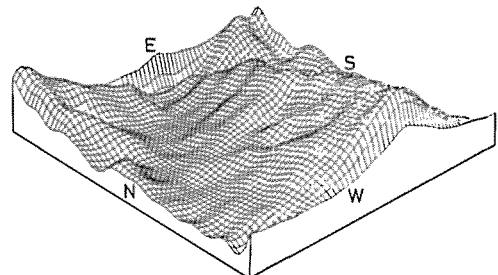
Equivalent 8th degree synthesis  
( $m=0-8, n=0-8$ )



Equivalent 8th degree synthesis  
( $m=0-8, n=0-8$ )



Equivalent 10th degree synthesis  
( $m=0-10, n=0-10$ )



Equivalent 10th degree synthesis  
( $m=0-10, n=0-10$ )

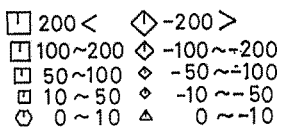


Fig. 8. Computer-drawn perspective terrain block diagram and scatter diagram of residual from harmonic trend-surface by reconstructions of dominant wave forms extracted from two-dimensional power spectrum of altitude matrix. From the information in the power spectrum, it can be recomputed the individual wave forms which are the major contributors to the ripple pattern. If we compare these pattern to the original contour map or terrain block diagram, we will note that the essential features of the original are recaptured by a very simple quantitative model using only 2 to 10 equivalent harmonics.

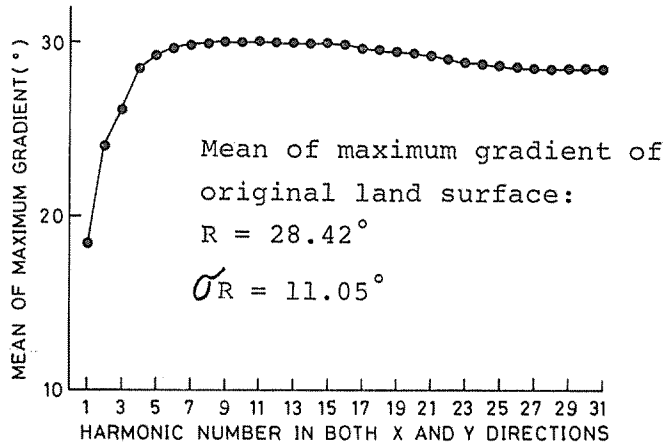


Fig. 9. Relationship between the equivalent harmonic degree and mean of maximum gradient of trend-surface. Each point is based on the estimated value from the harmonic quantitative model. The plot shows that mean of maximum gradient is not so variable according to the exchanges of the equivalent harmonic degree and also can be calculated by a very simple model.

## V 地形変動量パラメータ $\sigma_{tmn}$ の応用性

計量 Model により導かれる  $\sigma_{tmn}$  を林道周辺の地形変動量とみなして  $\sigma_{tmn}$  と林道開設の際の切取土工量との対応を検討した。

すなわち、林道開設の際の土工量は作設難易の1つの指標であり、画一的な設計施工法を前提に置くと、林道周辺の地形の影響をかなり受ける。そこで土工工種の内、切取土工量を実質的な要素とみなして「林道治山工事経過調書」に基づき、普通土石、軟岩、転石交土、岩石、硬岩に分類されていたものを総和し林道総延長で除した1m当りの切取土工量を説明因子とした。

資料は名古屋営林局管内4営林署管轄の既設林道40路線（開設年度昭和50～53年）を調査対象路線とした。調査路線はいずれも幅員3.6mで特殊構造物あるいは施工法をとるものは除外し、比較的標準的な設計施工に基づくものを選択した。

DTM は森林基本図縮尺5千分の1地形図に当該路線がほぼ中央に位置する様に、格子間隔5mm（実距離：25m）、大きさ20×20の格子をかぶせて作成した。

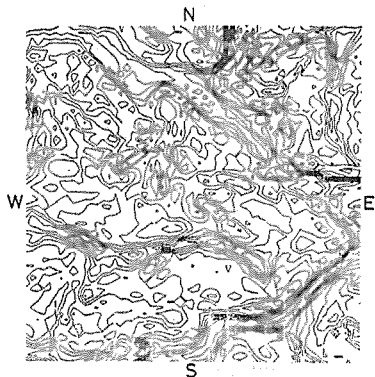
$\sigma_{tmn}$  は(14)、(15)式に従って座標系に対して等価の調和級数項毎に算定して、 $tm=tn=9$ の合成次数の  $\sigma_{tmn}$  を導入した。

### (1) $\sigma_{tmn}$ と林道周辺の地形について

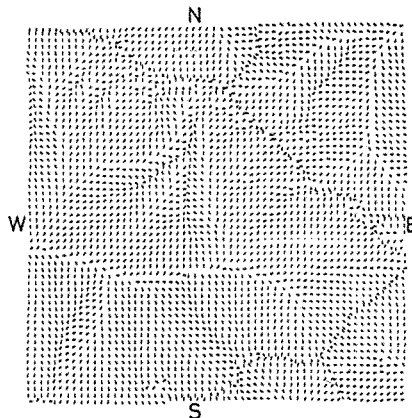
路線毎に算定した  $\sigma_{tmn}$  は  $\sigma_{tmn}^{max}=7.59 \sim \sigma_{tmn}^{min}=1.29$  と地域によって著しい違いがみられた。そこで  $\sigma_{tmn}$  の大きさによって3グループ（I： $\sigma_{tmn} \leq 3$ 、II： $3 < \sigma_{tmn} \leq 5$ 、III： $5 < \sigma_{tmn}$ ）に分類した。

$\sigma_{tmn}$  は比較的単純な沢沿の地域で小さく（Iグループ）、逆に傾斜の急な中復斜面を有する所では大きくなる（IIIグループ）。沢および斜面から成っている地域ではこの中間型をとっている（IIグループ）。

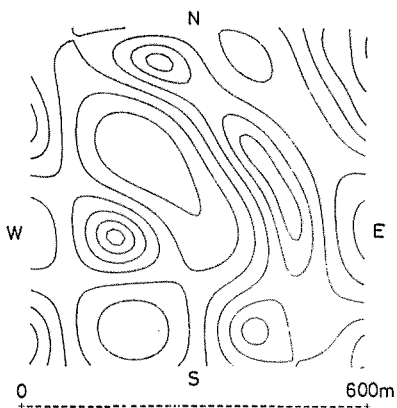
またこれらの地域の変動係数  $C$  についてみると  $C_{max}=12.6\%$ 、 $C_{min}=1.8\%$  で平均値  $\bar{C}=5.1\%$  となっていた。



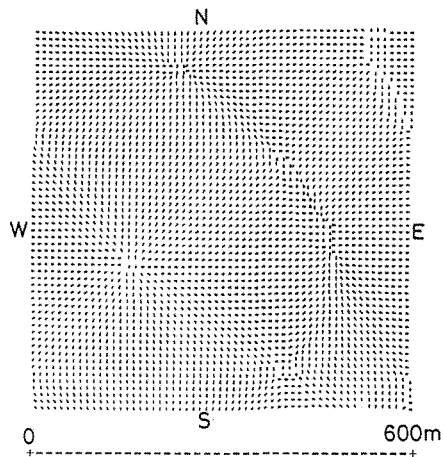
Real surface of D T M



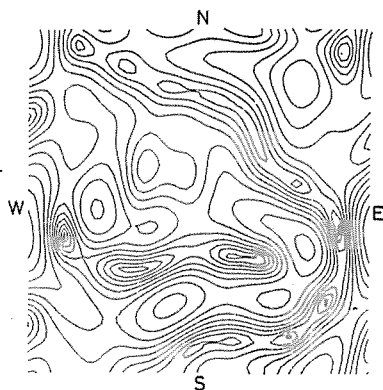
Real surface of D T M



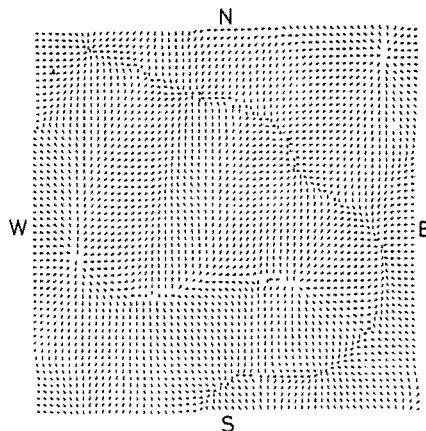
Equivalent 2nd degree synthesis  
( $m=0-2, n=0-2$ ) Contour: 5°



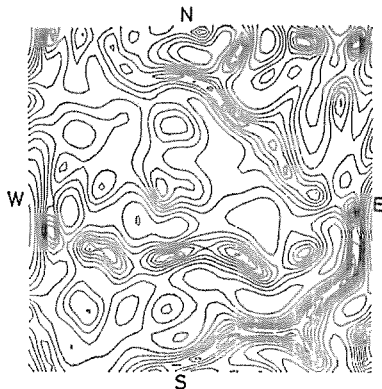
Equivalent 2nd degree synthesis  
( $m=0-2, n=0-2$ )



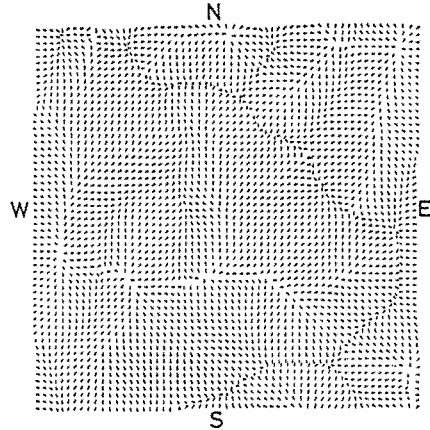
Equivalent 4th degree synthesis  
( $m=0-4, n=0-4$ )



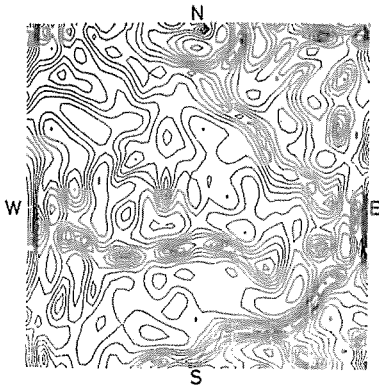
Equivalent 4th degree synthesis  
( $m=0-4, n=0-4$ )



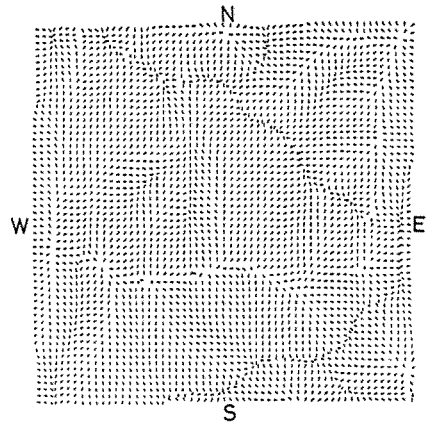
Equivalent 6th degree synthesis  
( $m=0-6, n=0-6$ )



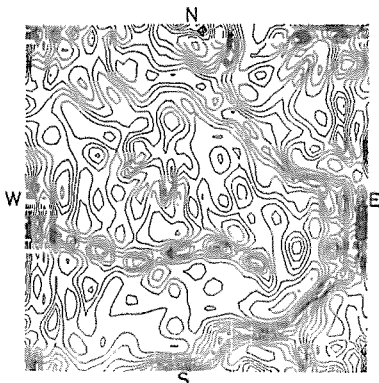
Equivalent 6th degree synthesis  
( $m=0-6, n=0-6$ )



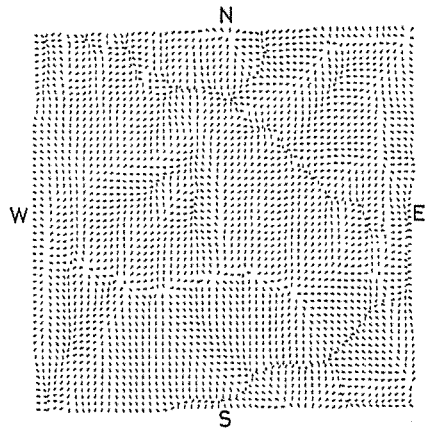
Equivalent 8th degree synthesis  
( $m=0-8, n=0-8$ )



Equivalent 8th degree synthesis  
( $m=0-8, n=0-8$ )



Equivalent 10th degree synthesis  
( $m=0-10, n=0-10$ )



Equivalent 10th degree synthesis  
( $m=0-10, n=0-10$ )

Fig. 10. Computer-drawn contour map of maximum gradient values by the arctangent ratio of differentiation and direction of maximum gradient slope plotted as the scalar quantity by reconstructions of dominant wave forms. Contour interval is  $5^\circ$ .

(2)  $\sigma_{tmin}$  と地形傾斜  $R$  について

(16)式で算定した  $R$  と  $\sigma_{tmin}$  の関係を図-11に示す。

$R$  については比較的低次合成の  $f_{tmin}(x, y)$  からでも十分な説明力を有することを示したが、図-12には  $tm=tn=1$  の時の  $\sigma_{tmin}$  と  $R$  の結果を示す。 $R$  は  $\sigma_{tmin}$  に対して対数的に変化し、いずれの場合でも同程度の説明力を持っている。

(3)  $\sigma_{tmin}$  と切取土工量について

図-13は  $\sigma_{tmin}$  と切取土工量の関係を示している。全体的に  $\sigma_{tmin}$  が大きくなる程土工量も多くなる傾向が認められる。そこで  $R$  と土工量の関係をみると図-14の様になり、さらに高い相関が得られた。

$\sigma_{tmin}$  あるいは  $R$  が林道周辺の面的地形情報であり、これに対して林道の切取土工量が狭い幅を持つ線的な地形情報に依存することを考慮するならば  $\sigma_{tmin}$ ,  $R$  の説明力としてはこの程度がほぼ限界であると考えられる。

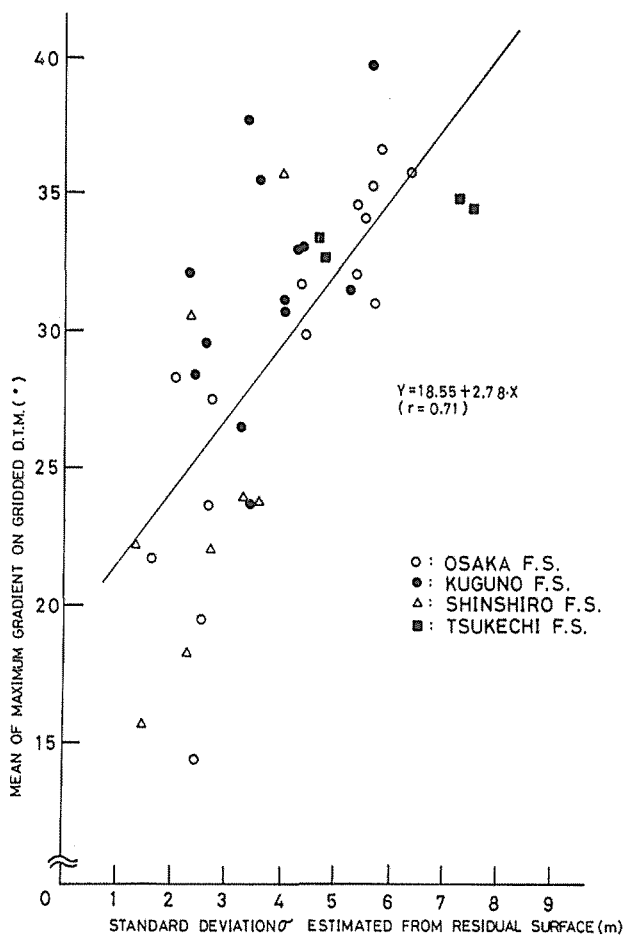


Fig. 11. Relationship between standard deviation of residual and mean of maximum gradient of trend-surface by the highest harmonic degree. Standard deviation increases much more rapidly over low mean gradients. Variability should be characterized as high or low in relation to the best-fit line.



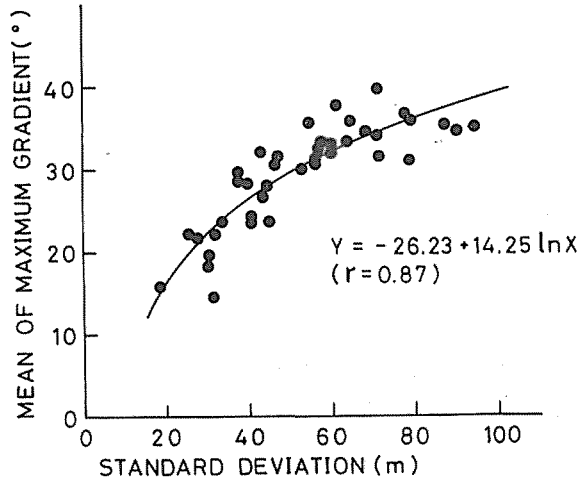


Fig. 12. Relationship between standard deviation of residual and mean of maximum gradient of trend-surface by the 2nd harmonics in both X and Y directions. The points define a curvilinear relationship, which is only coarsely approximated by the straightline comparison.

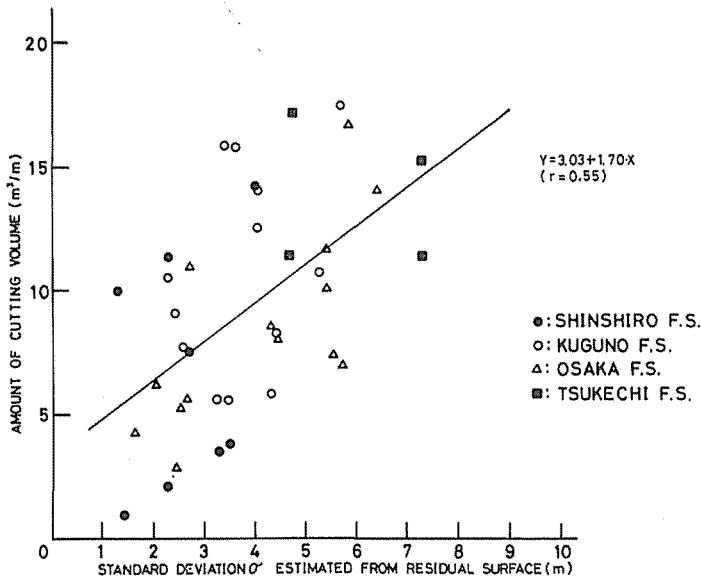


Fig. 13. Relationship between standard deviation of residual by the highest equivalent harmonic degree and the cutting volume ( $m^3/m$ ) of earth work of forest road construction. It is considerably inadequate to fit the linear or first-degree curve to the relationship.

また  $\sigma_{tmn}$  の調和級数項に対する減少曲線のパターンはいずれも逆算べき乗多項式の形で近似され、最高次数での  $\sigma_{tmn}$  の収束率は95~98%を示した。

## VI 結 語

DTM をベースデータとする自己相関・スペクトル解析による地形特性の記述および数学的な

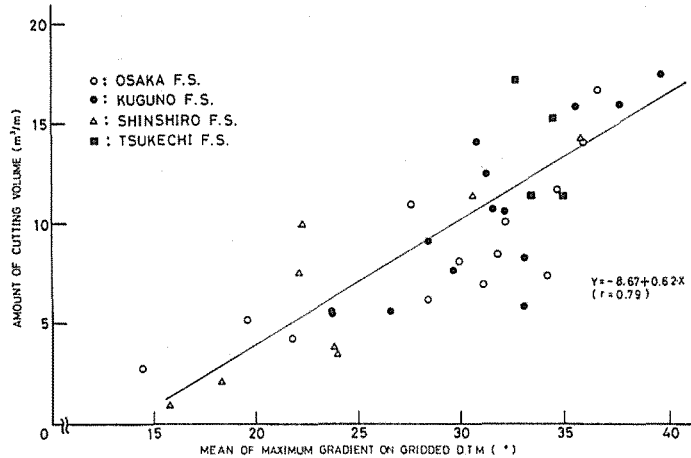


Fig. 14. Relationship between mean of maximum gradient of original surface and the cutting volume ( $\text{m}^3/\text{m}$ ) of earth work of forest road construction. Two variables are closely related and have a relatively high correlation.

計量 Model による地形の数量化手法は、データの計算処理量ならびに計算時間が莫大であるために大型の電算機を前提とせざるをえないが、従来の定性的な計量法で引き出しえない地形情報をも補足している点で地形特性を客観的かつ定量的に表わす1つの方法としては有効であると考えられる。

地形変動量パラメータとしての  $\sigma_{tmn}$  は概念的には Fourier 近似の収束性から導かれた指数で、この収束性は変動面の傾斜に影響されている。

Mesh 間隔は地形変動量抽出の際の分解能となるが地形図の表現精度に規定される。Digitizer 等の自動読み取り装置を利用しない場合は、5mm 程度が判読精度上1つの目安となると思われる。

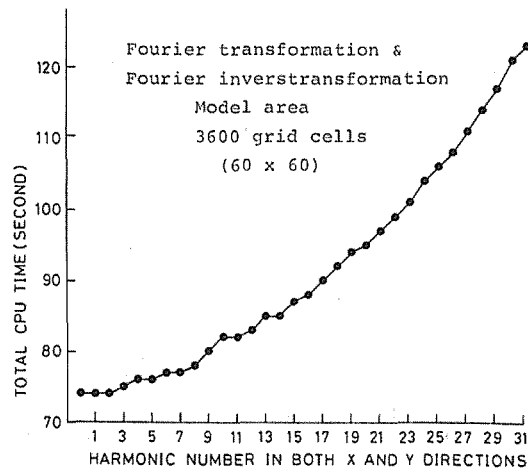


Fig. 15. Plot of total CPU (Central Processing Unit) time versus the term of both double Fourier transformation and inverstransformation by the equivalent harmonic degree, from the  $60 \times 60$  altitude matrix. The higher an equivalent harmonic degree becomes, the more a total CPU time increases remarkably.

対象地域および Mesh 間隔によってデータ数は決定されるが、この場合データ数の増加によって計算処理時間が著しく大きくなるので、FFT 処理等により計算負荷を軽減する必要がある。

どの程度の変動量を取りあげるかは合成する調和級数項のオーダーに依存するが、比較的単純な地形では低次の計量 Model によっても十分にその特性を説明することが可能であり、またこの場合においては調和級数項の増加にともなう計算負荷の増大を抑制することができる。

ちなみに調和級数項と CPU 時間の関係を図-15で示す。

最高次数での  $\sigma_{min}$  の収束性は地形図の縮尺、DTM の大きさに関係なく90~98%を示すが、この場合誤差の問題を考慮しておかねばならない。

本稿では、地形計量 Model を組み立てこれにより導かれた変動パラメータの意義について Model 地域を用いて解析したが、これはいわば電算機を導入した数値地形データ利用の Hard および Soft-Ware とみなすことができる。

この様な意味において、利用面の上でこの計量的手法がいかなる意義あるいは有効性と限界性を持つかを今後体系づけて研究していく必要がある。

最後になりましたが、本研究遂行にあたり深い御理解と援助を頂いた当研究室の藤井禎雄助教授、鳥取大学神崎康一教授ならびに調査資料の入手に種々の便宜を賜った三重大学飛岡次郎助教授に厚く御礼申し上げます。

なお、これらの計算処理は京大大型計算機センター FACOM M-200システム、図化処理は、ON-LINE および OFF-LINE X-Y PLOTTER CALCOMP 960+PF-U100, 925/1036 によった。

## 引用文献

- 1) 丸安・村井：シミュレーションモデルを用いたアースデザインに関する研究，生産研究，第1報 Vol. 23, No. 4, 第2報 Vol. 23, No. 3 (1972)
- 2) 村井・大林他：メッシュ法による土工量計算の精度に関する研究，写真測量，Vol. 12, No. 1 (1973)
- 3) 丸安・村井：土木設計システムにおける地形情報処理，土木学会誌，Vol. 55, No. 10 (1970)
- 4) B. HALLMEN: Digital Terrain Models, Society of Photogrammetry, (1968)
- 5) S. SZELESS: Die Einflüsse (Auswirkungen) des Terrains auf die Holzernte, Proc. of Meeting of the Sec. 32, IUFRO (1964)
- 6) H. PUTKISTO: Principles of Terrain Classification for Logging, Proc. of Meeting of the Sec. 32, IUFRO (1964)
- 7) L. KAJE: A mathematical discription of altitude variations in terrain and its significance, Proc. of Meeting of the Sec. 32, IUFRO (1964)
- 8) R. STRØMNES: Terrain classification in a forest district, Proc. of Meeting of the Sec. 32, IUFRO (1964)
- 9) T. VIK: Classification of Terrain by the Norwegian Forest Survey, Proc. of Meeting of the Sec. 32, IUFRO (1964)
- 10) H. STEINLIN: Der Einfluss des Geländes auf die Holzernte, Proc. of Meeting of the Sec. 32, IUFRO (1964)
- 11) 堀・菊地：集運材地域の平均傾斜判定法，日林誌，47, 337~341 (1965)
- 12) 堀：路網計画のための図上地形判定法について，日林誌，47, 168~170 (1965)
- 13) 堀：集運材地形の平均傾斜判定法(II)，日林誌，50, 231~237 (1968)
- 14) 藤原：林道周辺の地形の平均傾斜と林道路線のう回率について，日林北海道支講(17) (1968)
- 15) 藤原：地形と林道の建設費の関係(I)，日林北海道支講(18) (1969)
- 16) R. HAARLAA and R. ASSERSTÅHL: The Inter-Nordic Forest Terrain Classification Project in 1969~1972, ACTA FORESTALIA FENNICA (1972)
- 17) T. ERIKSSON, G. NILSSON and G. SKRÅMO: The Inter-Nordic Project of Terrain and Machines 1972~1975, ACTA FORESTALIA FENNICA (1975)
- 18) A. N. STRAHLER: Quantitative slope analysis, Bull. of the Geological Society of America, Vol.

- 67, 571~596 (1956)
- 19) 中村 : 山地の地形, 朝倉書店, 205~218 (1969)
  - 20) 吉川他 : 新日本地形論, 東大出版会, 415 (1973)
  - 21) 藁谷 : 複合メッシュを用いた山地地形の表現, 地図, Vol. 19, No. 1 (1981)
  - 22) 木立 : 林業技術者のための地形, 日林技術協会, 105~118 (1973)
  - 23) 渡辺 : 地形学, 古今書院, 78~106 (1978)
  - 24) 三野 : 地形入門, 古今書院, 130~189 (1976)
  - 25) 中野・吉川 : 地形調査法, 古今書院 (1962)
  - 26) 北田 : 地形図に関する作業, 古今書院 (1951)
  - 27) 竹下 : 山地の地形形成とその林業的意義, 福岡県林誌時報, 第17号 (1964)
  - 28) 林 : 山地における斜面傾斜の度数分布と山地地形について, 日林誌, 58, (8), 291~300 (1976)
  - 29) 上飯坂 : 森林利用学序説, 地球社, 53~64 (1975)
  - 30) 芝・佐々木 : 地形解析に対するスペクトル概念の応用(Ⅰ)~(Ⅵ), 日林講 (1977~1980)
  - 31) R. GREEN : The spectrum of a set of measurement along a profile, Engineering Geology 2 (3), 163~168 (1967)
  - 32) W. RAASCH : Photometric measurement of terrain roughness, Journal of Terramechanics, Vol. 16, No. 2 (1979)
  - 33) 内田他 : 田面標高分布の周波数特性に関する一考察, 農業土木学会講演要旨 (1981)
  - 34) 芝・佐々木他 : 地形解析に対するスペクトル概念の応用(Ⅶ)~(Ⅸ), 日林講 (1980~1981)
  - 35) 平野・横田 : 地理評, 48, 648~650 (1975), 地理評, 49-7, 440~454 (1976)
  - 36) 福田 : 地理評, 48, 647~648 (1975)
  - 37) R. J. CHORLEY : Spatial Analysis in Geomorphology, METHUEN & CO LTD (1972)
  - 38) F. P. AGTERBERG : Geomathematics, Elsevier Scientific Publishing Company (1974)
  - 39) R. NEWTON : A statistical prediction techniques for deriving contour maps from geophysical data, Mathematical Geology, Vol. 5, No. 2, (1973)
  - 40) K. YAMAMOTO and NISHIWAKI : FORTRAN Program of Preparing Contour Maps for Geologic Use, Series of Geol. & Mineral, Vol. XLI, No. 1, 35~48 (1975)
  - 41) I. S. EVANS : General Geomorphometry derivations of altitude and descriptive statistics, General Geomorphometry (1968)
  - 42) I. K. CRAIN : Computer interpolation and contouring of two-dimensional data, Geoexploration, 8, 71~86 (1970)
  - 43) W. H. K. LEE and W. H. KAULA : A spherical harmonic analysis of the earth's topography, Journal of Geophysical Research, Vol. 72, No. 2 (1967)
  - 44) B. K. BHATTACHARYYA : Two-dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpolation, Geophysics 30 (5), 849-59 (1965)
  - 45) C. A. CHAPMAN : A new quantitative method of topographic analysis, American Journal of Science 250, 428~452 (1952)
  - 46) D. S. CONNELLY : The coding and storage of terrain height data, An introduction to Numerical Cartography (1968)
  - 47) A. J. W. GERRARD and D. A. ROBINSON : Variability in slope measurements, Transactions of the Institute of British Geographers, 45~54 (1971)
  - 48) 磯部 : 相関およびスペクトル, 東大出版会, 271~310 (1978)
  - 49) J. C. DAVIS : Statistics and data analysis in Geology, 170~374, JOHN WILEY & SONS, INC (1973)
  - 50) W. R. JAMES : FORTRAN IV program using double Fourier Series for surface fitting of irregularly spaced data, Kansas Geol. Survey Sp. Dist. Publ. (1966)
  - 51) W. R. JAMES : The Fourier series in map analysis, Tech. Report, No. 1 (1966)
  - 52) W. C. Krumbein : A comparison of polynomial and Fourier models in map analysis, Tech. Report, No. 2 (1966)

### Résumé

Methodological establishment, based on the mathematical conception, of the quantification of spatial landform variation in mountainous regions is an important problem in constructing the prospective logging plan and forest road network plans.

The quantitative description of landform by means of theoretical models and/or parameters is taken as a starting point for this procedure.

As examples of DTM data, by 3600 grid-cells for three kinds of topographical map of different scale (1 : 5, 000, 1 : 25, 000 1 : 50, 000), processing by computers, the cases of two-dimensional autocorrelation analysis and spectral analysis are present.

Purpose of this article is to discuss the efficiency and the limitation of the quantitative technique as a new method for estimating landform variation in mountainous regions.

Main points of arguments addressed in this are as follows ;

1) Pattern identification of anisotropic landform by autocorrelation function (correlogram) and implication of estimated spectral bias within a distribution as spatial surface variation.

2) Quantitative terrain models produced by double Fourier inverstransformation.

3) Statistical significance of standard deviation of extracted residual from harmonic trend-surface (quantitative terrain model) as the parameter of terrain roughness and convergence of double Fourier approximation.

4) Application of the parameter to the cutting volume calculation of earth work in the forest road construction.

It was suggested that for assessing the intricate landform variation and for recognizing the extracted spatial structure of relief concerning periodic or random range, a dominant wavelength or spectral distribution seemed to be valid and useful.

Standard deviation of surface variation is closely related to the mean altitude of area and it could be approximated by the equation  $Y = -2.38 + 0.31X$  ( $r^2 = 0.98$ ), where  $X$  is the mean altitude and  $Y$  is the standard deviation. Also the coefficient of variation ranged from about 25 to 30 percent.

A fundamental landform of the model area could be almost reappeared by the Fourier synthesis of the 10th equivalent harmonic order.

The development of these quantitative models provided a parameter in order to estimate terrain roughness. That is, the standard deviation of residual obtained from trend-surface might be indicated the convergence of double Fourier approximation (goodness-of-fit) to fit the real surface of DTM.

Relative value of standard deviation decreased steadily as the harmonic degree increased until the terminal convergent contribution ratio became about 90 to 98 percent.

This result shows that the raw spectrum is only an estimate of the contribution to the variance by the harmonics, and like all the sample estimates these may deviate markedly from the true population spectrum. The raw spectrum becomes more stable and a better estimate of the population spectrum as the sample size tends toward infinity, but we cannot continue sampling indefinitely and must end the analysis at some point. Our estimate of the sample spectrum can be improved by smoothing, because adjacent harmonic tend to be similar and an averaging process forces them to converge on a common.