

大域結合した神経振動子集団におけるスパイク間隔の変動

Variability of inter-spike intervals in a population of globally coupled neuronal oscillators

恒木 亮太郎
Ryotaro Tsuneki土居 伸二
Shinji Doi京都大学大学院工学研究科電気工学専攻
Department of Electrical Engineering, Graduate School of Engineering, Kyoto University

1 まえがき

Hodgkin-Huxley (HH) 方程式は、神経細胞のスパイク発生ダイナミクスを表す代表的な数理モデルである。4変数の非線形常微分方程式で記述される HH 方程式には複数の時間スケールが存在し、特異振動系（緩和振動子）としての性質を有する。この HH 方程式を用いて、神経振動子集団の大域結合系が解析され、非常に遅い振動や振動停止等の興味深い現象が示された [1]。しかし、このような現象の発生機構はまだ明らかになっていない。そこで、本研究では、より単純な神経細胞モデルである拡張 Bonhoeffer-van der Pol (BVP) 方程式を用いて、神経振動子集団の結合系の解析を行い、HH 方程式系と同様に特異な振動現象が見られることを示す。そして、このようなマクロな生物リズムが振動子間のどのような相互作用により調節されているのかを議論する。

2 大域結合した神経振動子集団のリズム

M 個の拡張 Bonhoeffer-van der Pol (BVP) 振動子が共通のバッファ（平均場）を通して大域結合したモデルを考える。これは次のように定式化される [2]。

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i - z_i + I_{\text{ext}} + D(w - x_i) \quad (1a)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \eta_i(x_i - ay_i) \quad (1b)$$

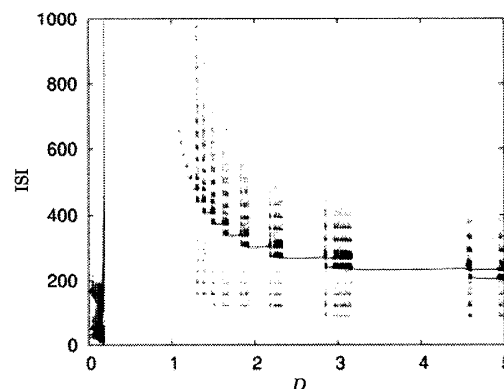
$$\frac{dz_i}{dt} = \varepsilon_i(x_i - bz_i), \quad \varepsilon_i \ll 1 \quad (1c)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{D'}{M} \sum_{i=1}^M (x_i - w), \quad (i = 1, \dots, M) \quad (1d)$$

ただし、 x_i , y_i , z_i はそれぞれ i 番目の振動子の膜電位、回復変数、(遅い) 回復変数、 w は平均場を表す変数である。また、 D ($\equiv D'$) は結合係数である。

式 (1) において、 $D = 0$ とすると、結合していない単なる拡張 BVP 方程式となる。この方程式の変数 z を無視すると、元の (2次元) BVP 方程式と同一になる。遅い変数 z を導入し、複数の時間スケールを導入することで、非常に遅い振動等の興味深い現象が生じる [3]。

$M = 10$ の場合を考える。ただし、 $a = 3.0$, $b = 1.0$, $\eta_i = 0.13$, $I_{\text{ext}} = -0.4$ とする。各振動子の時定数 (の逆数) を $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0.07$, $\varepsilon_6 = \varepsilon_7 = \varepsilon_8 = 0.04$, $\varepsilon_9 = \varepsilon_{10} = 0.01$ としたときのスパイク間隔 (ISI) と結合係数 D の関係を図 1 に示す。結合が弱いとき、各振動子は同期していないが、結合を強くしていくと同期するようになる ($D < 0.2$)。また、

図 1 スパイク間隔 (ISI) と結合係数 D の関係

$D = 0.2$ 付近でスパイク間隔が急激に大きくなっている。 $0.2 < D < 1.0$ では、各振動子の発火が阻害され、振動が停止しており、結合をさらに強くすると ($D > 1.0$)、非常に遅い同期振動が生じている。このとき、各振動子は 1:1 で位相同期している。一般に、ホップ分岐から分岐した周期解の周期はあまり大きくないため、大域的分岐が起きていると考えられる。

3 あとがき

本稿では、大域結合した拡張 BVP 振動子集団で生じる振動現象の一例を示した。このような神経振動子集団の結合系では、非常に遅い同期振動等の特異な現象が見られた。講演では、他の固有周期の分布パターンにおける振動現象を示し、その発生機構を報告する予定である。

謝辞 本研究の一部は、総合科学技術会議により制度設計された最先端研究開発支援プログラム (FIRST 合原最先端数理モデルプロジェクト) により、日本学術振興会を通して助成された。

参考文献

- [1] K. Sugimoto, Y. Nii, S. Doi, S. Kumagai: Frequency variability of neural rhythm in a small network of pacemaker neurons, *Proc. of AROB 7th '02*, pp.54-57 (2002)
- [2] S. Doi, S. Sato: Regulation of differentiation in a population of cells interacting through a common pool, *J. Math. Biol.*, Vol.26, pp.435-454 (1988)
- [3] S. Doi, S. Kumagai: Generation of very slow neuronal rhythms and chaos near the Hopf bifurcation in single neuron models, *J. Comp. Neurosci.*, Vol.19, pp.325-356 (2005)