

# 帯鋸の振動特性に関する一考察

— 振動モードと振幅 —

藤井 義久・松下 隆一・野口 昌巳

An Experiment on Characteristics of Band Saw Vibration

—Vibration Mode and Amplitude—

Yoshihisa FUJII, Ryuichi MATSUSHITA and Masami NOGUCHI

## 要 旨

800 mm小割用帯鋸盤を用い、腰入れ・背盛り量の異なる帯鋸（厚さ 0.82 mm，幅 102 mm）について、静止時、自由部分中央の衝撃的加振による振動の過渡応答を鋸の前後縁で測定し、振動モード、固有振動数、振幅などを調べ、これらにおよぼす鋸種、鋸断面の引張応力分布の影響を検討した。その結果、過渡応答は主に1次の曲げ、ねじりの減衰振動からなり、理論モデルのインパルス応答と定性的に一致した。振動成分中ねじり振幅よりも大きかったたわみ振幅は、緊張力の低下とともに増加するのみならず、鋸車の傾斜による引張応力の鋸幅方向の減少に応じて増大し、この変化には鋸種による差は殆どないこと、ねじり振幅は緊張力の影響は受けるが引張応力分布の影響は受けないことがわかった。空転時の振動は主に衝撃時に観察された振動成分からなり、振幅の鋸幅方向の変化も衝撃時のそれに対応した。

## 1. 緒 言

帯鋸や丸鋸の振動問題についてはその基礎的解析を中心にこれまでに多くの研究がなされてきた<sup>1)~5)</sup>。特に丸鋸ではその振動特性をふまえて回転中に検出された振幅に応じて電磁力を利用して振動を制御する試みも見られる<sup>6,7)</sup>。一方帯鋸については動的安定性の観点からおもに固有振動数の理論的、解析的検討と振動数におよぼす引張応力や腰入れの影響に関する研究<sup>3)~5)</sup>がなされているが、振動制御の際に把握しておくべき振動モードや振幅特性に関する基礎的知見は乏しい。

本研究ではこれらの振動特性を把握するため、振動系としての鋸とその応答特性を解析的に検討した後、静止時の鋸を衝撃的に加振した時の振動応答から、振動モード、固有振動数、振幅を求め、これらにおよぼす引張応力や腰入れ、背盛り処理の影響を調べた。さらに空転時の振動についても若干検討を加えた。

## 2. 帯鋸振動のモデル

緊張時において上下鋸車軸間の帯鋸の自由動分は分布引張応力下の薄板とみなせ、その横方向

(鋸身面に垂直方向)の振動特性については既に多くの解析的研究が見られる<sup>3)~5)</sup>。本節では鋸振動の制御系において振動検出点および制御要素の作用点が鋸自由部分中央の2点にあるとしそこにおいて鋸を図1に示すように、質量 $M$ でその前後縁でばね定数 $k_1, k_2$ のばねおよび減衰係数 $b_1, b_2$ の減衰器で支持されるはりとみなし、その曲げ(たわみ)およびねじりの連成振動について検討する。

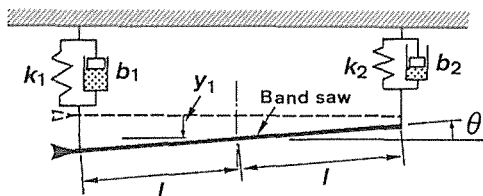


Fig. 1 Schema of band saw vibration.

つりあいの位置からの曲げ振動の変位を $y_1$ 、ねじれ角を $\theta$ 、慣性モーメントを $I_G$ とすると曲げおよびねじりの自由振動の方程式は

$$M \frac{d^2 y_1}{dt^2} + (b_1 + b_2) \frac{dy_1}{dt} + (k_1 + k_2) y_1 + l(k_1 - k_2) \theta = 0 \quad (1)$$

$$I_G \frac{d^2 \theta}{dt^2} + l^2(b_1 + b_2) \frac{d\theta}{dt} + l^2(k_1 + k_2) \theta + l(k_1 - k_2) y_1 = 0 \quad (2)$$

曲げ振動の方程式(1)にはねじれ変形量 $\theta$ による反力の項が、ねじれの式(2)にはたわみ $y_1$ による反力の項が含まれ、両式はいわゆる連成振動の方程式を形成している<sup>6)</sup>。

鋸前後縁側でのねじり振幅 $y_2$ は $\theta$ が小さい場合に $y_2 = l\theta$ はで与えられ、 $M' = I_G/l^2$ 、 $B = b_1 + b_2$ 、 $K = k_1 + k_2$ 、 $K' = k_2 - k_1$ とすると(1)、(2)式は

$$M \frac{d^2 y_1}{dt^2} + B \frac{dy_1}{dt} + K y_1 - K' y_2 = 0 \quad (3)$$

$$M' \frac{d^2 y_2}{dt^2} + B \frac{dy_2}{dt} + K y_2 - K' y_1 = 0 \quad (4)$$

となる。ここで $K'$ は静的連成定数と呼ばれ、 $k_1$ と $k_2$ との差が小さい時には $K$ に比べ微量となる。歯先での振幅 $y$ は $y = y_1 + y_2$ となりその運動方程式は(3)、(4)式の和の形となる。あらたに $K - K'$ を $K$ とおけば、系に加振力あるいは制御力として外力 $x(t)$ が作用した場合の強制振動の方程式は

$$M \frac{d^2 y_1}{dt^2} + B \frac{dy_1}{dt} + K y_1 + M' \frac{d^2 y_2}{dt^2} + B \frac{dy_2}{dt} + K y_2 = x(t) \quad (5)$$

となる。

系の振動特性を表わす伝達関数 $G(s)$ ( $s$ は複素数)は(5)式の前3項の曲げ振動に対する伝達関数 $G_F(s)$ と、後3項のねじり振動のそれ $G_T(s)$ の和によって表わされ<sup>9)</sup>、各振動のモードを考慮すれば、

$$\begin{aligned} G(s) &= G_F(s) + G_T(s) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} G_{Fi}(s) + \sum_{i=1}^{\infty} G_{Ti}(s) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_{Fi}(s)}{X(s)} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_{Ti}(s)}{X(s)} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ここで $X(s)$ は外力 $x(t)$ のラプラス変換を、 $Y_{Fi}(s)$ 、 $Y_{Ti}(s)$ は各々 $i$ 次のモードの曲げまたはねじれ変位 $y_{Fi}(t)$ 、 $y_{Ti}(t)$ のラプラス変換を表わす。単純化のために1次の振動モードのみに注目すれば(5)式の伝達関数 $G(s)$ は両辺のラプラス変換から

$$\begin{aligned}
 G(s) &= G_{f1}(s) + G_{t1}(s) \\
 &= \frac{1}{Ms^2 + Bs + K} + \frac{1}{M's^2 + Bs + K} \\
 &= \frac{\omega_{f1}^2/K}{s^2 + 2\zeta\omega_{f1}s + \omega_{f1}^2} + \frac{\omega_{t1}^2/K}{s^2 + 2\zeta'\omega_{t1}s + \omega_{t1}^2} \quad (7)
 \end{aligned}$$

となる。ここで  $B/M = 2\zeta\omega_{f1}$ ,  $K/M = \omega_{f1}^2$ ,  $B/M' = 2\zeta'\omega_{t1}$ ,  $K/M' = \omega_{t1}^2$  とし,  $\omega_{f1}$ ,  $\omega_{t1}$  は各々帯鋸自由部分の曲げおよびねじりの1次の固有振動数,  $\zeta$  は減衰比を表わす。(5), (7)式から鋸振動系は加振力と応答の間に2回微分方程式が成り立ついわゆる2次遅れ要素と見なせることがわかる。

伝達関数  $G(s)$  が判明していれば加振力  $x(t)$  により生じる振動応答は  $G(s) = Y(s)/X(s)$  を変形し, 逆ラプラス変換を用いて

$$y(t) = L^{-1}[G(s)X(s)] \quad (8)$$

によって求められる。さらに  $x(t) = \delta(t)$  として加振力に単位インパルス関数 ( $\delta$  関数) を用いればそのラプラス変換  $X(s)$  が1になることから, (8)式は

$$y(t) = L^{-1}[G(s)] \quad (9)$$

となる。これを(7)式に適用すれば

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \frac{\omega_{f1}}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_{f1}t} \sin(\omega_{f1}\sqrt{1-\zeta^2}t) \\
 &\quad + \frac{\omega_{t1}}{\sqrt{1-\zeta'^2}} e^{-\zeta'\omega_{t1}t} \sin(\omega_{t1}\sqrt{1-\zeta'^2}t) \quad (10)
 \end{aligned}$$

が得られる。すなわち, 帯鋸を衝撃的に加振した場合には振動数  $\omega_{f1}$ ,  $\omega_{t1}$  の曲げおよびねじり振動が重畳した振動応答が観察され, さらに減衰比  $\zeta$  が  $0 < \zeta < 1$  の場合にはその振動は  $y = e^{-\zeta\omega_{f1}t}$  および  $y = e^{-\zeta'\omega_{t1}t}$  に従って振幅が小さくなる減衰振動となると考えられる。

### 3. 実験

#### 3.1. 帯鋸

実験には合金工具鋼 (SKS 5) 製, 厚さ 0.82 mm, 鋸幅 102 mm (鋸身幅 94 mm) の帯鋸 10 本を用いた。図 2 に各鋸の腰入れおよび背盛り量の関係を各々腰入れ半径, 背盛り半径の逆数で表わした。図中の記号 L はロール掛けによる腰入れや背盛り処理のない水平仕上げのみの鋸, B は背盛りのみ, T は腰入れのみ, F は腰入れ・背盛りを施した通常使用される仕様の鋸を表わす。

#### 3.2. 帯鋸の加振および振動測定方法

帯鋸を衝撃的に加振する方法にはインパルス

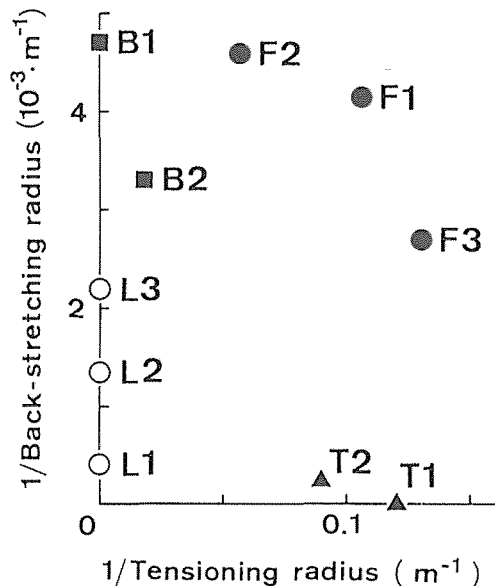


Fig. 2 Tensioning and back stretching of the band saws used.

Notes: thickness of band saw 0.82 mm, width 102 mm, L, T, B and F denote the band saw leveled only, tensioned, back stretched and both tensioned and backstretched, respectively.

ハンマを用いる方法などがあるが<sup>10)~12)</sup>、本研究では簡便的に振子式おもりを用いた。図3に示すように800 mm小割用帯鋸盤に掛けた鋸を、緊張力および鋸車からの鋸の出を所定の値に設定し空転、自然停止後、自由部分の中央において、回転半径300 mm、振り上げ角 $20^\circ$ の高さから振り下した鉄製のおもり(質量0.5 kg)によって打撃し加振した。別途行った実験によってこの打撃方法により鋸には約10 msの間に最大約2.4 kgfまで増加するほぼ正弦半波状の荷重が作用することがわかっている。なお打撃に際し鋸の溶接部分は打撃する側の反対の自由部分にくるようにした。振動の検出には2台の渦電流式変位変換器(応答周波数50 kHz)を用い、鋸に対して打撃点の反対側で歯底および後縁から14 mm内側での振動を測定した。解析には2チャンネルFFTアナライザ(小野測器CF-500)を用いた。

本研究では鋸の振動特性におよぼす鋸断面の引張応力分布の影響についても検討したが、この分布は鋸幅方向の7カ所でひずみゲージを用いて測定した引張応力から求めた<sup>13)</sup>。さらに鋸を24.5 m/sで空転させた時の振動を自由部分の長さおよび幅方向の5カ所にわたって測定した。

#### 4. 結果と考察

図4に打撃時における鋸前縁側での振動の過渡応答の一例と前、後縁側でのパワースペクトル(32回打撃のリニア平均)を示す。振幅の時間変化から衝撃的な加振によって鋸はわずかに減衰を伴った単振動挙動を示すことがわかる。しかしその減衰は単調ではなく、振幅は一定の周期的な増減を繰り返しながら減衰している。これはパワースペクトルにも見られるように検出された波形におもに2種類の振動成分(41.8 Hzと52.5 Hz)が含まれており、これらの成分のうなりが生じているためである。各成分の振動モードはFFTアナライザの解析機能を使用し、前側での波形を入力、後ろ側を出力と考えたときの伝達関数の位相角から求めることができる。すなわち41.8 Hzの振動は前側と後ろ側との振幅変化の位相角がほぼ $0^\circ$ すなわち同相であることから曲げ振動、52.8 Hzでは位相角がほぼ $180^\circ$ すなわち逆相であることからねじり振動と推定できる。さらに金内らの式<sup>14)</sup>によって計算した曲げおよびねじりの固有振動数値との比較からこれらの成分は1次の振動であることがわかった。パワースペクトルには2次以上のピークも見られるが、その大きさは今回測定したいずれの条件でも1次のそれに比べ20 dB以上低かった。特に偶数次の成分については加振点および振動測定点が概ね振動の節に当たるためそれらの振幅は非

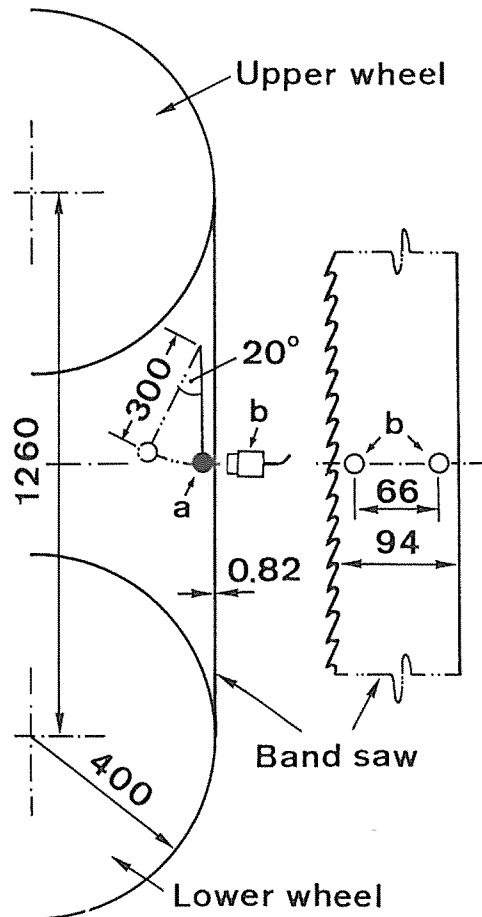


Fig. 3 Schema of shock excitation and measurement of vibration.

Note: a and b denote pendulum of 0.5kg and eddy current displacement transducer, respectively.

常に小さくなった。

この様に衝撃的加振により静止時の帯鋸に発生する振動はおもに1次の曲げおよびねじりの減衰振動が重畳したものであることがわかったが、これは(7)式のインパルス応答と定性的に一致する。しかし衝撃加振によって励起されるモードとその振幅については加振点と振動測定点との位置関係を考慮してさらに検討する必要がある。ちなみに減衰比とは得られた減衰振動波形の対数減衰率から求められるが、今回のように振動波形に複数の振動成分が含まれる場合にはフィルタの使用等により、各成分ごとに波形を観察する必要がある。

図5上段は4種の鋸について打撃時のパワースペクトル中の主ピークとなった前後縁での1次のたわみおよびねじり振幅(実効値)を棒グラフに表わし、中段にそれらを基に緊張力670kgf、自由部分中央における鋸断面の振動の模式図を示す。鋸B1を除いて緊張力Tが大きくなると、鋸の剛性( $\sqrt{T/A}$ , Aは鋸断面積)が増加するため、全振動は小さくなるが、その減少率が緊張力の変化率の平方根に比例するのは鋸F1だけで、L1, T1では緊張力の増大に対して特にねじり振幅が予想以上に小さくなった。中段模式図から鋸L1, T1, F1ではねじり振幅

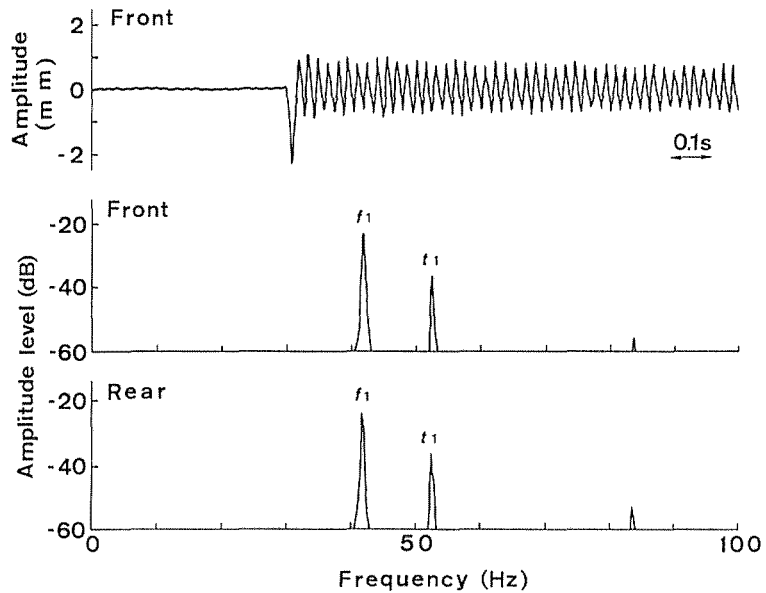


Fig. 4 An example of vibration signal and frequency spectra.  
 Note: band saw F1, tensile force 670kgf, overhang of band saw from front rim of upper wheel 11mm,  $f_1$  and  $t_1$  denote flexural and torsional natural frequency of model number 1, respectively.

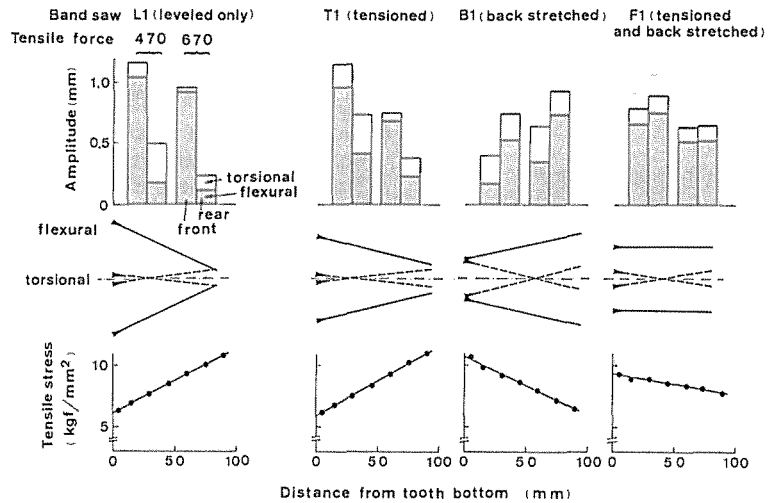


Fig. 5 Flexural and torsional amplitudes of four band saws (upper), schemata of saw vibration (middle) and distributions of tensile stress in the direction of saw width (lower).  
 Note: tensile force 670kgf for middle and lower figures, overhang of band saw 11mm.

ると、鋸の剛性( $\sqrt{T/A}$ , Aは鋸断面積)が増加するため、全振動は小さくなるが、その減少率が緊張力の変化率の平方根に比例するのは鋸F1だけで、L1, T1では緊張力の増大に対して特にねじり振幅が予想以上に小さくなった。中段模式図から鋸L1, T1, F1ではねじり振幅

はたわみ振幅に比べて小さく、B1では前側でたわみ振幅と同程度であった。これは前出の3本の鋸ではねじりの固有振動数が横のその1.2から1.4倍であったのに対し、B1では1.2倍未満であったことから推定できるように、曲げに比べてねじりの剛性が高いことによる。さらに模式図からたわみ振幅については、鋸L1、T1では前側ほど、B1では後ろ側ほど大きく、F1では前後での差は殆どないことがわかる。これは図5の下段の緊張時に鋸断面に生じる引張応力の鋸幅方向の分布と合わせて考えると、前後縁での引張応力の差による横方向の曲げ剛性の差が原因と考えられる。

これをさらに検討するために図6に鋸車の傾斜

角度を変え引張応力分布を示す直線（図5下段）の傾き（歯底から5および90mmでの引張応力の比 $\sigma_{90}/\sigma_5$ ）を変えたときの曲げ1次の固有振動数、前側でのたわみおよび、ねじり振幅を示す。図から固有振動数は応力比が1付近で極大となり、鋸種L、B、F間の差は殆どないが腰入れ鋸Tは2Hz程度高くなる傾向にある。これらの結果は田中らの結果<sup>15)</sup>とほぼ一致する。たわみ振幅は鋸種によって多少の差はあるが応力比とともに直線的に増加した。すなわち前側での引張応力が低くなるほど振幅が増加することが確かめられた。水平仕上げのみの鋸Lに比べ、他のロール掛けされた鋸の横振幅が小さくなる傾向がみられるが、これはロール掛けによる鋸断面形状や残留応力の変化による曲げ剛性の変化等が原因と考えられる。引張力による鋸のねじり剛性Cは鋸幅(w)、鋸厚(p)の方向を各々x、y方向とし、引張応力を $\sigma$ とすれば、

$$C = \iint_A \sigma(x^2 + y^2) dx dy$$

で与えられ、 $\sigma$ が今回のように $\sigma = ax + b$  (a, bは定数)となる場合には $C = T(w^2 + p^2)/12$  (Tは緊張力)となり引張応力分布の傾きによらず一定となる。これは図6でねじり振幅が応力比に拘らずほぼ一定となることから確かめられる。

以上の結果から衝撃加振時に帯鋸に励起される振動成分の内、最も振幅の大きかったたわみ振幅は概ね鋸断面に作用する引張（緊張）力のみならずそれによって生じる応力分布直線の傾きに

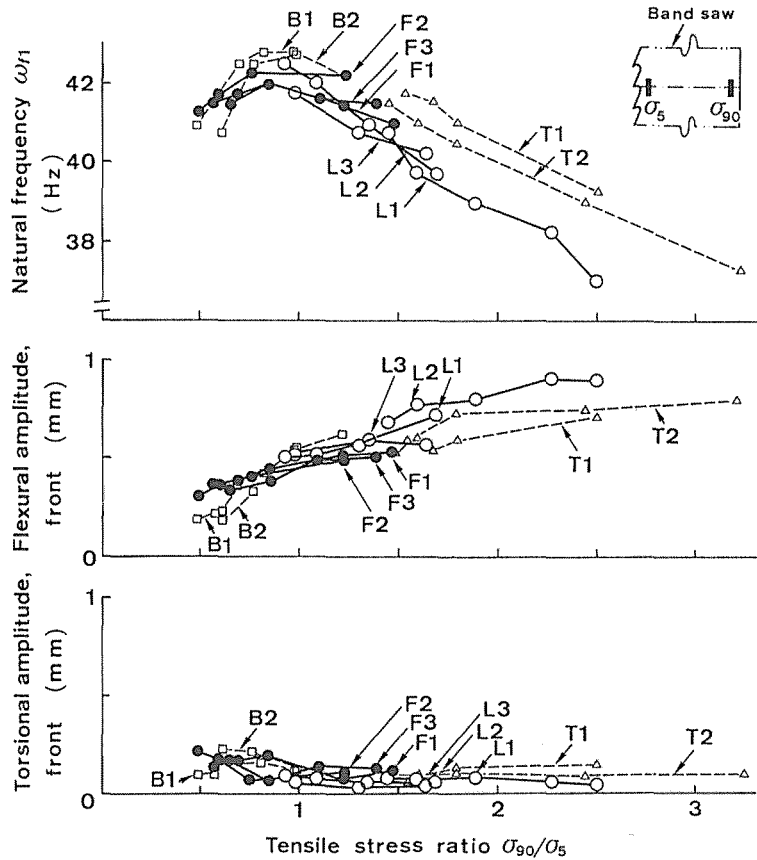


Fig.6 Relationships of flexural natural frequencies, flexural and torsional amplitudes to tensile stress ratio. Note: tensile force 670kgf.

応じて増減し、その変化の鋸種による差は殆どないこと、ねじり振幅は曲げ振幅に比べて小さく、緊張力の影響は受けるが、応力分布の傾きの影響は受けないことがわかった。

図7は空転時における鋸車軸間中央から150mm上方での鋸前後縁での振幅のパワースペクトル(64回のリニア平均)と振幅の鋸幅方向の変化を示す。パワースペクトル中の各ピークの振動モードとその次数は前述した方法により決定したが、固有振動数の計算値および測定値との比較に際しては鋸速の影響を加味した<sup>14,15)</sup>。空転時には上下鋸車軸のねじれ、鋸車の偏心、帯鋸盤本体の振動、鋸の溶接部の鋸車との接触などによる加振力が鋸に作用し、その結果パワースペクトルにも見られるように鋸には種々のモードの振動が励起されると考えられる。ここでは切削時に被削材の上面付近に当たる位置での結果を示したが、パワースペクトルの形状は鋸により若干異なるものの、殆どのピークは1kHz以下にあり、振幅に最も寄与しているピークは鋸L1、T1、F1では概ね曲げ

の1から数次までの振動であり、鋸B1ではこれにねじれの成分が加わっている。また振幅の鋸幅方向の変化は静止時に調べた結果(図5)に対応して、鋸L1、T1では前側ほど、B1では後ろ側ほど振幅が大きくなり、F1では前後縁の差は殆どなかった。緊張力を変化させるとパ

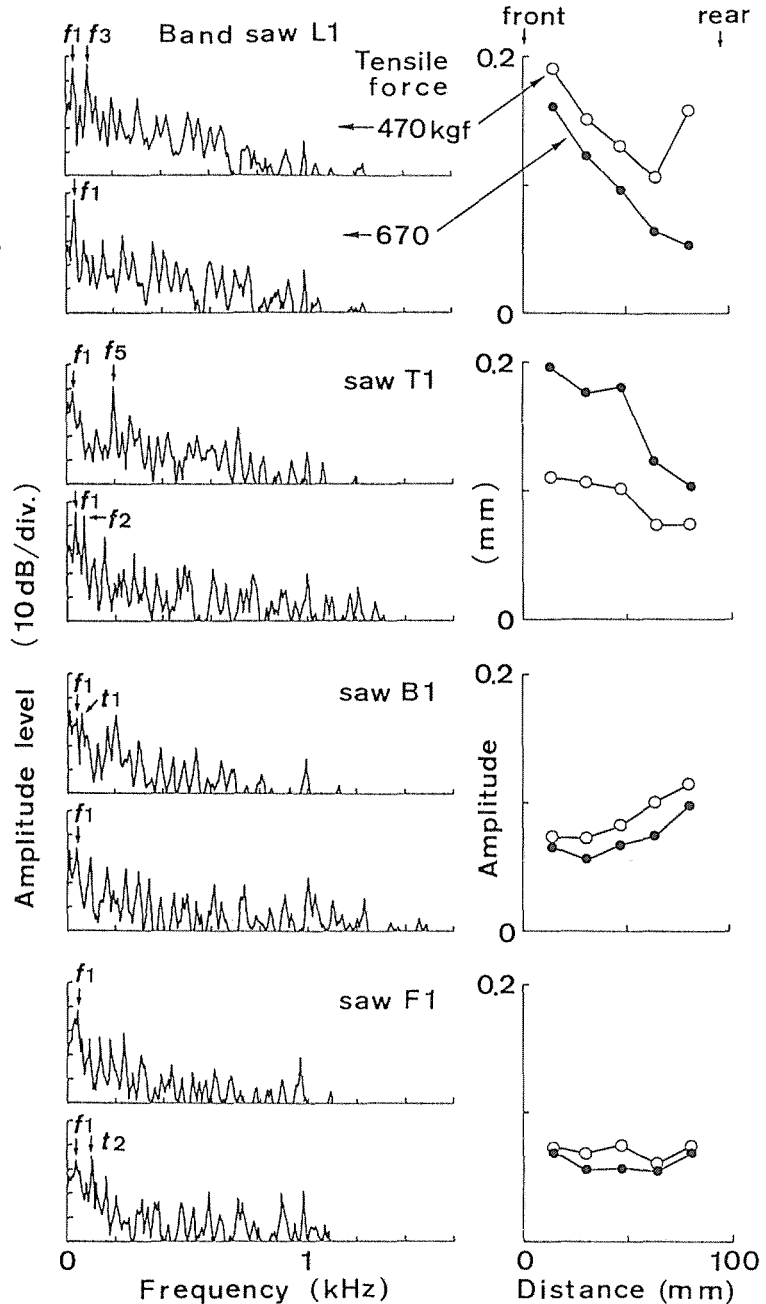


Fig. 7 Frequency spectra of vibration in idling and amplitude distributions in the direction of saw width.

Note: measured at 150mm above from the halfway between two wheel axes, overhang of band saw 11mm.

ワースペクトル中のピークの低下や新たな振動成分のピークの出現がみられ、パワースペクトルの形状が若干変化するものの、振幅は概ね緊張力が低い方が大きくなった。しかし、鋸T1では緊張力670 kgfでは470 kgfで見られた曲げの5次にあたる成分に代わり、1および2次の振幅が大きくなった結果、振幅は470 kgfの時よりも大きくなった。空転時の振動特性についてはその加振力との関連においてさらに詳しく検討する必要がある。

## 5. 結 言

挽き材の加工面性状の向上や挽き曲りの抑制を目的として電磁力などの外力を用いた帯鋸振動の制御系を設計する場合には、検出および制御対象である鋸の振動特性を予め十分把握しておく必要がある。そのうち鋸の固有振動数や減衰係数は制御系の応答周波数や制動比などの動特性を決定する上で、振幅は感度を決定する上で重要な特性と言える。さらに例えば鋸の前後縁のように複数点に制御力を作用させ、それらの間の位相を制御する場合には振動モードに関する情報も必要と考えられる。

本研究では小割り用帯鋸盤を用い静止時の鋸の衝撃加振時および空転時に鋸車軸間中央で観察される鋸振動から上述の諸振動特性を調べ、これらにおよぼす緊張力、鋸幅方向の応力分布、鋸種の影響を検討した。振動制御系に要求される制御則の検討にはさらに挽き材時に鋸が被削材によって拘束される場合の振動特性を検討する必要がある。

## 文 献

- 1) Mote, C. D. Jr. and Szymani R.: Principal Developments in Thin Circular Saw Vibration and Control Research. Part 1; Vibration of Circular Saws. Holz Roh- Werkstoff 35. 189-196, 1977
- 2) Szymani, R. and Mote, C. D. Jr.: *ibid.* Part 2; Reduction and Control of Saw Vibration. *ibid.* 35. 219-225, 1977
- 3) Ulsoy, A. G., Mote, C. D. Jr. and Szymani, R.: Principal Developments in Band Saw Vibration and Stability Research. *ibid.* 36. 273-280, 1978
- 4) Mote, C. D. Jr., Schajer, G. S. and Wu, W. Z.: Band saw and circular saw vibration and stability. Shock Vib. Digest 14. 19-25, 1982
- 5) D'Angelo III, C., Alvarado N. T., Wang K. W. and Mote, C. D. Jr.: Current research on circular saw and band saw vibration stability. *ibid.* 17. 11-23, 1985
- 6) Ellis, R. W. and Mote, C. D. Jr.: A Feedback Vibration Controller for Circular Saws. ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, Control 101. 44-49, 1979
- 7) Radcliffe, C. D. and Mote, C. D. Jr.: Identification and Control of Rotating Disk Vibration. *ibid.* 105. 39-45, 1983
- 8) 西村源六郎: 振動工学, 誠文堂新光社, 東京 pp. 221-230 1969
- 9) 岡村健二郎・松原十三生: 周波数応答実験から伝達関数を決定する方法, 精密機械 37. 282-287, 1971
- 10) 倉部誠: 図説モード解析入門, 大河出版, 東京 1988
- 11) Wu, W. Z. and Mote, C. D. Jr.: Analysis of vibration in a bandsaw system. For. Prod. J. 34. 12-21, 1984
- 12) Bollinger, J. G. and Bonesho, J. A.: Pulse testing in machine tool dynamic analysis. Int. J. Mach. Tool. Des. Res. 5. 167-181, 1965
- 13) 藤井義久, 服部順昭, 野口昌巳: 緊張時の帯鋸の応力分布, 京大農産林報, 60. 310-318, 1988
- 14) 金内忠彦: 帯鋸の横およびねじり振動 (第1報), 北大工研報 40. 35-65, 1966
- 15) C. Tanaka, Y. Shiota, A. Takahashi and M. Nakamura: Experimental Studies on Band Saw Blade Vibration. Wood Sci. and Technol. 15. 145-159, 1981



## Resumé

In order to clarify the vibration characteristics of band saw, transient response of band saws of different tensioning and back stretching radii (Fig. 2) was measured in both front and rear edges of a saw blade when the saw was excited impulsively at the halfway between wheel axes (Fig. 3). Vibration mode, natural frequencies, amplitude were analyzed and the influences of tensioning or back stretching and tensile stress distribution across saw width on the vibration characteristics were discussed. The transient vibration mainly consisted of both flexural and torsional damped vibration of modal number one (Fig. 4) and corresponded to the impulse response of the modes analyzed theoretically (Fig. 1). Flexural amplitude was larger than torsional one (Fig. 5) and increased according to the decrease of the tensile stress due to the inclination of upper wheel, as well as to the decrease of tensile force (Fig. 6). This change was not influenced by saw tensioning nor back stretching. Torsional amplitude was not influenced by the stress distribution. Vibration of saws in idling mainly consisted of both flexural and torsional vibration of the lower modal numbers and amplitude was changed in saw width according to the vibration characteristics observed in shock excitation (Fig. 7).